LA FLEUR : DE LA FORMATION A L'ENSEIGNEMENT

Hombeline LANGUEREAU
Laure VOIRIN
Irem de France-Comté
UFR ST, Université de Franche-Comté

Dans cet article [1], nous présentons l'enseignement de mathématiques destiné aux étudiants et aux étudiantes souhaitant devenir professeurs des écoles. Cet enseignement est proposé en troisième année dans les maquettes des licences de biologie, de chimie et de mathématiques à l'UFR *Sciences et Techniques* de l'Université de Franche-Comté depuis une quinzaine d'années. En 2020-2021, une étudiante de ce parcours, parallèlement en contrat de pré-professionnalisation [2] en collège, a pu transférer des activités étudiées dans sa formation dans une classe de cinquième sous le regard de son tuteur. L'activité choisie s'intitule *La fleur*.

Après avoir présenté brièvement le cadre de cet enseignement, nous décrivons comment nous utilisons, avec les étudiants et les étudiantes en formation, une activité de géométrie ayant fait l'objet de recherche en didactique, maintenant déclinée dans des manuels d'école primaire.

La première partie de l'article est rédigée par l'enseignante en licence (Hombeline Languereau) et la seconde par l'étudiante en pré-professionnalisation (Laure Voirin).

1. — Présentation générale des licences, parcours pluridisciplinaire

Les étudiant.e.s des licences de biologie, de chimie et de mathématiques se destinant au professorat des écoles ont l'opportu-

1. Les autrices remercient les collègues qui ont relu ce texte pour leurs commentaires avisés.
2. Voir annexe 3.

nité de choisir en troisième année un parcours adapté.

La formation théorique est constituée des unités « Physique du quotidien », « Chimie du quotidien », « Biologie pour l'école élémentaire », « Fondements des mathématiques pour l'école élémentaire », « Géométrie pluridisciplinaire », spécifiques au parcours pluridisciplinaire de la licence de mathématique et peuvent être mutualisées en licence de chimie ou de biologie. Elle est complétée par des unités communes aux différents parcours de licence de mathématiques, par exemple « Expression écrite », « Mathématiques et musique », « Histoire des mathématiques », « Analyse numérique ».

La formation pratique consiste en un stage obligatoire en école primaire – cycle 3 dans le cadre du dispositif « Partenaires Scientifiques pour la Classe ». Il se compose d'une semaine d'observation en janvier et d'une séquence de 6 à 9 séances d'enseignement des sciences que les étudiant.e.s mènent le jeudi après-midi, de l'introduction à l'évaluation d'une notion, par exemple : « Les états de la matière » ou « L'électricité ». Ce stage donne lieu à soutenance devant un jury composé d'une personne représentant l'enseignement à l'université, d'une autre représentant l'enseignement à l'école élémentaire et de l'enseignant.e ayant encadré l'étudiant.e.

Tous les ans, 12 à 20 étudiant.e.s issu.e.s des différentes licences choisissent ce parcours pluridisciplinaire. À l'issue de cette formation en licence, la plupart des étudiant.e.s confirment leur choix d'enseigner à l'école primaire. Toutefois, certain.e.s se rendent compte que le métier de professeur des écoles ne leur convient pas et se réorientent.

La formation dispensée dans cette licence pluridisciplinaire semble bien adaptée à l'entrée en master MEEF premier degré. En effet, j'ai souvent des retours positifs des étudiant.e.s et, bien que le concours de professeur des écoles soit relativement sélectif en Franche-Comté (en 2020, 1109 inscrits au concours, 471 présents à la première épreuve écrite, 158 postes), les candidat.e.s issu.e.s de cette licence réussissent en majorité (en 2020 la majore et la seconde au concours étaient issues de la licence de mathématiques pluridisciplinaire et en 2021 la majore était issue de la licence de biologie pluridisciplinaire).

1. 1 *L'unité Géométrie pluridisciplinaire*

L'enseignement des mathématiques en troisième année de licence est constitué d'un cours intitulé « Géométrie pluridisciplinaire » au semestre 5, destiné aux étudiant.e.s des licences de chimie et de mathématiques et d'un cours intitulé « Fondements des mathématiques pour l'école élémentaire » au semestre 6, destiné aux étudiant.e.s des licences de biologie, de chimie et de mathématiques. Ces unités sont obligatoires.

Le volume horaire de l'enseignement de géométrie est de 18 heures de cours et de 40 heures de travaux dirigés, mais si l'effectif est de moins de dix étudiant.e.s, il est restreint aux 40 heures de TD (négociation avec l'UFR pour que cet enseignement soit mis en place).

Pour éviter que les étudiant.e.s de mathématiques ou de chimie ne refassent l'enseignement au semestre 6 ou que les étudiant.e.s de biologie n'aient pas d'enseignement de géométrie élémentaire au semestre 6, c'est l'aspect application des complexes à la géométrie qui est privilégié avec l'étude des similitudes en tant qu'applications affines dans **C**, l'inversion dans **C** avec application à la cartographie (projection stéréographique) et à l'alternative de Steiner. En pratique, les étudiant.e.s ont peu étudié cet aspect de la géométrie ; nous faisons vivre les changements de cadre, par exemple la médiatrice du segment [AB] comme ensemble des complexes z vérifiant $|z - a| = |z - b|$.

Ce choix est motivé par le fait que la géométrie plane sera reprise en semestre 6 en privilégiant l'axiomatique des aires (géométrie des puzzles de l'école primaire).

En complément, les étudiant.e.s doivent présenter un exposé dans la thématique « Arts et géométrie ». Parmi les artistes que je propose, les plus souvent choisis sont Cornelius Maurits Escher, François Morellet, Aurélie Nemours, Pablo Picasso, Leonard de Vinci. L'exposé doit comporter trois parties : biographie de l'artiste, œuvre, application à une activité de classe.

L'évaluation de l'unité tient compte des notes obtenues aux deux devoirs en classe, de l'appréciation de l'exposé (qualité de la rédaction, de la présentation et des sources) ainsi que d'un devoir maison.

1.2 *L'unité « Fondements des mathématiques pour l'école élémentaire »*

Le volume horaire de l'unité « Fondements des mathématiques pour l'école élémentaire » est de 18 heures de cours et de 39 heures de travaux dirigés. Elle vise à donner les bases théoriques nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et à la formation dispensée dans les INSPE. Le public étant hétérogène tant du point de vue des connaissances que de son rapport aux mathématiques, l'enseignante choisit de privilégier la notion de nombre et la géométrie. Le volume horaire ne permet pas de laisser beaucoup de temps à la notion de fonction qui est reprise en INSPE.

1.2.1 *Contenu de l'unité*

Les domaines mathématiques de l'école primaire, à savoir « Nombres et calculs », « Grandeurs et mesures », « Espace et géométrie » servent de référence à la construction de cours dont voici les chapitres :

— L'ensemble **N** : définition axiomatique de l'ensemble, de l'addition, de la multiplication, propriété de plus grand élément, définition de la division euclidienne.

— L'ensemble **Z** : définition algébrique (quotient de $\mathbf{N}^2$ par la relation d'équivalence $\mathscr{R}$ définie par $(a, b)\ \mathscr{R}\ (c, d)$ lorsque $a + d = b + c$), définition des opérations, division dans **Z**, congruence, application aux critères de divisibilité.

— L'ensemble **Q** : construction algébrique (quotient de $\mathbf{Z}\times\mathbf{Z}^*$ par la relation d'équivalence $\mathscr{R}$ définie par $(a, b)\ \mathscr{R}\ (c, d)$ lorsque $ad = bc$), sous-ensemble des décimaux.

— L'ensemble **R** : aperçu de la construction topologique, énoncé du théorème de la borne supérieure, réflexion sur la multiplication des réels.

— Géométrie dans l'espace : solides, propriétés d'incidence, orthogonalité.

— Géométrie plane : aspects historiques (axiomatique de la géométrie par Euclide, programme d'Erlangen de Félix Klein, axiomatique de la géométrie par Hilbert).

— Mesure et aire des surfaces planes : axiomatique d'une mesure, démonstration du théorème de Thalès par les aires.

1.2.2 *Gestion des séances*

Comme j'assure les cours et les travaux dirigés et que le public le permet, je ne prends pas en compte la distinction CM ou TD dans la gestion de l'enseignement.

Les deux premières séances sont autonomes. En effet, il peut y avoir des étudiant.e.s qui changent de parcours de licence après une semaine d'enseignement et il faut rompre avec la structure d'enseignement à l'université (professeur qui apporte le contenu en cours magistral par exemple). Dans le paragraphe suivant, je détaillerai la première séance, du semestre 6 qui s'est déroulée en janvier 2021.

Les autres séances de cours débutent par une activité mentale, que je mène au début du semestre. Ensuite elle est assurée par un.e étudiant.e. L'objectif est que chaque étudiant.e, à tour de rôle, prépare et conduise au moins une séance de calcul mental de 5 à 10 min, en précisant un niveau (du CP au CM2), ainsi qu'une adaptation des objectifs et des valeurs numériques à un autre niveau.

Les chapitres sur les nombres (environ 2/3 des séances) alternent avec les chapitres sur la géométrie (environ 1/3 des séances). Chacun des aspects théoriques est introduit avec une activité de classe extraite d'un manuel scolaire ou avec une vidéo « grand public ».

Dans mes visites de classes, j'ai souvent observé que l'articulation entre l'activité proposée et le cours n'est pas facilement gérée. Aussi après chaque activité effectuée avec les étudiant.e.s, nous prenons un temps pour répondre à des questions telles que « Que retenir de cette activité ? », « Que noter dans le cahier de cours ? ».

Par exemple, pour faire réfléchir aux algorithmes des opérations (addition, multiplication, soustraction, division euclidienne), nous utilisons des numérations inhabituelles qui suppriment les automatismes comme la numération en base quatre (numération shadock dont la description est disponible en vidéo sur You tube) ou une numération égyptienne dont la présentation est extraite d'un manuel de CM1 ou de CM2.

L'usage de ces numérations permet aux étudiant.e.s d'une part, de prendre conscience des difficultés que des enfants d'école primaire peuvent avoir, d'autre part de préparer le terrain au cours de didactique dispensé dans le cadre du master MEEF.

Pour amener les étudiant.e.s à réfléchir sur la notion de nombre entier, je sélectionne des activités extraites de manuel de CP faisant apparaître l'aspect cardinal ou ordinal d'un nombre, ainsi que des activités sur l'addition comme cardinal de la réunion de deux ensembles disjoints ou comme arrivée en un point après déplacement sur une bande numérique. À travers ces activités, j'introduis et je justifie la construction axiomatique de Peano.

Ensuite, lorsque je demande aux étudiant.e.s de démontrer que $2 + 2 = 4$ et que $2 + 3 = 5$ en utilisant l'axiomatique de Peano, les attitudes sont très variées mais, avec la pratique, la règle du jeu est comprise et acceptée par l'ensemble du public.

J'accorde de l'importance à articuler les constructions théoriques avec l'enseignement qui sera dispensé devant les élèves, mais cela nécessite du temps pour que les étudiant.e.s perçoivent l'intérêt d'acquérir des bases théoriques solides et puissent en tenir compte dans leur futur enseignement. Dans le cadre de cette licence, je peux être amenée à sensibiliser le public à des questions de didactique, mais je considère que les réponses font partie de la formation en INSPE.

Afin de construire $\mathbf{Z}$ algébriquement, nous effectuons des déplacements sur une bande numérique avec deux dés (l'un qui fait avancer et l'autre qui fait reculer). Puis je mets en regard la construction algébrique de $\mathbf{Z}$ avec le nombre inscrit sur la case d'arrivée à l'issue d'un tel déplacement. Le passage du déplacement physique sur la bande numérique à la construction abstraite avec les classes d'équivalence peut demander beaucoup de temps. Après l'avoir définie, nous appliquons la notion de congruence à la vérification de la clé du numéro de sécurité sociale (qui fait intervenir des restes dans la division par quatre-vingt-dix-sept) ou à la cryptographie (codage de Jules César, codage affine, éventuellement code RSA).

La division euclidienne est travaillée tout au long du semestre tant du point de vue algorithme que du point de vue concept. Nous l'appliquons par exemple à la recherche d'engrenages optimaux pour la construction d'horloges astronomiques.

Mais, même les étudiant.e.s qui semblent les plus rebutés par l'abstraction mathématique, adhèrent aux raisonnements théoriques et, pour la plupart, finissent par prendre du plaisir à démontrer qu'une relation est une relation d'équivalence.

La construction de **Q** reprend la démarche algébrique similaire à la construction de **Z**. De ce fait, les étudiant.e.s n'ont pas de difficulté majeure à la comprendre. Nous mettons l'accent sur les fractions décimales que nous écrirons plus tard « avec une virgule ». Cette introduction des fractions décimales avant les écritures décimales reprend la démarche historique faite notamment dans le manuel « Opération maths CM1 ».

Contrairement aux ensembles numériques précédents, le corps **R**, n'est pas construit car j'estime que, pour le niveau visé, ce n'est pas prioritaire. Il s'agit juste, dans ce cours, de faire sentir que **R** complète **Q** en ajoutant les bornes supérieures ou en faisant en sorte que les suites de Cauchy de rationnels aient des limites. En revanche, la question de l'irrationalité est abordée avec la mesure de la diagonale du carré, avec le nombre d'or ou avec le nombre e.

La démonstration de l'irrationalité d'un nombre réel repose sur l'algorithme d'Euclide (fraction continue). En général, l'irrationalité de $\sqrt{2}$ est démontrée dans les années antérieures par « le pair et l'impair », mais peut avoir laissé peu de souvenir aux étudiant.e.s. Cela est l'occasion de revenir sur la question de l'arrêt de l'algorithme d'Euclide dans le cas du quotient de deux entiers, qui n'est pas évidente pour le public de cette licence.

Je choisis, comme à l'école primaire, de travailler la géométrie dans l'espace avant la géométrie plane. Ce cours est volontairement développé devant les étudiant.e.s avec une démarche analogue à ce qui peut être fait à l'école primaire en cycle 3 avec des objets physiques. Je privilégie un enseignement proche de la réalité sensible (géométrie I ou géométrie II au sens de Catherine Houdement). L'enseignement axiomatisé de la géométrie (géométrie III) a été privilégié dans le cadre du cours de « Géométrie pluridisciplinaire » au semestre 5.

Quant à l'aspect « Grandeurs et mesures » de l'école élémentaire, il est traité à travers diverses activités (diagonale du carré, sujets de CRPE, activités mentales, ...), mais ne fait pas l'objet d'un chapitre spécifique.

1.2.3 *Évaluation*

Les étudiant.e.s rendent deux devoirs en temps libre (sujet de CRPE extrait des annales), animent une séance d'activité mentale et effectuent deux devoirs en temps limité. À titre d'exemple, le sujet que les étudiant.e.s ont eu à traiter en mars 2021 est reproduit en annexe 2.

1.3 *La première activité du semestre*

Comme je l'ai déjà souligné, la première séance est indépendante de la progression du cours, elle vise à donner confiance aux étudiant.e.s, à briser l'éventuelle vision négative des mathématiques et à promouvoir la place des activités dans une introduction. Pour cela, je choisis une situation dans laquelle tous et toutes peuvent s'engager, qui ne nécessite pas de prérequis et qui est suffisamment riche pour motiver les cours qui vont suivre. Pour être dans une dynamique encourageante, je propose aux étudiant.e.s de prendre le rôle d'élèves de CM2 et moi de l'enseignante de la classe.

Parmi les situations classiques telles que « La boîte du pâtissier », « Le napperon », j'en choisis une qui peut être mise en œuvre dans une classe et qui est décrite dans différentes publications (manuel scolaire, livre du maître, revue *Grand N*, ...). En effet, je trouve important que

Figure 1 – Fleur affichée au tableau

les étudiant.e.s voient l'intérêt de leur formation et qu'elles et ils prennent l'habitude de consulter des sources autres que le manuel scolaire de la classe.

Cette année, comme souvent, j'ai opté pour « La fleur ». Pour mener cette activité, j'affiche au tableau le dessin ci-contre (les pétales sont coloriés avec des crayons de couleur - Figure 1), et je demande de le reproduire à la taille de son choix.

Je démarre l'activité collectivement, les étudiant.e.s font leurs essais individuellement et peuvent voir de près ce qui figure au tableau.

Comme attendu, tous et toutes s'engagent dans l'activité, trouvent que c'est facile, réalisent une rosace à six branches, puis éventuellement à douze. Après réflexion individuelle ou en groupe, mise en commun et relance de l'activité, tous et toutes font une rosace à huit pétales.

Les étudiant.e.s peuvent être perturbé.e.s par le fait que cette situation d'apparence facile et du niveau CM2, leur pose problème, mais ils et elles réagissent très vite. J'en profite pour les féliciter de bien jouer le rôle d'élèves. Ce sur quoi, je peux avoir comme réaction « Je n'ai même pas fait exprès ! ».

Lorsque les premières rosaces sont réalisées, je demande aux étudiant.e.s d'expliciter leur démarche, éventuellement, je leur demande de comparer avec celle d'un.e camarade.

Les démarches que les étudiant.e.s mettent en œuvre sont celles qui sont décrites dans le manuel du maître d'*Euromaths* (voir en annexe 1). Certain.e.s voient le cercle formé par les extrémités des grands pétales et « ne débordent pas de ce cercle lors de leurs premières recherches », d'autres voient « deux carrés emboîtés ». Contrairement à ce qui peut se passer dans une classe, tous et toutes abandonnent très vite les 6 pétales et cherchent à en obtenir 8. Les étudiant.e.s n'ont pas besoin que je leur propose des aides avec tracés supplémentaires pour rebondir et obtenir le dessin attendu.

Enfin, lorsque tout le monde a réalisé la rosace à 8 pétales, je propose une synthèse collective visant à préciser les objectifs, le niveau, les prérequis... puis je distribue la description de l'activité extraite d'*Euromaths CM2*, ainsi que l'analyse et la mise en œuvre pédagogique décrite dans le livre du maître, tout en précisant que cette activité peut présenter un intérêt en collège. Je propose de la mener de la même façon en sixième ou avec un logiciel en cinquième. En général, je n'ai pas trop de retours ou de questions de la part des étudiant.e.s.

Dans le cadre de la licence troisième année, cette activité permet de faire ressentir aux étudiants et aux étudiantes le besoin de réfléchir en amont sur l'objectif et la mise en œuvre d'une activité et sur la nécessité de maîtriser des contenus. La plupart du temps, les étudiant.e.s, y compris en licence de mathématiques, me demandent les définitions des droites remarquables du triangle, et, plus généralement, ressentent le besoin d'un cours de géométrie, puis colorient leur fleur.

En janvier 2021, j'ai animé la traditionnelle (pour moi, pas pour les étudiant.e.s !) séance sur la fleur. Le déroulé fut habituel. Voici, page suivante, la construction d'une étudiante de L3 (Figure 2). Notons que c'est l'aspect « carrés emboîtés » qui semble privilégié.

À l'issue de la séance, nous réfléchissons à ce que pourrait être la trace écrite dans un cahier d'élève CM2. Celle qui est écrite dans le cahier de cours d'un.e étudiant.e de L3 est à sa charge.

Voici deux exemples de trace écrite en L3.

L'une est très succincte (figure 3), limitée à un croquis peu soigné, à quelques mots-clés en lien avec le contenu sur lequel j'ai insisté. L'autre (figure 4, pages suivantes) témoigne d'un temps d'appropriation de la situation et d'une mise en relief de différentes constructions avec des reproductions de la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie, ainsi qu'à la règle et au compas.

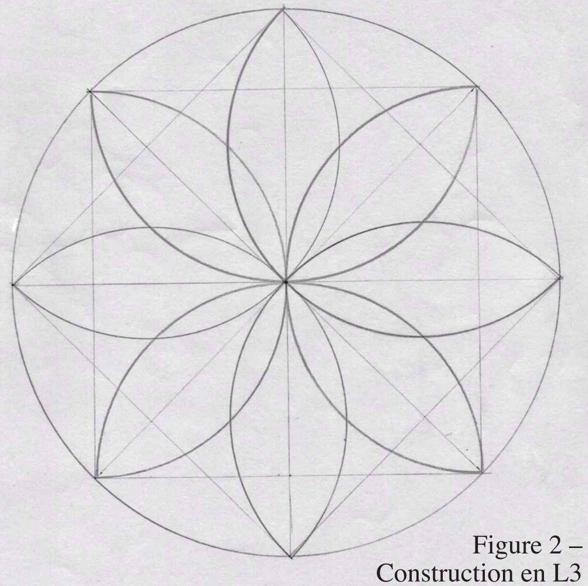


Figure 2 – Construction en L3

Dans les deux cas, la synthèse met l'accent sur les objets géométriques remarquables qui permettent la construction de cette fleur. J'en déduis que le changement de regard des étudiant.e.s sur cette fleur (passage de la reconnaissance de la forme à celle du contour ou des sommets) se fait naturellement.

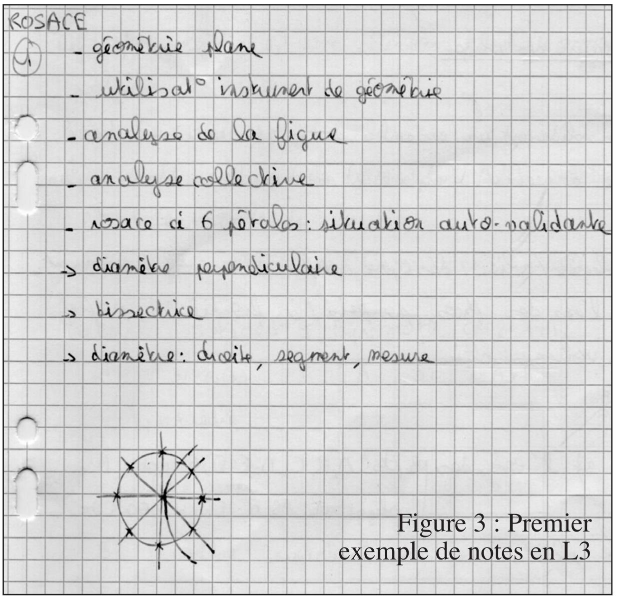


Figure 3 : Premier exemple de notes en L3

Laure, en contrat de pré-professionnalisation, doit animer des séances de classes préparées avec son tuteur. Je lui ai proposé, sous réserve d'accord de ce dernier, de mettre en œuvre la fleur avec ses élèves de cinquième. Son tuteur a immédiatement accepté et a laissé Laure complètement libre pour expérimenter cette activité. J'ai alors échangé avec elle sur une mise en œuvre possible dans sa classe et lui ai fourni une bibliographie. Laure, après avoir lu l'article de *Grand N*, la brochure de l'Irem de Rouen (voir bibliographie) et revu la mise en œuvre

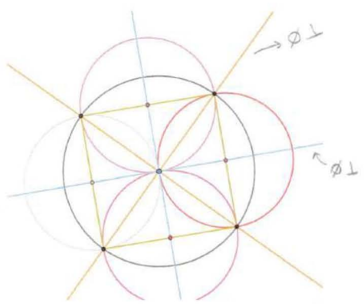
Figure 4 : Deuxième exemple de notes en L3

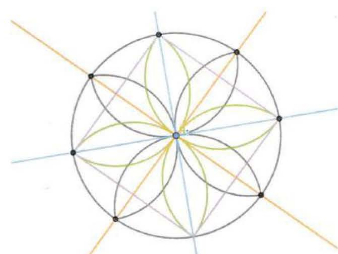
La rose des vents

Le but est de faire observer une figure aux élèves et ils doivent la reproduire. (Voir livre du maître)

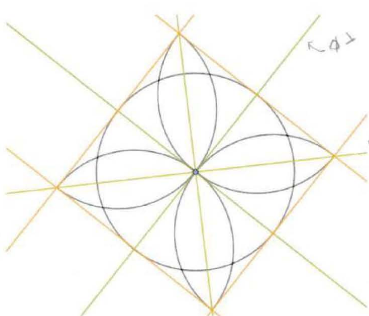
Les différences constructions :

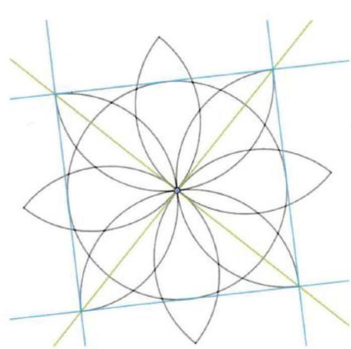
- Avec un carré inscrit dans un cercle :





- Avec un cercle inscrit dans un carré :





d'*Euromath* a mené l'activité en présence de son tuteur début février (soit une quinzaine de jours après la découverte en formation).

Le compte rendu qu'elle a fait de cette séance lors du cours de « Fondements des mathématiques » est développé dans le paragraphe suivant. Laissons Laure rendre compte de la gestion de sa classe.

2. — La mise en œuvre dans une classe de cinquième

Dans le cadre de mon contrat de pré-professionnalisation, je suis présente en établissement deux demi-journées par semaine où, en deuxième année, j'ai observé les classes de mon tuteur et dans lesquelles j'ai apporté une aide ponctuelle aux élèves. Je suis affectée au collège Georges Pompidou de Pouilley les Vignes, à 10 km de Besançon. Ce collège péri-urbain accueille environ 550 élèves de milieu plutôt favorisé, issus de 22 communes environnantes.

Cette année, je dois animer une ou plusieurs séances de classes préparées avec l'aide de mon tuteur. Mais, après concertation avec Madame Languereau, j'ai décidé de mettre en œuvre une activité étudiée en cours de mathématiques.

2.1 *Objectifs de l'activité*

Les élèves sont habitués par leur professeur à effectuer des narrations de recherche et pratiquent des activités de restauration de figure. Le manuel de mathématiques est rarement utilisé en classe ; il sert uniquement de livre d'exercices à l'enseignant.

Bien que *la fleur* soit proposée initialement en cycle 3, j'ai trouvé intéressant de la mettre en place avec la classe de cinquième que j'observe régulièrement.

Cette activité permet de faire travailler les compétences « Chercher », « Communiquer », « Représenter », « Raisonner ». En effet, la reproduction n'est pas immédiate, elle nécessite de compléter la figure par des traits de construction. Lors des échanges entre eux et avec leur enseignant, les élèves seront amenés à décrire leur procédure et à réinvestir le vocabulaire de la géométrie plane qui a besoin d'être reformulé par les élèves et leur professeur.

Toutes mes recherches sur le sujet étaient à l'intention d'une classe de primaire. J'ai donc dû adapter ma séance pour une classe de cinquième. Toutefois j'ai gardé les objectifs du cycle 3, à savoir :

- chercher les propriétés d'une figure pour comprendre comment la reproduire ;
- faire des tracés supplémentaires pour les mettre en évidence.

2.2 *Préparation de la séance*

Pour préparer cette activité, j'ai utilisé les références vues en cours de licence et mon expérience d'étudiante. Comme tout le monde, j'avais commencé par faire une rosace à 6 branches, mais que je n'avais pas terminée car j'avais immédiatement vu que ce n'était pas ce qui était demandé. Cela m'a permis de prendre conscience de l'intérêt de l'activité, de pointer les obstacles a priori, et ainsi, d'anticiper les difficultés des élèves.

Une fois mes objectifs définis et les compétences visées, je me suis centrée sur la construction de ma séance. Alors que pour le primaire, la séance est largement découpée en différentes parties (avec des temps de recherches personnelles et collectives, avec des mises en commun régulières d'idées de résolution), j'ai voulu laisser plus de liberté à mes élèves. Toutefois, j'avais prévu de faire un bilan global à la

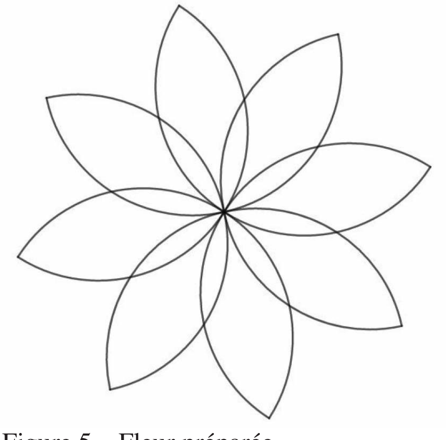


Figure 5 – Fleur préparée pour la classe de 5ème

fin de la séance et une ou deux relances intermédiaires pour guider le raisonnement des élèves qui seraient en difficulté.

Pour représenter correctement la rosace, je l'ai tracée grâce à un logiciel de géométrie (GeoGebra) (figure 5)

J'ai prévu de projeter la figure 5 au tableau et j'ai préparé des aides :

— des fleurs imprimées sur des feuilles au format A5 à distribuer individuellement aux élèves qui auraient besoin de faire des tracés complémentaires afin d'en comprendre la construction ;

— des fleurs avec les tracés de construction proposés dans le livre du maître *Euromaths.*

J'ai imaginé le déroulé suivant :

— projeter la fleur en distribuant une feuille de papier uni ;

— laisser un temps de recherche individuel ;

— éventuellement distribuer une fleur à chaque élève ;

— faire un point global en faisant expliciter aux élèves leur démarche ;

— un nouveau temps de recherche avec échanges entre les élèves ;

— un dernier point portant sur le vocabulaire de la géométrie plane.

J'ai prévu de garder les travaux des élèves pour les analyser.

2.3 *Déroulement de la séance*

Dès le début de la séance, j'ai compris qu'elle ne se passerait pas comme je l'avais imaginée et j'ai dû adapter le déroulé et les objectifs.

En effet, dès que j'ai projeté la figure 5 au tableau, le temps de distribuer les feuilles blanches, les élèves se sont lancés confiants et enthousiasmés immédiatement dans la reproduction de la figure. Il y a eu des exclamations joyeuses dans la classe « Ah, c'est facile, je sais faire ! », « C'est une rosace ! » ...

Comme je voulais que les élèves gardent la trace de toutes leurs recherches, tout au long de la séance, j'ai insisté pour qu'ils n'effacent rien. En circulant dans la classe, j'ai remarqué que deux types de construction apparaissaient : une rosace à 6 pétales et une rosace à 12 pétales. Je m'attendais à trouver ces constructions erronées.

Dans la plupart de leurs premières réalisations, les élèves ont tracé deux rosaces à 6 branches en veillant à avoir les 12 pétales régulièrement espacés. J'ai pu observer une rosace à 6 branches et des tentatives de rosaces à 4 branches. J'ai également observé un élève qui avait construit la rosace à 6 branches, qualifiée de « rosasse normale » (sic) et qui, dans ses recherches, semblait limité par le cercle formé par les extrémités des pétales. Les tentatives infructueuses sont barrées par l'élève lui-même (il commençait par tracer une rosace à 6 branches et s'arrêtait dès qu'il en avait construit 3 ou 4). Ces deux recherches témoignent des premières tentatives de l'élève qui semble procéder par tâtonnement.

Aucun élève n'avait vu la particularité de la fleur projetée au tableau ou n'avait tenu compte du nombre de pétales ; tous s'étaient lancés dans la reproduction sans chercher à analyser la figure 5 avant de faire la première tentative.

Certains élèves, qui voyaient immédiatement pourquoi leur figure ne convenait pas (nombre de pétales différents), se sont mis immédiatement à chercher une solution. Pour les autres, il a fallu que j'intervienne. Concrètement, ils m'appelaient pour me montrer qu'ils avaient fini et je leur demandais s'ils ne trouvaient pas une différence entre le modèle et leur construction personnelle. Après comparaison, ils me disaient qu'il n'y avait pas le même nombre de pétales. Suite à ce constat, je les ai laissés réfléchir sans les guider afin qu'ils construisent leur propre raisonnement. J'ai vraiment expliqué une dizaine de fois qu'il fallait compter le nombre de pétales de la fleur projetée et ne pas se lancer immédiatement dans la construction de la rosace bien connue. Je suis ainsi intervenue auprès de tous les élèves (individuellement ou par groupes de deux).

Après dix minutes de recherche, certains élèves ont commencé à faire des tracés supplémentaires pour comprendre la construction de la figure. Certains ont reproduit la figure à main levée. Et j'ai alors adapté mes objectifs. En effet, après ce temps de recherche individuelle, aucun élève n'a obtenu de rosace à 8 pétales. J'ai alors distribué à chacun une feuille au format A5 sur laquelle était imprimée la rosace telle qu'elle était au tableau, afin que les élèves puissent l'utiliser pour analyser la figure en faisant des traits de construction dessus par exemple. Il a fallu que j'insiste pour que les élèves utilisent leur rosace individuelle et la considèrent comme une aide.

Cela s'est traduit par des questions individuelles telles que « Combien y a-t-il de pétales sur la fleur que j'ai mise au tableau ? », « Combien y-en a-t-il sur ta représentation ? ». La plupart du temps, l'élève voyait alors le nombre de pétales, mais n'avait pas d'idée de raisonnement qui lui permette de construire la fleur.

J'ai jugé inutile de faire une synthèse collective au tableau à ce moment de la séance : les élèves qui avaient trouvé un procédé de construction auraient été interrompus dans la mise en œuvre de leur recherche et ceux qui n'avaient rien trouvé auraient perdu le bénéfice d'une recherche personnelle.

J'ai donc centré l'objectif de la séance sur la reproduction par chaque élève de la construction, après une phase de recherche individuelle, et sur le fait que chacun soit en mesure d'expliquer sa démarche, qu'elle ait abouti ou non.

En effet l'enseignant titulaire de la classe a vraiment l'habitude de faire expliciter leur raisonnement par ses élèves et pratique la narration de recherche, en particulier dans le cas de restauration de figures.

Ainsi, lorsqu'un élève me montrait sa rosace correctement construite, je lui demandais d'écrire sur la même feuille les étapes de construction et son raisonnement. J'incitais ceux qui avaient du mal à se lancer à refaire une rosace sur une nouvelle feuille, à réfléchir et à noter au fur et à mesure ce qu'ils entreprenaient.

2.4 *Productions des élèves*

Dans la figure ci-dessous (figure 6), un élève a utilisé la fleur A5 que j'ai distribuée. Il a mis en évidence sur la figure déjà construite les carrés qui correspondent à l'une des aides proposées dans le livre du maître de CM2. Il a également tracé le cercle et les droites passant par les extrémités des pétales ainsi que des arcs de cercles pour former les pétales. Il semble qu'il y ait une marque d'écartement constant entre les rayons du cercle formé par les extrémités des pétales. Cet élève a repéré à main levée la régularité des écartements et cela a dû l'aider à comprendre comment construire la figure. On peut y voir un raisonnement par analyse-synthèse.

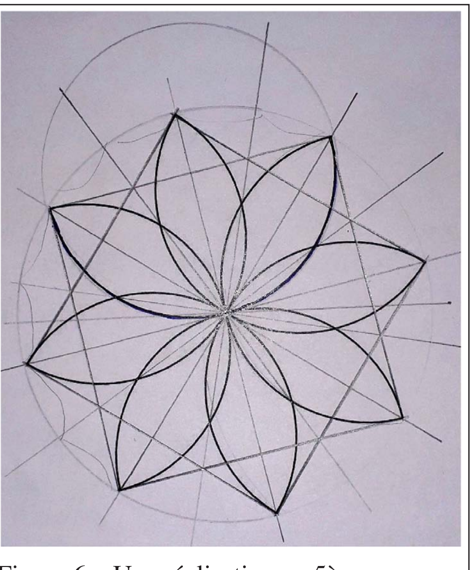


Figure 6 – Une réalisation en 5ème

Voici des exemples de narration d'élèves (figures 7 et 8) qui n'ont pas obtenu la rosace demandée à la fin de la séance. On peut noter le niveau de langage, ainsi que l'investissement de ces élèves qui ne se sont pas découragés. Souvent ils ont des difficultés à écrire leur raisonnement. Ainsi mon tuteur et moi-même prenions le temps de faire expliciter oralement son raisonnement à chaque élève qui en avait besoin. Éventuellement, nous le lui faisions compléter ou préciser, puis nous lui demandions de l'écrire.

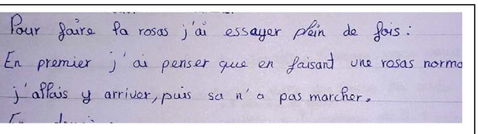


Figure 7 – Une narration en 5ème

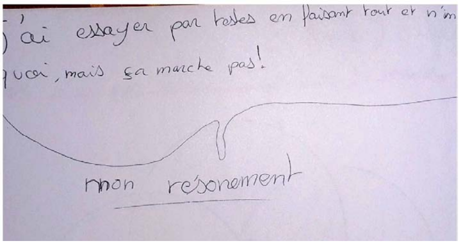


Figure 8 – Une narration en 5ème

Les nombreux raisonnements et narrations que j'ai recueillis furent très intéressants car je ne les avais pas tous anticipés. Par exemple un élève a utilisé le vocabulaire employé en géographie : « placer des points aux points cardinaux sur le cercle ». Bien que ce vocabulaire sorte du registre des mathématiques, il fut très compréhensible pour expliquer que l'on repère les quatre points d'intersection avec le cercle de deux diamètres perpendiculaires.

Page ci-contre, une procédure par essais-erreurs dans laquelle l'élève est conscient de ne pas réfléchir beaucoup (figure 9) ! Il semble rester sur le début de la construction de la rosace à six branches, mais s'arrête après en avoir construit trois. Cela donne l'impression que cet

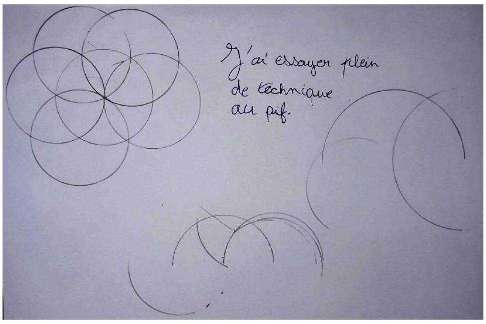


Figure 9 – Une narration en 5ème

élève est conscient de ne pas faire ce qu'il faut, mais qu'il n'envisage pas de solution appropriée et s'est découragé.

La figure 10 présente un raisonnement non abouti. A priori, cet élève a pu envisager que les extrémités des pétales de la fleur ne soient

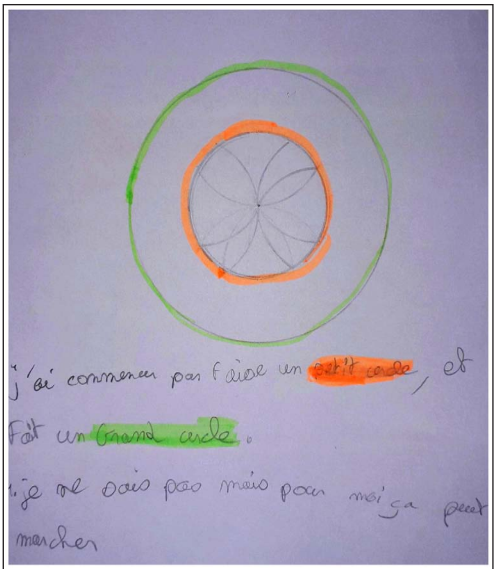


Figure 10 – Une narration en 5ème

sur le cercle orange, mais ne semble pas avoir pu exploiter à bon escient cette idée. Tout se passe comme si cet élève n'osait pas sortir du cercle orange.

Voici la rosace attendue (figure 11). L'élève explicite le fait qu'il a prolongé les arcs de cercles au-delà du cercle formé par les extrémités des pétales, peut-être que pour lui, ce fut l'obstacle qu'il a dû surmonter. En revanche, il ne donne aucune explication sur la construction des cercles qui forment les pétales et la validation de la construction se fait par superposition. Ainsi, même si le résultat semble être satisfaisant, on n'est pas sûr que cet élève ait travaillé dans la direction attendue par l'enseignante.

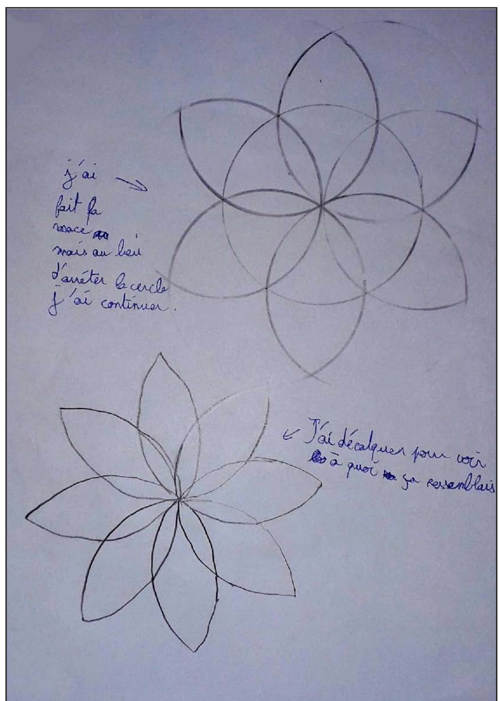


Figure 11 – Une narration en 5ème

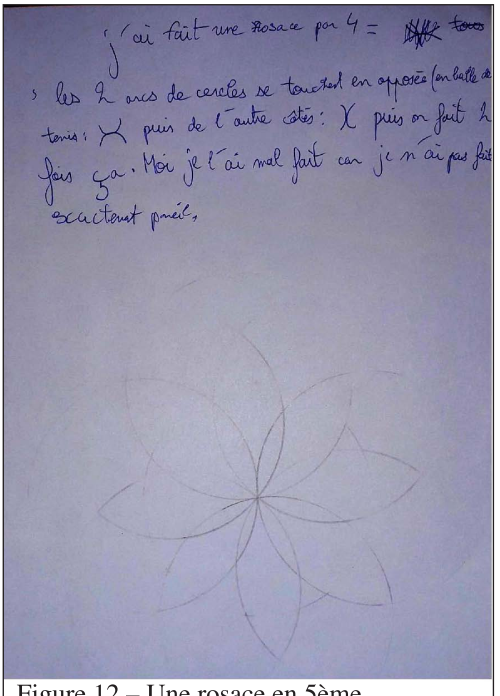


Figure 12 – Une rosace en 5ème

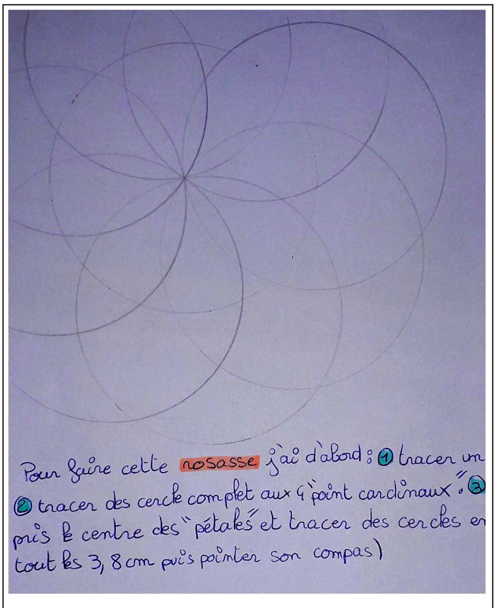


Figure 13 – Une rosace en 5ème

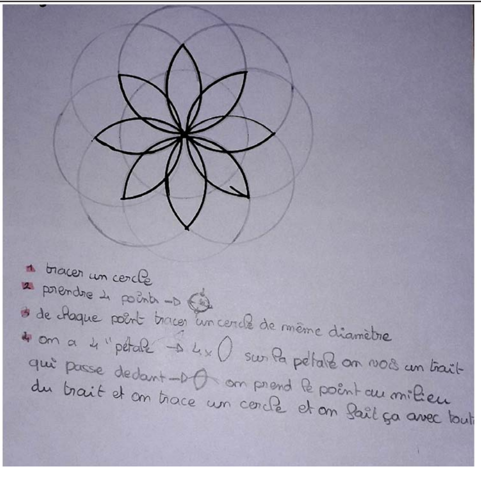


Figure 14 – Une rosace en 5ème

La figure 12 reproduit une rosace à partir de deux rosaces à 4 pétales. On peut remarquer que le vocabulaire employé par cet élève n'est pas celui qui est attendu en cours de mathématiques. Ayant eu cette production à l'issue de la séance, je n'avais pas reformulé dans le langage expert tel que « les cercles sont tangents » ou « diamètres perpendiculaires ».

Dans la narration ci-contre (figure 14), l'élève donne l'algorithme de construction qu'il a utilisé.

La rosace reproduite page suivante (figure 15) utilise des carrés pour la construire. Nous remarquons que cet élève a eu besoin de temps pour analyser la figure, le raisonnement est explicité mais il a besoin d'être reformulé.

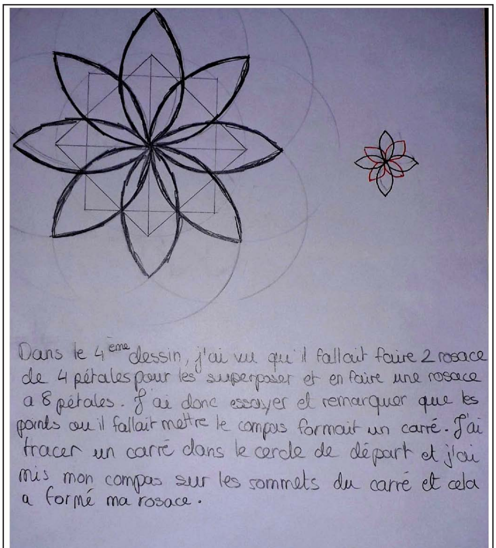


Figure 15 – Une rosace en 5ème

Dans la réalisation de la figure 16, l'élève a observé des arcs de cercles. Le centre du cercle support de ces arcs apparaît comme le centre d'un carré. Nous remarquons également que

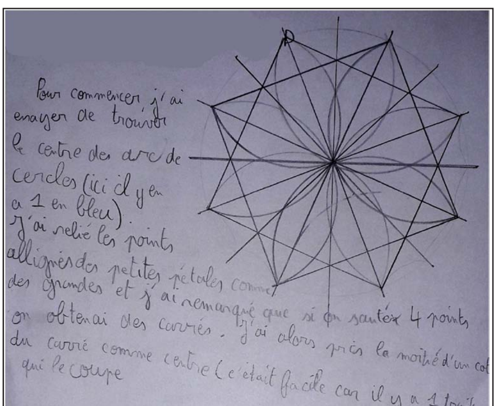


Figure 16 – Une rosace en 5ème

c'est la seule construction dans laquelle un point est nommé. La lettre « D » signifie peut-être « Départ ».

Dans la construction de la figure 17 (page suivante), l'élève a vu que les extrémités des pétales sont situées sur un octogone régulier. Il explicite sa construction en donnant les mesures qu'il utilise.

À la fin de la séance, j'ai renoncé à faire un point global. J'ai pensé que ce ne serait pas utile. En effet, en voyant les démarches des élèves, leurs niveaux de langage et leurs conceptions différentes de la figure, une synthèse me semblait peu profitable dans le temps restant, d'autant plus que mon tuteur et moi-même avions pris le temps d'échanger avec chaque élève ou groupe d'élèves sur son travail en cours de séance. J'ai préféré stopper les recherches environ cinq minutes avant la fin de la séance pour que tous écrivent leur raisonnement, abouti ou non, pour reproduire la figure et que je puisse emporter leurs travaux.

Dans une séance ultérieure, j'aurais pu utiliser ces travaux pour réinvestir le vocabulaire et les démarches attendus en classe de cinquième, mais cette séance ayant été faite juste avant les vacances de février et ayant ensuite à effectuer mon stage en école primaire, je n'ai pas pu faire de retour aux élèves sur leur travail.

2.5 *Bilan de la séance*

Bien que la séance ne se soit pas passée comme je l'avais imaginée, j'ai été satisfaite. Les élèves ont travaillé à leur niveau, tous se sont investis pour reproduire la figure demandée, ont utilisé leurs connaissances mathématiques et réinvesti le vocabulaire de géométrie pour rédiger leur raisonnement.

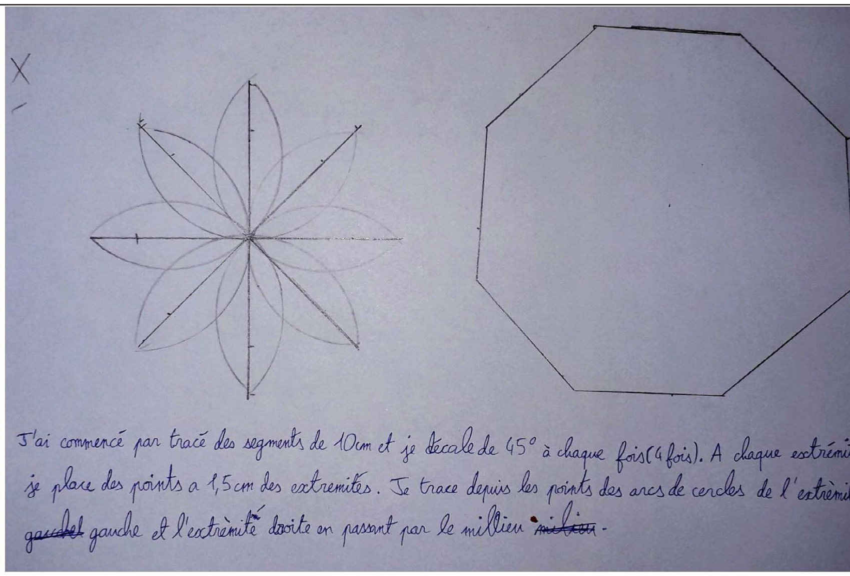


Figure 17 – Une rosace en 5ème

Cela m'a permis également de constater que nommer des points pour faciliter la rédaction n'est pas une démarche spontanée pour des élèves de cinquième. J'ai aussi observé que les niveaux d'abstraction semblent très différents. En effet, certains élèves ont besoin de rédiger en utilisant une mesure (« j'ai tracé des segments de 10 cm »), d'autres non ; certains rédigent en listant les actions (« tracer un cercle ») ; certains ont essayé d'énoncer des propriétés (« les deux arcs de cercles se touchent en opposé ») ... J'ai également observé que l'orthographe et la grammaire française sont très approximatives.

Cette activité étant initialement prévue pour le cycle 3, je m'attendais à ce que les élèves de cinquième la réussissent plus rapidement. En réalité il n'en est rien et cette rosace peut poser un problème à toute personne souhaitant la reproduire. L'ayant faite initialement dans le cadre du cours de fondements des mathématiques pour l'école primaire et dans un rôle d'élève, j'ai été confrontée au même problème à la différence près que mes camarades et moi avons su plus rapidement repérer le nombre de pétales et tracer la fleur demandée.

Cette activité est suffisamment riche pour permettre aux élèves de travailler ce qui est en lien avec les compétences du collège « Chercher », « Raisonner », « Communiquer ».

Ainsi cette activité est tout à fait pertinente en classe de cinquième pour analyser une figure géométrique ; elle nécessite en effet de repérer les points qui permettent de la construire et fait travailler la géométrie dans le plan, en particulier le passage de l'identification perceptive des figures à leur caractérisation par des propriétés (passage du dessin à la figure).

3. — Conclusion

La formation d'un professeur nécessite une articulation entre la pratique et la théorie. Pour un.e étudiant.e faire le lien entre l'aspect théorique développé à l'université et sa transposition dans une classe n'est pas évident. Cela nécessite un accompagnement didactique, qui, bien que non développé dans ce cours, n'est pas totalement exclu.

Bien que le public de l'unité « Fondements des mathématiques » soit scientifique, les mathématiques abordées à l'école primaire ne lui paraissent pas toujours familières. Il faut, par exemple, revenir sur les notions de la géométrie plane ou de l'espace qui ont déjà été enseignées et parfois oubliées. C'est souvent à l'occasion d'une question de vocabulaire que les étudiants et les étudiantes ressentent le besoin de réfléchir à nouveau sur les contenus mathématiques. Dans cette formation le recours aux situations déclenchantes analysées par les chercheurs et chercheuses en didactique est très utilisé.

Se mettre à la place d'un élève d'école primaire, puis prendre du recul par rapport à des activités proposées en formation est bénéfique aux futur.e.s enseignant.e.s mais demande du temps.

Les étudiant.e.s gardent ou retrouvent du plaisir à mettre en œuvre et à rédiger des raisonnements formels ainsi que leur enthousiasme pour les mathématiques qu'ils auront à enseigner. Grâce à la pré-professionnalisation, une étudiante a pu expérimenter une activité proposée en formation et en rendre compte à ses camarades. Cela a eu un effet très bénéfique car les étudiant.e.s ont immédiatement compris l'intérêt de leur formation ainsi que le besoin d'un accompagnement didactique qui leur sera dispensé dans le cadre du master MEEF. Espérons que le recours aux documents autres que le manuel de l'élève (manuel du maître, documents ressources officiels, articles de revues spécialisées...) promu dans cet enseignement deviendra un réflexe dans le cadre de leur futur métier.

Bibliographie

Cyr Stéphane, Venant Fabienne, “Déconstruction dimensionnelle et vocabulaire géométrique chez les futurs enseignants du primaire” in *Grand N* n° 101, p. 23-44, IREM de Grenoble, 2018.

Ducel Yves, Peltier Marie-Lise, IREM de Rouen Groupe école élémentaire, *Géométrie : Une Approche par le dessin géométrique au CM2*, IREM de Rouen, 1986.

Duval Raymond, Godin Marc, “Les changements de regards nécessaires sur les figures” in *Grand N* n° 76, p. 7-27, IREM de Grenoble, 2005.

Houdement Catherine, “A la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège” in *Repères-IREM* n° 67, p. 69-84, Topiques éditions, 2007.

Offre Bernard, Perrin-Glorian Marie-Jeanne, Verbaere Odile, “Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2” in *Petit x* n° 72, p. 6-39, IREM de Grenoble, 2006.

Peltier Marie-Lise, “Le napperon” in *Grand N* n° 68, p. 17-27, IREM de Grenoble, 2001.

Peltier Marie-Lise, Briand Joël, Ngono Bernadette,Vergnes Danielle, *Euromath CM2*, Hatier, 2009.

Peltier Marie-Lise, Houdement Catherine, Butlen Denis, “La boîte du patissier” in *Carnets de route de la COPIRELEM. T. 3.* p. 47-55, ARPEME, 2003.

Perrin-Glorian Marie-Jeanne, Mathe Anne-Cécile, Leclercq Régis, “Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments” in *Repères-IREM* n° 90, p. 5-41, TOPIQUES éditions, 2013.

Perrin Daniel, *Mathématiques d'école - nombres, mesures et géomérie*, Cassini, 2005.

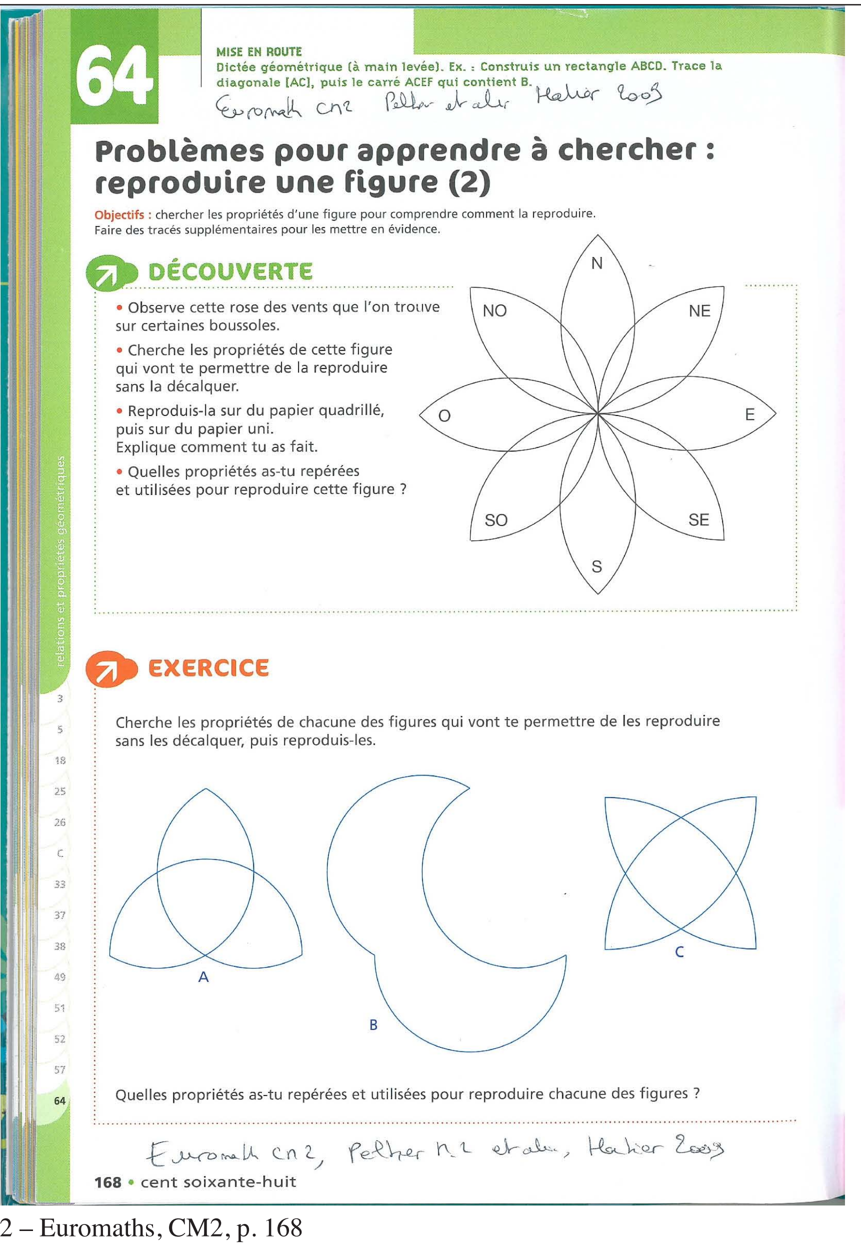
Video les Shadoks « Comment compter comme les Shadoks ? »

https://www.youtube.com/watch?v=lP9PaDs2xgQ

Venant Fabienne, Venant Pauline, “La technologie au service d'une situation-problème : exemple de la rosace à huit branches” in *Grand N* n° 93, p. 59-91, IREM de Grenoble, 2014.

ANNEXE 1

L'activité *La fleur* dans *Euromath, CM2*



64

MISE EN ROUTE

Dictée géométrique (à main levée). Ex. : Construis un rectangle ABCD. Trace la diagonale [AC], puis le carré ACEF qui contient B.

Euromath cm2 Peltier et alii Hatier 2003

Problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (2)

Objectifs : chercher les propriétés d'une figure pour comprendre comment la reproduire. Faire des tracés supplémentaires pour les mettre en évidence.

DÉCOUVERTE

- Observe cette rose des vents que l'on trouve sur certaines boussoles.
- Cherche les propriétés de cette figure qui vont te permettre de la reproduire sans la décalquer.
- Reproduis-la sur du papier quadrillé, puis sur du papier uni. Explique comment tu as fait.
- Quelles propriétés as-tu repérées et utilisées pour reproduire cette figure ?

N
NO
NE
O
E
SO
SE
S

EXERCICE

Cherche les propriétés de chacune des figures qui vont te permettre de les reproduire sans les décalquer, puis reproduis-les.

A
B
C

Quelles propriétés as-tu repérées et utilisées pour reproduire chacune des figures ?

Euromath cm2, Peltier M.L et alii, Hatier 2009

168 • cent soixante-huit

relations et propriétés géométriques

3 5 18 25 26 C 33 37 38 49 51 52 57 64

Figure 2 – Euromaths, CM2, p. 168

ÉTAPE 64

Problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (2)

MANUEL P. 168

Objectifs

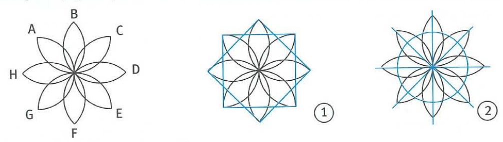
- Chercher les propriétés d'une figure pour comprendre comment la reproduire.
- Faire des tracés supplémentaires pour les mettre en évidence.

Pourquoi cette étape ?

- Les problèmes pour chercher ne sont pas réservés au domaine numérique. Comme dans l'étape 49, il s'agit d'entraîner les élèves à **développer une attitude de recherche dans le domaine de la géométrie** :
  - faire des hypothèses et les tester ;
  - élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ;
  - argumenter pour convaincre de la validité de sa construction.
- Pour faire apparaître certaines propriétés des figures permettant leur reproduction, les élèves doivent faire des tracés supplémentaires qui n'apparaissent pas sur le modèle.
- Nous proposons des reproductions à même échelle sur papier quadrillé pour faciliter la construction, puis sur papier uni pour apprendre à maîtriser les instruments. Ensuite, les élèves doivent **mettre en mots les propriétés** qu'ils ont repérées et utilisées.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICE

MATÉRIEL • Par élève :
- des photocopies de la rose des vents ainsi que les photocopies des dessins suivants (voir fiche photocopiable page 312) ;



- des feuilles de papier quadrillé et de papier uni ;
- le matériel personnel de géométrie.

• Pour la classe :
- un modèle agrandi de la rose des vents pour affichage au tableau ;
- des transparents avec les figures (découverte et exercice) pour la vérification des constructions.

Mise en route

Dictée géométrique (à main levée).

Exemples :
- Construis un rectangle ABCD. Trace la diagonale [AC], puis le carré ACEF qui contient B.
- Trace un cercle de centre I et de rayon 5 cm. Trace un diamètre du cercle. Appelle-le [AC]. Trace le diamètre perpendiculaire à [AC]. Appelle-le [BD]. Trace le carré ABCD.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte. Pendant ce temps, le professeur peut afficher la rose des vents en grand format au tableau. Laisser un temps d'observation et de commentaire. Rappeler qu'il s'agit d'une manière de représenter les 4 points cardinaux Nord, Sud, Est et Ouest, ainsi que les directions NE, SE, SO, NO.

■ **Première phase**

Travail individuel. La majorité des élèves se lance dans la construction d'une rosace à 6 branches, construction qui leur est familière.

Première mise en commun des productions (généralement toutes incorrectes) et analyse des décalages entre les productions et le modèle. Les élèves prennent conscience du nombre de pétales (8), et certains font des propositions de tracés supplémentaires ou de méthodes de construction. Nous suggérons au professeur de lister les propositions mais de ne pas prendre parti à ce moment de la séance.

5 PÉRIODE

ÉTAPE PAR ÉTAPE • ÉTAPE 64 | 203

Figure 3 – *Euromaths, livre du maître CM2*, p. 203-204

Deuxième phase

Distribuer une photocopie du modèle pour que les élèves puissent effectuer des tracés supplémentaires. Laisser un nouveau temps de recherche individuelle, avec la possibilité d'échanger avec le voisin. Pendant ce temps, le professeur observe les tentatives de chacun et donne si nécessaire la photocopie de la figure 1 ou celle de la figure 2 en fonction de la manière dont chacun a commencé les tracés supplémentaires ou la construction. Si plusieurs élèves restent « bloqués », une mise en commun intermédiaire peut être proposée pour recenser les observations effectuées et les tracés que l'on peut exécuter pour mieux comprendre comment est construite la figure. Ici, la dénomination des extrémités des « pétales » par des lettres facilite la communication.

Observations recensées

– La figure est composée de 8 demi-cercles qui passent tous par le centre de la rose des vents.

– Les diamètres de ces demi-cercles forment deux carrés décalés.

– Si on joint toutes les extrémités des pétales on obtient un octogone régulier.

Tracés possibles

– On peut tracer deux carrés en joignant une extrémité sur deux des pétales (figure 1) ; les carrés obtenus ACEG et HBDF ont le même centre, la même dimension et sont décalés de la moitié d'un angle droit, les médianes de l'un sont donc portées par les diagonales de l'autre et réciproquement.

– On peut joindre les extrémités des pétales « opposés » A et E, B et F, etc. (figure 2). On obtient 4 droites qui passent toutes par le centre de la rose des vents et qui font entre elles des angles correspondant à 1/2 angle droit (étape 57). Cette procédure est moins souvent envisagée par les élèves.

Troisième phase

Travail individuel de construction tout d'abord sur papier quadrillé, puis sur papier uni.

Difficultés dans les procédures utilisées

– Pour la procédure de construction s'appuyant sur le tracé des carrés concentriques, le premier carré ne pose généralement pas de problème, la construction du second se fait plus aisément sur quadrillage, et souvent par tâtonnement sur papier uni, ce qui conduit parfois à des erreurs que les élèves devront corriger. Les centres des demi-cercles à tracer sont assez facilement identifiés comme étant les milieux des côtés des carrés construits.

– Pour la construction s'appuyant sur le tracé des droites, les élèves tracent facilement la droite verticale et la droite horizontale. Pour les deux autres, sur quadrillage, les élèves utilisent les diagonales des carreaux du quadrillage ; sur papier uni, le pliage ou l'utilisation du porte-angle ou d'un gabarit d'angle sont de bonnes solutions. Pour cette procédure, l'étape difficile est le tracé du cercle sur lequel se trouvent les centres des demi-cercles. Pour trouver le rayon de ce cercle, il est nécessaire de joindre les extrémités des pétales A et C par exemple, le segment [AC] correspondant au diamètre du cercle cherché.

Mise en commun des productions et mise en mots des procédés de construction à partir des propriétés repérées.

Conclure avec les élèves

Pour comprendre comment une figure géométrique est construite, il est souvent utile de faire des tracés supplémentaires.

Les élèves peuvent coller les reproductions effectuées.

Exercice

Le déroulement peut s'organiser de la façon suivante :

– travail individuel ;

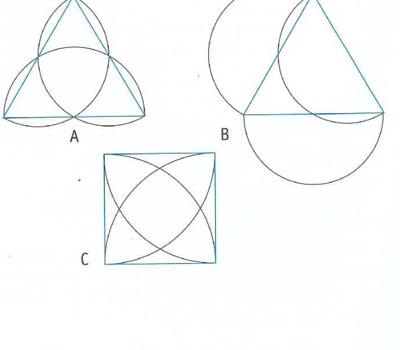
– échange deux à deux à propos des tracés supplémentaires effectués, des propriétés repérées et pour comparer les constructions effectuées ;

– mise au point collective.

Reprise de la découverte.

Les figures A et B sont composées de 3 demi-cercles. Les diamètres de ces demi-cercles forment un triangle équilatéral.

La figure C est formée de 4 quarts de cercles, dont les centres sont les sommets d'un carré.



ANNEXE 2

Sujet de contrôle continu, mars 2021

Exercice 1

1. Quel est le nombre représenté par $\overline{a_5a_4a_3a_2a_1a_0}^{\,b}$?
2. On choisit d'utiliser la base quatre pour représenter les nombres entiers naturels. Compléter les tables de Pythagore (addition et multiplication) ci-dessous :

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1				
2				
3				

×	0	1	2	3
0	0	0	0	
1				
2				
3				

3. Effectuer les opérations :

$\overline{1211}^{\,quatre} + \overline{101}^{\,quatre}$ $\quad\overline{312}^{\,quatre} + \overline{1023}^{\,quatre}$ et $\overline{132}^{\,quatre} \times \overline{12}^{\,quatre}$.

4. Effectuer la division euclidienne de $\overline{1213}^{\,quatre}$ par $\overline{12}^{\,quatre}$.
5. Un nombre est écrit en base « quatre ». Proposer un critère de divisibilité par quatre ; un critère de divisibilité par trois. Justifier.

Exercice 2

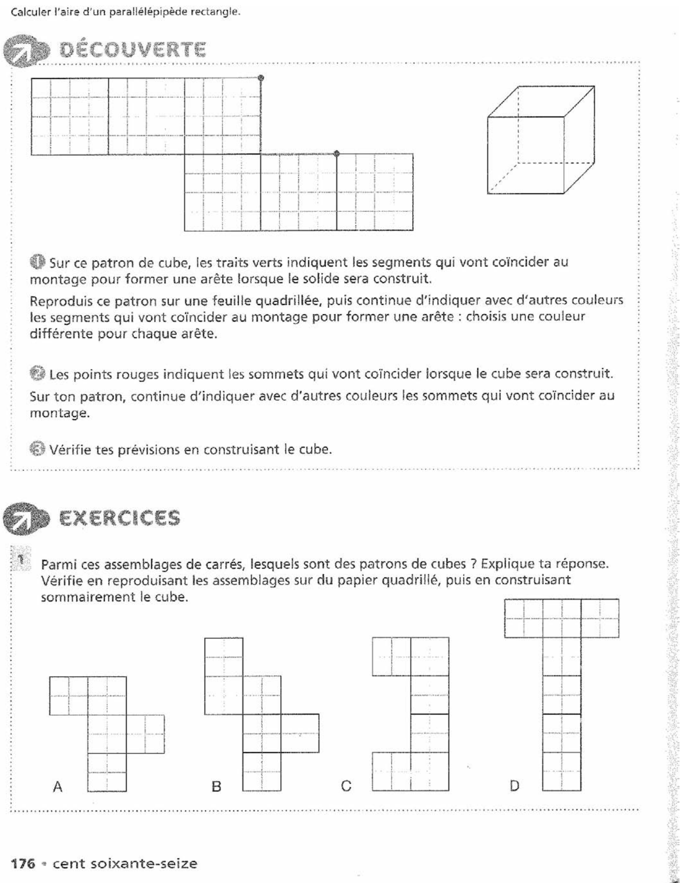
Les lettres *a* et *b* désignent des entiers naturels. Les nombres sont représentés en base dix.

1 Dans la division euclidienne du nombre *a* par 35, le reste est 6. Quel peut être le reste dans la division de *a* par 7 ? Quel peut être le reste de la division de *a* par 5 ?

2 Dans la division euclidienne du nombre *b* par 7, le reste est 6. Quel peut être le reste de la division euclidienne de *b* par 35 ?

Exercice 3

L'activité ci-dessous est extraite du manuel *Euromath CM2* de M. L. Peltier et *al*., Hatier 2009.



Calculer l'aire d'un parallélépipède rectangle.

DÉCOUVERTE

1 Sur ce patron de cube, les traits verts indiquent les segments qui vont coïncider au montage pour former une arête lorsque le solide sera construit.

Reproduis ce patron sur une feuille quadrillée, puis continue d'indiquer avec d'autres couleurs les segments qui vont coïncider au montage pour former une arête : choisis une couleur différente pour chaque arête.

2 Les points rouges indiquent les sommets qui vont coïncider lorsque le cube sera construit.

Sur ton patron, continue d'indiquer avec d'autres couleurs les sommets qui vont coïncider au montage.

3 Vérifie tes prévisions en construisant le cube.

EXERCICES

1 Parmi ces assemblages de carrés, lesquels sont des patrons de cubes ? Explique ta réponse. Vérifie en reproduisant les assemblages sur du papier quadrillé, puis en construisant sommairement le cube.

A B C D

176 • cent soixante-seize

1. Répondre aux questions posées de l'activité de découverte.

2. Parmi les assemblages de carrés de l'exercice, lesquels sont des patrons de cubes ?

3. Vous proposez cette activité à des élèves de fin d'école primaire.
   Quels peuvent être les objectifs pédagogiques ?

4. (Hors barême) Réalisez tous les patrons d'un cube.

ANNEXE 3

La préprofessionnalisation

Depuis septembre 2019, les étudiantes et les étudiants se destinant au métier de professeur de mathématiques peuvent signer un contrat de pré-professionnalisation avec le Rectorat. Ce contrat d'une durée de trois ans prévoit que les bénéficiaires passent huit heures hebdomadaires en moyenne sur l'année dans l'établissement d'accueil (le plus souvent un collège) sous la responsabilité d'un tuteur affecté pour les trois années du contrat. Ce contrat est valorisé par le Rectorat qui assure un salaire mensuel à l'étudiant.e et par l'Université qui considère cette pré-professionnalisation comme une unité de trois ECTS par semestre. Cette unité est validée par un rapport de stage ou par un mémoire pédagogique, soutenu devant un jury.

Dans l'académie de Besancon, le rectorat a signé 12 contrats de préprofessionnalisation en mathématiques en 2019 (contractuel.le.s qui devraient entrer en Master MEEF en septembre 2021), 12 en 2020 et 5 en 2021.

La première année du contrat est destinée aux étudiantes et aux étudiants de licence deuxième année. Leur action consiste essentiellement en de l'observation et de l'aide aux élèves (aide au devoir, soutien scolaire en dehors des heures de mathématiques). Le rapport de stage, qui porte sur les instances d'un établissement scolaire, les acteurs et la hiérarchie dans l'Éducation nationale, vise à évaluer l'intégration dans l'établissement. Le mémoire porte sur une problématique observée dans l'établissement (décrochage scolaire, aide aux devoirs faits, intégration des sportifs de haut niveau…).

En deuxième année de contrat, l'étudiant.e de pré-professionnalisation peut mener une séance de classe préparée avec son tuteur.

Le rapport est ciblé sur le métier de professeur de mathématiques (recrutement, carrière, droits et devoirs) et le mémoire sur une problématique d'enseignement des mathématiques rencontrée dans l'établissement d'accueil (différentiation pédagogique, rôle des activités mentales, enseignement en distanciel, gestion des sportifs de haut niveau,...).

Ce mémoire est encadré par un enseignant de l'université qui demande que la réflexion soit alimentée par la lecture de quelques articles, dont la plupart sont extraits de *Repères IREM*, *Au fil des maths* ou *Petit x* et disponibles dans la bibliothèque numérique de la base de données *Publimath*.

En troisième année, l'étudiant.e peut remplacer un.e enseignant.e.

Le contrat prévoit que l'étudiant.e soit inscrit.e en master MEEF premier ou second degré, ainsi quelques étudiant.e.s qui poursuivent en master de mathématiques approfondies en vue de présenter l'agrégation rompent leur contrat.

Lorsqu'il y a un redoublement, même si les ECTS liés au contrat sont validés, l'étudiant.e doit assurer les attendus dans l'établissement de son année d'étude.