

---

# ENSEIGNER LES (IN)ÉQUATIONS ET LES FONCTIONS DU SECOND DEGRÉ AU LYCÉE : UNE ÉTUDE DES PRATIQUES ENSEIGNANTES

---

Stéphanie BRIDOUX<sup>1</sup>

Université de Mons (Belgique), Laboratoire André Revuz, EA4434

Pauline DUMONCEAU<sup>2</sup>

Université de Mons (Belgique)

**Résumé.** Cette recherche porte sur les pratiques déclarées d'enseignants qui enseignent les (in)équations et les fonctions du second degré dans l'enseignement secondaire. Plus précisément, nous nous demandons comment les enseignants articulent les domaines de l'Algèbre et de l'Analyse, présents dans ce chapitre, au travers des exercices proposés aux élèves. Pour ce faire, nous déterminons le « relief » sur les notions à enseigner, ce qui nous amène à centrer notre problématique sur les registres de représentation sémiotique. Une étude de manuels nous permet ensuite d'obtenir des exemples de mise en œuvre des savoirs. Nous présentons alors des résultats issus d'entretiens menés avec dix enseignants en nous appuyant sur les analyses précédentes. Les résultats montrent que les enseignants font des choix de scénarios permettant aux élèves d'articuler plusieurs registres de représentation et de travailler à la fois sur le sens des notions à enseigner ainsi que sur des aspects plus techniques.

**Mots-clés.** (In)équations du second degré, fonctions du second degré, registres de représentation, pratiques enseignantes, relief sur les notions à enseigner.

**Abstract.** This research focuses on the self-reported practices of teachers who teach quadratic (in)equations and functions at the secondary level. More specifically, we investigate on how teachers connect the fields of Algebra and Analysis, both present in this chapter, through the exercises they assign to students. To this end, we identify the 'relief' placed on the concepts to be taught, which leads us to focus our research question on semiotic representation registers. Then, a textbook analysis provides us with examples of how knowledge is implemented. We then present findings from interviews conducted with ten teachers, relying on the previous analyses. The results show that teachers choose scenarios that enable students to combine several modes of representation and work simultaneously on the meaning of the concepts to be taught and on more technical aspects.

**Keywords.** Quadratic (in)equations, quadratic functions, representation registers, teaching practices, relief on the concepts to be taught.

## Introduction

Nous présentons ici une recherche issue d'un mémoire de fin d'études (Dumonceau, 2023) qui porte sur l'enseignement des équations, des inéquations et des fonctions du second degré dans l'enseignement secondaire en Belgique francophone. Tous les contenus qui relèvent de ce que nous appelons par la suite « le second degré » sont enseignés en quatrième année du secondaire (classe de seconde en France, élèves âgés de 15-16 ans)<sup>3</sup>. Dans ce contexte, au sein du même chapitre, deux domaines de travail sont présents, à savoir l'Analyse pour étudier les fonctions du second degré ainsi que les caractéristiques liées à celles-ci et l'Algèbre avec l'étude des

---

<sup>1</sup> stephanie.bridoux@umons.ac.be

<sup>2</sup> pauline.dumonceau@umons.ac.be

<sup>3</sup> Dans la suite du texte, lorsque nous parlerons de la quatrième année du secondaire, nous ne spécifierons plus à quel niveau d'enseignement cela correspond en France.

(in)équations du second degré et des notions associées. Il apparaît donc que les élèves doivent s'approprier un nombre important de notions et qu'il y a sans doute également des liens à tisser entre ces notions. C'est précisément la présence de ces deux domaines et les spécificités des notions qu'ils recouvrent qui ont motivé le choix du contenu au cœur de ce travail.

Selon nous, la présence de l'Analyse et de l'Algèbre fait émerger naturellement plusieurs questions. Tout d'abord, les documents officiels préconisent-ils d'articuler ces deux domaines de manière à rendre ces mises en relation entre les notions possibles ? Ensuite, elle questionne les choix de scénarios des enseignants, par exemple en ce qui concerne l'ordre d'introduction des notions à enseigner ou les choix de tâches proposées aux élèves pour développer la possible articulation entre les deux domaines de travail ainsi que les registres de représentation, au sens de Duval (1993), qui leur sont associés. Enfin, l'impact qu'auront ces choix sur la conceptualisation des élèves est lui aussi source de questionnement. Ce sont donc les pratiques des enseignants qui seront visées dans ce travail. Pour étudier ces pratiques, nous chercherons tout d'abord à élaborer une référence qui nous permettra, en amont, d'étudier les spécificités des notions, au regard des injonctions présentes dans les programmes scolaires, et de répertorier ce qui peut être difficile pour les élèves dans l'enseignement des contenus visés. C'est ce que Robert (2008) appelle le *relief* sur les notions à enseigner.

Dans un premier temps, nous présentons, à la section 1, une étude de relief sur les notions à enseigner. Nous décrivons ensuite, à la section 2, notre problématique de recherche et la méthodologie utilisée pour étudier les pratiques des enseignants. Les sections 3 et 4 présentent les études menées dans notre mémoire de fin d'études, à savoir respectivement une analyse de manuels et une étude de pratiques déclarées par les enseignants. Enfin, nous présentons quelques résultats et nos perspectives de recherche.

## 1. Étude de relief sur les notions à enseigner

### 1.1. La notion de relief

Mener une étude de relief consiste à croiser des analyses mathématiques et épistémologiques, cognitives et curriculaires (Robert et al., 2012). Les analyses mathématiques et épistémologiques visent à étudier les spécificités des notions. Les analyses cognitives permettent quant à elles de répertorier les difficultés des élèves à partir de la littérature existante. Enfin, les analyses curriculaires portent sur les documents officiels mis à la disposition des enseignants. Plus précisément, une étude de relief aide notamment le chercheur à comprendre l'organisation des notions à enseigner en termes de cadres (Douady, 1987), de registres de représentation (Duval, 1993), de leur dimension outil-objet (Douady, 1987), compte tenu des programmes et en anticipant certaines difficultés chez les élèves. Le relief est donc une référence qui permet d'avoir une vision globale et organisée des contenus à enseigner. Il est cependant relatif à l'institution étudiée, en l'occurrence ici la quatrième année du secondaire dans l'enseignement belge francophone, et à une période donnée.

Cette étude de relief va donc aussi alimenter, *a priori*, la réflexion sur les choix d'introduction des notions, sur les choix d'organisation des contenus ou encore sur les choix d'exercices qui pourraient être faits par les enseignants. En effet, Bridoux et al. (2016) expliquent que

*par exemple selon la nature de la notion et sa place dans les programmes, selon la distance entre le nouveau et l'ancien, on pourra ou non élaborer un bon problème d'introduction facilitant la construction de la notion par les élèves (p. 191).*

Ils expliquent en outre que « *cette étude du relief permet par exemple de se rendre compte de ce qui est apparemment majoré ou minoré dans le scénario, dans les évaluations* » (p. 191). L'étude de relief permet ainsi d'anticiper, compte tenu des injonctions officielles, certains choix des enseignants en termes de contenus et en termes de déroulements en classe. Nous pouvons dès lors réfléchir à ce qui peut être explicité, voire reformulé par les enseignants et ainsi comparer les activités possibles avec les activités attendues, issues de l'étude de relief, qui sont celles qui engendrent des apprentissages (Chesnais et Robert, 2025).

## 1.2. Étude de relief sur le second degré

En Belgique francophone, les documents officiels mis à la disposition des enseignants du secondaire (collège et lycée) listent sous forme d'Unités d'Acquis d'Apprentissages (notées UAA dans la suite du texte) ce qui est à développer chez les élèves en termes de savoirs, savoir-faire et compétences. Ces documents portent le nom de « référentiels » (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2015). Les UAA (celle sur le second degré est donnée en annexe à titre d'exemple, cf. annexe 1) sont composées de trois parties :

- (1) les **ressources** correspondent à la liste des notions à enseigner ;
- (2) les **processus** sont les tâches à faire travailler aux élèves et sont classés en trois parties : la partie « Connaître » permet de construire les ressources et d'en expliciter certains aspects (ces tâches portent souvent sur la partie « cours »), la partie « Appliquer » vise des exercices d'entraînement et enfin la partie « Transférer » permet de travailler les tâches plus complexes comme les problèmes ;
- (3) les **stratégies transversales** sont des démarches générales à faire acquérir aux élèves, telles que le développement de l'esprit critique ou encore l'utilisation d'un outil numérique.

Tout d'abord, au vu de son intitulé, l'UAA « Deuxième Degré » couvre d'une part les équations et les inéquations qui relèvent du domaine de l'Algèbre et d'autre part les fonctions du second degré qui relèvent, quant à elles, du domaine de l'Analyse. Le titre de l'UAA suggère donc que l'enseignant doit amener les élèves à mobiliser deux **cadres**, comme nous l'avons déjà expliqué dans la section précédente. De plus, même si aucun ordre n'est imposé aux enseignants dans la liste des ressources, celle-ci (cf. figure 1) suggère implicitement de démarrer le chapitre dans le cadre de l'Analyse en introduisant les fonctions du second degré ainsi que leurs caractéristiques et celles liées à la parabole.

| Ressources                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Fonction du 2<sup>e</sup> degré</b>                                                                                            |
| Caractéristiques de la fonction du 2 <sup>e</sup> degré                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zéro</li> <li>• Signe</li> <li>• Croissance, décroissance</li> <li>• Extremum</li> </ul> |
| Caractéristiques de la parabole d'axe vertical                                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sommet</li> <li>• Axe de symétrie</li> <li>• Concavité</li> </ul>                        |
| <b>Équations et inéquations du 2<sup>e</sup> degré</b>                                                                            |
| Somme et produit des solutions de l'équation du 2 <sup>e</sup> degré                                                              |
| Forme factorisée du trinôme du 2 <sup>e</sup> degré                                                                               |

**Figure 1** : Extrait de la fiche UAA « Second degré » : les ressources.

En suivant cet ordre, les enseignants poursuivraient le chapitre dans le cadre de l'Algèbre en étudiant les équations et les inéquations de second degré ainsi que des propriétés telles que la somme et le produit des solutions d'une équation du second degré avant de terminer par la forme factorisée du trinôme du second degré.

Cet ordre n'est pas exactement conservé dans les processus (cf. figure 2). En effet, la dimension « Connaître » propose d'abord une tâche liée aux différentes écritures des fonctions puis une tâche liée aux solutions d'une (in)équation alors que la dimension « Appliquer » propose l'ordre inverse. De plus certaines tâches nécessitent d'articuler les deux cadres présents dans le chapitre, comme la tâche du processus « Connaître » qui demande de « déterminer les caractéristiques d'une fonction du second degré » qui peut par exemple amener les élèves à calculer les zéros de la fonction, en résolvant l'équation du second degré  $ax^2+bx+c=0$ , et donc à travailler dans le cadre de l'Algèbre ; ainsi que la tâche du même processus « interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du second degré ». Résoudre l'équation ou l'inéquation est une tâche qui relève de l'Algèbre et, pour interpréter graphiquement les solutions, les élèves seront amenés à se placer dans le cadre de l'Analyse pour représenter la parabole associée à l'(in)équation. Ainsi, dans cette UAA, les deux cadres ne sont pas travaillés de manière isolée, ils doivent être articulés pour réaliser certaines tâches.

| Connaître                                                                                                                             | Appliquer                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Lier les diverses écritures de la fonction du 2 <sup>e</sup> degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique | Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du 2 <sup>e</sup> degré                       |
| $x \rightarrow a(x - \alpha)^2 + \beta$                                                                                               | Associer l'expression analytique d'une fonction du 2 <sup>e</sup> degré à son graphique et réciproquement             |
| $x \rightarrow ax^2 + bx + c$                                                                                                         | Déterminer les caractéristiques d'une fonction du 2 <sup>e</sup> degré                                                |
| $x \rightarrow a(x - x_1)(x - x_2)$                                                                                                   | Construire l'expression analytique d'une fonction du 2 <sup>e</sup> degré à partir de son graphique et réciproquement |
| Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du 2 <sup>e</sup> degré                                    | Déterminer l'expression analytique d'une fonction du 2 <sup>e</sup> degré répondant à des conditions données          |

**Figure 2** : Extrait du programme de mathématiques (467/2015/240) au 2<sup>e</sup> degré (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2015, p. 154).

La présence des cadres de l'Analyse et de l'Algèbre engendre de plus un travail qui nécessite de mobiliser différents **registres de représentation** (Duval, 1993). En effet, que ce soit au niveau des (in)équations ou au niveau des fonctions, différents registres de représentation sont mobilisés pour travailler les notions tels que :

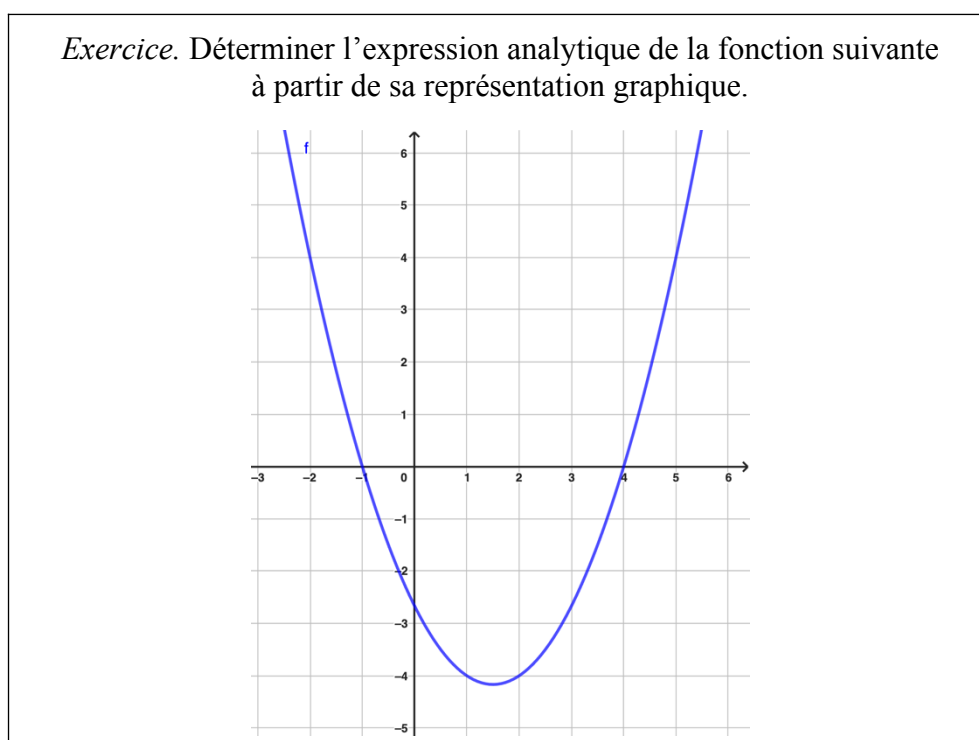
- le *registre numérique*, par exemple pour calculer l'image de certains nombres par une fonction ou pour vérifier qu'un nombre est solution d'une (in)équation ;
- le *registre algébrique*, pour écrire l'expression analytique de la fonction ou une (in)équation ;
- le *registre graphique*, par exemple pour tracer le graphe d'une fonction ou pour représenter graphiquement les solutions d'une (in)équation ;

- le *registre des tableaux*, pour construire des tableaux de valeurs, de signes ou de variations d'une fonction ou pour donner le signe d'une expression lors de la résolution d'inéquations.

Selon les tâches qui leur sont proposées, les élèves devront être capables de travailler avec l'un ou l'autre de ces registres et des conversions entre certains de ces registres seront également attendues de la part des élèves. En effet, ils seront par exemple amenés à passer du registre graphique vers le registre algébrique lorsqu'ils devront, à partir d'une représentation graphique, identifier les caractéristiques de la fonction pour donner son expression analytique ou encore lorsqu'ils devront vérifier algébriquement les solutions d'une (in)équation déterminées graphiquement. À l'inverse, pour résoudre graphiquement une (in)équation, les élèves pourraient passer du registre algébrique au registre graphique en utilisant l'expression algébrique pour construire la parabole et pour repérer, sur la représentation graphique, les abscisses des points dont les ordonnées satisfont l'égalité ou l'inégalité considérée. De même, pour construire la représentation graphique d'une fonction à partir de son expression, les élèves devront d'abord déduire des informations issues de l'expression analytique de la fonction avant de les traduire graphiquement, ce qui nécessite également une conversion du registre algébrique au registre graphique. Les élèves devront également construire et lire des tableaux de différentes natures pour résoudre une inéquation ou établir le signe et les variations d'une fonction. Ce type de tâches demande donc de passer du registre des tableaux au registre algébrique et inversement. Le traitement de ces différents registres et les conversions de l'un à l'autre représentent de réels enjeux pour les élèves comme Grenier-Boley et Horoks (à paraître) le mettent en avant dans leur travail. Ils soulignent en effet que « *dans l'enseignement les conversions d'un registre vers un autre sont souvent mésestimées ou absentes alors que des registres différents donnent à voir des aspects différents d'une même notion* » (p. 161), ce qui peut expliquer certaines difficultés chez les élèves. Ils expliquent pourtant que la compréhension d'un contenu passe par la coordination d'au moins deux registres mais qu'il est aussi important de « *les articuler, voire de les confronter pour mettre en valeur limites et avantages de chacun* » (p. 161).

Comme nous l'avons souligné, les référentiels n'imposent pas d'ordre pour enseigner les ressources. Les enseignants pourraient donc tout aussi bien choisir de commencer par les fonctions ou par les équations du second degré. Toutefois, selon l'ordre d'introduction des notions choisi, le travail à réaliser dans les tâches proposées aux élèves impactera la nature des registres mobilisés ainsi que leur articulation. Si nous commençons par l'Analyse, tant que les équations du second degré n'ont pas été introduites, les élèves ne peuvent travailler qu'en réécrivant l'expression analytique de la fonction sous forme canonique (c'est-à-dire sous la forme  $a(x-\alpha)^2 + \beta$ ,  $a, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$  et  $a \neq 0$ ) grâce à un artifice de calcul, ou sous forme factorisée (c'est-à-dire sous la forme  $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ ,  $a \in \mathbb{R}^*$ ) grâce à la division euclidienne, vue en classe de troisième année du secondaire (classe de troisième au collège en France, élèves de 14-15 ans), ou encore utiliser des identités remarquables, puisqu'à ce stade, les élèves ne disposent pas de l'objet « discriminant ». Certaines injonctions du programme ne peuvent donc pas être travaillées pour toutes les fonctions dont l'expression est de la forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où  $a, b, c \in \mathbb{R}$  et  $a \neq 0$ . Nous illustrons cet aspect avec la tâche présentée à la figure 3, qui a pour but de travailler l'injonction « *Construire l'expression analytique d'une fonction du 2<sup>e</sup> degré à partir de son graphique et réciproquement* ». Pour réaliser cet exercice, si la forme factorisée a été vue, les élèves peuvent l'utiliser puisque les zéros de la fonction se lisent facilement graphiquement. Si ce n'est pas le cas, les élèves peuvent lire les coordonnées de certains points de la parabole afin de construire un système de trois équations à trois inconnues dont les inconnues seront les coefficients dans l'expression analytique de la fonction. Cependant, à ce

stade, les élèves sont capables de résoudre uniquement des systèmes de deux équations à deux inconnues (traités en classe de troisième année du secondaire<sup>4</sup>). Ainsi, sans la forme factorisée, les élèves ne peuvent, *a priori*, pas réaliser cet exercice. Considérons par exemple l'exercice où il s'agit de représenter le graphe de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ . Les élèves doivent déterminer en amont les caractéristiques de la fonction telles que les coordonnées du sommet, le sens de la concavité, l'ordonnée à l'origine mais aussi les zéros de la fonction qui, sans la méthode de résolution utilisant le discriminant, sont plus difficilement calculables. Ainsi, ces exemples montrent que l'ordre d'introduction choisi impacte le travail sur les conversions possibles entre les différents registres d'écritures et qu'il est sans doute important de disposer assez tôt de la méthode du discriminant. Nous pouvons alors nous demander si, une fois les équations du second degré étudiées, les enseignants reviennent sur ce type de tâches. Si nous débutons l'UAA dans l'Algèbre, cette question ne se pose *a priori* plus puisqu'au moment d'étudier les fonctions du second degré, les élèves sont capables de résoudre des équations du second degré et peuvent donc déterminer les zéros de ces fonctions et utiliser la forme factorisée de l'expression analytique.



**Figure 3 :** Exemple d'exercice travaillant l'injonction « Construire l'expression analytique d'une fonction du 2<sup>e</sup> degré à partir de son graphique et réciproquement ».

L'articulation des cadres nécessaire dans certains types de tâches et la présence de différents registres de représentation amènent aussi les élèves à s'approprier des signes associés à chaque registre (nombres, points, paraboles, ...) et en particulier à manipuler des lettres. Les lettres peuvent endosser différents statuts et désigner par exemple un nombre généralisé, un nombre particulier, une infinité de nombres, une inconnue, une variable, un paramètre, un coefficient, etc. Robert et al. (2012) mettent en avant plusieurs difficultés liées à la manipulation de ces différents statuts. En effet, les élèves n'ont pas toujours conscience de la variété des statuts des

<sup>4</sup> En France, les systèmes ne sont plus enseignés actuellement au collège. Ce travail algébrique devrait donc être fait avant l'analyse pour être disponible en classe de seconde.

lettres qu'ils manipulent durant la réalisation d'une tâche. Ainsi, une difficulté pour les élèves soulevée par Robert et al. (*ibid.*) est de « *traiter les lettres comme inconnues à déterminer ou comme des paramètres ou des variables* » (p. 176). Ainsi, selon eux, l'évolution du statut des lettres au sein d'un même exercice peut être difficile pour les élèves.

Dans l'UAA sur le second degré, une lettre peut être vue en tant qu'inconnue comme par exemple dans l'équation  $2x^2+2x-12=0$  ou l'inéquation  $x^2+x-2\geq 0$ . Une fois l'(in)équation résolue, le statut de la lettre  $x$  évoluera pour représenter un nombre particulier (*ibid.*). Par exemple, dans le cas de l'équation ci-dessus, nous pouvons écrire que  $x$  vaut  $-3$  ou  $2$  et désigne donc un nombre particulier tout comme, dans le cas de l'inéquation, les nombres réels  $x$  qui sont solutions de l'inéquation sont tels que  $x \in ]-\infty; -2[ \cup ]1; +\infty[$ . Ici, en revanche, l'écriture de l'ensemble des solutions peut s'avérer plus complexe pour certains élèves. Un autre aspect lié aux statuts des lettres est que l'expression  $ax^2+bx+c$  peut être considérée soit comme un polynôme, auquel cas les lettres  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des coefficients, c'est-à-dire des facteurs constants qui multiplient respectivement  $x^2$ ,  $x^1$  et  $x^0$ , soit comme une fonction, auquel cas ces mêmes lettres sont des paramètres définis comme étant les seuls éléments variables qui jouent un rôle dans l'allure du graphe de la fonction, notamment la concavité et l'ordonnée à l'origine de la parabole. Une analyse complète des tâches présentes dans les processus a été réalisée dans notre mémoire (Dumonceau, 2023). Celle-ci montre que plus de la moitié de ces tâches nécessite d'utiliser simultanément les (in)équations et les fonctions du second degré, donc d'articuler les deux cadres de travail. Lorsque nous passons d'un cadre à l'autre, le statut des lettres est donc sans doute amené à changer. De fait, dans la résolution d'(in)équations, des inconnues peuvent devenir les variables d'une fonction lorsque les élèves doivent vérifier graphiquement les solutions obtenues. De plus, les coefficients peuvent devenir des inconnues si les élèves doivent, à partir de conditions données, déterminer l'expression analytique d'une fonction.

L'analyse des référentiels révèle également que le registre graphique est présent dans plus de la moitié des tâches proposées dans les trois processus. Selon nous, travailler dans ce registre apparaît comme un levier qui permet de mobiliser les différents registres de représentation sémiotique. En effet, comme montré avant, des tâches telles que « *Interpréter graphiquement les solutions d'une (in)équation du 2<sup>e</sup> degré* » ou « *Associer l'expression analytique d'une fonction du 2<sup>e</sup> degré à son graphique et réciproquement* » nécessitent d'articuler différents registres de représentation tels que les registres graphique, algébrique et des tableaux. Cette approche graphique préconisée dans les tâches permet donc de travailler la stratégie transversale « *Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction* ».

Ces premiers éléments de relief montrent que, sur le plan curriculaire, les cadres de l'Analyse et de l'Algèbre doivent être articulés au fil du chapitre, et non pas travaillés de manière isolée, pour que les élèves puissent réaliser toutes les tâches apparaissant dans les différents processus. Nous avons montré que cette articulation permet de mobiliser et d'articuler différents registres de représentation. Si nous commençons par l'Algèbre, les équations du second degré seront vues comme un objet et la méthode de résolution leur confère ensuite un statut d'outil pour étudier les fonctions et notamment pour calculer les racines. À l'inverse, si nous commençons par l'Analyse, les racines seront calculées avec des techniques algébriques autres que celle utilisant le discriminant. *A priori*, les équations du second degré n'apparaissent donc dans ce cas-ci qu'en tant qu'objet à moins de revenir sur la détermination des zéros des fonctions du second degré en utilisant la nouvelle méthode, auquel cas elles pourront apparaître aussi en tant qu'outil. Se pose alors la question de l'impact qu'aura la progression choisie sur la prise de sens des élèves et sur la charge cognitive si nous introduisons les équations au moment de déterminer les zéros d'une

fonction du second degré. Il y a aussi des tâches qui relèvent d'un seul cadre et qui permettent elles aussi d'articuler différents registres comme par exemple, l'injonction « *Lier les diverses écritures de la fonction du 2<sup>e</sup> degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique* ». Les spécificités de cette UAA montrent donc l'intérêt d'étudier les choix des enseignants quant à l'ordre d'introduction des notions et d'en mesurer l'impact sur les types de tâches qu'ils proposent à leurs élèves pour les mener à la conceptualisation attendue. Nos analyses révèlent aussi la place importante donnée au registre graphique dans tous les processus pour articuler les cadres de l'Analyse et de l'Algèbre en appui sur d'autres registres de représentation. Nous porterons donc également une attention particulière à ce registre dans notre étude de terrain.

## 2. Problématique et méthodologie

Notre étude de relief a soulevé la question de l'ordre d'introduction des notions et des impacts que les choix d'organisation de l'UAA faits par les enseignants auront sur le travail des élèves. Nous avons en effet montré que l'ordre d'introduction des notions choisi peut influencer le travail sur les conversions de registres. En effet, commencer par les fonctions du second degré et donc ne pas disposer de la méthode du discriminant semble minorer le travail possible sur certaines conversions entre les différents registres de représentation répertoriés dans le relief. Dans ce contexte, les analyses précédentes nous amènent à formuler notre problématique de recherche de la manière suivante :

*Comment les choix de scénarios effectués par les enseignants influencent-ils le travail des élèves sur les registres de représentation dans les exercices qui leur sont proposés ?*

Cette problématique nous amène naturellement à rencontrer des enseignants afin d'en discuter avec eux. Toutefois, avant d'aller sur le terrain, il est toujours intéressant d'avoir des exemples de mise en œuvre des savoirs. Pour ce faire, nous avons d'abord analysé trois manuels belges de quatrième année du secondaire conformes aux référentiels. Cette analyse de manuels nous éclaire sur les choix de scénarios possibles et sur la manière dont ces choix peuvent influencer le travail sur les registres de représentation. Dans le cadre de cet article, nous nous intéressons principalement aux exercices portant sur les fonctions du second degré, puisque nous avons montré que la majorité des tâches de l'UAA mobilisent les fonctions. Nous portons également une attention particulière au registre graphique puisque notre analyse de relief a révélé l'importance de ce registre pour amener les élèves à travailler certaines conversions. Le lecteur pourra se référer à notre mémoire (Dumonceau, 2023) pour y trouver une analyse similaire sur les (in)équations ainsi que les résultats qui en découlent. Afin de comprendre comment les enseignants enseignent cette UAA sur le terrain, nous avons choisi de mener des entretiens avec ceux-ci pour en savoir davantage sur leurs choix d'enseignement et les confronter à certains éléments issus du relief. C'est donc à partir de pratiques déclarées que nous pourrions inférer des éléments de réponse à notre problématique. La méthodologie d'analyse des manuels ainsi que l'élaboration du guide d'entretien seront développées dans les sections suivantes.

## 3. Étude de manuels

Nous nous sommes intéressées à trois manuels scolaires conformes à nos référentiels, à savoir *CQFD Maths 4<sup>e</sup>* (Van Dieren et al., 2016), *Actimath à l'infini 4* (T'Kindt-Demulder et Gérard, 2015) et *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>* (Absil et al., 2020)<sup>5</sup>. Comme notre problématique de recherche

---

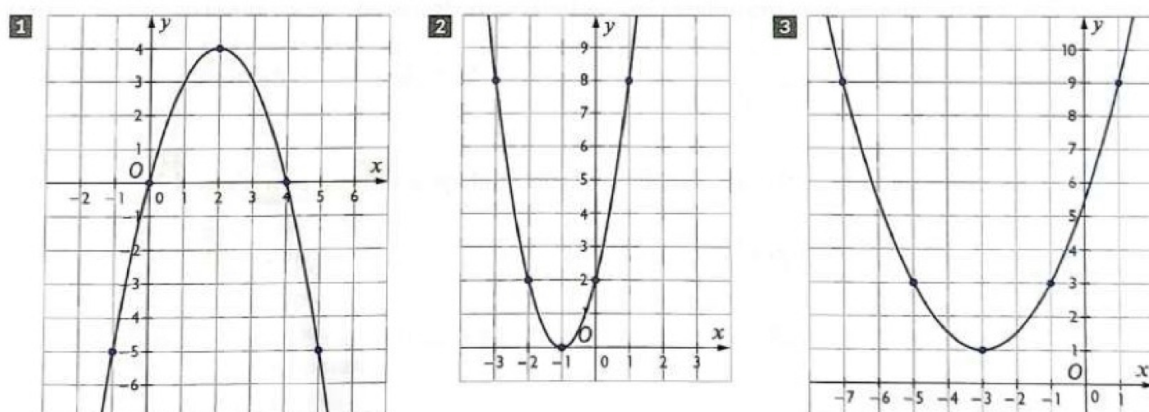
<sup>5</sup> Par souci de lisibilité, les auteurs ne seront plus mentionnés dans la suite du texte.

concerne notamment les choix de scénarios possibles, nous avons d'abord analysé la partie « cours » de chaque manuel afin d'avoir une idée de l'ordre dans lequel les différentes ressources des référentiels sont présentées. D'autre part, notre étude de relief a montré que l'articulation de l'Algèbre et de l'Analyse devrait amener les enseignants à proposer aux élèves des tâches qui nécessiteront d'utiliser différents registres de représentation et de passer de l'un à l'autre. Ainsi pour étudier les registres de représentation sémiotique sur lesquels ces tâches s'appuient et les conversions de registres pour les réaliser, nous nous sommes aussi intéressées aux exercices associés aux processus « Connaître » et « Appliquer » des différents manuels. Nous ne prenons pas en compte le processus « Transférer », généralement mobilisé dans des situations de résolution de problème, car nous nous intéressons ici prioritairement à des tâches dans lesquelles les changements de cadres et de registres sont travaillés pour eux-mêmes, en visant davantage une étude de la dimension « objet » des notions. Ainsi, pour chaque exercice, nous avons mené une analyse *a priori* pour décrire le travail mathématique à réaliser en étudiant quelles connaissances et quels registres sont mobilisés dans chaque exercice. Nous donnons ici quelques aspects frappants issus de nos analyses qui nous permettent d'inférer des premiers éléments en lien avec notre problématique.

L'analyse de la partie « cours » des trois manuels met en avant deux organisations de l'UAA sur le second degré. La première organisation, celle du manuel *CQFD Maths 4<sup>e</sup>*, consiste à d'abord introduire les fonctions du second degré ainsi que leurs caractéristiques dans un même chapitre. Seule la détermination algébrique des zéros d'une fonction dont la factorisation n'est pas immédiate ne peut être introduite dans cette partie puisque la méthode du discriminant n'y est pas abordée. Les équations et les inéquations du second degré font l'objet d'un deuxième chapitre du manuel dans lequel la détermination algébrique des zéros d'une fonction du second degré et la construction du tableau de signes d'une telle fonction sont introduites. La deuxième organisation, celle des manuels *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>* et *Actimath à l'infini 4*, consiste au contraire à débiter avec les équations avant d'étudier les fonctions, leur caractéristiques, leur tableau de signes et de terminer par les inéquations du second degré.

En ce qui concerne les exercices, le manuel *CQFD Maths 4<sup>e</sup>* propose peu d'exercices nécessitant l'articulation entre les deux cadres. Chaque cadre est en fait travaillé séparément. Dans les deux autres manuels, certains exercices consacrés aux fonctions du second degré demandent de passer du cadre de l'Analyse à celui de l'Algèbre comme le montre l'exercice proposé à la figure 4. Pour résoudre un tel exercice, les élèves recherchent une fonction  $f$  telle que  $f(x) = ax^2 + bx + c$  et doivent donc déterminer les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$ . Par exemple, pour la deuxième fonction de la figure 4, en utilisant les coordonnées  $(-1; 0)$  du sommet, les élèves peuvent déterminer que l'expression analytique de la fonction est de la forme  $f(x) = a(x+1)^2$  où  $a \in \mathbb{R}^*$ . Il reste donc à déterminer le coefficient  $a$ , ce qui revient à résoudre une équation dans laquelle l'inconnue est  $a$ . Nous passons alors du cadre de l'Analyse et du registre graphique au cadre de l'Algèbre et au registre algébrique. Pour déterminer la valeur de  $a$ , les élèves peuvent par exemple utiliser le fait que le point de coordonnées  $(0; 2)$  appartient au graphe de la fonction et qu'elles vérifient donc l'égalité  $f(0) = 2$  ou encore l'égalité  $a(0+1)^2 = 2$ . Après calculs, ils trouvent  $a = 2$  et peuvent donc donner l'expression analytique de la fonction, qui est  $f(x) = 2(x+1)^2$ . À nouveau, nous passons du cadre de l'Algèbre à celui de l'Analyse, avec les conversions de registres inverses cette fois. Le manuel *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>* contient également des exercices dans lesquels les élèves doivent, à partir d'une représentation graphique, déterminer un certain nombre de caractéristiques avant de donner l'expression analytique de la fonction.

**56** Détermine l'expression analytique des fonctions dont on donne la représentation graphique.



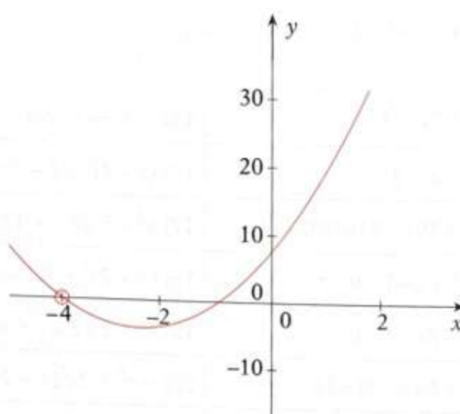
**Figure 4 :** Extrait du manuel *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>* (tome 2, p. 59).

Au niveau des conversions de registres, le manuel *CQFD Maths 4<sup>e</sup>* propose des exercices dans lesquels c'est principalement la conversion du registre graphique vers le registre algébrique qui est travaillée, en demandant de factoriser des expressions algébriques de fonctions à partir d'une représentation graphique (cf. figure 5). La résolution d'inéquations amène aussi des exercices qui nécessitent de passer du registre algébrique au registre des tableaux et inversement.

### 15 Trouver la deuxième racine<sup>1</sup>

On donne trois expressions algébriques de fonctions et les graphiques correspondants. Sur chaque graphique, on peut lire facilement au moins une des racines de l'expression ; utiliser cette racine pour factoriser l'expression et trouver l'autre racine (ou les autres).

a.  $f(x) = x^2 + 5x + 4$



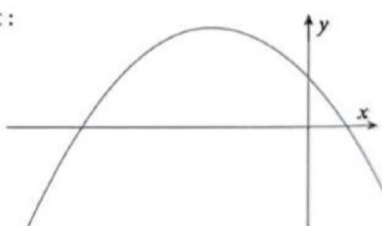
**Figure 5 :** Extrait du manuel *CQFD Maths 4<sup>e</sup>* (p. 43–44).

Les manuels *Actimath à l'infini 4* et *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>*, quant à eux, travaillent la conversion du registre graphique vers le registre algébrique avec des exercices d'association de représentations graphiques à l'expression analytique correspondante de la fonction, comme le montre la figure 6, de détermination de caractéristiques et de l'expression analytique d'une fonction à partir de sa représentation graphique et de résolution graphique d'(in)équations. Par exemple, pour l'exercice donné à la figure 6, les élèves ne peuvent pas lire sur la représentation graphique des valeurs numériques. Ils peuvent dans un premier temps remarquer que l'ordonnée à l'origine est positive

et donc que le coefficient  $c$  est aussi positif, mais aussi que la concavité est tournée vers le bas, ce qui signifie que le coefficient  $a$  est négatif. Les élèves en déduisent que l'expression se trouve parmi les propositions d) et f). Ensuite, afin de choisir entre ces deux propositions, ils peuvent utiliser le signe des coordonnées du sommet. Grâce à la représentation graphique, les élèves peuvent déduire que l'abscisse  $\alpha$  du sommet est négative et que son ordonnée  $\beta$  est positive. En calculant les coordonnées du sommet à partir des expressions données, les élèves peuvent trouver la proposition correcte. Pour la proposition d), ils trouvent, après calculs,  $\alpha = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} > 0$  et  $\beta = \frac{96}{20} = \frac{24}{5} > 0$ . Or, pour correspondre à la représentation graphique proposée,  $\alpha$  doit être négatif, ce qui n'est pas le cas. Les élèves peuvent donc conclure que la proposition correcte est la proposition f). Ce raisonnement nécessite des changements de registres, du registre graphique vers le registre algébrique, lors de la détermination du signe des différents coefficients et lors du choix de l'expression analytique.

**Exercice 18**

Nous avons une fonction  $f$  dont le graphique est comme suit :



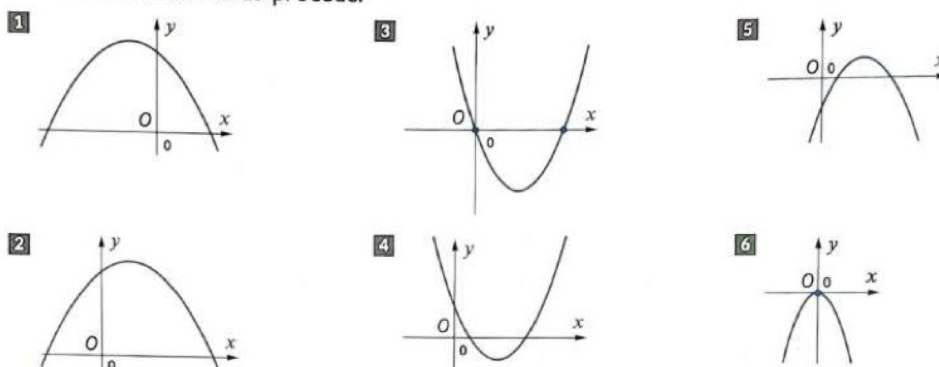
Parmi les expressions suivantes, laquelle correspond à  $f(x)$  ? Justifier.

|                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| a) $y = 5x^2 - 4x + 4$  | f) $y = -5x^2 - 4x + 4$ |
| b) $y = -5x^2 + 4x - 4$ | g) $y = 5x^2 + 4x - 4$  |
| c) $y = 5x^2 - 4x - 4$  | h) $y = -5x^2 - 4x - 4$ |
| d) $y = -5x^2 + 4x + 4$ |                         |
| e) $y = 5x^2 + 4x + 4$  |                         |

**Figure 6 :** Extrait du manuel Actimath à l'infini 4 (p. 146).

Le passage du registre algébrique vers le registre graphique est mobilisé au sein d'exercices de représentation graphique d'une fonction, d'association de l'expression analytique à sa représentation graphique (cf. figure 7), de résolution graphique d'une (in)équation ou de vérification graphique des solutions déterminées algébriquement. Afin de résoudre l'exercice de la figure 7, les élèves doivent lier les caractéristiques de l'expression analytique à celles de la parabole, ce qui nécessite de passer du registre algébrique au registre graphique. Par exemple, comme le coefficient  $c$  vaut 8, les élèves en déduisent que l'ordonnée à l'origine de la parabole vaut 8 et peuvent écarter les propositions **3**, **5** et **6**). Ensuite, comme le coefficient  $a$  est négatif, les élèves peuvent conclure que la concavité de la parabole est tournée vers le bas et ainsi éliminer la proposition **4**. Enfin, pour choisir entre les propositions **1** et **2**, les élèves peuvent calculer les coordonnées du sommet et les comparer aux deux graphes. Ils obtiennent, après calculs, que  $\alpha = -\frac{3}{2}$  et  $\beta = \frac{25}{2}$ . En observant les deux propositions, ils peuvent ainsi en déduire que le graphe correct est le numéro **1**.

**43** Parmi ces différentes allures de graphes de fonctions du deuxième degré, laquelle correspond au graphe de la fonction  $f(x) = -2x^2 - 6x + 8$  ?  
Détaille comment tu as procédé.



**Figure 7 :** Extrait du manuel *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>* (tome 2, p. 56).

Ces deux manuels travaillent également les conversions du registre algébrique vers le registre des tableaux en demandant d'établir les tableaux de signes (cf. figure 8) ou de variations de fonctions et, naturellement, en demandant de résoudre des inéquations algébriquement dont la complexité est variée (cf. figure 9).

#### Exercice 57

Étudier le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs du réel  $x$  :

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1. $f(x) = x^2 - 3x + 2$   | 5. $f(x) = -4x^2 + 4x - 1$ |
| 2. $f(x) = -x^2 + 9x - 14$ | 6. $f(x) = -2x^2 + 5x + 3$ |
| 3. $f(x) = x^2 - 13x + 42$ | 7. $f(x) = x^2 + x + 1$    |
| 4. $f(x) = 3x^2 - 5x + 5$  | 8. $f(x) = -5x^2 + x - 3$  |

**Figure 8 :** Extrait du manuel *Actimath à l'infini 4* (p. 166).

**29** Résous les inéquations suivantes.

|                                                  |                                                  |                                                                                                   |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1</b> $\frac{2x^2 - x - 15}{x - 3} \geq 0$    | <b>3</b> $\frac{2x^2 - 7x + 7}{(-2x + 3)^2} > 0$ | <b>5</b> $\frac{(2x^2 + 3x - 5) \cdot (-4x + 3)^2}{(x^2 - 7x) \cdot (-x^4 + 6x^3 - 9x^2)} \leq 0$ |
| <b>2</b> $\frac{-3x^2 + x + 10}{x^2 - 9} \leq 0$ | <b>4</b> $\frac{x^2 - 7x + 12}{(2x - 3)^2} < 0$  | <b>6</b> $\frac{(2x - 3) \cdot (-2x^2 + 3x - 5)^3}{(3 - x)^3 \cdot (2x^2 - 5x - 7)} < 0$          |

**Figure 9 :** Extrait du manuel *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>* (tome 2, p. 50).

En conclusion et pour revenir à notre problématique de recherche, bien que l'approche graphique soit omniprésente dans les deux organisations possibles, notre analyse de manuels montre que l'ordre d'introduction des notions influence le type de tâches pouvant être proposées ainsi que le travail possible sur les registres de représentation sémiotique. En effet, nous avons mis en avant deux organisations : celle du manuel *CQFD Maths 4<sup>e</sup>* qui consiste à d'abord introduire les fonctions et celle des manuels *Actimath à l'infini 4* et *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>* qui, à l'inverse, consiste à débiter par les équations. Notre étude de relief avait révélé que commencer par les

fonctions minore l'articulation possible entre les cadres de l'Algèbre et de l'Analyse et donc réduit le travail sur les registres de représentation sémiotique, à moins de revenir aux fonctions après avoir traité les équations. Cela se confirme ici où, dans le manuel *CQFD Maths 4<sup>e</sup>* qui démarre justement par l'étude des fonctions, les cadres sont travaillés séparément et seul le changement du registre graphique vers le registre algébrique est mobilisé dans les exercices consacrés aux fonctions. Par contre, commencer par les équations induit des tâches plus variées, qui permettent de travailler davantage les changements de cadres et les registres de représentation sémiotique. De fait, dans les manuels *Actimath à l'infini 4* et *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>*, les exercices consacrés aux fonctions nécessitent souvent de passer du cadre de l'Analyse à celui de l'Algèbre. De plus, l'ensemble des registres de représentation sémiotique des fonctions est travaillé grâce à des exercices demandant d'associer une représentation graphique à l'expression analytique correspondante et inversement, de déterminer les caractéristiques, d'établir des tableaux de signes ou de variations, etc. Ainsi ces manuels proposent des exercices permettant de travailler les conversions de registres mises en avant dans l'étude de relief telles que le passage du registre graphique au registre algébrique (et inversement) ainsi que le passage du registre algébrique au registre des tableaux (et inversement).

Dans l'étude de relief, s'était posée la question de la dimension outil des équations lorsque nous introduisons d'abord les fonctions du second degré. Le manuel *CQFD Maths 4<sup>e</sup>*, qui suit cette organisation, établit le lien entre le nombre de solutions de l'équation et la représentation graphique de la fonction du second degré lors de l'introduction de la méthode de résolution utilisant le discriminant en indiquant par exemple « *Le graphique de la fonction  $f(x)=ax^2+bx+c$  coupe l'axe Ox en deux points distincts  $(x_1;0)$  et  $(x_2;0)$*  » (p. 31). Toutefois, au niveau des exercices, aucun ne permet de travailler ce lien et donc de travailler la dimension outil des équations du second degré. Nous pouvons nous demander alors dans quelle mesure les enseignants qui suivent cette même organisation travaillent les équations du second degré dans leur double dimension.

Bien que les manuels *Actimath à l'infini 4* et *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>* proposent des exercices articulant différents registres, ils ne travaillent pas toutes les tâches préconisées par les référentiels. Par exemple, selon les documents officiels, « *L'élève doit pouvoir vérifier algébriquement une solution déterminée graphiquement* » (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2015, p. 154). Cette tâche nécessite d'une part d'articuler les deux cadres puisque les élèves doivent donner l'expression analytique d'une fonction à partir de sa représentation graphique et d'autre part d'effectuer des conversions du registre graphique vers le registre algébrique et inversement. Elle n'est cependant pas travaillée dans les manuels. Nos analyses révèlent donc que, même si ces manuels proposent des exercices mobilisant différents registres de représentation sémiotique, d'autres types d'exercices pourraient être proposés aux élèves pour approfondir ce travail. Toutefois, nous disposons maintenant d'éléments précis sur les organisations possibles pour l'UAA, la manière de mobiliser les différents registres et sur l'impact du choix d'organisation quant au travail sur les conversions possibles entre ces registres de représentation. Nous avons également mis en avant dans notre mémoire (Dumonceau, 2023) que les injonctions suivantes des référentiels n'étaient pas traitées par les manuels (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2015, p. 154) :

- « *Lier les diverses écritures de la fonction du 2<sup>e</sup> degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique* » (Connaître) ;
- « *Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du 2<sup>e</sup> degré* » (Connaître) ;

- « Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du second degré » (Appliquer).

Afin de savoir si ces résultats se transfèrent aux pratiques des enseignants, nous allons maintenant nous intéresser à ce qui est réellement fait sur le terrain. C'est l'objet de la section suivante.

#### 4. Étude de terrain - Pratiques déclarées des enseignants

Afin d'en savoir plus sur la manière dont les enseignants enseignent l'UAA qui traite des (in)équations et des fonctions du second degré, nous avons abordé notre problématique de recherche en menant des entretiens avec dix enseignants. Le tableau 1 indique la formation ainsi que l'expérience professionnelle des différents enseignants interrogés. Nous avons également complété la discussion avec les enseignants en leur demandant l'accès à leurs supports de cours (cours écrits, photocopiés distribués aux élèves, ...) tels qu'ils les proposent à leurs élèves. Cela nous permet d'étudier si d'autres organisations des savoirs sont mises en œuvre par rapport à celles repérées dans l'étude de manuels, mais aussi de savoir dans quel ordre les notions sont introduites et quels types d'exercices sont travaillés en classe. Notre guide d'entretien porte sur :

- (1) l'organisation de l'UAA en termes d'ordre afin d'étudier dans quelle mesure les enseignants imbriquent ou non les deux cadres ;
- (2) la partie « cours » liée aux fonctions et aux équations afin d'analyser la manière dont les enseignants introduisent certaines notions ;
- (3) les processus « Connaître » et « Appliquer » où nous regardons les différents registres et quels types d'exercices les enseignants proposent à leurs élèves pour travailler les injonctions des programmes ;
- (4) les difficultés des élèves afin de déterminer comment les enseignants anticipent et/ou repèrent ce qui est difficile pour eux dans cette UAA.

Dans le cadre de cet article, nous choisissons d'évoquer l'organisation du chapitre, le travail proposé sur les conversions de registres et le choix de certains types d'exercices.

| Enseignant $P_i$ | Formation                                                                                                                                   | Ancienneté |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| $P_1$            | Master en sciences mathématiques à finalité didactique <sup>6</sup> .                                                                       | 6 ans      |
| $P_2$            | Master en sciences mathématiques à finalité didactique.                                                                                     | 2 ans      |
| $P_3$            | Master en sciences mathématiques à finalité « Métiers de la finance »<br>+ Agrégation de l'Enseignement Secondaire Supérieur <sup>7</sup> . | 4 ans      |
| $P_4$            | Master en sciences mathématiques à finalité didactique.                                                                                     | 7 ans      |
| $P_5$            | Master en sciences mathématiques à finalité didactique.                                                                                     | 3 ans      |

<sup>6</sup> Le master en sciences mathématiques à finalité didactique se déroule en deux années après le bachelier (la licence en France) et intègre des cours qui visent notamment l'appropriation de savoirs issus de la recherche en didactique des mathématiques. Ce master correspond à un des diplômes délivrés aux enseignants du secondaire supérieur (du lycée en France).

<sup>7</sup> L'Agrégation de l'Enseignement Secondaire Supérieur est une formation permettant notamment aux détenteurs d'un master universitaire disciplinaire d'obtenir un titre pédagogique pour enseigner dans l'enseignement secondaire supérieur (au lycée en France).

|          |                                                                                                                                                   |        |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| $P_6$    | Master en sciences mathématiques à finalité didactique.                                                                                           | 1 an   |
| $P_7$    | Master en sciences mathématiques à finalité « Métiers de la finance »<br>+ Master complémentaire en sciences mathématiques à finalité didactique. | 7 ans  |
| $P_8$    | Master en sciences mathématiques à finalité didactique.                                                                                           | 2 ans  |
| $P_9$    | Master en sciences mathématiques à finalité didactique.                                                                                           | 5 ans  |
| $P_{10}$ | Master en sciences mathématiques à finalité didactique.                                                                                           | 10 ans |

**Tableau 1 :** Formation et expérience professionnelle des enseignants interrogés.

Tout d'abord, l'étude de manuels a mis en avant différentes organisations des savoirs possibles : certains manuels commencent par les équations du second degré, poursuivent avec les fonctions et terminent par les inéquations alors que d'autres débutent par les fonctions du second degré et voient ensuite les (in)équations du second degré. Nous avons donc discuté avec les enseignants de l'organisation qu'ils avaient choisie et des raisons de leur choix en leur posant notamment les questions suivantes :

*Dans l'UAA, il faut voir à la fois les fonctions du second degré et les équations du second degré.*

- *Par quoi commencez-vous ?*
- *Pourquoi faites-vous ce choix-là ?*

Les deux organisations se retrouvent également chez les enseignants interrogés. Sept enseignants sur les dix font le choix d'entamer le chapitre avec les équations, de poursuivre avec les fonctions et de terminer avec les inéquations (ce qui correspond à l'organisation mise en avant dans les manuels *Actimath à l'infini 4* et *Amplitude Maths 4<sup>e</sup>*), et les trois autres enseignants, quant à eux, font le choix de débiter le chapitre avec les fonctions du second degré et de poursuivre avec les (in)équations du second degré. Nous n'avons toutefois pas recueilli d'informations concernant les manuels scolaires utilisés, ce qui ne nous permet pas de déterminer si ces choix pourraient être liés à leur utilisation. Parmi les sept enseignants débutant le chapitre avec les équations, quatre estiment que les équations sont un outil pour chercher les zéros d'une fonction et qu'il est donc plus intéressant de pouvoir résoudre une équation avant de commencer la partie consacrée aux fonctions du second degré. De plus, certains enseignants préfèrent commencer par les équations pour pouvoir s'appuyer sur ce que les élèves ont vu en troisième année de manière à remobiliser des bases du calcul algébrique. Les extraits suivants illustrent leurs propos :

- $P_3$  : *Et pour moi, je pense que c'est quand même un choix plus judicieux parce que par exemple dans les fonctions du second degré tout repose quand même sur l'utilisation du delta et le delta. Pour moi, c'est la meilleure façon. Enfin, les équations sont la meilleure façon d'introduire le delta, parce que c'est vraiment le pourquoi du comment on a la formule du delta pour pouvoir résoudre les équations.*
- $P_4$  : *Pour moi, c'est vraiment ce que je trouve le plus simple parce qu'après dans la fonction du second degré pour les coordonnées du sommet, on passe quand même par une résolution d'équation et pour les racines aussi et dans ma tête, je voyais pas l'organisation à commencer autrement.*
- $P_5$  : *Moi, je commence d'abord les équations du second degré, donc j'ai commencé ça au Q1 [période de septembre à décembre]. Euh, parce que voilà, c'est relativement simple et t'as pas besoin de nouvelles connaissances.*

*P<sub>7</sub> : Moi je commence par les équations. Je commence par les équations, parce qu'en fait, ils sont déjà habitués à résoudre des équations auparavant, essentiellement des équations du premier degré, mais aussi quelques équations du second degré.*

Pour les trois autres enseignants qui font le choix de débiter le chapitre avec les fonctions du second degré, au moment de discuter des zéros d'une fonction du second degré, ils n'ont donc pas encore vu la méthode de résolution des équations en calculant le discriminant. Ils décident alors d'introduire cette méthode et donc de basculer dans le domaine de l'Algèbre à ce moment. Ces enseignants justifient leur choix en expliquant que les injonctions des référentiels sont données en partant des fonctions du second degré et mènent aux (in)équations du second degré et qu'ils préfèrent que les élèves connaissent la représentation graphique d'une telle fonction avant d'aborder les équations :

*P<sub>1</sub> : Parce que c'est déjà écrit comme ça dans le programme. Alors ce n'est pas une demande du programme, mais la construction est faite en partant des fonctions qui mènent plutôt aux équations.*

*P<sub>9</sub> : Je préfère d'abord qu'ils aient l'idée en tête de ce à quoi ressemble un second degré. J'aime bien qu'ils visualisent ce qu'ils font.*

Une différence majeure avec les manuels est à mentionner dans les propos des enseignants. Comme souligné dans l'analyse des manuels, les manuels faisant le même choix d'organisation séparent l'Algèbre et l'Analyse dans deux chapitres distincts puisqu'ils prennent le parti de ne pas introduire la méthode de résolution des équations avec le discriminant lorsqu'ils discutent des zéros de la fonction. Ils précisent que la méthode pour déterminer les zéros de la fonction dont la factorisation n'est pas immédiate sera vue dans la partie consacrée aux équations. Les enseignants, eux, font le choix d'articuler l'Algèbre et l'Analyse en introduisant la méthode de résolution du discriminant au moment de discuter des zéros d'une fonction du second degré.

Ensuite, notre étude de manuels a montré que trois tâches issues des processus « Connaître » et « Appliquer » travaillant la résolution graphique d'une (in)équation et les liens des diverses écritures avec certaines caractéristiques de la fonction ou de sa représentation graphique, etc. étaient peu voire pas traités dans les manuels. Or, comme expliqué précédemment, ce type d'injonctions permet également d'articuler les différents registres de représentation sémiotique des fonctions. Nous avons voulu savoir quels types d'exercices les enseignants proposent pour travailler ces trois types de tâches (cités dans la conclusion de la section 3) qui permettent de traiter les conversions du registre algébrique au registre graphique (et inversement) et que nous ne retrouvons pas dans les manuels.

Pour travailler la première injonction (« Lier les diverses écritures de la fonction du 2<sup>e</sup> degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique »), les enseignants expliquent qu'ils proposent des exercices dans lesquels les élèves doivent représenter une fonction du second degré à partir de son expression analytique. Pour réaliser ce type d'exercices, les élèves ont besoin de lier les caractéristiques de l'expression analytique aux caractéristiques de la parabole. Huit des dix enseignants proposent également trois types d'exercices demandant d'associer l'expression d'une fonction à sa représentation graphique ou inversement : une représentation graphique et une liste d'expressions analytiques, une expression analytique et une liste de représentations graphiques ou encore le même nombre d'expressions et de représentations graphiques. Toutefois, dans ce type d'exercices, les trois écritures ( $f(x)=ax^2+bx+c$ ,  $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$  et  $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ ) ne sont pas nécessairement utilisées simultanément. La figure 10 montre un exemple d'un exercice qui se retrouve dans le cours d'un enseignant et qui mobilise cette fois les trois formes écrites liées à l'expression

analytique d'une fonction. Il y donne la représentation de quatre paraboles dans un repère orthonormé et demande aux élèves d'associer chaque représentation graphique à l'expression analytique de la fonction associée. Cet exercice permet de travailler les conversions du registre graphique vers le registre algébrique et inversement puisque nous associons les caractéristiques de la fonction à celles de la parabole. Par exemple, pour la troisième équation, les élèves peuvent établir que les zéros de la fonction sont 1 et  $-2$ , ce qui signifie que la parabole associée intersecte l'axe des abscisses en  $x = -2$  et en  $x = 1$ . Les élèves peuvent ainsi affirmer que les paraboles pouvant correspondre sont les paraboles (a) et (d), ce qui implique une conversion du registre algébrique vers le registre graphique. De même, pour la parabole (c), les élèves peuvent déterminer que sa concavité est tournée vers le haut, ce qui signifie que  $a > 0$ . Les élèves peuvent ainsi en déduire que l'expression correspondante à cette parabole est  $y = x^2 - x - 2$ , ce qui amène les élèves à passer du registre graphique vers le registre algébrique. Nous pouvons en outre remarquer qu'une multitude de liens et de va-et-vient entre les expressions algébriques et les représentations graphiques sont à réaliser.

2. Voici la représentation graphique de quatre paraboles dans un repère orthonormé. Associe chaque graphique à son équation.

$$y = x^2 + x - 2 \quad y = x^2 - x - 2 \quad y = -(x - 1)(x + 2) \quad y = -(x - 1)^2 + 2$$

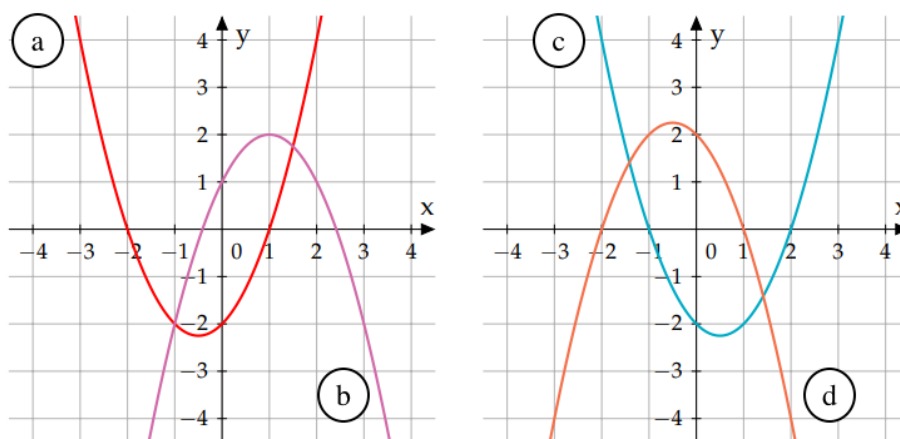


Figure 10 : Extrait du cours de l'enseignant  $P_1$ .

Six enseignants sur les dix proposent des exercices où les élèves doivent écrire l'expression analytique d'une fonction à partir de sa représentation graphique, déterminer certaines caractéristiques de la fonction à partir de son expression ou encore produire une expression analytique d'une fonction vérifiant certaines conditions, comme le montre la figure 11.

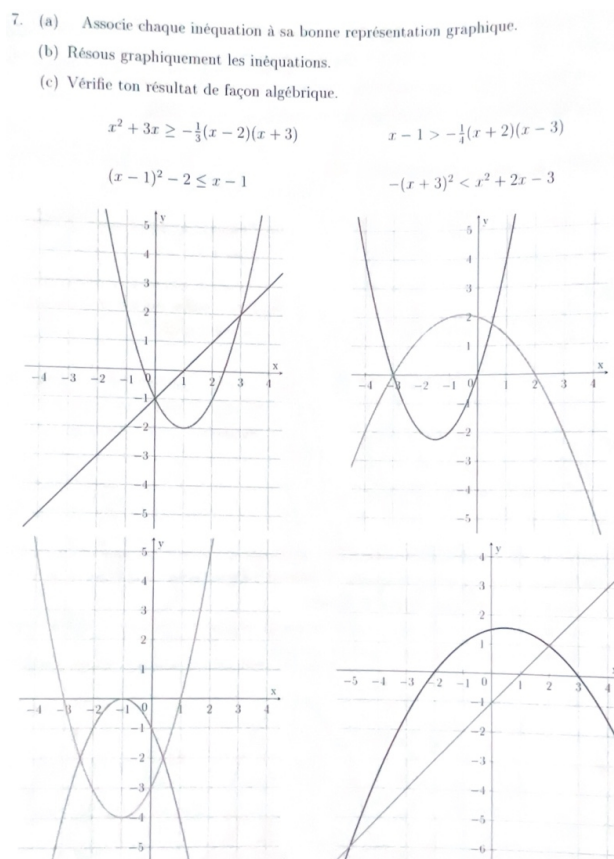
7. Détermine l'expression analytique de la fonction du second degré dans les différents cas suivants :
- (a) La parabole coupe l'axe des  $x$  en des points d'abscisse  $-1$  et  $3$  et comprend le point  $(0; 4)$ .
  - (b) Le sommet a pour coordonnées  $(1; -4)$  et  $P$  coupe l'axe des  $y$  au point d'ordonnée  $-3$ .

Figure 11 : Extrait du cours de l'enseignant  $P_4$ .

Aucun enseignant ne propose d'exercices demandant explicitement d'interpréter graphiquement des solutions d'une (in)équation, ce qui correspond à la deuxième injonction (« *Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du 2<sup>e</sup> degré* »). Comme nous l'avons montré dans le relief, cette tâche permet pourtant de travailler l'articulation entre les deux domaines de travail. Deux enseignants affirment toutefois réaliser une illustration graphique après chaque résolution d'(in)équations entre autres avec des outils numériques comme GeoGebra. Seul un enseignant travaille davantage cette injonction puisqu'à partir du moment où il a vu la représentation graphique d'une fonction du second degré, les élèves doivent résoudre algébriquement et graphiquement les (in)équations. En effet, il explique :

*P<sub>10</sub> : Ça, je fais tout le temps et en fait, je le faisais déjà dans le chapitre du premier degré. [...] Et après ça, j'en fais souvent donc là, par exemple, ils ont une parabole et doivent résoudre graphiquement et algébriquement l'équation, donc, on l'a fait toujours graphiquement et je leur dis « après vos solutions graphiques elles ne sont peut-être pas exactes ou on ne sait pas les lire exactement, donc on revient vérifier avec le calcul ». [...] Et en toute fin d'année-là, du coup je le fais pareil avec les inéquations. [...] Alors d'abord avec juste on compare à 0 et après on fait pareil avec d'autres valeurs. On fait des inéquations. Et après je compare carrément une droite et une parabole, et là pareil graphiquement et algébriquement chaque fois ils sont obligés de donner les deux.*

Sept enseignants sur les dix travaillent la résolution graphique d'inéquations, ce qui fait référence à la troisième injonction (« *Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du second degré* »). Généralement, la représentation graphique de la fonction est donnée ou les élèves doivent d'abord associer l'inéquation à la représentation graphique correspondant comme le montre l'exercice repris à la figure 12.



**Figure 12 :** Extrait du cours de l'enseignant P<sub>7</sub>.

Fournir la représentation graphique aux élèves minore le travail dans le registre graphique et donc la conversion du registre algébrique au registre graphique. Parmi ces enseignants, cinq demandent de résoudre à la fois graphiquement et algébriquement les inéquations proposées et quatre travaillent également la résolution graphique d'équations.

Enfin, en référence aux trois types de tâches qui ne sont pas travaillés dans les manuels, nous avons élaboré une liste de cinq exercices qui permettent entre autres de travailler ces tâches (cf. annexe 2). Lors des entretiens, nous avons discuté de cette liste d'exercices avec les enseignants afin de déterminer s'ils proposent ce type d'exercices à leurs élèves. Nous présentons ci-dessous les résultats pour trois de ces exercices.

*Exercice 1.* Dans chaque cas, esquisse le graphe d'une fonction du second degré qui satisfait les conditions données.

- a)  $a > 0, b > 0, c > 0$  ;
- b)  $f$  n'a pas de zéro et  $c < 0$  ;
- c)  $f(x) = a(x+2)(x-3)$  et  $a < 0$ .

Ce premier exercice a pour but de travailler les liens entre les caractéristiques de la fonction et celles de la parabole. Ce type d'exercices permet donc de travailler le rôle de chacun des coefficients ainsi que le passage des informations algébriques de la fonction à leur interprétation graphique et par conséquent la conversion du registre algébrique au registre graphique. Seul un enseignant sur les dix propose un exercice similaire à celui-ci. Les autres enseignants le trouvent intéressant mais trop compliqué pour leurs élèves étant donné que certains coefficients ne sont pas des valeurs chiffrées. Cet aspect confirme les difficultés des élèves à manipuler des lettres, comme nous l'avons souligné dans l'analyse du relief. L'extrait suivant va dans ce sens :

*P<sub>1</sub> : Le a), je proposerai pas parce qu'il fait pas noter qui est a, b, c dans l'expression. [...] je ne mettrais pas parce que le b est imposé et qu'ils ont vraiment du mal avec la valeur du b par contre le a et le c ça je pourrais le mettre sans aucun problème mais le b c'est pas le truc qu'ils gèrent le plus. Déjà en partant du graphique qui est déjà fait pour trouver la valeur de b c'est compliqué donc pour le b non mais plutôt parce que mes élèves ont pas mal de difficultés.*

Toutefois, la moitié des enseignants ont tendance à travailler cet exercice dans le sens inverse, c'est-à-dire qu'ils demandent aux élèves de déterminer à partir de l'esquisse du graphe certaines informations sur la fonction (nombre de zéros, signes des coefficients, etc.). Ce type d'exercice travaille, quant à lui, le passage du graphique vers l'algébrique et non l'inverse et ne met donc pas en jeu la même utilisation des connaissances que dans l'exercice 1 proposé ci-dessus.

*Exercice 3.* Représente sur l'axe des abscisses l'ensemble des solutions des équations/inéquations suivantes :  $f(x)=0$ ,  $f(x)<0$  et  $f(x)\geq 0$ , où  $f(x)=2x^2-3x+1$ .

Les manuels proposent peu, voire pas d'exercices travaillant l'interprétation graphique des solutions d'(in)équations du second degré, nous avons donc élaboré l'exercice 3, qui permet de réaliser ce travail mais aussi de favoriser le sens donné à la notion de solution. Cet exercice permet donc d'une part d'articuler les deux domaines de travail à savoir l'Algèbre et l'Analyse, ainsi que les changements de registres du registre algébrique au registre graphique. Aucun des

enseignants ne propose d'exercices proches de cet exercice. Toutefois, un des enseignants, bien qu'il n'ait pas d'exercice demandant clairement de représenter les solutions d'une (in)équation, essaie de toujours représenter le graphe de la fonction à la main ou en utilisant GeoGebra après l'avoir résolue. L'extrait suivant illustre les propos de cet enseignant :

P9 : *Alors la question n'est pas posée telle quelle, mais lorsque j'ai fait l'exercice dont je t'ai parlé juste avant, c'est surtout que des inéquations, je ne fais pas des équations, ça, je le fais à nouveau sur des équations je donne l'exemple, mais l'exercice du type  $f(x) < 0$ , ça, je le fais lors de l'exercice. Ouais, comme je demande de résoudre graphiquement, je représente sur l'axe des abscisses le truc avant d'écrire  $S = \dots$  voilà pour visualiser une autre façon de voir l'ensemble des solutions plutôt visuelles qu'algébrique, comme ça ils ont sous différents registres quoi.*

Exercice 4. À partir du tableau de signes de  $f_1$  et de  $f_2$ , donner l'ensemble des solutions des équations et inéquations suivantes.

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
| $x$   |   | 3 |   |
| $f_1$ | — | 0 | — |

|       |   |    |   |   |   |
|-------|---|----|---|---|---|
| $x$   |   | -1 |   | 5 |   |
| $f_2$ | + | 0  | — | 0 | + |

- a)  $f_1(x) > 0$  ;
- b)  $f_2(x) \leq 0$  ;
- c)  $f_1(x) = 0$  ;
- d)  $f_2(x) > 0$ .

L'exercice 4 a pour objectif la lecture et l'interprétation du tableau de signes de deux fonctions. En effet, les élèves ne doivent pas construire le tableau de signes puisque les expressions analytiques des fonctions ne sont pas données. Cela leur permet de travailler l'interprétation du tableau ainsi que la mise en relation de la première et de la dernière ligne du tableau mais aussi de donner du sens aux tableaux de signes. En effet, dans notre mémoire (Dumonceau, 2023), l'étude de manuels a montré qu'aucun ne proposait d'exercices permettant de travailler la lecture et l'interprétation des tableaux, ce qui pourrait mener les élèves à résoudre des inéquations de façon mécanique et induire ainsi un manque de sens à ce qu'ils font. Seul un enseignant sur les dix travaille ce genre d'exercices avec ses élèves. Les autres enseignants le trouvent intéressant et pourraient le proposer avec leurs élèves. Les deux extraits suivant en témoignent :

P1 : *J'en ai pas, mais ça peut être un chouette exercice à faire. Mais en effet, j'en ai pas des comme ça, mais il est très intéressant.*

P7 : *Ouais, ça c'est bien, c'est une bonne idée. J'ai déjà demandé ça, mais en examen, en transférer ce genre de choses donc, oui je, c'est vraiment une bonne idée. Oui. J'en ai pas comme ça, mais je trouve que ça pourrait ouais. Ça pourrait, ça a tout à fait sa place.*

En conclusion, les propos des enseignants dans les entretiens montrent que les deux organisations mises en avant dans l'analyse du relief et dans les manuels se retrouvent également sur le terrain. Aucun enseignant ne déconnecte les deux cadres puisque les enseignants qui commencent par les équations intègrent les fonctions au moment de traiter les inéquations du second degré, en discutant du signe d'une fonction du second degré et ceux qui commencent par les fonctions intègrent la méthode de résolution avec le discriminant lorsqu'ils discutent des zéros de la fonction, ce qui constitue une différence majeure avec les manuels. Ainsi l'articulation possible entre l'Analyse et l'Algèbre anticipée dans le relief semble être présente dans les propos des enseignants. Dans ces conditions, l'ordre d'introduction des notions ne

semble pas influencer les types de tâches proposés puisque l'articulation mise en place entre les deux cadres fait que les enseignants qui entament leur cours en traitant les fonctions du second degré intègrent l'Algèbre lorsqu'ils étudient les fonctions et ne scindent donc pas l'Algèbre et l'Analyse. Du côté des exercices, l'étude de manuels a mis en avant que certaines injonctions des référentiels étaient peu, voire pas travaillées. L'étude de terrain avait donc pour objectif de savoir si les enseignants les traitent et avec quels types de tâches, en proposant des exercices de représentation graphique de fonctions à partir de leur expression (et inversement), d'association d'expressions de fonctions aux représentations graphiques (et inversement), résoudre graphiquement des inéquations, etc. Seule l'injonction « *Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du 2<sup>e</sup> degré* » n'est pas travaillée dans le cours des enseignants. Toutefois, l'ensemble des enseignants proposent des exercices permettant de travailler avec différents registres de représentation sémiotique tant du côté de l'Analyse que du côté de l'Algèbre. Nous avons également repéré que certains exercices permettant de travailler davantage le passage du registre algébrique vers le registre graphique ou les changements de cadres ne sont pas proposés par les enseignants puisqu'ils ne choisissent pas d'exercices proches de ceux que nous avons élaborés pour mener les entretiens. Pour revenir à la problématique de recherche, les choix des scénarios des enseignants semblent donc permettre de travailler sur les registres de représentation et sur les passages de l'un à l'autre. En effet, tous disposent de la méthode de résolution du discriminant au moment de réaliser les exercices concernant les fonctions ce qui, comme montré dans l'étude de relief, permet de proposer des tâches variées en termes de conversions de registres.

## Conclusion

Notre travail porte sur les pratiques déclarées des enseignants pour comprendre comment ils articulent les registres de représentation lorsqu'ils enseignent les (in)équations et les fonctions du second degré. Dans un premier temps, l'étude de relief nous a permis, compte tenu des injonctions présentes dans l'UAA, de réfléchir aux progressions possibles des contenus et des tâches à proposer aux élèves puis d'anticiper le traitement et les conversions de registres de représentation. Ensuite, notre étude de manuels a montré l'impact des choix d'introduction des notions sur les types de tâches proposés aux élèves et sur les conversions de registres associées. Ces premières analyses nous ont alors permis de centrer notre problématique de recherche sur l'articulation des registres de représentation et d'élaborer un guide d'entretien pour mieux comprendre les choix des enseignants sur la base de pratiques déclarées. Notre étude des pratiques révèle que les enseignants font des choix de scénarios différents de ceux mis en évidence dans les manuels. En effet, tant pour les enseignants qui démarrent par les équations que ceux qui optent pour débiter avec les fonctions, ces deux choix d'introduction ont pour conséquence d'introduire les équations dans leur dimension d'outil pour rechercher les racines d'une fonction. Elles sont aussi travaillées en tant qu'objet pour développer chez les élèves des techniques algébriques. Ainsi, ce travail sur la dimension outil et objet des équations semble permettre aux enseignants d'articuler les cadres de l'Analyse et de l'Algèbre et de ne pas les déconnecter comme dans les manuels étudiés. Plus précisément, les enseignants qui démarrent par les équations optent pour des tâches semblables à celles rencontrées dans les manuels *Actimath à l'infini 4* et *Amplitude Maths 4e*. En revanche, les enseignants qui démarrent par les fonctions et qui introduisent la résolution des équations pour rechercher les racines d'une fonction vont proposer à leurs élèves des tâches plus variées que dans le manuel *CQFD Maths 4e*, en articulant le registre graphique avec des registres plus variés également.

Ainsi, les choix des enseignants ne semblent pas se limiter à des aspects techniques et opératoires centrés sur la résolution d'équations. Ils expliquent au contraire aller à la recherche du sens en proposant à leurs élèves des tâches permettant des changements de cadres et diverses articulations entre les registres, dont nous savons que ce travail favorise la conceptualisation des élèves. Ces choix qui reflètent une réflexion à la fois sur le sens et la technique sont peut-être liés à la formation de ces enseignants pour lesquels nous nous sommes aperçues à la fin de ce travail qu'ils avaient pratiquement toutes et tous reçu une formation en didactique dans leur parcours antérieur. Au cours de cette formation, des outils didactiques tels que les notions de cadres, de registres, les dimensions outil-objet d'une notion (au sens de Douady, 1987), le relief, etc. sont présentées aux étudiants afin de leur permettre de réfléchir à l'élaboration de leurs scénarios d'enseignement en prenant en compte les spécificités des notions à enseigner. Il s'agit sans doute d'une première limite à ce travail mais qui offre des perspectives de recherches puisque nous menons actuellement des entretiens avec des enseignants n'ayant pas bénéficié d'une telle formation.

Dans ce contexte, nous envisageons de confronter ces pratiques déclarées aux pratiques effectives des enseignants interrogés avec des observations dans leurs classes. Pour ce type d'étude, le relief sera un outil d'analyse qui nous permettra de « *dégager des étapes dans les scénarios, qui favorisent des activités mathématiques d'élèves sur lesquels s'appuyer et développer les savoirs visés* » (Chesnais et Robert, 2025, p. 24). Ce travail ouvre également la voie à des questions sur l'impact des formations initiales sur les pratiques enseignantes. Cette dimension sera investiguée prochainement dans un travail de thèse.

## Références bibliographiques

- Absil, C., Dubois, K., Lebrun S., & Sabbatini, S. (2020). *Amplitude maths 4<sup>e</sup>*. Éditions Averbode/Érasme.
- Bridoux, S., Grenier-Boley, N., Hache, C., & Robert, A. (2016). Les moments d'exposition des connaissances analyses et exemples. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 21, 187–233.
- Chesnais, A., & Robert, A. (2025). Un point de vue didactique sur le développement professionnel des enseignants de mathématiques du secondaire. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, 15(1), 19–40.
- Douady, R. (1987). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5–31.
- Dumonceau, P. (2023). *Articuler l'Algèbre et l'Analyse pour enseigner le second degré : une étude des pratiques enseignantes*. [Mémoire de fin d'études, Université de Mons].
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37–65.
- Grenier-Boley, N., & Horoks, J. (à paraître). *L'enseignement et l'apprentissage des fonctions en 3<sup>e</sup>-2<sup>de</sup> : une étude de manuels*.

- Robert, A. (2008). Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 48–50). Octarès Éditions.
- Robert, A., Penninckx, J., & Lattuati, M. (2012). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques : (se) former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos* (p. 168–180). Presses universitaires de Franche-Comté.
- T'Kindt-Demulder, I., & Gérard, F. (2015). *Actimath à l'infini 4 - Manuel : Algèbre - Analyse* (1<sup>re</sup> édition, 5<sup>e</sup> réimpression, 2018). Éditions VAN-IN.
- Van Dieren, F., Hausmann, S., & Van Eerdengrughe, A. (2016). *CQFD Maths 4e - Manuel* (2<sup>e</sup> édition). De Boeck Éducation.
- Fédération Wallonie-Bruxelles (2015). *Programme d'études - Mathématiques 467/2015/240*.  
<https://www.wallonie-bruxelles-enseignement.be/progr/467-2015-240.pdf>
- Fédération Wallonie-Bruxelles (s.d.). *Les référentiels du tronc commun*.  
<http://www.enseignement.be/index.php?page=28597&navi=4920#r%C3%A9f%C3%A9rentiel>
- Fédération Wallonie-Bruxelles (s.d.). *Compétences terminales*.  
<http://www.enseignement.be/index.php?page=25189&navi=296>

# Annexe 1

## Fiche UAA - Deuxième degré

| Mathématiques : 2 <sup>e</sup> degré de transition ( 4 <sup>e</sup> année)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 4UAA5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Unité d'acquis d'apprentissage                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Deuxième degré |
| Compétences à développer<br>RÉSOUTRE DES PROBLÈMES, Y COMPRIS D'OPTIMISATION, SE MODÉLISANT PAR UNE ÉQUATION, UNE INÉQUATION OU UNE FONCTION DU 2 <sup>e</sup> DEGRÉ<br>ASSOCIER GRAPHIQUES ET EXPRESSIONS ANALYTIQUES DE FONCTIONS DU 2 <sup>e</sup> DEGRÉ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                |
| Processus                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Ressources                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                |
| Appliquer <ul style="list-style-type: none"><li>Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du 2<sup>e</sup> degré</li><li>Associer l'expression analytique d'une fonction du 2<sup>e</sup> degré à son graphique et réciproquement</li><li>Construire l'expression analytique d'une fonction du 2<sup>e</sup> degré à partir de son graphique et réciproquement</li><li>Déterminer les caractéristiques d'une fonction du 2<sup>e</sup> degré</li><li>Déterminer l'expression analytique d'une fonction du 2<sup>e</sup> degré répondant à des conditions données</li></ul> | Transférer <ul style="list-style-type: none"><li>Modéliser et résoudre un problème d'optimisation</li><li>Modéliser et résoudre des problèmes issus de situations diverses</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Fonction du 2 <sup>e</sup> degré<br>Caractéristiques de la fonction du 2 <sup>e</sup> degré <ul style="list-style-type: none"><li>Zéro</li><li>Signe</li><li>Croissance, décroissance</li><li>Extremum</li></ul> Caractéristiques de la parabole d'axe vertical <ul style="list-style-type: none"><li>Sommet</li><li>Axe de symétrie</li><li>Concavité</li></ul> Équations et inéquations du 2 <sup>e</sup> degré<br>Somme et produit des solutions de l'équation du 2 <sup>e</sup> degré<br>Forme factorisée du trinôme du 2 <sup>e</sup> degré |                |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Connaitre <ul style="list-style-type: none"><li>Lier les diverses écritures de la fonction du 2<sup>e</sup> degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique:<br/><math display="block">x \rightarrow a(x - \alpha)^2 + \beta</math><math display="block">x \rightarrow ax^2 + bx + c</math><math display="block">x \rightarrow a(x - x_1)(x - x_2)</math></li><li>Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du 2<sup>e</sup> degré</li></ul> | Stratégies transversales<br>Modéliser et résoudre des problèmes<br>Critiquer un résultat<br>Communiquer et présenter des résultats<br>Reconnaître le modèle quadratique<br>Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                |

Extrait du programme de mathématiques (467/2015/240) au 2<sup>e</sup> degré  
(Fédération Wallonie-Bruxelles, 2015, p. 34).

## Annexe 2

### Guide d'entretien

#### Préambule

Je suis étudiante en dernière année de Master à l'UMONS pour devenir professeure. Dans le cadre de mon mémoire réalisé sous la direction de Mme S. Bridoux, je m'intéresse à l'UAA du Second degré donnée en quatrième année. Le but de la discussion est d'essayer de comprendre avec vous comment vous faites pour enseigner cette UAA.

#### Organisation du chapitre

Dans l'UAA, il faut voir à la fois les fonctions du second degré et les équations du second degré.

- Par quoi commencez-vous ?
- Pourquoi faites-vous ce choix-là ?
- Dans quel ordre voyez-vous les autres notions de l'UAA ? À quels moments de l'année les voyez-vous ?
- Avez-vous déjà essayé de faire autrement ? Pourquoi ?

#### Questions sur la théorie liée aux fonctions

- Comment faites-vous pour établir que le graphe d'une fonction du type  $f(x) = ax^2 + bx + c$  est une parabole ?
- Proposez-vous une activité d'introduction ?
- Comment faites-vous pour calculer les zéros de la fonction (algébriquement) ?

*Remarque : Cette question n'a été posée qu'aux enseignants commençant par les fonctions du second degré.*

- Si on suit les injonctions des programmes, les transformées de fonctions mènent à la forme canonique  $a(x - \alpha)^2 + \beta$  et il faut ensuite passer à la forme  $ax^2 + bx + c$ . Suivez-vous cet ordre ? Comment amenez-vous les différentes écritures ? Comment passez-vous d'une écriture à l'autre ?
- Comment mettez-vous en correspondance le signe du coefficient du  $x^2$  avec la concavité de la parabole ?
- La représentation graphique des fonctions a été vue, il faut ensuite dresser le tableau de signes. Comment faites-vous ces liens entre la représentation graphique et le tableau de signes ? Ces liens sont-ils écrits ? Sous forme de phrases, de symboles, ... ?

#### Questions sur la théorie liée aux équations

- Comment introduisez-vous les équations du second degré ?
- Comment amenez-vous l'objet discriminant ?
- Comment établissez-vous les résultats qui portent sur les liens entre le signe du discriminant et le nombre de solutions de l'équation ?

- Démontrez-vous les résultats obtenus ?

## Questions sur les processus

- Lorsque l'on regarde l'UAA, celle-ci évoque les trois types d'écriture pour une fonction du second degré. Comment faites-vous pour lier ces diverses écritures ?
- Quels types d'exercices proposez-vous pour faire travailler ces processus (surlignés, voir annexe 1) ?
- Parmi les exercices suivants, y en a-t-il qui sont proches de ceux que vous faites avec vos élèves ? Qu'en pensez-vous ?
- Pour les exercices non proches, pourquoi ne les proposez-vous pas ? Pourriez-vous les proposer en classe ? Pourquoi ?
  - *Exercice 1.* Dans chaque cas, esquisse le graphe d'une fonction du second degré qui satisfait les conditions données.
    - a)  $a > 0, b > 0, c > 0$  ;
    - b)  $f$  n'a pas de zéro et  $c < 0$  ;
    - c)  $f(x) = a(x+2)(x-3)$  et  $a < 0$ .
  - *Exercice 2.* À partir des informations suivantes, donne une forme analytique de la fonction  $f$  sachant que c'est une fonction du second degré.
    - a)  $f$  admet un zéro en  $x=1$  et la concavité du graphe de  $f$  est tournée vers le bas ;
    - b) Le graphe de  $f$  a pour sommet le point  $S(2;3)$  et la concavité du graphe de  $f$  est tournée vers le haut.
    - c) Le graphe de  $f$  admet deux zéros en  $x=-2$  et en  $x=4$  et  $f$  est croissante avant son sommet.
  - *Exercice 3.* Représente sur l'axe des abscisses l'ensemble des solutions des équations/inéquations suivantes :  $f(x)=0$ ,  $f(x)<0$  et  $f(x)\geq 0$ , où  $f(x)=2x^2-3x+1$ .
  - *Exercice 4.* À partir du tableau de signes de  $f_1$  et de  $f_2$ , donner l'ensemble des solutions des équations et inéquations suivantes.

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
| $x$   |   | 3 |   |
| $f_1$ | - | 0 | - |

|       |   |    |   |   |   |
|-------|---|----|---|---|---|
| $x$   |   | -1 |   | 5 |   |
| $f_2$ | + | 0  | - | 0 | + |

- a)  $f_1(x) > 0$
- b)  $f_2(x) \leq 0$
- c)  $f_1(x) = 0$
- d)  $f_2(x) > 0$
- *Exercice 5.* Soit  $f$  une fonction du second degré telle que  $f(0)=1$ ,  $f(1)=2$  et  $f(4)=-4$ . Détermine l'expression analytique de  $f$ .

## Questions sur les difficultés des élèves

- Quelles difficultés les élèves rencontrent-ils pour la partie « fonctions » ? Essayez-vous d'y remédier ?
- Quelles difficultés les élèves rencontrent-ils pour la partie « équations et inéquations » ? Essayez-vous d'y remédier ?