

ACTIVITÉ

LES RÉSEAUX DE TRI

Thibaut TROUVÉ¹

Laboratoire de Didactique André Revuz, Université Paris-Est Créteil

Un *réseau* est un ensemble de fils (représentés par des traits horizontaux) et de comparateurs (représentés par des traits verticaux), prenant en entrée une séquence composée d'éléments d'un ensemble $\mathcal{A}$. La *taille* d'un réseau est le nombre de fils qui le composent. Chaque comparateur réordonne les éléments associés aux deux fils qu'il relie selon la règle décrite à la figure 1. Les comparaisons sont réalisées de gauche à droite.

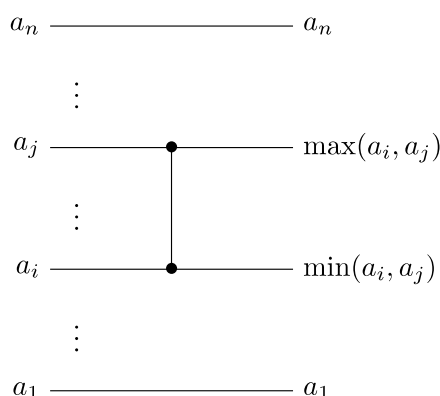


Figure 1 : Effet d'un comparateur.

La figure 2 présente les trois premières étapes de l'exécution d'un réseau de taille 6 lorsque la séquence donnée en entrée est $(2, 3, 6, 5, 4, 1)$. L'ordre d'exécution de deux comparateurs *en parallèle* (comme les deux derniers comparateurs du réseau de la figure 2) n'importe pas.

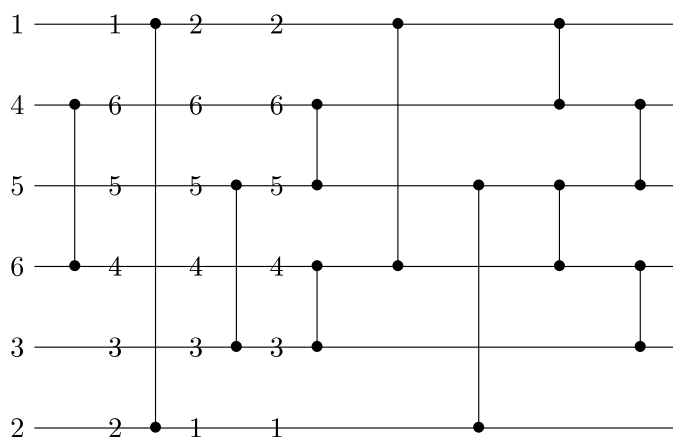


Figure 2 : Exemple d'exécution de réseau.

Un réseau est un *réseau de tri* s'il permet de trier dans l'ordre croissant (le plus petit élément est situé en bas en sortie du réseau) toutes les séquences composées d'éléments de $\mathcal{A}$.

¹ thibaut.trouve@u-pec.fr

Le problème que l'on se pose est de savoir, étant donné un réseau, s'il s'agit d'un réseau de tri.

Question 1. Les réseaux $\mathcal{R}_4$, $\mathcal{R}_5$, $\mathcal{R}_6$ et $\mathcal{R}_7$ suivants (cf. figures 3 à 6) sont-ils des réseaux de tri ?

Question 2. Plus généralement, donner des conditions pour qu'un réseau soit un réseau de tri.

On pourra commencer par traiter le cas où $\mathcal{A} = \{0, 1\}$.

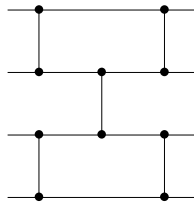


Figure 3 : Le réseau $\mathcal{R}_4$.

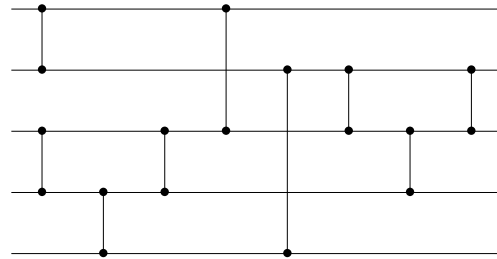


Figure 4 : Le réseau $\mathcal{R}_5$.

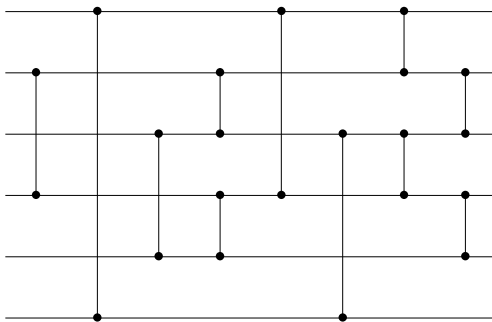


Figure 5 : Le réseau $\mathcal{R}_6$.

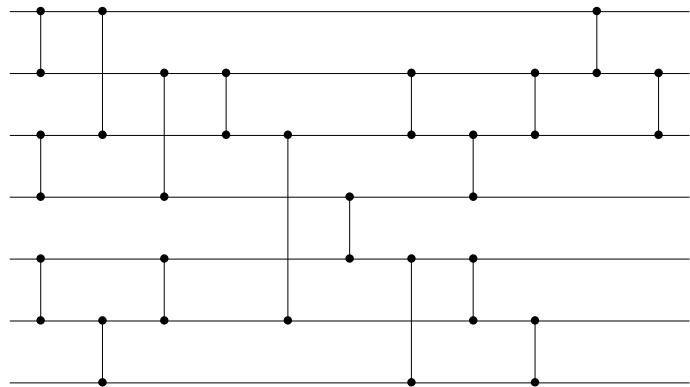


Figure 6 : Le réseau $\mathcal{R}_7$.