LE CALCUL SOUS VINGT : UNE POSSIBILITE DE TRAVAILLER LA NOTION D'EQUIVALENCE A L'ECOLE ELEMENTAIRE

Anne-Marie RINALDI
Université Paul Valéry Montpellier 3
LIRDEF, IRES de Montpellier

Résumé : Cet article s'appuie sur un dispositif d'enseignement du calcul sous vingt, conçu puis expérimenté en classe de cours élémentaire première année (enfants de 7-8 ans) dans le cadre d'un travail conduit dans un groupe IRES de Montpellier (septembre 2019- juin 2021). L'objectif est d'analyser si les tâches proposées à partir de manipulations effectives et suivies de séances de calcul permettent de construire le répertoire additif sous vingt et de travailler la notion d'équivalence en mathématiques.

1. — Introduction

Partant du principe que tout calcul élémentaire, mental ou posé, nécessite de s'appuyer sur un ensemble de faits numériques donc de résultats mémorisés et disponibles immédiatement ou de résultats retrouvés rapidement, nous avons fait le choix de nous intéresser à l'apprentissage du répertoire additif sous vingt (R ≤20).

Ce répertoire englobe les tables d'addition des nombres inférieurs à dix et toutes les décompositions et recompositions des nombres inférieurs à vingt. Or, plusieurs études en psychologie cognitive notamment celle de Gersten and all (2005), convergent vers un même constat : les élèves ayant des difficultés en mathématiques en deuxième année d'école élémentaire (CE2), se souviennent de beaucoup moins de faits numériques que les autres élèves et n'arrivent pas à utiliser certains faits numériques pour les combiner. Pour les chercheurs, ce manque de connaissances déclaratives, va par la suite provoquer des répercussions sur le développement de compétences en arithmétique, à la fois sur le versant de la compréhension des nombres et des opérations.

En outre, en se référant aux études de Siegler (1987) et de Baroody (2006), force est de constater, que pour trouver la somme de deux nombres inférieurs à dix, la plupart des enfants de 5 à 8 ans va progressivement, et à des rythmes différents, abandonner l'usage du comptage au profit d'autres stratégies de calcul basées sur la décomposition et recomposition des nombres. La dernière étape du processus conduisant à produire efficacement des réponses justes et rapides, en mobilisant comme faits numériques, les résultats des tables d'addition des nombres inférieurs à dix.

C'est donc dans le but de construire, consolider et renforcer le répertoire additif sous vingt dans un groupe IRES de Montpellier [1], que nous avons conçu et expérimenté un dispositif d'enseignement pour le cours élémentaire première année (CE1).

Dans cet article, nous montrons en quoi notre recherche même si elle est axée sur l'enseignement et l'apprentissage du calcul au début de l'école élémentaire, s'inscrit parallèlement dans le domaine *early algebra* (EA). Ensuite, nous présentons les raisons sur le plan de la progressivité des apprentissages et sur le plan mathématique qui nous ont poussée à introduire en CE1 la technique de calcul en appui sur dix [2] à partir de manipulations effectives, puis à utiliser par la suite cette technique pour calculer la somme de deux nombres inférieurs à dix. Cela nous amène à formuler une hypothèse :

> « L'apprentissage de la technique en appui sur dix - à partir de manipulations et en opérant directement sur les nombres- amène à remplacer une expression numérique par une expression numérique équivalente ».

En lien avec cette hypothèse, nous présentons un ensemble de tâches imbriquées proposées aux élèves pendant l'expérimentation du dispositif [3]. Pour finir, nous nous basons sur l'analyse des discours et des productions écrites des élèves de CE1, et sur les interventions de l'enseignant pendant les phases de restitution qui suivent les phases de recherche, pour évaluer si le travail engagé en calcul a permis effectivement de construire le répertoire additif sous vingt et, parallèlement, de faire évoluer la conception des élèves sur le signe égal (=).

2. — Développer la pensée algébrique à l'école élémentaire

Dans l'introduction d'un ouvrage paru en 2020 regroupant des contributions de chercheurs membres de l'Observatoire International de la pensée algébrique (OIPA), Squalli (2020) fait remonter aux années 1970 la volonté de comprendre comment l'enseignement de l'algèbre pourrait s'articuler à l'enseignement de l'arithmétique tout en sachant que le passage pour les élèves d'un mode de pensée à l'autre est loin d'être facile à réaliser et pose problème. Toujours d'après Squalli (2020) citant Carraher et Schliemann (2007), bon nombre de difficultés sont documentées par la recherche. Nous retenons trois d'entre elles :

> « — Les élèves voient le signe d'égalité comme un signe d'annonce de résultats (Booth, 1984 ; Kieran, 1981 ; Vergnaud, 1985 ; Vergnaud, Cortes et Favre-Artigue, 1988) ;
> — Ils ont tendance à rechercher une valeur numérique simple (Booth, 1984). Le refus de laisser les opérations en suspens conduit à des erreurs de concaténation (Bednarz et Janvier, 1996) ;
> — Ils ne reconnaissent pas les propriétés de commutativité et de distributivité (Boulton-Lewis et al., 2001 ; Demana et Leitzel, 1988 ; MacGregor, 1996). » (Squalli, 2020, p. 6)

Pour nous (Rinaldi, 2016), les causes de ces difficultés seraient dues, entre autres, au fait de développer, dans les premières années de l'école élémentaire essentiellement la valence prag-

1 Sonia Bayle, PEMF; Sophie Gastal, PEMF, Alain Moreau, PEMF; Anne-Marie Rinaldi, MCF didactique des mathématiques

2 Les éléments qui définissent avec précision la technique en appui sur dix sont développés dans la suite de l'article mais, d'ores et déjà, pour calculer avec cette technique 7 + 5, on calcule 7 + 3 + 2 ou 5 + 5 + 2.

3 Pour découvrir précisément l'ensemble des quatre séquences du dispositif d'enseignement relatif au calcul sous vingt, nous invitons le lecteur à consulter la brochure mise en ligne sur le site de l'IRES de Montpellier.

matique du calcul (trouver le résultat d'un calcul) sans développer en même temps la valence épistémique du calcul (apprendre des propriétés mathématiques en calculant). Or en cherchant par exemple à expliquer pourquoi et comment on peut remplacer le calcul 53 – 27 afin de rendre celui-ci plus facile, les élèves peuvent être amenés à trouver puis écrire :

$$53 - 27 = 56 - 30.$$

dans cette égalité, le symbole égal « = » indique que les deux expressions numériques 53 – 27 et 56 – 30 sont équivalentes « quantitativement ». L'intention est surtout de prouver, en l'occurrence grâce à la propriété de conservation des écarts, la similitude des expressions situées des deux côtés du signe égal, sans avoir besoin au préalable, d'effectuer le calcul correspondant à chaque expression. Auquel cas, le symbole d'égalité est employé comme un symbole relationnel entre 53 – 27 et 56 – 30 et non pas comme un symbole opérationnel, qui manifeste toujours quant à lui, le fait qu'on indique à droite du signe égal, le résultat d'un calcul.

Cependant, avant d'arriver à ce symbolisme conventionnel qui lie deux expressions numériques, les élèves ont manipulé. Afin de mesurer un même segment, ils ont utilisé différentes règles, les unes commençant par exemple à la graduation 2 ou à la graduation 3, les autres commençant à la graduation 8 ou à la graduation 10 (Rinaldi, 2013). Ces règles dites « cassées », car ayant toutes la particularité de ne pas commencer à la graduation 0, ne permettent pas de trouver grâce à une lecture directe la longueur du segment. Leur utilisation successive puis conjointe permet ainsi d'appréhender la notion d'écart entre deux nombres et la propriété de conservation des écarts dans le domaine de la mesure.

C'est pourquoi, dans le but de développer la pensée algébrique des jeunes enfants (CE1), dans la continuité des travaux de recherche de Rinaldi (2013, 2016), Squalli (2002) et de ceux d'Anwandter Cuellar, Lessard, Boily et Mailhot (2008), nous avons recherché des activités qui permettaient d'opérer directement sur des collections de cardinal inférieur à vingt et de préciser en quoi certaines d'entre-elles peuvent être équivalentes « quantitativement ». L'enjeu étant par exemple d'établir une équivalence entre une collection de cardinal 7 + 6 et une autre collection de cardinal 10 + 3. Nous justifions ce choix en donnant quelques repères de progressivité dans les apprentissages dont nous avons tenu compte.

3. — Le calcul sous vingt : éléments de progressivité dans les apprentissages

Le calcul sous vingt s'applique à des nombres entiers inférieurs ou égaux à dix. La plus grande somme que l'on puisse obtenir est dix plus dix soit vingt. Une des caractéristiques des nombres entiers inférieurs à vingt, est qu'il est relativement facile de les représenter grâce à des configurations de doigts, des dessins, des schémas ; sur ces dessins, ces schémas, on peut éventuellement « montrer » que onze égal dix plus un et que chaque nombre compris entre dix et dix-neuf correspond à dix plus « … » avec « … » compris entre zéro et neuf.

Par ailleurs, si on se réfère au programme de l'école maternelle en vigueur à la rentrée 2020 et à l'annexe de ces programmes parue en 2021, il est indiqué que la construction des quantités est essentielle et que cette construction passe d'abord entre deux et quatre ans par la connaissance des petits nombres, c'est-à-dire des nombres inférieurs à cinq pour s'étendre jusqu'à dix voir plus. Les compétences attendues en fin de grande section sont : 1° Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix. 2° Parler des nombres à l'aide de leurs décompositions.

Nous en déduisons donc qu'en appui sur des manipulations effectives puis mentales pour décomposer et recomposer les premiers nombres, les élèves vont peu à peu connaître les faits numériques sous dix, et théoriquement les maîtriser à la fin du cours préparatoire comme indiqué dans le guide pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au cours préparatoire (2021). En revanche, de la même manière que pour Brissiaud (2015) :

> « Le processus de compréhension des nombres au-delà de 5 ne se déroule pas à l'identique de celui des premiers nombres du fait que le nombre 5, celui des doigts d'une main, joue un rôle crucial dans la compréhension des nombres de 6 à 10. » (Brissiaud, 2015, p.1)

Nous pensons que le processus de compréhension des nombres au-delà de dix ne se déroule pas de la même manière que pour les nombres sous dix, car le nombre dix joue un rôle majeur dans nos deux systèmes de numération, parlée et écrite. En effet ces deux systèmes sont tous deux basés sur le groupement par dix. Par la suite, nous développons d'autres arguments, liés au calcul, qui incitent à s'appuyer sur les faits numériques sous dix pour construire le répertoire sous vingt avant d'appréhender les faits numériques sous vingt.

4. — Techniques de calcul sous vingt

Si nous considérons la tâche qui consiste à chercher le résultat de *a* plus *b* avec *a* et *b* nombres entiers inférieurs à dix, plusieurs techniques sont envisageables. Or chacune de ces techniques, en se référant à la théorie anthropologique du didactique, développée par Chevallard (2002) est justifiée par une technologie qui permet en même temps de la penser, voire de la produire. Par conséquent, chaque technique fait appel et mobilise des connaissances mathématiques spécifiques. Cette spécificité permet d'envisager le classement suivant :

- Le comptage

Pour effectuer cinq plus trois, il s'agit de compter : « un, deux, trois, quatre, …huit ». Cette technique, pour être appliquée correctement, suppose que certains principes explicités dans Bideaud J. et al.éd. (1991) soient acquis. Elle devient difficile à mettre en œuvre dès que la somme des deux termes est supérieure à dix.

- Le sur-comptage

Pour effectuer cinq plus trois, il s'agit de compter à partir de cinq, le nombre de fois indiqué par le nombre trois : « six, sept, huit ». Cette technique, si elle est maîtrisée, peut s'avérer économique, c'est-à-dire peu couteuse en temps et sans trop de risque d'erreurs à partir du moment où le sur-comptage s'opère à partir du plus grand nombre et que le nombre indiqué par le plus petit nombre est inférieur ou égal à trois ou quatre.

- La récupération en mémoire des faits numériques connus

Cette technique permet d'obtenir le résultat immédiatement et s'avère peu couteuse cognitivement.

- Les techniques utilisant la décomposition et recomposition des nombres, les presque doubles et l'appui sur dix

Ces dernières techniques ont en commun de s'appuyer sur une bonne connaissance des nombres inférieurs à 20[4], de faire appel à des faits numériques connus et d'utiliser les propriétés de l'addition. Nous donnons un exemple de calcul effectué avec la décomposition et recomposition des nombres et avec la technique des presque doubles avant d'expliciter dans le paragraphe suivant la technologie propre à la technique en appui sur dix.

Avec la technique utilisant la décomposition et recomposition des nombres, pour calculer par exemple onze plus cinq, il s'agit de décomposer onze en dix plus un, puis de calculer un plus cinq et de recomposer dix plus six en seize soit : $11 + 5 = (10 + 1) + 5 = 10 + 6 = 16$.

La technique des presque doubles, suppose que pour calculer par exemple huit plus sept, on ajoute un au double de sept, soit un à quatorze. En effet :

$7 + 8 = 7 + (7 + 1) = (7 + 7) + 1 = 14 + 1 = 15.$

5. — Technique en appui sur dix : éléments de technologie

Avec la technique en appui sur dix, pour calculer $7 + 5$, on calcule $7 + 3 + 2$ ou $5 + 5 + 2$. Les éléments que nous proposons par la suite, permettent d'identifier le domaine d'application, le principe et les connaissances mathématiques nécessaires pour mettre en œuvre et valider la technique en appui sur dix. Ils vont également permettre de préciser le mode d'emploi et de faciliter la mise en œuvre de la technique.

- *Domaine d'application de la technique*

La technique en appui sur dix s'applique pour calculer avec a et b entiers naturels compris entre 0 et 9 et si la somme $a + b$ est supérieure à 10 et inférieure à 20. Cette technique est donc spécifique au calcul sous vingt. Quand le domaine numérique est étendu au-delà de 20, la technique ne s'appuie plus sur dix mais sur un multiple de dix. C'est ainsi que, pour calculer $27 + 8$, on calcule $27 + 3 + 5$. Le multiple de dix sur lequel on s'appuie est alors trente.

- *Principe de la technique*

La technique en appui sur dix consiste à décomposer un des termes du calcul en fonction de l'autre terme du calcul, afin de se ramener à un calcul de la forme dix plus « … », avec « … » entier naturel compris entre zéro et neuf.

- *Connaissances mathématiques relatives à la technique*

— décomposer additivement un nombre compris entre zéro et neuf

— mobiliser directement les faits numériques connus ou retrouver les résultats du répertoire additif sous dix

— recomposer un nombre de la forme dix plus « … », avec « … » entier naturel compris entre zéro et neuf

— utiliser l'associativité de l'addition et éventuellement la commutativité[5] de l'addition sur l'ensemble des entiers naturels.

- *Mode d'emploi de la technique*

Si nous reprenons l'exemple du calcul $7 + 5$ et que nous cherchons à expliquer comment nous nous y prenons pour effectuer le calcul demandé en partant du nombre

4 En CE1, les élèves savent lire et écrire en chiffres les nombres inférieurs à vingt, ils savent les décompositions et recompositions des nombres inférieurs à dix, les décompositions et recompositions du nombre dix, ils connaissent les doubles des nombres inférieurs ou égaux à dix et savent décomposer un nombre supérieur à dix sous la forme dix plus « … »

5 L'addition est associative sur l'ensemble des entiers naturels : pour tous les entiers naturels n, p et q, on a $n + (p + q) = (n + p) + q$. L'addition est commutative sur l'ensemble des entiers naturels : pour tous les entiers naturels n et p : $n + p = p + n$.

7, nous pouvons avoir éventuellement le discours suivant :

> « Pour effectuer 7 + 5, j'ajoute à 7 le complément de 7 à 10 afin d'obtenir 10 puis le complément à 3 de 5. »

Ce discours met en avant la nécessité de convoquer deux faits numériques, 7 + 3 = 10 et 3 + 2 = 5 pour remplacer le calcul initial par un calcul équivalent : 7 + 5 = 7 + 3 + 2.

Le schéma de la *figure 1* construit à partir de bandes de longueurs respectives 7, 5, 7, 3, 2, 10, 2 et 12 permet d'expliquer les différentes étapes de la mise en œuvre de la technique en appui sur dix. En effet, la seconde ligne du schéma illustre le fait que la bande 5 soit échangée contre deux bandes 3 et 2 mises dans le prolongement l'une de l'autre et bout à bout. Les trois bandes ainsi obtenues 7, 3 et 2, ont pour longueur, la longueur des deux bandes initiales 7 et 5 mises bout à bout et dans le prolongement l'une de l'autre. Les expressions numériques 7 + 5 et 7 + 3 + 2 sont équivalentes. De la même manière, la seconde ligne et la troisième de la *figure 1* illustrent le fait que les expressions 7 + 3 + 2 et 10 + 2 sont équivalentes. De ligne en ligne, on obtient donc une suite d'égalités : 7 + 5 = 7 + 3 + 2 = 10 + 2 = 12.

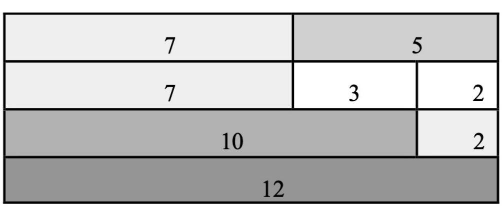


Figure 1 : exemple de schéma associé à la mise en œuvre de la technique en appui sur dix

Une autre manière d'expliquer la technique serait de dire par exemple : « Pour effectuer 7 + 5, j'ajoute à 7 le complément de 7 à 10 et je compense, en soustrayant à 5, le complément à 5 de 7 ».

Ce discours mobilise un procédé de compensation. Ce procédé de compensation est basé sur le fait que, pour tous les entiers naturels a, b et n on ait : $a + b = (a + n) + (b - n)$. Remarquons que le procédé de compensation a permis d'ajouter 3 au premier terme de l'addition (7) et de soustraire 3 au second terme de la soustraction (5). Or avec le même procédé, pour effectuer le calcul, il aurait été plus simple de soustraire 1 à 7 et d'ajouter 1 à 5 pour obtenir *in fine* : 7 + 5 = 6 + 6. Auquel cas, l'appui n'est plus sur 10 mais ici sur 6.

C'est pourquoi, sur cet exemple, si nous avions à « privilégier » un discours dans le but d'expliquer la technique en appui sur dix à l'école élémentaire, nous choisirions davantage le premier discours en l'associant de surcroit à la manipulation effective « de bandes » (*figure 1*) pour illustrer pourquoi un calcul peut être remplacé par un calcul équivalent.

6. — Présentation du dispositif d'enseignement

En lien avec les éléments théoriques présentés précédemment, sur l'ensemble des séances du dispositif, nous avons fait le choix de proposer trois types de tâches imbriquées les unes aux autres. Comme l'indique la *figure 2*, celles-ci consistent par exemple à manipuler des collections discrètes (configuration de doigts) ou continues (bandes de longueurs données) ; à produire une expression numérique de la forme $a + b$ ou $a - b$; à trouver le résultat d'un calcul en mobilisant les faits numériques sous dix ou en combinant les faits numériques sous dix en utilisant notamment la technique en appui

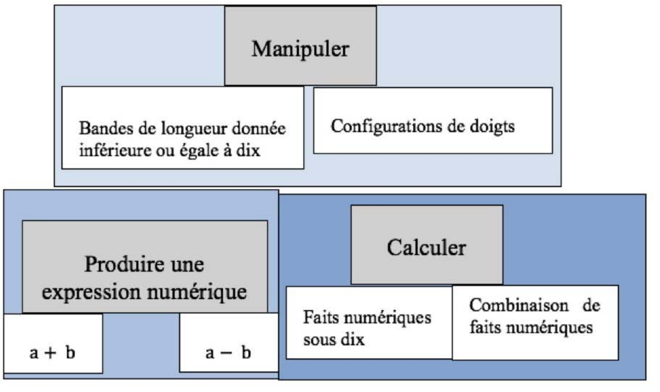


Figure 2 : tâches imbriguées proposées aux élèves de CE1

sur dix. Notons que suivant la séance d'enseignement, les tâches ne s'effectuent pas dans un ordre précis et peuvent se limiter à effectuer une, deux actions sur les trois.

En outre, même si sur l'ensemble des séances des trois premières séquences, la dernière étant consacrée au calcul (cf. *tableau de programmation proposée en annexe 1*) on retouve l'ensemble des trois tâches, l'objectif notionnel poursuivi est différent d'une séquence à l'autre.

La première séquence[6], permet à chaque élève de réaliser son propre jeu de bandes constitué de deux bandes de longueur dix et de neuf bandes de longueur allant de un à neuf afin de représenter tous les nombres de un à vingt. C'est grâce à ce matériel, que les élèves en binômes, puis seuls et en autonomie, vont calculer et valider le résultat de la somme de deux nombres inférieurs à dix et rechercher des compléments. En prolongement, les mêmes calculs seront donnés à effectuer, sans les bandes, mais en appui avec des configurations de doigts. L'utilisation des configurations de doigts, donc d'éléments « discrets » ne permet pas, comme l'utilisation des bandes de valider l'ensemble des résultats trouvés mais facilite le groupement par cinq et par dix car une main correspond à cinq doigts et deux mains correspondent à dix doigts.

La deuxième séquence doit amener chaque élève à récupérer directement en mémoire les faits numériques sous dix (décomposition et recomposition de dix).

La troisième séquence vise à introduire et travailler la technique en appui sur dix à partir de la manipulation de configurations de doigts et de bandes de longueur donnée avant d'amener les élèves à opérer directement sur les nombres.

La quatrième séquence doit permettre à l'élève d'utiliser la technique en appui sur dix pour calculer la somme de trois puis de quatre nombres inférieurs à dix.

6 L'ensemble des séquences du dispositif est disponible et téléchargeable en suivant ce lien : https://irem.edu.umontpellier.fr/ressources-et-publications/ressources-cycle-2/

7. — Méthodologie de recueil des données

L'expérimentation du dispositif d'enseignement s'est déroulée de septembre 2020 à décembre 2020 dans les deux classes de CE1 [7] de deux membres du groupe IRES. La classe A est une classe de CP/CE1 située au centre-ville qui a pour effectif 25 élèves dont 11 sont des élèves de CE1 et la classe B est une classe de CE1 dédoublée située en REP+ qui a pour effectif 9 élèves.

Pour chaque classe, nous avons recueilli comme données, les réponses des élèves aux évaluations, les feuilles de calculs renseignées individuellement, les enregistrements vidéo (avec une caméra orientée vers le tableau) des séances pendant les phases de lancement, de synthèse et d'institutionnalisation locale et, avec des caméras orientées sur un, deux, quatre, voire l'ensemble des élèves pendant les phases de recherche. Pour répondre aux questions de recherche spécifique à l'article, nous nous basons, sur le recueil de données propre à la séquence 1 et à la séquence 3.

8. — Méthodologie d'analyse des données

Notre analyse est menée en deux temps. Un premier temps où, nous repérons à travers les manipulations, les discours, les calculs effectués par les élèves, les techniques qu'ils utilisent pour mettre en évidence une relation d'équivalence entre deux quantités, respectivement deux expressions numériques. Nous explicitons les savoirs mathématiques sur lesquels les élèves s'appuient pour communiquer, expliquer et justifier leurs techniques. Un second temps où nous repérons, en lien avec les interventions de l'enseignant – pendant les phases de restitution qui suivent les phases de recherche – si la notion d'équivalence est présente, semi ébauchée ou absente.

9. — Les effets de la manipulation sur les apprentissages des élèves

A ce stade de la progression, les élèves manipulent pour la première fois les bandes pour trouver le résultat d'un calcul additif.

Nos analyses s'appuient sur des données recueillies dans la classe B alors que les élèves avaient à effectuer le calcul de neuf plus deux en s'aidant des bandes et le calcul de six plus cinq en s'aidant de leurs doigts.

- *Calcul de* 9 + 2 *et manipulation des bandes*

Deux élèves Kevin et Maria [8] ont à effectuer le calcul de *deux plus neuf* donné oralement et à vérifier celui-ci en utilisant leur jeu de bandes.

— Kevin : « Ça fait quatorze. »
— Maria : « il n'y a pas le quatorze »
— Kevin : « C'est ça quatorze ».
Il donne à Maria la bande 10 et la bande 4.

Maria place les deux bandes sous les bandes initiales pour vérifier :

— Kevin : « Ça dépasse ».

Figure 3 : extrait d'un échange entre deux élèves au sujet du calcul 9 + 2

7 En 2019-2020, nous avions conçu, observé et analysé un dispositif proche de celui- qui en fait a servi de base à celui - dans trois classes de CE1 : la classe A, la classe B et une autre classe de CE1 située en REP+.
8 Les prénoms des élèves sont modifiés.

A la suite de quoi l'enseignant, au moment de la correction face au groupe classe, revient sur l'erreur initiale de Kevin et engage un dialogue avec l'ensemble des élèves (*figure 4*)

Le professeur est au tableau. Il utilise les jeux d'étiquettes aimantées bleues et vertes. Il pose la bande bleue 2 et dans le prolongement, bout à bout, la bande verte 9 et interroge Kevin.

— Professeur : « J'aimerais que Kevin nous dise ce qu'il avait trouvé au départ ».
— Kevin : « J'avais dit quatorze »
— Professeur : « Est ce qu'on a une bande 14 ? »
— Élève(s) : « non »
— Professeur : « Quelles bandes Maria a-t-elle mises pour vérifier ? »
— Maria : « la bande 10 et la bande 4 »

Le professeur pose les bandes et s'adresse au groupe classe

— Professeur : « Qu'est-ce qu'ils se sont dit ? Les deux bandes sont trop longues. Neuf plus deux ne fait pas quatorze. »
— Élève : « Ça fait onze. »
— Professeur : « Qu'est-ce que je peux mettre ? »
— Élève(s) : « La bande 10 et la bande 1 »
— Professeur : « Qu'est-ce que je peux écrire comme phrase mathématique ? »
— Élève : « deux plus neuf égal onze »
— Professeur : « Mais encore ? »

Au bout d'un temps les élèves proposent dix plus un. Le professeur inscrit alors le calcul correspondant au tableau :

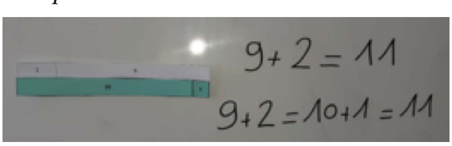


Figure 4 : extrait de la correction proposée au sujet du calcul 9 + 2

- *Calcul de 6+5 et configuration de doigts*

Nous rappelons que la séance consacrée à « manipuler » les configurations du doigt vient juste après la séance consacrée à manipuler les bandes. Pour la correction de *six plus cinq* donné oralement, le professeur envoie deux élèves au tableau (*figure 5*, photo du haut) et leur demande comment on peut procéder pour calculer. L'élève qui a les 6 doigts levés (au centre) rapproche sa main droite de la main gauche de sa camarade et énonce *:* « Ces deux-là, ça fait dix ». Le professeur s'approche à son tour des deux élèves et prend leurs deux mains (photo du bas) : « Oui cinq plus cinq dix et encore un ».

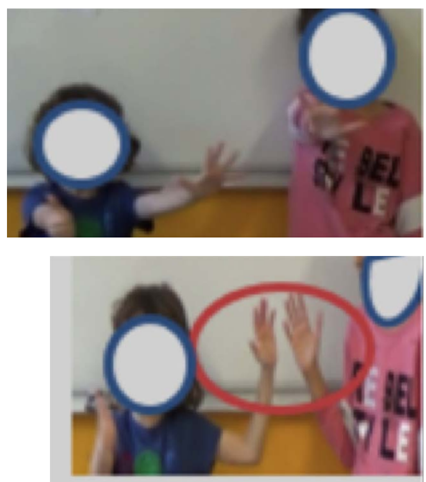


Figure 5 : technique en appui sur dix :

6 + 5 = 5 + 5 + 1

Les deux situations évoquées montrent que les élèves, alors qu'ils connaissent à chaque fois la réponse du calcul, trouvée par exemple grâce au sur comptage de deux à partir de neuf et de l'utilisation des presque double cinq et six sont amenés à rechercher, la première fois, une expression équivalente à 9 + 2 car la bande onze n'existe pas dans leur jeu et la seconde fois, à prendre appui sur dix, en rapprochant leurs deux mains.

Pour chacun des calculs, une égalité arithmétique est proposée et c'est justement cette écriture qui fait l'objet d'une institutionnalisation locale : 9 + 2 = 10 + 1 et 6 + 5 = 10 + 1. A la droite du signe égal (=), l'enseignant n'a pas écrit le résultat du calcul mais une expression numérique qui se lit directement dix plus un et qui correspond donc au nombre onze.

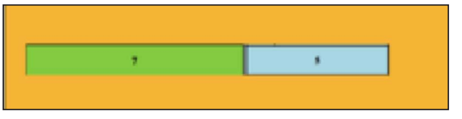
10. — Les effets de la technique en appui sur dix sur les apprentissages des élèves

Nous faisons le choix d'analyser dans un premier temps les données recueillies dans les classes A et B en lien avec le jeu du dix plus « … ». Ce jeu requiert la manipulation de bandes de longueurs données. Il est proposé alors que les élèves, ont déjà manipulé les bandes pendant deux séquences afin de construire et consolider la maîtrise des faits numériques inférieurs ou égaux à dix (cf. annexe 1). Dans un second temps, nous nous basons sur les données recueillies, toujours dans les classes A et B, dans la première séance de calcul en ligne qui vient juste après le jeu du dix plus « … » (cf. annexe 1).

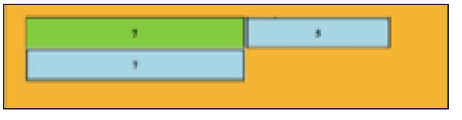
- *Jeu du dix plus « … »*
avec manipulation de bandes

Le jeu proposé (*figure 6*) se joue à quatre joueurs : une équipe A de deux joueurs et une équipe B de deux joueurs. Chaque équipe joue à son tour et doit effectuer un calcul inscrit sur une feuille en s'appuyant sur le nombre dix. Chaque équipe dispose de deux lots de bandes rassemblés dans une barquette. Le tapis de jeu sert à poser les bandes.

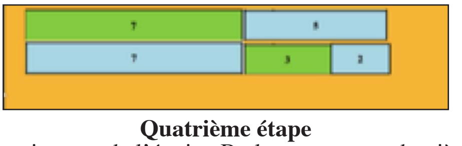
Première étape
Les joueurs de l'équipe A lisent le calcul à effectuer ici 5 + 7 et posent les bandes correspondantes.



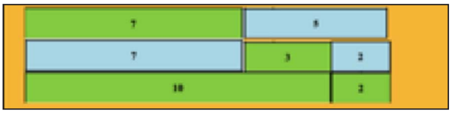
Deuxième étape
Les joueurs de l'équipe B posent dessous et bord à bord une des deux bandes (ici la 7 par exemple).



Troisième étape
Les joueurs de l'équipe B *remplacent la seconde bande* (ici la bande 5) par deux bandes qui vont permettre d'exprimer le calcul sous la forme *dix plus…*



Quatrième étape
Les joueurs de l'équipe B placent sur une dernière ligne la bande dix et la bande « … » et dictent aux joueurs de l'équipe A, le calcul correspondant : $7 + 5 = \boxed{7 + 3} + 2 = 10 + 2$



Cinquième étape
Les rôles sont inversés. Les joueurs de l'équipe B prennent la fiche de calcul et lisent le second calcul à effectuer. Ils placent les bandes. Les joueurs de l'équipe A poursuivent…
…/…

Figure 6 : différentes étapes du jeu *dix plus…*

Quels que soient les groupes de quatre élèves observés[9], cinq au total, nous constatons que pendant les deux ou trois premières parties, le jeu est difficile à intégrer. Les élèves de l'équipe A posent les deux bandes correspondant au calcul à effectuer sans tenir compte du fait que leurs camarades sont placés en face d'eux et donc leur donnent à lire les nombres « en miroir ». C'est souvent le professeur qui intervient pour retourner les bandes.

A la deuxième étape (*figure 6*), les élèves de l'équipe B veulent poser directement la bande 10, ce qui incite le professeur à préciser qu'il s'agit d'obtenir 10 mais à partir d'une des deux bandes. Une fois la bande dix matériellement retirée et la première bande posée (ici le 7), la difficulté réside à savoir quelle bande poser pour obtenir dix (*figure 6 bis*).

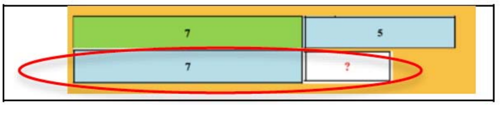


Figure 6 bis : obtenir *dix*

Certains élèves remettent la seconde bande (ici 5) auquel cas, le calcul n'avance pas. Nous supposons que pour ces élèves la consigne « obtenir dix » n'est pas intégrée car elle est trop formelle et ne fait pas sens. D'autres élèves mettent une bande au hasard et poursuivent le calcul en se référant aux longueurs sans passer par 10. Nous retenons ici encore le côté formel du jeu mais également le fait que ces élèves puissent avoir intégré la règle obtenir dix mais ne pensent pas à mobiliser les décompositions de dix pour déposer la bande 3 et non la bande 4.

9 Dans chacune des deux classes, l'enseignant a fait le choix de présenter le jeu à quatre joueurs et de suivre l'intégralité de la partie pendant que le reste des élèves travaillaient sur d'autres tâches en autonomie.

A la troisième étape du jeu (*figure 6*), Certains élèves une fois obtenu le « 10 », hésitent beaucoup et mettent deux bandes au lieu d'une, ce qui donne par exemple $5 + 8 = 5 + 5 + 2 + 1$. C'est juste, mais cela ne correspond pas à dix plus un nombre. Cette étape s'avère d'ailleurs la plus délicate de la partie. Il semblerait que les élèves ne mobilisent pas suffisamment les faits numériques pour rechercher en l'occurrence (*figure 6 bis bis*) le complément à 3 de 5.

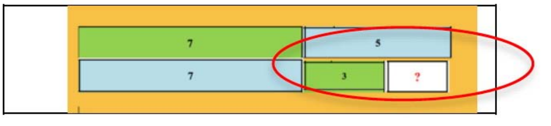


Figure 6 bis bis : obtenir le nombre
qui correspond à « … »

Comme les essais prennent du temps, les élèves de l'équipe A, ceux qui ne calculent pas, ne suivent plus le jeu. Ils ne se sentent concernés qu'au moment d'écrire le résultat du calcul (quatrième étape). Là encore, la présence de l'enseignant s'avère nécessaire pour préciser qu'on n'écrit pas directement le résultat 12, ni encore $10 + 2$, mais qu'on indique à droite du signe égal par quelles bandes on a remplacé les bandes 7 et 5 pour obtenir justement $10 + 2$. L'écriture arithmétique attendue est donc : $7 + 5 = 7 + 3 + 2$. Le fait d'encadrer juste après, le résultat de $7 + 3$ en référence à la bande 10 est un « outil » heuristique qui resservira par la suite dans toutes les séances de calcul :

$$7 + 5 = \boxed{7 + 3} + 2 = 10 + 2 = 12.$$

Pour conclure sur cette séance observée dans deux classes de CE1, nous insistons sur les difficultés que les élèves ont eues pour s'approprier le jeu durant les premières parties. Les interventions de l'enseignant ont toutes été nécessaires pour rappeler la règle du jeu et pour inciter les élèves à calculer. Par ailleurs, nous tenons à préciser

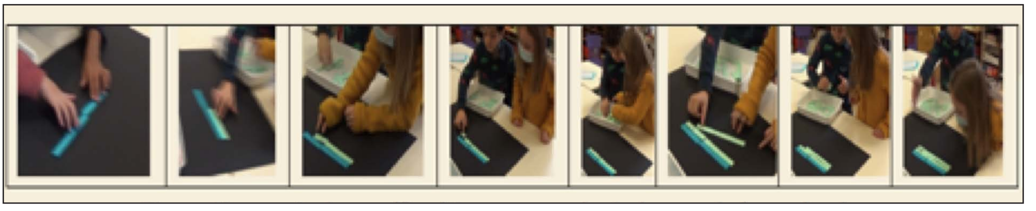


Figure 7 : coopération et efficacité pour trouver le résultat sous la forme *dix plus…*

qu'une fois les règles assimilées, deux minutes suffisent à certains binômes pour effectuer le calcul avec la technique en appui sur dix. Les élèves de l'équipe B coopèrent et même s'ils ne verbalisent pas ce qu'ils font et pourquoi ils le font, ils échangent et coordonnent leurs gestes (*Figure 7*).

- *Première séance de calcul en ligne*

Cette séance (*cf. fiche de préparation présentée en annexe 2*) est une séance de calcul en ligne. Dans cette séance, contrairement à la précédente, les élèves ne manipulent plus de bandes mais opèrent directement sur les nombres. Dans un premier temps, avant même de calculer, ils sont invités à observer une feuille de calculs (feuille de calculs C1 de l'annexe 2 reproduite en figure 8).

9 + 3 = $\boxed{... + ...}$ + ...

5 + 7 = $\boxed{... + ...}$ + ...

6 + 6 = $\boxed{... + ...}$ + ...

8 + 4 = $\boxed{... + ...}$ + ...

3 + 9 = $\boxed{... + ...}$ + ...

Figure 8 : feuille de calculs servant de base aux échanges

Chaque calcul, peut se faire mentalement soit en mobilisant un fait numérique, soit en surcomptant, soit en utilisant les presque doubles. L'enjeu d'apprentissage n'est donc pas de trouver le résultat du calcul mais de remplacer l'expression numérique située à gauche du signe égal par une autre expression numérique équivalente dans laquelle, le nombre dix se repère facilement. Les deux nombres inscrits dans le rectangle par « convention », en lien avec le jeu du dix et « … » ont une somme égale à dix. Par ailleurs, autre convention, un des nombres inscrits dans le rectangle est connu : il correspond à un des termes de la somme qu'on cherche à calculer.

Dans un second temps, autre tâche nouvelle, les élèves sont invités [10] à produire un discours oral pour décrire et justifier les deux étapes incontournables qui interviennent dans la mise en œuvre de la technique. C'est justement sur cette phase de restitution conduite face au groupe classe que nous faisons le choix de nous arrêter en précisant que trois cas de figure sont intéressants à observer et à analyser :

— l'élève écrit au tableau mais n'explique rien sauf si l'enseignant vient le relancer.

— l'élève écrit et explique. Dans ce cas, il semblerait qu'il justifie en quelque sorte sa manière de faire.

10 La consigne (cf.annexe 2) donnée par l'enseignant est : « Dans chaque binôme, chacun votre tour, vous effectuez un calcul et vous expliquez à votre camarade votre manière de procéder. Ce travail fini, vous referez la même chose mais ce coup-ci en vous adressant à toute la classe. »

— l'élève explique avant d'écrire. Dans ce cas, il semblerait qu'il donne le mode d'emploi de la technique avant de la mettre en œuvre.

Ces critères retenus, nous nous basons sur les discours prononcés par les « binômes » face au groupe classe, discours en lien avec les trois premiers calculs de la feuille :

9 + 3 = + ...

5 + 7 = + ...

6 + 6 = + ...

Comme nous avons observé et filmé ce temps d'échanges dans les classes A et B, cela nous amène à analyser, au total, *six discours d'élèves*. Ces « premiers » discours, sont probablement plus proches de ce que les élèves se sont dit quand ils étaient en binôme et qu'ils cherchaient à effectuer le calcul.

Sur les six discours « spontanés » prononcés par les élèves (*figure 9*), quatre discours (4/6) se limitent à l'effectuation du calcul qu'ils sont en train de corriger. En effet, une fois arrivés au tableau les élèves écrivent par exemple 9 + 3 = + 2 ou donnent oralement la réponse neuf plus trois égal neuf plus un plus deux.

Il est intéressant de noter que le professeur adopte alors trois types de postures : il ne relance pas (classe A, premier calcul et second calcul) ; il relance de façon détournée en indiquant « je n'entends rien » (classe A, troisième calcul) ; il relance en demandant à l'élève une justification « Pourquoi 1, pourquoi 2, pourquoi 1 ici et pourquoi 2 là ? (Classe B premier cal-

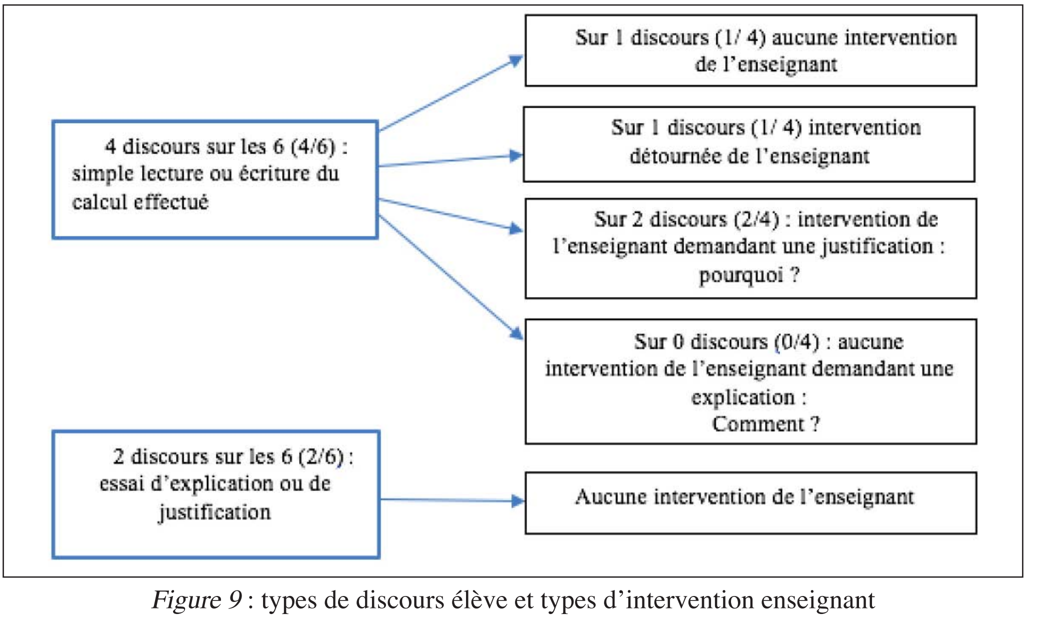


Figure 9 : types de discours élève et types d'intervention enseignant

cul).

Il n’y a donc que deux discours spontanés sur six dans lesquels on retrouve des éléments d’explication et de justification. Nous présentons ces deux discours (*figure 10*) avant de revenir précisément sur les éléments d’explication et de justification qu’ils contiennent.

Une des premières choses frappantes est de constater que pour produire le discours 1, l’élève A alterne uniquement des temps où il écrit avec des temps où il parle, alors que pour produire le discours 2, l’élève B s’aide en faisant des gestes :

$5 + 7 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$	$5 + 6 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$
Discours 1 produit par l’élève A *L’élève qui a le feutre écrit* 5 *puis encore* 5 *sans parler* $5 + 7 = \boxed{5 + 5} + \ldots$ *L’élève parle :* — « J’en ai 7 et j’en ai enlevé 5 ». *Elle écrit alors le* 2 *et complète le calcul* : $5 + 7 = \boxed{5 + 5} + 2 = 10 + 2 = 12.$ *Le camarade n’a rien dit.*	**Discours 2 produit par l’élève B** *L’élève a le feutre à la main mais elle parle avant d’écrire* — « On met le 5 ». L’élève l’écrit : 5 + 6 = 5 + … + …. *L’élève montre et parle sans écrire :* — « Là, j’écris le 5, ça fait dix ». *L’élève écrit* : $5 + 7 = \boxed{5 + 5} + \ldots$ — « Et là je mets le 1 ». *L’élève montre où sans l’écrire*  — « car avec le 5 ici sans le 5 là ».  *L’élève cache le premier* 5 *et montre le second* 5 *dans la partie droite de l’écriture arithmétique* = $\boxed{5 + 5} + \ldots$ » — « Ça va faire 6 comme ici ». *L’élève montre le* 6 *écrit à gauche du signe égal.*

Figure 10 : exemple de discours spontanés pour expliquer et justifier l’effectuation d’un calcul avec la technique en appui sur dix

il montre avec sa main et il cache avec sa main. Pour l'élève 2, le fait que le calcul soit posé en ligne est une aide précieuse afin d'exposer sa démarche

Dans le discours 1, l'élève A n'explique pas pourquoi il commence à écrire 5 + 5 alors que l'élève B montre qu'il a choisi d'effectuer le calcul de 5 + 6 en « partant » de 5 et qu'il sait alors qu'il doit écrire 5 pour obtenir dans le rectangle une somme de deux termes égale à dix.

Pour finir, l'élève A explique qu'il a trouvé le terme manquant dans l'égalité

$$5 + 7 = \ + ...$$

en calculant 7 – 2. L'élève B, quant à lui explique que pour trouver

$$5 + 6 = \ + ...,$$

il a cherché le complément de 5 à 6.

Ces deux discours permettent donc, alors qu'ils sont différents sur la forme, d'indiquer aux camarades qui écoutent et regardent, comment le calcul du « … » peut être conduit en mobilisant une première fois une décomposition de dix, et une seconde fois un fait numérique sous dix. En ce sens, ils montrent que grâce au calcul, il est possible de trouver une expression numérique équivalente à une autre.

En revanche, connaître le mode d'emploi de la technique, et savoir l'appliquer sur deux exemples, en l'occurrence 5 + 7 et 5 + 6 ne garantit pas, à ce stade de la progression que tous les élèves des classes A et B sachent effectuer avec cette même technique tous les calculs de la forme $a + b$. C'est d'ailleurs le constat que nous faisons après avoir analysé l'ensemble des productions des élèves (*fiche de calcul C2, annexe 2*). Pour plus de la moitié des élèves, le travail de la technique mérite d'être repris.

11. — Conclusion

L'étude nous a permis de montrer, qu'un des enjeux de l'apprentissage de la technique en appui sur dix est d'arriver, au cours élémentaire 1(CE1), en suivant le mode d'emploi de cette technique, à remplacer le calcul initial d'une somme par le calcul d'une « autre » somme, qui elle « contient » dix. Le travail préalable à l'introduction de la technique, associé à la manipulation des « doigts » et des « bandes » a mis en évidence les résistances de certains élèves à effectuer des « groupements » ou « des distributions » afin d'obtenir une collection équivalente. En revanche, le matériel utilisé, les bandes, s'est avéré efficace pour valider ou invalider la relation d'équivalence entre deux expressions numériques. Nul besoin d'associer à chacune des expressions numériques situées de part et d'autre du signe égal un résultat pour les comparer.

Par ailleurs, le fait de poursuivre ce travail en opérant directement sur les nombres et en utilisant la commutativité et l'associativité de l'addition inscrit bien, comme annoncé, l'étude dans le domaine *early algebra* (EA).

Cependant, en CE1, dans le domaine de l'arithmétique élémentaire, la maîtrise de la technique en appui sur dix n'est pas un objectif en soi. Beaucoup de calculs additifs sous vingt, se résolvent très simplement grâce au sur-comptage, à l'utilisation des doubles et des presque doubles. L'utilisation de la technique en appui sur dix, est avant tout un prétexte pour travailler la décomposition et recomposition des nombres sous vingt et mobiliser les faits numériques sous dix.

En ce sens, le côté innovant de la recherche : intégrer l'étude de la technique en appui sur dix dans un dispositif d'enseignement du calcul sous vingt, revêt un caractère un peu formel.

D'autres limites de cette étude méritent d'être signalées.

Les données utilisées dans cet article, empruntées aux séquences 1 et 3 ne sont pas suffisantes pour montrer comment, à terme, à la fin de la séquence 4, la technique en appui sur dix est maîtrisée pour plus de la moitié des élèves des classes A et B. De plus, les calculs en ligne du type

$$5 + 3 + 6 = \ + \ldots$$

ou encore du type

$$6 + 9 + 4 + 2 = \ + \ + \ldots$$

ont permis aux élèves de prendre beaucoup plus d'initiatives dans le calcul de la somme de deux termes. En effet, dès que la somme à calculer a plus de deux termes, le choix du premier nombre est « crucial » pour qui veut calculer vite et bien et nécessite de lire l'expression numérique située à gauche du signe égal dans son intégralité. Par ailleurs, les enseignants des classes A et B ont constaté que les élèves se servent spontanément et assez fréquemment dans l'ensemble, de la technique en appui sur dix pour effectuer un calcul additif posé en colonne. Dans les deux classes, les élèves utilisent beaucoup moins leurs doigts pour compter.

Une seconde limite du recueil de données est due au fait que les effectifs des deux classes réunies s'élèvent à vingt-quatre élèves. Il est donc difficile de prévoir, dans ces conditions, les résultats d'une étude similaire menée à grande échelle.

Un dernier point très important mérite d'être soulevé. Les enseignants des classes A et B ont contribué à la conception du dispositif d'enseignement. Ils savent donc que ces séances demandent en amont de bien connaître les repères de progressivité de la maternelle au CE1, d'avoir conscience des difficultés que les élèves éprouvent « en général » à maîtriser les faits numériques pour les combiner et de connaître les éléments de technologie se référant à la technique en appui sur dix. Les séances, nécessitent également, tout en cadrant le déroulement, de laisser les élèves chercher, de les observer, de s'appuyer sur leurs erreurs, de les aider éventuellement à formuler leurs pensées. Elles demandent d'avoir du recul car ne l'oublions pas, la maîtrise de la technique en appui sur dix n'est pas un objectif en soi.

Notre objectif est maintenant de poursuivre ce travail collaboratif dans le groupe IRES, d'intégrer d'autres enseignants et enseignantes, d'autres formateurs et formatrices pour affiner nos analyses et améliorer le dispositif d'enseignement conçu pour le CE1 afin de le diffuser plus largement.

Références

Anwandter Cuellar, N., Lessard, G., Boily, M. & Mailhot, D. (2018). L'émergence de la pensée algébrique au préscolaire : les stratégies des élèves concernant la notion d'équivalence mathématique. *McGill Journal of Education / Revue des sciences de l'éducation de McGill*, *53*(1), 146–168.

Baroody, A. (2006). Why Children have difficulties mastering the basic number combinations and how to help them. *Teaching Children Mathematics,* August 2006,22-31.

Bideaud J.Meljac C. et Fischer J.-P. (éds.) *Les Chemins du nombre*, Lille, Presses universitaires du Septentrion, 1991.

Brissiaud, R. (2015). Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Quatre concepts clés pour la pratique et la formation. Le café pédagogique. disponible en ligne : http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/07102015Article635798003968263974.aspx. Consulté le 7 juillet 2021.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 1. Structures et fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Eds.), *Actes de la* XI[e] *Ecole d'été de didactique des mathématiques*, (pp. 3-33). Grenoble: La Pensée sauvage.

Gersten, R., Jordan, N.-C. and Flojo, J.-R. (2005**).** Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities, 38* (4), 293-304.

Rinaldi, A.-M. (2013). Mesurer avec une règle cassée pour comprendre la technique usuelle de la soustraction posée. *Grand N*, *91*, 93-119.

Rinaldi, A.-M. (2016). *Place et rôle des technologies dans l'enseignement et l'apprentissage du calcul soustractif en CE2 : proposition d'ingénierie.* Thèse de doctorat. Université Sorbonne Paris Cité. Université Paris Diderot. Disponible en ligne :https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01470473/ (consulté le 21/06/ 2016).

Siegler, R. (1987). The Perils of Averaging Data Over Strategies: an example from children's addition. *Journal of experimental Psychology*, *116* (3), 250-264.

Squalli, H., Oliveira, I., Bronner, A. et Larguier, M. (2020). *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires.* Québec : Livres en ligne du CRIRES. En ligne : https ://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/le-developpement-de-la-pensee- algebrique-lecole-primaire-et-au-debut-du-secondaire-recherches.

Squalli, H. (2002). Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire : un exemple de raisonnements à l'aide de concepts mathématiques. *Instantanés mathématiques,* automne 2002, 1-10.

Programme du cycle 1 en vigueur à la rentrée 2020. Bulletin officiel n°31 du 30-07-2020

Annexes du programme d'enseignement de l'école maternelle Bulletin officiel n°25 du 24-06-2021

Le guide pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au cours préparatoire (2020). https://eduscol.education.fr/1486/apprentissages-au-cp-et-au-ce1

Consulté le 20 juin 2021

ANNEXE 1

Programmation des séquences d'enseignement

Sq. 1 : 5 séances Semaines 2 et 3 de **septembre**	Maîtrise des faits numériques **($F_{\leq 10}$)** et passage aux **écritures arithmétiques** : a + b =? et a+? = b	Utilisation de ***bandes*** Utilisation ***de configurations de doigts***
Sq. 2 : 2 séances Semaine 4 de **septembre**	Maîtrise des décompositions et recompositions de 10 **($F_{=10}$)** et passage aux **écritures arithmétiques** : 10 = ? +? et a+? = 10	Utilisation de ***bandes*** Utilisation ***de configurations de doigts*** Utilisation de ***cartes à jouer***
Sq.3 : 3 séances Semaine 1 d'**octobre**	Mise en œuvre de la **technique de calcul en appui sur dix($R_{\leq 20}$)** et passage à l'écriture arithmétique : $\boldsymbol{a + b = 10 + \cdots}$	Utilisation ***de configurations de doigts*** Utilisation **de *bandes*** Utilisation ***de nombres***
Sq.4 : 3 séances Semaine 2 d'**octobre**	**Calcul en ligne** avec **appui sur dix** de plusieurs termes inférieurs à dix	Utilisation ***de nombres***
Tout au long de l'année de CE1	**Adaptabilité aux calculs** : utilisation de la technique de l'appui sur dix lorsqu'elle paraît la plus adaptée au calcul proposé **Calculs en ligne et en colonne** : utilisation possible de la technique en appui sur dix pour réaliser des calculs en ligne ou posés	

ANNEXE 2

Fiche de préparation correspondant à la séance 3 *de la séquence* 3

Matériel par élève

- Une feuille de calculs (C1) (figure 1).
- Une feuille de calculs (C2) qui est la même feuille que celle distribuée pour le travail en binôme (figure 2).

Prénoms : …….

$9 + 3 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$5 + 7 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$6 + 6 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$8 + 4 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$3 + 9 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

Figure 1 : Première feuille de calcul en ligne de sommes sous vingt

Prénom : ……..

$9 + 3 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$5 + 7 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$5 + 6 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$7 + 4 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$8 + 3 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$2 + 9 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$4 + 8 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$5 + 6 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$5 + 5 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$8 + 8 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$7 + 3 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$9 + 3 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

$9 + 5 = \boxed{\dots + \dots} + \dots$

Figure 2: seconde feuille de calcul en ligne de sommes sous vingt

Matériel par binôme

- Une feuille de calculs (C2) (figure 2).

Matériel pour la classe (phase de synthèse)

Un vidéo projecteur pour projeter un à un les calculs des feuilles C1 et C2 ou tableau blanc interactif ou affiches au tableau

Présentation de l'activité 

Préciser que dans cette séance, on n'utilise ni les doigts, ni les bandes, ni les cartes à jouer mais que l'enjeu d'apprentissage est toujours de calculer la somme de deux nombres en se ramenant à un calcul de la forme ***dix plus …***

Première fiche de calculs C1  **et** 

1° Distribuer la fiche C1

Consigne : « observer les calculs à effectuer »

2° **Consigne** : « Chercher tous ensemble les deux premiers calculs »

3° Demander aux élèves de chercher seul les trois derniers calculs.

Seconde fiche de calculs C2  **et** 

Consigne : « Dans chaque binôme, chacun votre tour, vous effectuez un calcul et vous expliquez à votre camarade votre manière de procéder. Ce travail fini, vous referez la même chose mais ce coup-ci en vous adressant à toute la classe. »

Reprise de la fiche de calculs C2 

Consigne : nous venons de corriger tous les calculs que vous aviez cherchés à deux et d'écouter les explications que chaque binôme a données. A vous de refaire tous les calculs tout seul. Nous vous distribuons la même feuille. Une fois que vous avez fini, vous noterez le temps que vous avez mis.