
LA RECHERCHE LIBRE MATHÉMATIQUE EN PÉDAGOGIE FREINET : FONDEMENTS ET MISES EN PRATIQUE

Viviane BAFFIN-MONNERVILLE¹

INSPÉ de l'académie de Lille Hauts de France, Université de Lille
Centre de Recherches en Sciences de l'Éducation (CRSE), Université libre de Bruxelles

Thomas BARRIER²

Centre de Recherches en Sciences de l'Éducation (CRSE), Université libre de Bruxelles

Résumé. Cet article s'intéresse à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans le contexte de la pédagogie Freinet. Nous proposons tout d'abord une présentation générale de ce courant pédagogique mais aussi, ce qui est plus rare, quelques développements spécifiques concernant les mathématiques. Dans un deuxième temps, nous nous focalisons sur le dispositif de la recherche libre mathématique, en appui sur un corpus issu de deux établissements secondaire et primaire du Nord de la France. L'objectif est alors de dégager quelques points d'attention quant aux phénomènes didactiques susceptibles de voir le jour dans ce contexte pédagogique spécifique, caractérisé par le fait que la pédagogie Freinet est rarement pratiquée dans le second degré, à plus forte raison encore dans le cas des mathématiques. Les analyses proposées dans ce texte ont recours à des outils conceptuels empruntés aux courants classiques de la didactique des mathématiques francophone, ce qui nous donne aussi l'occasion de discuter des points de convergence et de divergence entre ces approches et le courant pédagogique de l'école moderne fondé par Freinet.

Mots-clés. Pédagogie Freinet, recherche libre mathématique, transmathèse, théorie des situations.

Abstract. This article examines the teaching and learning of mathematics within the context of Freinet pedagogy. We begin with a general overview of this pedagogical approach, as well as — more unusual — some specific insights regarding mathematics. Subsequently, we focus on the practice of free mathematical inquiry, drawing on a corpus of data from two primary and secondary schools in northern France. The aim, finally, is to identify a few key points regarding the pedagogical phenomena likely to arise in this specific educational context, characterized by the fact that the Freinet method is rarely practiced in secondary education, and, even less so, in the case of mathematics. The analysis presented in this text, draw on conceptual tools borrowed from traditional approaches to mathematics education in the French-speaking world (« *didactique des mathématiques* »), which also gives us the opportunity to discuss the similarities and differences between these approaches and the modern educational movement founded by Freinet.

Keywords. Freinet pedagogy, free mathematical inquiry, transmathesis, theory of didactical situations.

Introduction

Cet article décrit un élément de la pédagogie Freinet, la recherche libre mathématique, et l'illustre par quelques exemples issus d'un travail de thèse en cours. Centrée sur l'enfant, la pédagogie Freinet part du principe que chaque individu apprend selon une méthode que Freinet qualifie de naturelle (C. Freinet, 1956), et que l'enseignant doit mettre en œuvre des activités favorisant le développement de cette méthode naturelle par tâtonnement expérimental (C. Freinet, 1950). À l'instar du texte libre dans la discipline du français (Vergnoux, 2001), la recherche libre mathématique est une activité emblématique de l'enseignement de cette discipline. Une recherche libre mathématique débute par le choix d'un objet personnel par

¹ viviane.monnerville@univ-lille.fr

² thomas.barrier@ulb.be

l'élève. L'enseignant accompagne alors l'élève dans un processus de problématisation avec pour objectif la construction d'une connaissance mathématique par tâtonnement expérimental, point de départ d'un questionnement collectif ou d'une institutionnalisation coopérative. Quelles sont les difficultés susceptibles de voir le jour dans le processus d'enseignement et d'apprentissage au cours de la mise en œuvre de la recherche libre mathématique ? Pour répondre à cette question, nous prendrons appui sur des productions d'élèves issues d'une école primaire et d'un collège d'un même réseau d'éducation prioritaire où sont menées des expériences en pédagogie Freinet. L'école en question a fait l'objet d'une étude de grande ampleur il y a une vingtaine d'années autour de la mise en œuvre de cette pédagogie en milieu populaire (Reuter, 2007a). En appui sur des concepts et outils de la didactique des mathématiques et des sciences de l'éducation, nous dégagerons alors trois tensions à partir de l'analyse de trois approches différentes de la recherche libre :

- entre l'individuel et le collectif (Urbanski, 2018) ;
- entre l'entrée spontanée, non disciplinaire, et le registre proprement disciplinaire des mathématiques (Chevallard et Joshua, 1991) ;
- entre engagement authentique et scolaire (C. Freinet, 1969).

Nous utilisons le mot tension pour désigner des difficultés de l'enseignant à gérer le curriculum au cours du processus d'enseignement et d'apprentissage. Outre l'intérêt didactique de faire émerger les tensions au cours de l'activité, cet article sera aussi l'occasion d'un dialogue théorique avec certains concepts de didactique des mathématiques, en particulier des concepts issus de la Théorie des Situations (Brousseau, 1998). Nous proposons notamment la notion de *transmathèse* (cf. partie 2.2.) pour rendre compte de certains aspects de l'enseignement-apprentissage, spécifiques à la pédagogie Freinet, qui ne sont pas conceptualisés en Théorie des Situations.

Dans une première partie, cet article propose une rapide présentation des grands principes de la pédagogie Freinet avant de se focaliser sur la place des mathématiques au sein de ce courant pédagogique. Il s'agit de permettre aux lecteurs qui ne seraient pas familiers de ce courant pédagogique d'en saisir les principales caractéristiques. Nous ferons ensuite un point sur les activités mathématiques favorisant le développement de la méthode naturelle en pédagogie Freinet (Go, 2009). La deuxième partie se concentre plus directement sur l'activité de recherche libre mathématique : après des considérations historiques permettant de contextualiser l'apparition de cette activité en particulier, nous présentons et analysons, dans une troisième partie, trois exemples de mise en œuvre afin de dégager les tensions inhérentes aux différentes phases d'enseignement/apprentissage.

1. La pédagogie Freinet : principes généraux et réflexions propres aux mathématiques

Dans l'ancienne école, en effet, l'instituteur instruit. Parfois même prétend éduquer ses élèves. Nous disons : C'est l'enfant lui-même qui doit s'éduquer, s'élever, avec le concours des adultes. Nous déplaçons l'axe éducatif : Le centre de l'école n'est plus le maître, mais l'enfant. Nous n'avons pas à rechercher les commodités du maître, ni ses préférences : La vie de l'enfant, ses besoins, ses possibilités, sont à la base de notre méthode d'éducation populaire [...] (É. Freinet, 1981, p. 76).

Cette première partie utilise comme documents de références les archives de l'ICEM³, en particulier les écrits d'Élise et de Célestin Freinet. Les principes de cette pédagogie sont concrétisés à l'aide de techniques qui subissent des évolutions avec le temps, sous l'influence des praticiens et des progrès techniques. Il en est de même des outils inhérents à ces techniques. Un certain nombre de ces principes décrivent la finalité de l'école, alors que d'autres concernent la mise en œuvre des enseignements et des démarches d'apprentissage.

1.1. Les trois principes concernant la finalité de l'école

L'école ouverte sur la vie

[...] Freinet partait avec ses élèves par les sentiers qui rayonnent autour du village et, à même la nature et les aspects changeants des horizons, ils faisaient la plus vivantes des leçons de géographie, de calculs ou de botanique. L'école s'était ouverte sur la vie [...] (É. Freinet, 1981, p. 24).

Selon Célestin Freinet, l'école doit être ouverte sur l'environnement personnel, social, culturel, familial, scolaire de l'élève. Il part du principe que travailler sur des questions vives aide à éviter la scolastique et à donner du sens aux apprentissages. En recherche libre mathématique par exemple, l'élève fait des propositions qu'il formule à partir de ses expériences personnelles et de son environnement.

L'éducation du travail

L'enfant veut travailler comme il veut se nourrir (C. Freinet, 1969, p. 224).

Pour Célestin Freinet, le travail est un vecteur d'épanouissement. Apprendre, c'est agir, et l'enfant a besoin d'agir. Il défend l'idée que le statut de l'enfant auteur permet l'épanouissement personnel et que le fait de valoriser tout travail fournit, développe le désir d'apprendre et la motivation. Comment le professeur peut-il s'emparer de ce désir sans le faire disparaître, comment l'inscrire dans la continuité ?

L'école populaire

Nous sommes un groupe d'Éducateurs Populaires [...] (C. Freinet, 1937, p. 1).

Au lieu de consacrer ses soins les meilleurs à la plante rare qu'est l'élève doué, pour exalter en lui le prodige, il prêterait une attention pour ainsi dire générale à tous les élèves sans exception, sans différence d'intelligence, de caractère et de milieu [...] (É. Freinet, 1981, p. 28).

Ce principe contextualise les débuts de la pédagogie Freinet au sein de l'Éducation Nationale. Elle est évocatrice du contexte économique et social, d'un projet éducatif, social et politique ancré dans une perspective révolutionnaire. Qu'en est-il aujourd'hui de ce projet ? La perspective de l'école populaire qui est attachée à un principe fondateur de la pédagogie Freinet est parfois mise à mal dans les faits. Dans notre expérience, nous avons pu faire le constat que certains établissements engagés durablement en pédagogie Freinet voient leur indice socio-économique augmenter dans le temps. Cette augmentation peut s'interpréter à la fois comme une conséquence indirecte de la réussite pédagogique de ces établissements, mais aussi comme l'effet d'un plus grand intérêt des familles socialement favorisées pour les pédagogies « différentes ». Cette augmentation n'est pas en soi significative d'un abandon de cette perspective populaire puisque ce qui compte avant tout est la réduction du caractère déterminant du milieu social des élèves sur leur réussite scolaire. Cependant, elle est un indicateur de la difficulté d'opérationnalisation de ce principe d'école populaire.

³ Institut Coopératif de l'École Moderne

1.2. Les trois principes qui concernent les apprentissages

Le tâtonnement expérimental et la notion de méthode naturelle

Une expérience réussie au cours du tâtonnement crée comme un appel de puissance, et tend à se reproduire mécaniquement pour se transformer en règle de vie (C. Freinet, 1950, p. 46).

Freinet explique que par une méthode naturelle, l'enfant apprend à parler ou à marcher : il essaie, se trompe, observe, recommence, pour réussir progressivement en interagissant avec son milieu. Dans son essai de psychologie sensible, il explique que ces expériences de tâtonnement amènent à des jouissances authentiques comme tout processus fonctionnel (C. Freinet, 1950). Cet apprentissage par tâtonnement est un ensemble de stratégies que l'individu développe pour résoudre un problème, surmonter une difficulté. Ceci résume ce que Freinet appelle la méthode naturelle que possède chaque individu, et que l'éducation a pour vocation de développer.

La libre expression

Disons-nous aussi à quel point la libération psychique née de l'expression libre est moralisatrice. Comment, par l'activité scolaire, nous réduisons presque tous les défauts que masquait seulement la morale traditionnelle, et à quel point la disparition de toute tyrannie autoritaire peut améliorer les rapports entre individus ? La place nous manque pour insister sur ces faits pourtant essentiels que ne veulent d'ailleurs pas reconnaître les adultes déformés par la scolastique et pour lesquels il ne saurait y avoir de progrès sans moralisation (C. Freinet, 1937, p. 8).

L'expression libre en pédagogie Freinet s'oppose à la scolastique. Il est rare dans les différents écrits des Freinet que les mots « expression » et « libre » soient dissociés. Pour Élise Freinet, le texte libre — un des dispositifs les mieux connus de la pédagogie Freinet (Vergnioux, 2001) —

n'est pas un simple document syntaxique : il est surtout un test psychologique et social qui permet de comprendre l'action du milieu sur l'enfant et réciproquement. Si le milieu est défavorable, l'être en subit les effets nocifs et son efficacité est menacée [...] (É. Freinet, 1981, p. 33).

Nous notons que la réflexion menée autour du texte libre en pédagogie Freinet ne trouve pas son pendant du côté des mathématiques. Il est prioritairement question de calcul, de calcul vivant et d'enquête. Nous y reviendrons.

1.3. Comment faire exister les principes : des techniques, des dispositifs, des outils

Principes et techniques Freinet

Les principes constituent le cadre, le socle de la pédagogie Freinet. Ils expriment une conception de l'enfant, des apprentissages et du rôle de l'enseignant, fondée notamment sur l'expression libre, la coopération, le tâtonnement expérimental et l'ancrage des apprentissages dans le réel. Ces principes sont invariants et structurants. Les techniques Freinet, quant à elles, sont des dispositifs concrets mis au service de ces principes. Elles constituent la traduction opérationnelle des principes dans les classes. Elles correspondent à des outils et des pratiques pédagogiques (texte libre, imprimerie, conseil coopératif, correspondance scolaire, etc.) qui peuvent être adaptées, transformées ou remplacées selon les contextes, les niveaux d'enseignement et les disciplines. Ainsi, les techniques ne prennent sens qu'au regard des principes qu'elles incarnent ; leur mise en œuvre ne se réduit pas à une application formelle, mais relève d'une appropriation réfléchie et contextualisée.

La pratique coopérative

La pratique coopérative s'oppose à la concurrence et à l'individualisme. La coopération est au cœur de l'organisation du travail, et régule les relations au sein de la classe. Elle est évoquée au

sein du mouvement Freinet comme « *une activité collective et fraternelle qui enrichit le bien commun* » (É. Freinet, 1981, p. 86). Cette conception interroge toutes les relations inhérentes à la vie de l'école : vivre, apprendre et enseigner ensemble à l'école. Elle concerne autant les enseignants que les apprenants, les adultes que les enfants.

La personnalisation des apprentissages

L'enfant n'aime pas le travail de troupeau auquel l'individu doit se plier. Il aime le travail individuel ou le travail d'équipe au sein d'une communauté coopérative (C. Freinet, 1964, p. 18).

La personnalisation des apprentissages est une des caractéristiques de la recherche libre mathématique sur laquelle nous allons nous concentrer par la suite. C'est en effet une activité d'apprentissage personnalisée, dont la finalité est d'être exposée aux pairs, discutée, critiquée, partagée, reconstruite, acceptée, institutionnalisée. Elle relève du tâtonnement expérimental et par conséquent de l'apprentissage individuel, mais il faut souligner qu'elle est pensée dans et pour la classe, comme un élément déclencheur dans le processus de construction d'un savoir collectif.

La créativité, la libre expression de l'enfant

L'enseignant incite les élèves à être force de proposition dans les différents domaines : c'est le concept d'enfant auteur illustré dans plusieurs publications. Nous en citerons deux exemples : sur le texte libre, où Freinet explique sa mise en place, son exploitation dans la classe et au cours des échanges interscolaires, ou encore sur les arts enfantins et l'enseignement artistique (C. Freinet, 1930 ; C. Freinet, 1937 ; É. Freinet, 1981). Élise Freinet considère que « *seule la libre expression permet à l'enfant de briser la cage qui l'emprisonne* », qui l'empêche de s'épanouir, de développer sa personnalité et donc d'apprendre de manière efficiente. Toutefois, elle fait un focus sur la musique et le théâtre ce qui nous amène aux interrogations suivantes, tardivement considérées au sein du mouvement : en mathématiques, l'enfant est-il en mesure de créer, de se trouver en position d'auteur ? Comment l'amener à mettre son imagination au service des apprentissages mathématiques ?

1.4. Les mathématiques en pédagogie Freinet

Méthode naturelle et mathématiques

Au début du XX^e siècle, et pendant l'ensemble de la carrière des époux Freinet, on enseigne à l'école des mathématiques élémentaires à visée pratique (Dorier, 2018). Les contenus sont essentiellement les rudiments du calcul à savoir la numération, les algorithmes des quatre opérations, les systèmes métrologiques, les problèmes numériques en lien avec des contextes concrets et quelques éléments de géométrie pratique comme les mesures d'aires classiques. Concrètement, les problèmes mathématiques enseignés à l'école sont ceux du type certificat d'étude et évoquent des bassins à remplir, des pompes à débit corrélé au temps, et autres situations ancrées dans une certaine réalité. C'est dans ce contexte que la pédagogie Freinet se développe.

Célestin Freinet estime dans un premier temps que suffisamment de situations sont présentes dans une journée pour travailler les mathématiques, et que, par conséquent, il est moins urgent d'aller vers un cadrage comme pour l'apprentissage de la langue. En 1937, il explicite ses perspectives sur les techniques à utiliser dans les différentes matières. Il explique par exemple la nécessité de préparer des travaux de calcul se rapportant au centre d'intérêt du mouvement et estime que les fichiers de calculs sont des moyens termes entre l'école idéale et les obligations imposés à l'école. En 1947, quand Célestin Freinet recommande de s'appuyer sur l'expérience

concrète des enfants pour faire des mathématiques, en opposition aux problèmes donnés dans l'école traditionnelle, on assiste à l'émergence du calcul vivant. Inscrit dans la méthode naturelle, le calcul vivant se caractérise par une exploitation individuelle et collective de tout ce qui, dans la vie de la classe et dans le quotidien des élèves, invite à calculer. Ainsi, Célestin Freinet entend intensifier la culture mathématique en s'appuyant d'une part sur la pratique permanente de la mesure à travers l'enquête, et d'autre part, par la résolution de problèmes issus de l'enquête ou des innombrables questions qui tourmentent l'élève.

Au sein du mouvement Freinet, c'est Beaugrand, entre autres, qui fait évoluer la pratique du calcul vivant⁴ jusqu'à parvenir à une structure aboutie (Beaugrand, 1959 ; Beaugrand et Pauthiès, 1968). Cependant, si l'utilisation du texte libre et du dessin libre semble être acquis au sein du mouvement de l'ICEM, pour de nombreux acteurs, l'enseignement des mathématiques par le calcul vivant reste problématique car les maîtres, en général, « *n'arrivent, à partir des tendances si subjectives et si vaporeuses du petit enfant, à faire jaillir l'étude du calcul par lui-même précis et objectif* » (Mawet, 1951, p. 1). Cette difficulté semble trouver un semblant de réponse dans une publication qui donnent aux enseignants de multiples pistes d'activités à mener en classe, pour des élèves de quatre à quatorze ans. Le début des années 60 marque ensuite le départ de la massification de l'enseignement et de la réforme des mathématiques modernes. Paul Le Bohec, conquis par la méthode naturelle de la lecture, se propose de mettre en place cette méthode à tous les domaines, jusqu'aux mathématiques (Schütz, 1990). Malgré les réticences de Célestin Freinet, il mène des recherches avec Élise Freinet, conçoit et met en place la création mathématique dans sa classe à partir de 1965. Au cours de l'entretien réalisé par Peter Schütz, Le Bohec raconte cette anecdote :

Un jour nous étions à Vence, à l'école Freinet et Freinet était absent, il était avec Dottrens, le pédagogue de Genève, en attendant moi j'ai organisé une séance de création orale et Freinet est arrivé et il a dit à Dottrens : « Voilà ce que nous ne voulons pas, c'est du bavardage ».

Le Bohec se disait « Éliséen » car plus proche de la démarche intellectuelle d'Élise Freinet et raconte cette autre anecdote à ce sujet :

Lorsque j'ai commencé mes expériences en méthode naturelle de mathématiques Élise m'a écrit : « Ici, à l'école, Freinet est contre toi, R. est contre toi, P. est contre toi et moi je suis plutôt de leur côté, mais continue, tu pourrais avoir raison contre nous ». Et j'avais raison. J'avais raison. Si je dis que j'avais raison, j'avais raison non pas contre Freinet, c'était sa méthode que j'appliquais. Mais j'avais raison aussi avec Élise parce que c'étaient les idées d'Élise que j'utilisais. J'ai simplement eu l'audace, la curiosité de voir ce que ça donnait aussi en mathématiques et c'est cette expérience des mathématiques qui m'a fait sentir quels étaient vraiment les fondements de la méthode et qui me permettent de les dominer et qui m'ont donné l'occasion de les expérimenter dans beaucoup de domaines.

En 1966, au crépuscule de sa vie, Célestin Freinet reconnaît l'absence de méthode pour enseigner les mathématiques dans sa pédagogie et la nécessité de faire une synthèse entre le matériel Cuisenaire, le calcul vivant et les mathématiques modernes (C. Freinet, 1966), au service de la méthode naturelle. Ces réflexions ont jeté les bases définitives pour le développement de la méthode naturelle en mathématiques. La recherche libre témoigne de cette évolution.

⁴ Dispositif pédagogique qui se caractérise par une utilisation individuelle et collective de tout ce qui, dans la vie de la classe, invite à calculer. En opposition aux problèmes donnés dans l'école traditionnelle, Freinet recommande dès 1947 de s'appuyer sur l'expérience concrète des enfants et sur la vie de la classe pour faire des mathématiques.

Quelles activités mathématiques ?

L'enseignement des mathématiques en Pédagogie Freinet est ancré dans le vécu, la réalité et l'environnement de l'élève. C'est le cas par exemple dans les *problèmes issus de la vie de la classe* où les activités mathématiques émergent de situations réelles : organisation d'une sortie, gestion d'une coopérative, répartition de matériel, tenue de comptes, mesure d'espaces, etc. L'objectif est alors de développer les compétences de résolution de problèmes, ou encore de montrer l'utilité sociale des mathématiques. Ces objectifs sont aussi poursuivis lors de l'activité de *balade mathématique*. Organisée par l'enseignant en dehors de l'école, elle permet d'initier l'apprentissage des mathématiques en prenant appui sur l'observation de l'environnement extérieur. Le quartier devient un lieu d'observation. Tout au long du cheminement, les élèves relèvent en écrivant ou en photographiant les éléments « mathématiques » à leur portée. Ces éléments sont restitués de retour en classe, où le professeur les exploite pour introduire, nourrir et organiser les apprentissages. Pour le respect des rythmes individuels d'apprentissage, le développement de l'autonomie et de la responsabilité, chaque élève dispose d'un *plan de travail* hebdomadaire ou bimensuel comprenant des activités mathématiques choisies ou négociées. Utilisé avec les *fichiers autocorrectifs*, ce plan, adapté au niveau de l'élève, contribue à une pratique avancée de la différenciation pédagogique. Ces fichiers favorisent l'auto-évaluation et autorisent la répétition sans sanction. Il s'agit d'installer des automatismes en calcul, en numération, en logique et en raisonnement, dans une progression libre. Quant à la *correspondance scolaire mathématique*, elle donne une finalité réelle aux productions mathématiques. Les élèves échangent avec d'autres classes des problèmes qu'ils inventent eux-mêmes ou qu'ils résolvent, souvent sous forme de défis. Le dispositif vise à renforcer chez eux la motivation intrinsèque, ainsi que les compétences de formulation et d'argumentation dans la mesure où ils créent des problèmes expliquent les démarches, et comparent des stratégies. Les *conférences* et les *exposés* sont d'autres activités encore qui visent à structurer la pensée mathématique, à développer le langage mathématique, et à valoriser les réussites des élèves. Les élèves présentent à la classe une découverte, une stratégie de calcul ou une notion qu'ils ont comprise par le biais de discussion collective, de schéma ou d'outils numériques. L'enseignant fait, à partir des découvertes des élèves, une institutionnalisation collective pour formaliser les notions mathématiques. Il donne ainsi un cadre explicite aux apprentissages, relie les découvertes aux savoirs scolaires, assurant du coup la progression curriculaire.

De manière globale, l'enseignant favorise le tâtonnement expérimental en cherchant à faire rencontrer à l'élève des notions mathématiques en partant de situations concrètes, de problèmes réels ou de questions qu'ils se posent eux-mêmes. Ils formulent des hypothèses, les testent, se trompent, ajustent et construisent progressivement des savoirs. Deux activités sont emblématiques du tâtonnement expérimental : la *création mathématique* et la *recherche libre mathématique* qui sont toutes les deux postérieures à Célestin Freinet. Ces activités apparaissent après le congrès de Perpignan de 1966 pour répondre à la nécessité de faire évoluer l'enseignement de la discipline sur le modèle de l'enseignement de la langue et des autres disciplines. Au cours de la création mathématique, les élèves réalisent sur papier une production à intention mathématique, à l'aide de signes, de chiffres, de lettres, de points, de lignes, et avec le matériel de leur choix. À chaque séance, plusieurs productions sont proposées à la classe qui les décrivent, en font un sujet d'échange, un point de départ vers des investigations mathématiques qui doivent permettre à l'enseignant de faire émerger des concepts. Au cours d'une recherche libre mathématique, l'élève est invité à produire un objet personnel, puisé dans sa propre sphère cognitive. Il peut convoquer son environnement personnel, en plus des cadres scolaire et imaginaire évoqués dans le cas de la création mathématique. Cette latitude supplémentaire fait de

la recherche libre la plus complexe des activités mathématiques en pédagogie Freinet. Dans la suite de cet article, nous nous focalisons uniquement sur les fondements et la mise en œuvre de cette activité.

2. La recherche libre mathématique

2.1. Introduction

Comme évoqué plus haut, la recherche libre est un des dispositifs conçus pour favoriser l'engagement dans le travail et la motivation intrinsèque en cours de mathématiques. Elle entend intégrer le processus de tâtonnement expérimental tout en s'appuyant sur l'épistémologie des mathématiques (Laboratoire de recherche coopérative de l'ICEM, 2018). Elle est introduite en pédagogie Freinet autour des années 1970, pratiquement en même temps que les mathématiques modernes pour tous (Pomès, 1970). À cet instant, Pomès ne parle pas de recherche libre de mathématique mais de recherche mathématique. Il estime alors qu'on peut en considérer de deux sortes : d'une part, celles qu'il instaure à partir d'une amorce donnée par les élèves et d'autre part celle induite par une interrogation de l'élève du type « je voudrais savoir si ... ». En 2015, l'ICEM publie l'ouvrage *Des références pour une méthode naturelle de mathématiques* (ICEM, 2015) afin de répondre aux difficultés exprimées par des enseignants, pour engager les élèves dans une recherche mathématique, lui donner un prolongement, et réagir face aux propositions. Cette publication, présentée comme complexe, entend répondre au même constat de Mawet (1951), à savoir que le domaine des mathématiques est celui qui offre aux enseignants du mouvement le plus de résistance à une pratique centrée sur l'enfant :

La rénovation pédagogique est déjà avancée pour le dessin libre, le texte libre et même son exploitation. Quant aux ressources du milieu, leur utilisation a été déformée par une application hâtive, trop systématique et encore dépourvue du sens éducatif qu'on voulait lui donner. C'est l'initiation au calcul qui tourmente le plus les maîtres, surtout ceux des premiers degrés. Nous les entendons souvent faire des réflexions de ce genre : « Le dessin, le français, cela donne, mais comment raccrocher le calcul ? » (Mawet, 1951).

C'est aussi le pendant d'un catalogue d'outils qu'avait proposé Mawet pour faciliter l'accompagnement des élèves dans leurs processus de tâtonnement expérimental. Monthubert, qui travaillait en mathématiques modernes depuis le début des années 60, s'est engagé à la fois dans les champs mathématique et artistique de l'ICEM dans les années soixante-dix, convaincu d'un lien réel entre ces disciplines, la méthode Freinet, le vécu et l'imagination de l'élève. C'est donc la fusion entre création, expression libre et mathématiques modernes qui donne naissance à la recherche libre mathématique dans le courant des années 70 (ICEM, 2000).

Dans une recherche libre, l'enseignant adopte plutôt des postures d'accompagnement et de lâcher prise (Bucheton et Soulé, 2009). Au cours du processus d'enseignement, l'enseignant évite une posture de contrôle, pratique une forme délégation de statut, nourrit le débat entre et avec les élèves, et le travail coopératif. L'erreur est considérée comme constructive, elle contribue au développement de postures réflexives de l'élève. Quant à l'élève, il fournit un travail individuel à l'intention de ses pairs, en dialoguant de manière régulière avec l'enseignant. Il est tantôt conférencier tantôt auditeur, et revêt pendant les conférences l'habit du professeur, de petit-maître (Leutenegger et Schubauer-Leoni, 2002). Cette multiplicité de rôles de l'élève, la mise en avant de la démarche argumentative et explicative caractérisent l'apprentissage des mathématiques en pédagogie Freinet, et contribuent à la responsabilisation de l'élève dans l'acquisition des savoirs disciplinaires (Lahanier-Reuter, 2005).

En donnant l'opportunité aux élèves d'évoquer leurs expériences personnelles pendant le temps dédié aux mathématiques, pendant un nombre non imposé de séances, avec une liberté non mesurée, le dispositif de recherche libre interroge la gestion du temps. Si l'activité démarre à un moment précis, elle peut être poursuivie pendant quelques heures, un mois, six mois, plus d'un an parfois, selon la richesse des échanges élèves-enseignants, et selon le taux d'adéquation entre le désir de l'élève et le projet de l'enseignant. D'autre part, du point de vue de la gestion du temps didactique, comment concilier cette souplesse et les contraintes temporelles des programmes scolaires ? Qu'en est-il de la séquentialisation qui consiste pour le professeur, à mettre en œuvre au cours d'une année, un même programme pour tous les élèves de toutes les classes d'un même niveau ? La recherche libre mathématique remet en question la position de chrono-maître du professeur, un aspect de la forme scolaire (Sensevy, 2019) directement remis en question par la pédagogie Freinet.

Nous présentons maintenant ci-dessous trois modalités de la recherche libre mathématique : recherche à partir d'une feuille blanche ou à partir d'une amorce ainsi que l'utilisation des machines mathématiques.

2.2. La recherche libre mathématique à partir d'une feuille blanche

La recherche libre débute par un objet personnel de l'élève puisé dans sa propre sphère cognitive, et qui est ensuite utilisé par le professeur comme point de départ pour concevoir une situation mathématique. Le choix de l'objet personnel est dépendant de à la fois de l'espace de liberté laissé par le professeur et de la conscience disciplinaire des élèves (Reuter, 2007b). Dans le cas d'une recherche à partir d'une feuille blanche, certains professeurs acceptent toutes sortes de propositions des élèves alors que d'autres exigent des propositions mathématiques. Nous verrons plus loin que pour d'autres modalités, il peut arriver que la proposition initiale des élèves soit davantage cadrée. Au collège (première partie de l'enseignement secondaire en France), la majorité des élèves font des propositions dans le domaine mathématique et le justifient dans notre enquête en évoquant le fait d'être en maths (conscience disciplinaire). Tous les élèves ayant des centres d'intérêt, il est toujours possible d'essayer d'aller sur ce terrain : il s'agit alors de les accompagner dans l'élaboration d'une proposition. Si le choix est de la responsabilité de l'élève, l'enseignant n'étant pas supposé le remettre en cause, il n'en reste pas moins qu'un important travail de reconfiguration de l'objet initial, sous la responsabilité de l'enseignant, est nécessaire pour parvenir à construire une recherche libre mathématique porteuse. La construction, puis la résolution du problème étape par étape aboutit alors à la rencontre avec une notion mathématique qui sera exposée par l'élève et institutionnalisée par l'enseignant.

Nous proposons ici un premier exemple de mise en œuvre dans la perspective de pointer les tensions susceptibles d'émerger en rapport avec ce dispositif. Les données mobilisées dans le cadre de cet article sont issues d'un travail de doctorat en cours, elles ont été recueillies dans deux établissements travaillant en pédagogie Freinet dans le nord de la France. L'un de ces établissements est une école du premier degré où nous avons pu suivre deux classes de double niveau CE2-CM1 et CM1-CM2 (primaire, respectivement 3^e-4^e années et 4^e-5^e années). Le deuxième établissement est un collège, nous y avons suivi des classes de 6^e, 5^e et 4^e (1^{re}, 2^e et 3^e années du secondaire en France). Le projet de doctorat nous a amenés à recueillir des données de natures diverses : entretiens, observations de classe, et productions d'élèves. Nous empruntons quelques éléments à ces enquêtes, sans en détailler la méthodologie, les éléments empiriques convoqués dans cet article ayant essentiellement pour visée de nourrir de manière exploratoire le questionnement théorique. Le premier type de recherche libre mathématique que nous considérons ci-dessous relève d'une pratique à partir d'une feuille blanche, sans cadrage

particulier. Cela nous permettra de décrire les différentes phases dans la mise en œuvre, et de faire émerger deux tensions, entre l'individuel et le collectif d'une part, et entre le désir de savoir de l'élève et le projet de l'enseignant d'autre part. Par la suite, nous aborderons d'autres exemples de recherche notamment la mise en œuvre avec une amorce et par l'utilisation de machine mathématique (parties 2.3. et 2.4.).

La phase de proposition

Les analyses qui suivent s'appuient sur les productions de trois élèves de l'établissement du second degré d'un même professeur : nous les nommons Néo élève de sixième, Ly et Kalie, élèves d'une même classe de quatrième. La consigne donnée à chaque classe laisse une grande liberté d'expression dans un climat de confiance construit au préalable :

Sur votre feuille, écrivez ce que vous voulez de mathématique et sous la forme que vous souhaitez. Sentez-vous libre dans vos choix.

Ces trois productions ont été choisies pour montrer différentes sources d'inspiration des élèves, une diversité de profils d'élèves, et différents niveaux d'interrogation/motivation au sein du collectif.

Néo débute ainsi sa recherche mathématique : « Je regardais le match de foot avec mon père et je ne comprenais pas les pourcentages de possession de balle... » :

Figure 1 : Questionnement initial de Néo.

Ly, lui, entame ainsi le sien : « C'est le premier jour de classe madame et je pense encore à mes vacances... » :

Figure 2 : Questionnement initial de Ly.

Kalie raconte pour sa part sa situation familiale pour débiter sa recherche :

Figure 3 : Questionnement initial de Kalie.

Ces productions sont institutionnellement inscrites dans le cadre d'un cours de mathématiques. Un des éléments implicites et stable du contrat didactique (Brousseau, 1997), est le fait que l'enseignant et les élèves sont réunis pour travailler les mathématiques. Aussi fantaisiste que puisse être sa question, l'élève sait en principe que l'interaction se fera selon une visée mathématique. L'enseignant, lui, est confronté à autant de questions que d'élèves dans la classe. Son rôle est d'amener chaque élève à répondre à sa question en entretenant sa motivation, tout en respectant le programme préétabli pour tous les élèves de la classe.

La première difficulté de l'enseignant est d'accueillir les propositions des élèves. Cette difficulté est due au fait que les élèves sont susceptibles de se référer à tous les objets appartenant à leur environnement quotidien, et donc plus ou moins éloignés des mathématiques. Par objet, on entend tout ce pour quoi l'élève montre un intérêt. Ce *tout* dont il est question désigne alors une infinité de possibilités de propositions qui peuvent servir de point de départ à la construction de connaissances. Une première difficulté pour l'enseignant est donc de faire évoluer ces propositions vers le cadre disciplinaire des mathématiques. Vygotski considère que les concepts quotidiens se forment au cours des interactions sociales externes au contexte scolaire, ces interactions sociales n'ayant pas pour objectif premier d'instruire, d'enseigner des concepts (Vygotski, 1934). Il fait une différence avec les concepts scientifiques qui, eux, sont enseignés dans un cadre institutionnel et par conséquent, sont les effets d'une action didactique. Une des premières tâches de l'enseignant est de repositionner le questionnement initial lié au vécu, de soutenir un processus de secondarisation propre au travail disciplinaire (Jaubert et Rebière, 2011), c'est-à-dire un processus de mise à distance de la spontanéité initiale du questionnement pour le reconsidérer de manière plus réflexive, dans une posture davantage tournée vers le contrôle de sa pensée. Il doit par ailleurs analyser la proposition de l'élève, lire les connaissances mises en œuvre et repérer les savoirs⁵ de la culture mathématique scolaire qui pourraient faire l'objet d'un enseignement, sans pour autant que l'élève n'y consacre un temps déraisonnable.

La transmathèse

Les enjeux de la phase suivante sont de garder cette motivation et d'entrer dans *l'action de faire des mathématiques*. La première action de l'enseignant doit permettre de passer de la sphère personnelle à la sphère mathématique/scolaire. La notion de *transmathèse*⁶ que nous proposons exprime la démarche de l'enseignant qui consiste à créer un passage entre une proposition basée sur un objet personnel d'un élève vers une situation didactique mathématique dans une institution. Transmathéser la proposition de l'élève, comment ? Cela ne peut être ni dépersonnaliser ni déposséder. Il s'agit d'utiliser l'histoire de l'élève comme point de départ d'un problème mathématique pour l'amener vers un déséquilibre nécessaire pour l'acquisition d'un savoir nouveau. Dans la genèse de la recherche libre, la transmathèse précède donc la dépersonnalisation en vue d'entretenir la motivation intrinsèque des élèves (Deci et Ryan, 1975). Dans le cas de Ly (*cf.* figure 4), le professeur choisit d'utiliser le domaine des nombres parmi d'autres possibilités, pour poser un problème ayant comme ancrage la plage et les grains de sable. Le savoir nouveau visé est la notation puissance qui figure au programme préétabli au niveau de l'institution. On peut relever ici une forme d'arbitrage par l'enseignant entre la volonté de rebondir sur la proposition de l'élève et les nécessités curriculaires imposés par la forme scolaire. Il conserve le contexte du sable mais s'éloigne sensiblement du questionnement initial de l'élève, quitte à y revenir plus tard. Il choisit une autre priorité au regard des programmes scolaires.

⁵ Cf. Margolinas (2014) pour la distinction entre connaissances et savoirs.

⁶ *Trans* pour aller vers, *math* pour mathématique, *thèse* exprimer l'idée de pensée.

Nous pouvons raisonnablement émettre l'hypothèse selon laquelle si l'élève n'adhère pas à l'orientation choisie par l'enseignant, il aura davantage tendance à abandonner la recherche libre, et à en recommencer une autre en changeant de thème. Le deuxième enjeu, en l'occurrence engager les élèves dans des pratiques *mathématiques*, est tout aussi important. Il concerne notamment les élèves les plus éloignés de la culture scolaire qu'il s'agit d'accompagner explicitement dans l'identification de la posture d'apprentissage qui est attendue d'eux dans le contexte particulier des recherches libres de mathématiques. Il s'agit là de limiter les risques de malentendus socio-didactiques :

les élèves en difficulté scolaire sont souvent ceux qui confondent la manipulation nécessaire à l'apprentissage avec l'apprentissage lui-même (Bonnéry, 2007) ou l'habillage destiné à donner du sens à l'exercice avec l'exercice lui-même (Rey, 2014). Dans tous ces cas, la difficulté consiste à pouvoir expliciter ce que c'est qu'être à l'école à tel ou tel moment de sa scolarité (Rayou, 2018).

Comme tu voulais faire plaisir à ton prof de math.
tu lui as pris du sable à la plage tous les jours.

1 ^{er} jour	tu as pris 1 grain.	
2 ^{ème}	2 grains	} 29 jours en tout :
3 ^{ème}	$2 \times 2 \text{ grains} = 4$	
4 ^{ème}	$2 \times 4 = 8$	} le double chaque jour.
	$2 \times 8 = 16$	

tu as commencé le 8 Août.
tu m'as remis le cadeau le 1^{er} Sept.
— combien de grains me donneras-tu ?

Figure 4 : Phase de transmathèse pour Ly.

Ceci suppose notamment de trouver les leviers pour transformer le désir spontané de savoir de l'élève, tout savoir tout de suite, en un désir d'apprendre qu'il est important de bien distinguer du premier (Delamarre, 2007), un désir d'apprendre des mathématiques.

La transmathèse relève donc de la gestion individuelle. Comment gérer alors le reste du groupe classe ? Cette question ne concerne pas que la transmathèse mais la gestion du temps pendant l'activité qui peut durer plusieurs séances. D'un point de vue pratique, tout au long de l'activité, l'attente des autres élèves est organisée à l'aide de plusieurs outils pédagogiques :

- i) tous les élèves avancent sur leur proposition avant de la soumettre à l'enseignant ;
- ii) ils s'inscrivent au tableau pour échanger avec l'enseignant à tour de rôle ;
- iii) les élèves écrivent leur proposition, les échanges se font à l'oral et l'écrit ;
- iv) des fiches d'exercices autocorrectifs sont à leur disposition, et ils peuvent avancer sur leur plan de travail ;
- v) la fin d'une recherche libre est décidée d'un commun accord entre professeur et élève.

Ces outils contribuent à l'organisation du travail et à la mise en œuvre du dispositif recherche libre de manière générale.

Apprendre sans être dépossédé : la phase d'adhésion

Le processus de transmathèse conduit donc à un déplacement de la proposition initiale des élèves pour la repositionner dans le cadre d'un projet d'enseignement. Nous avons pu observer certains élèves refuser de poursuivre, ou recommencer une nouvelle recherche. L'adhésion de l'élève qui fait suite (ou pas) à la transmathèse correspond selon nous à une véritable phase du processus d'apprentissage. L'adhésion se manifeste par la mise en place d'un début de stratégie de recherche. Dans le cas de Ly, on peut relever des traces de cette adhésion au niveau de la figure 4 ci-dessus : celui-ci cherche notamment à dénombrer le nombre de jours de collecte de sable (en bleu). L'objectif du professeur (qui écrit en rouge) n'est néanmoins atteint que si cet engagement provoque une difficulté ou un questionnement chez l'élève susceptible de conduire à des apprentissages nouveaux. Ici, l'élève entre dans les calculs et rencontre une difficulté pour noter les écritures décimales des nombres de grains de sable (cf. figure 5). Cette difficulté est la sienne : la situation de recherche mathématique est construite et effective.

5 — $2 \times 16 = 32$
6 — $2 \times 32 = 64$
7 — $2 \times 64 = 128$
8 — $2 \times 128 = 256$
9 — $2 \times 256 = 512$
10 — $2 \times 512 = 1024$
11 — $2 \times 1024 = 2048$
12 — $2 \times 2048 = 4096$
13 — $2 \times 4096 = 8192$
14 — $2 \times 8192 = 16384$
15 — $2 \times 16384 = 32768$
16 — $2 \times 32768 = 65536$
17 — $2 \times 65536 = 131072$
18 — $2 \times 131072 = 262144$
19 — $2 \times 262144 = 524288$
20 — $2 \times 524288 = 1048576$
21 — $2 \times 1048576 = 2097152$
22 — $2 \times 2097152 = 4194304$
23 — $2 \times 4194304 = 8388608$
24 — $2 \times 8388608 = 16777216$
C'est égal à :
~~335~~ 335 534 08 + 96
3355 4400
Je donnerai alors
3355 4400 grains

Figure 5 : Phase d'adhésion pour Ly.

Provoquer ce saut est en soi une tension. Le professeur doit doser le degré de difficulté du défi posé à l'élève : trop facile, l'élève ne fournit pas de *travail* et revient rapidement vers le professeur (ce qui met à mal la gestion pédagogique), trop difficile et ce dernier pourrait perdre sa motivation et abandonner.

La phase d'élaboration individuelle

Comment écrire ces grands nombres ? Le problème rencontré et partagé entre l'enseignant et l'élève (cf. figure 6) va donner lieu à un travail d'élaboration tout d'abord individuel. Dans le cas de Ly, l'enseignant va initier un nouveau type d'écriture, en l'occurrence l'écriture en puissance de 2. La tâche de Ly sera alors de poursuivre, d'imiter ce qui vient d'être fait par le professeur.

en effet ce nombre est très grand : on va chercher
une autre manière de l'écrire.

Figure 6 : L'enseignant commence à semer des cailloux.

Comme le montre la figure 7, l'enseignant peut prendre une responsabilité avancée dans l'élaboration de solutions aux problèmes qui se posent, il permet ici la rencontre de l'élève avec le savoir visé. L'élève est poussé à la limite de ce qu'il peut faire seul, l'accompagnement de l'enseignant lui est nécessaire pour poursuivre la recherche. Dans certains cas, il est aussi

possible que l'enseignant se saisisse d'une occasion pour présenter de nouveaux contenus, conformes à son projet d'enseignement mais peut-être parfois un peu éloignés du projet initial de l'élève. Par exemple, dans le cas de Ly, l'enseignant va par la suite profiter de l'occasion pour travailler avec lui au sujet du sens de l'écriture a^n , les valeurs de a et de n étant indéterminées, saisissant ainsi une opportunité de revoir ces aspects et le statut de la lettre.

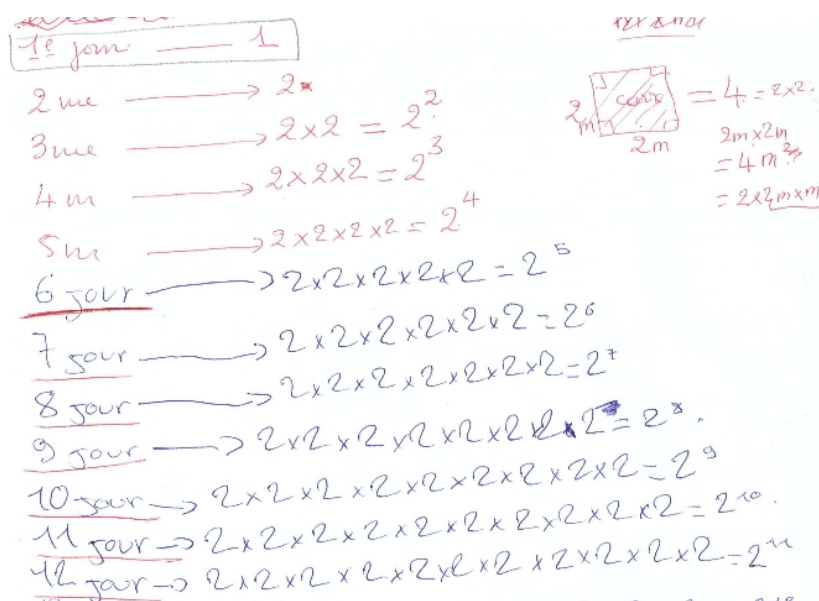


Figure 7 : Phase d'élaboration individuelle pour Ly.

La phase d'élaboration collective

Comment et quand l'enseignant peut-il intégrer la coopération dans sa démarche ? Nous avons pu observer que certains enseignants stoppent le travail individuel assez rapidement pour soumettre au collectif classe la question de recherche de l'élève, quitte à ce que le travail d'élaboration des solutions aux problèmes rencontrés soit mené collectivement, au risque de conduire à de la frustration chez l'élève à l'initiative du travail. Apprécier le moment où le travail individuel est soumis à la classe est, en soi, une tension qui interroge le dialogue professeur/élève-chercheur.

À l'instar du texte libre, la recherche libre mathématique a pour vocation de concilier l'apprentissage individuel et l'apprentissage collectif (C. Freinet, 1930). La coopération est le moyen d'assurer cette conciliation : à l'image de l'enseignement mutuel (Roland et Kahn, 2021), les élèves-chercheurs sont amenés à enseigner à leurs pairs. Avec l'accompagnement de l'enseignant, ils exposent, dirigent le temps d'apprentissage ; les autres écoutent, questionnent, débattent, sont force de proposition pour l'avancée des apprentissages pendant un temps défini par l'enseignant. Au cours de cette phase, la genèse de la construction du savoir est détaillée, les différentes phases sont exposées, les difficultés rencontrées sont débattues. Cela doit permettre au collectif de s'approprier le cheminement, et d'éviter que le savoir nouveau qui va être institutionnalisé ne soit dépouillé de son sens, de son accroche à la vie dans la classe.

La phase d'institutionnalisation

En déclinant les différents rôles du maître, Brousseau (1998) décrit la phase d'institutionnalisation comme un phénomène social important et une phase essentielle du processus didactique. Nous reprenons ici ce terme, non pas pour nous couvrir de l'autorité de cet

auteur en didactique des mathématiques, mais parce qu'il nous a semblé adéquat. L'institutionnalisation est la notion duale de celle de dévolution (Laparra et Margolinas, 2008), elle désigne le processus de dépersonnalisation, de décontextualisation, de détemporalisation de ce qui a été travaillé dans le contexte particulier initié par la phase de proposition. Les connaissances rencontrées par la classe sont alors explicitement positionnées dans la culture mathématique scolaire. En recherche libre de mathématiques, après avoir animé le débat et rebondi sur les échanges, l'enseignant formule et officialise le nouveau savoir. Des exercices d'appropriation suivront cette phase d'institutionnalisation pour permettre à tous les élèves d'acquérir la maîtrise du nouveau savoir. Cette phase contribue à la création d'une culture mathématique commune.

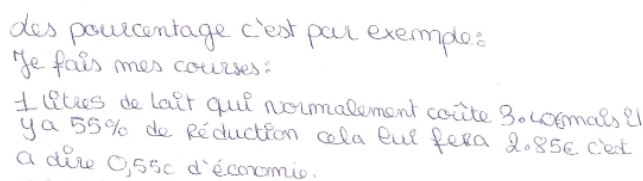
2.3. La recherche libre à partir d'une amorce

Un filet pour l'enseignant

L'étude de ce deuxième exemple nous permet de revenir sur la tension évoquée précédemment entre l'entrée à partir des propositions spontanées des élèves, faisant intervenir des concepts quotidiens, et la nécessité d'inscrire l'activité des élèves dans le registre discursif et disciplinaire des mathématiques. Lorsqu'une amorce est donnée, un thème de travail mathématique est imposé par l'enseignant qui le délimite ainsi en amont. La pratique de la recherche libre avec amorce peut s'interpréter comme une forme de positionnement dans la tension juste évoquée, le contexte mathématique étant directement porté par la consigne. Elle réduit le sentiment que peuvent éprouver certains enseignants d'exercer *sans filet* face à un groupe d'actants, elle permet de mieux se préparer sur le plan des savoirs susceptibles d'entrer en jeu.

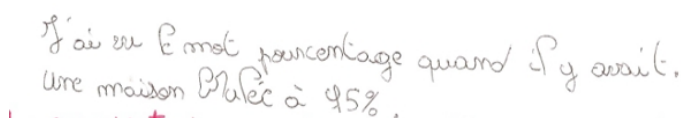
Par ailleurs, on peut aisément imaginer en quoi cette pratique est susceptible également de faciliter la gestion de la classe, du temps didactique et des programmes scolaires par l'enseignant. Pour autant, comme Brousseau (1994) le souligne, les connaissances personnelles relatives à un même savoir varient avec le temps et d'un sujet à l'autre suivant sa personnalité ou l'usage qu'il est amené à faire de ces connaissances. Par conséquent, même si l'amorce est choisie par l'enseignant, les représentations mathématiques des élèves dépendent de leur sphère cognitive personnelle ce qui doit permettre de construire de manière individuelle, les morceaux de puzzle nécessaires pour finaliser un savoir collectif. Les exemples qui suivent sont les productions de trois élèves, Dheb, Moha et Marci d'une même classe de première année du secondaire. La consigne donnée par le professeur est la suivante :

Aujourd'hui, pour débiter la recherche mathématique, j'écris au tableau le mot pourcentage, écrivez ce que vous savez de ce mot, sous la forme que vous souhaitez.



des pourcentage c'est par exemple:
 Je fais mes courses:
 1 litres de lait qui normalement coûte 3.40 mais il
 y a 55% de réduction cela lui fera 2.85€ c'est
 à dire 0,55€ d'économie.

Figure 7 : Production de Dheb.



J'ai eu le mot pourcentage quand j'y avait.
 une maison à 45%.

Figure 8 : Production de Moha.

Pourcentage
 La première fois que j'ai rencontré le mot pourcentage
 c'était en CM2 et je m'en souviens pas très bien
 mais je vais quand même essayer :

Figure 9 : Production de Marci.

Une évaluation diagnostique

En écrivant le mot *pourcentage* au tableau, l'objectif de l'enseignant est d'interroger le concept de pourcentage pour chaque élève, de collecter un grand nombre d'exemples et d'attributs qui lui permettront ensuite de concevoir un savoir collectif. Bien que le terme renvoie au domaine des mathématiques, il faut néanmoins considérer que les réponses des élèves relèvent plutôt du registre des réponses spontanées, des concepts quotidiens, avec un registre de discours qui peut être assez éloigné du registre disciplinaire. Des opérations de transmathèse restent à effectuer pour engager les élèves dans un véritable travail mathématique. Il s'agit dans ce cas de dépouiller la proposition de l'élève des empreintes émotionnelles et personnelles, de faire naître un questionnement disciplinaire à partir des éléments qui font écho à l'amorce. Moha fait référence à une maison brûlée à 75 %. Le professeur, dans la démarche de transmathèse, amène Moha à s'éloigner de cette maison et de l'environnement qu'elle peut évoquer en utilisant les carreaux. C'est un passage à la représentation, puis à l'abstraction. Dans le cas de Dheb, le focus se fait sur sa méthode de calcul qu'elle considère comme finalisée. L'enseignant cherche alors à lui imposer un changement d'environnement et de repère pour l'amener à prendre conscience et à questionner sa propre logique. Toutefois, ces réactions à l'amorce s'avèrent être riches en informations et constituent une évaluation diagnostique susceptible d'éclairer l'enseignant, en lui permettant d'ajuster au mieux son projet d'enseignement. Une difficulté d'enseigner est ici de parvenir à gérer la diversité des propositions. La réponse donnée à Moha peut ne pas convenir à la proposition de Dheb, qui se place déjà en tant qu'experte. Elle ne convient pas non plus à Marci, qui, à l'inverse de Dheb, exprime une réserve voire une ignorance face au mot. Les deux figures ci-dessous illustrent cette diversité. La problématique de la gestion de l'hétérogénéité des élèves reste donc bien présente, même si elle est sans aucun doute moins vive du fait du cadrage imposé par l'amorce.

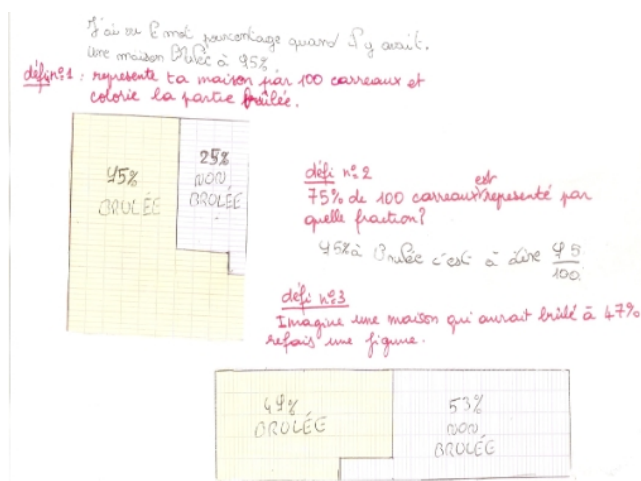


Figure 10 : Réponse à Moha.

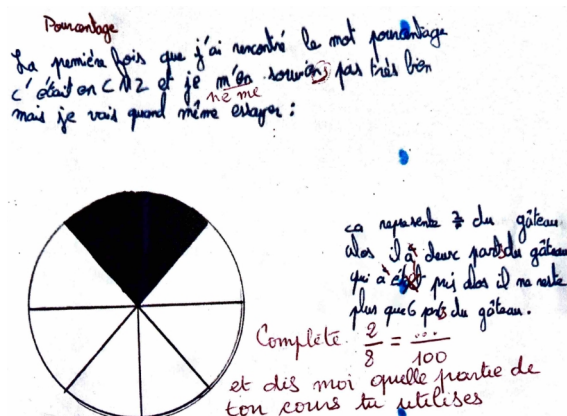


Figure 11 : Réponse à Marci.

De la place de l'erreur

Nous profitons de ce deuxième exemple pour une clarification sur la place de l'erreur dans le contexte de la recherche libre de mathématiques. Nous considérons avec Baruk (2013) que les erreurs ne révèlent pas une insuffisance de l'élève mais qu'elles font partie intégrante de son apprentissage. Nous pourrions ajouter, comme le souligne (Brousseau, 2001) qu'elles sont inhérentes à l'enseignement : l'erreur peut aussi être pensée comme une réponse à une provocation légitime du maître qui cherche par là des leviers pour soutenir le processus d'apprentissage. Sous réserve que l'enseignant adhère à la pédagogie de l'erreur (Baruk, 1992), les erreurs peuvent lui permettre d'accéder à l'univers cognitif de l'élève. En pédagogie Freinet, la recherche libre mathématique semble un dispositif favorable pour un enseignement qui s'ajuste de manière fine sur le processus d'apprentissage, notamment comme dispositif pourvoyeur d'erreur féconde (cf. figure 12).

defi n°1
Explique moi comment tu passes de 3,40€ à 2,85€ en
écrivant l'opération.

Pour passer à 2,85€, je savais que c'était 55% alors
j'ai enlevé 0,55% de 3,40€

voilà :
Si une voiture coûte 20 000 € et que tu bénéficies
de 55% de réduction combien paieras-tu avec ta
méthode de calcul ?

Je vais payer 1999,45€. Je pense que ma méthode n'est
pas bonne.

Figure 12 : production de Dheb.

L'erreur est traitée dans le cas précédent comme un indicateur de processus. Le professeur peut se rendre compte des obstacles que rencontre Dheb et évaluer les progrès conceptuels à obtenir. Il applique le *postulat de sens*, qui consiste à retrouver les opérations intellectuelles qui donnent du sens à l'erreur et qui permettent d'identifier la logique qui s'y manifeste (Astolfi, 1997, p. 17–18).

La gestion du collectif

Dans le cas de la recherche à partir de l'amorce, la gestion du collectif est facilitée par le caractère complémentaire des productions des élèves. La trace écrite est élaborée de manière coopérative à partir des apports individuels, coordonnées par l'enseignant comme des éléments d'un patchwork, pour constituer un savoir à la disposition du collectif.

2.4. L'utilisation de machines mathématiques

En France, la formation à la pédagogie Freinet se fait pour l'essentiel sur le tas. La plupart du temps, les professeurs qui décident de la pratiquer sont déjà en poste et disposent de peu de temps pour se former. Ils doivent donc apprendre tout en faisant. Pour compléter les stages de formation et pour débiter la pratique de la recherche libre, ils disposent de divers outils dont un guide conçu pour l'enseignement de la discipline : « *Des références pour une méthode naturelle de mathématique* » (ICEM, 2015). Cet ouvrage, constitué de fiches méthodes, s'apparente à un

filet artificiel qui réduit l'anxiété que génère les premières pratiques de recherche libre chez les enseignants. Ces fiches décrivent de nombreuses situations de classes analysées à partir de textes théoriques issus du mouvement, et proposent des exemples sur lesquels s'appuyer pour savoir comment transformer progressivement les propositions émises par les élèves en savoir mathématiques dans un milieu coopératif. Le troisième et dernier exemple de type de recherche libre mathématique, en l'occurrence les machines mathématiques, peut aussi se concevoir comme outil permettant de soutenir l'engagement des enseignants en procurant un cadre rassurant pour sa mise en œuvre.

Cette forme, mise au point par des adhérents du mouvement Freinet du nord de la France, est assez répandue en primaire mais très rare dans le secondaire. Les appuis empiriques présentés ci-dessous sont donc essentiellement issus du primaire. Nous commençons ici par définir l'activité de recherche avec une machine mathématique, avant d'interroger la place de la scolastique au cours du processus.

Une machine mathématique pour apprendre les mathématiques

La machine mathématique est un dispositif qui se pratique essentiellement dans le premier degré, essentiellement dans des écoles du Nord de la France. Un des concepteurs des machines mathématiques que nous avons pu interviewer les décrit de la manière suivante : « au début pour les enfants, c'était, on prend un objet idéal, voilà, un objet qui pour lui est mathématique, et on le met dans une machine qui va le transformer, ce qui s'apparente à une forme de manipulation ». L'objectif visé étant que l'élève conscientise cette transformation, qu'il se l'approprie pour ne plus faire référence à la machine utilisée mais à la démarche mathématique mise en jeu. Les élèves débutent leur création en répondant à des consignes du type :

En utilisant des points, des signes opératoires, des nombres, crée une machine mathématique en utilisant tout ce que tu sais en mathématique ;

ou encore

on fait entrer un nombre dans une machine et, de cette machine, on fait ressortir un autre nombre en utilisant des nombres et des signes opératoires.

Dans la mesure où cette activité laisse une place à la liberté et à l'imagination de l'élève, dans la mesure où ce dernier est force de proposition dans un débat collectif qui vise à construire des savoirs dans la classe, nous avons décidé de catégoriser ce concept de machine mathématique dans le registre de recherche libre mathématique.

Ce concept diffère de la boîte noire d'ERMEL (2019) sur deux points essentiels : dans ERMEL, la règle de calcul qui caractérise la boîte est choisie par le professeur d'une part, la boîte fonctionne comme un jeu entre les élèves qui choisissent le nombre rentrant et le professeur qui choisit le nombre sortant en fonction de cette règle décidée par lui seul d'autre part. La boîte noire est une situation de recherche par tâtonnement où les élèves observent des résultats pour comprendre une règle cachée, ce qui leur permet de développer leur raisonnement mathématique. Toutefois, contrairement aux machines mathématiques, les boîtes noires ne laissent pas d'espace de liberté dans l'élaboration des « transformations » des objets mathématiques, comme en témoignent les machines mathématiques des figures 13, 14 et 15.

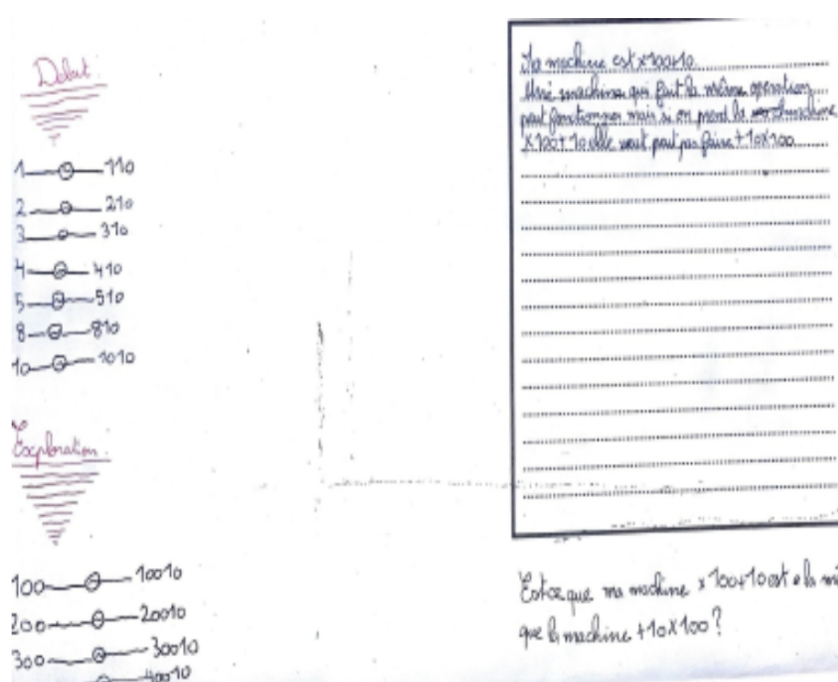


Figure 13⁷

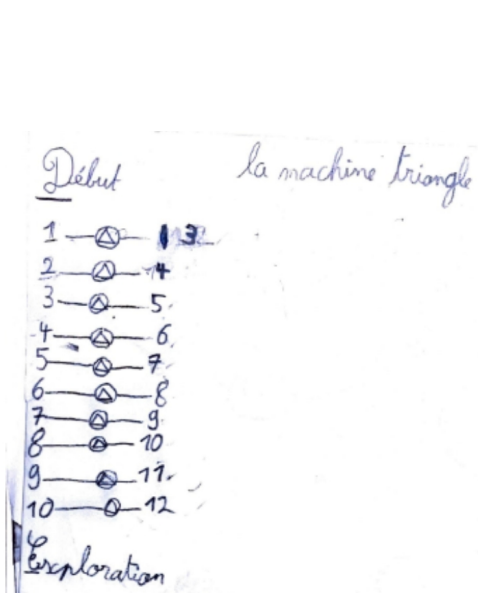


Figure 14

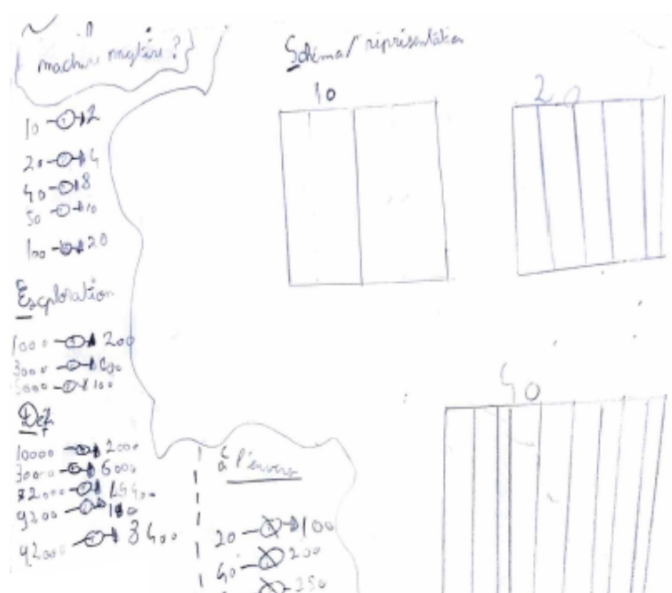


Figure 15

À l'image de la recherche libre avec amorce, un domaine mathématique est souvent imposé puisque la machine mathématique est utilisée généralement par les enseignants pour travailler les propriétés des nombres et les opérations. La machine mathématique fournit par ailleurs un cadre qui circonscrit le type de recherche acceptable, quitte à faire naître une tension entre la libre expression des élèves et le projet de l'enseignant. Dans une classe de l'école primaire, au cours d'un entretien, le professeur explique ainsi mettre en place des automatismes pour installer le cadre permettant aux élèves de s'engager dans le processus de création : « Plusieurs temps

⁷ Lire « Ma machine est $\times 100 + 10$ // Une machine qui fait la même opération peut fonctionner mais si on prend la machine $\times 100 + 10$ elle peut (?) pas faire $+ 10 \times 100$ ».

collectifs sont organisés pour créer des automatismes, pour permettre aux élèves de s'approprier le concept et de se lancer seul. Cette étape collective a pour objectif de mettre en confiance les élèves, pour que chacun puisse entrer dans le processus de création. À l'issue des séances, les élèves présentent leur machine, le professeur choisit des points pour le travail collectif dans la classe, en adéquation avec les programmes et en fonction des interventions des autres élèves durant la présentation ». Le tableau suivant présente un exemple de production d'élève et, en guise d'indications sur les traitements collectifs et individuels, des extraits du discours de l'enseignant.

	Traitement individuel : « Ils sont vachement sur du calcul basique, c'est chouette de dire... Tu vois, du fois 2, du fois 10, du fois 100, du divisé par 2, du divisé par 100, du fois 5, du fois 15. Je pense que c'est parce qu'ils ne sont pas encore à l'aise. Et que nous, en tant qu'enseignants, on ne les élargit pas encore. D'accord. On ne les amène pas... on ne va pas plus loin avec eux. » Traitement collectif : « Donc la multiplication est arrivée sur là, donc là, on va travailler les multiplications posées... L'élève va nous raconter qu'il a voulu multiplier par 20. On se dit, on a besoin de quoi ? On va travailler sur les doubles et les moitiés, la soustraction... »
Figure 16 : Production d'élève (machine mathématique).	Extrait d'entretien avec le professeur indications sur le traitement de la production par ce dernier.

Machinalement ou pas ? De la difficulté d’éviter la scolastique

Dans les deux classes de primaire observées, tous les élèves s'approprient le dispositif et créent au moins une machine durant l'année scolaire. En début d'activité, les élèves commencent par nommer leur machine. Nous avons pu relever des noms comme « nuage », « fort », « mystère » ou « arc » (cf. figure 16), ou d'autres à connotation mathématique comme « triangle » (sans pour autant qu'il y un lien avec la notion). Une fois le nom de la machine choisi, les élèves emploient un langage scolaire, emprunté à des tâches classiques relevant du calcul : je fais « fois », j'ajoute, je soustrais, je divise... Interrogés sur leurs inspirations initiales lors des entretiens (« Quelle a été ton idée au départ ? »), les élèves font majoritairement référence à leurs acquis mathématiques des années précédentes pour expliquer la conception de leur machine. Sur les deux classes, aucun élève n'évoque son environnement personnel quotidien. À l'image des figures 13 à 16, nous pouvons par ailleurs constater une même structure répétée pour la totalité des machines dans les deux classes, structure reprise à l'écrit par les élèves : « début », « exploration », « défi », « fin ».

Lors des entretiens, un élève propose cette définition de la machine mathématique : « Une machine est des calculs cachés. Elle m'apprend à faire des calculs. Je dois faire un début avec des nombres simples, une exploration avec des grands nombres, un défi en le faisant à l'envers,

pour la fin je dois faire un schéma, et je dois recopier au propre... ». La question « Pour toi, c'est quoi la recherche libre de mathématique ? » a été posée aux 23 élèves de cette classe. Tous ont répondu qu'il s'agit de faire une machine mathématique. À l'image de la définition précédente, les élèves associent ce dispositif aux calculs⁸, ce qui laisse penser que la phase d'appropriation du concept a impacté leur imaginaire et rétréci leur champ d'expression.

Il semble néanmoins que le cadre plutôt rigide (au regard des autres dispositifs) dans cette classe puisse être plus souple dans d'autres contextes. En atteste par exemple la production d'un élève de 2^e année du secondaire (classe de 5^e) travaillant habituellement à partir d'une feuille blanche (cf. partie 2.2.), mais qui a pris le parti d'une machine mathématique pour répondre à la consigne large suivante : « Écrivez quelque chose de mathématique ».

	carré	Dans la machine...=	4
	hexagone	Dans la machine...=	8
	rectangle	Dans la machine...=	4
	Dent du haut	Dans la machine...=	7
	médaille	Dans la machine...=	6
	Dent du bas	Dans la machine...=	9

Figure 14 : La machine mathématique d'un élève du secondaire.

Nous pouvons constater dans cette production la coexistence d'un vocabulaire faisant référence d'une part à l'environnement de l'élève (dent, médaille) et d'autre part à la géométrie (carré, etc.), un domaine des mathématiques qui était absent de la classe de primaire.

Pourquoi cette approche contractuelle très cadrante de la machine mathématique dans la classe de primaire ? L'entretien mené avec l'enseignant nous renseigne : il fait le lien entre ce choix et le fait qu'il ne se sente pas capable de réagir aux propositions des élèves s'il les laissait aller dans n'importe quelle direction, du fait de son propre rapport aux mathématiques. Pour cela, il considère que l'usage des machines mathématiques est une étape indispensable (pour lui comme pour les élèves) vers la feuille blanche, et que sa pratique de la recherche libre évoluera parallèlement à sa propre formation. De manière transitoire, il accepte un certain degré de

⁸ Un seul élève mentionne la géométrie, sans pour autant que ses recherches ne portent sur ce domaine.

scolastique (cadre d'expression imposé, structure d'écriture commune, encrage dans l'environnement secondaire, entrée immédiate dans la technicité), quitte à ce que la pratique des machines mathématiques s'apparente pour ses élèves à un exercice dans le domaine des nombres et du calcul avec une structure imposée (début-exploration-défi-fin). Il s'agit là, selon l'enseignant, d'une étape qui mène vers la libre expression chère à la pédagogie Freinet.

3. Discussion

Centrée sur les propositions de l'élève et l'expression libre de l'enfant, la pédagogie Freinet entend prendre en compte chaque élève avec ses singularités et relève ainsi d'une forme de personnalisation des apprentissages dans un contexte coopératif. Comment personnaliser les apprentissages tout en assurant l'acquisition collective des savoirs qui figurent au programme d'enseignement ? Comment concilier les désirs personnels des élèves, leurs envies spontanées, et les nécessités de reconfigurer leur questionnement au sein d'une discipline porteuse d'une certaine manière de voir et de penser le monde qui se distancie du sens commun ? Comment cadrer le travail des élèves (et de l'enseignant) sans pour autant retomber dans les travers de la scolastique ?

3.1. Tension entre l'individuel et le collectif

Comme évoqué plus haut, la tension entre l'individuel et le collectif renvoie à la nécessité de concilier l'engagement personnalisé des élèves dans le processus de recherche libre et l'avancée collective dans les apprentissages. C'est la notion de coopération, centrale dans la pédagogie Freinet, qui la prend en charge sur le plan théorique : les élèves prennent tour à tour un rôle de petit maître (Leutenegger et Schubauer-Leoni, 2002) pour partager ce qui a été appris. Bien sûr, une des caractéristiques de la recherche libre mathématique est par nature de s'appuyer sur un milieu différentiel (Leutenegger et Quilio, 2013), du fait des diverses propositions des élèves portant sur des contenus différents. L'enseignant est conduit à orchestrer cette hétérogénéité, ce qui suppose une gestion complexe du temps didactique (Chevallard, 1998), sur lequel l'enseignant accepte de perdre en maîtrise avec comme visée le soutien du désir d'apprendre des élèves. Parmi les différentes formes que peut prendre le processus de recherche libre, la présence d'une amorce ou le recours aux machines mathématiques reconfigurent en partie cet enjeu à travers un certain cadrage sur le plan des contenus qui peuvent être abordés par les élèves.

L'éducation oscille entre, d'une part, le besoin d'encourager l'engagement personnel et la motivation des élèves et, d'autre part, l'objectif de transmettre les savoirs de la culture mathématique scolaire. Selon Perrenoud, l'individualisation peut renforcer l'engagement de l'apprenant et sa motivation intrinsèque, car elle offre une reconnaissance de son unicité et de ses compétences propres (Perrenoud, 1999). Il est intéressant néanmoins de souligner les différences entre l'approche par la coopération proposée par la pédagogie Freinet pour concilier l'engagement individuel et le travail collectif avec les développements de la didactique des mathématiques, et singulièrement de la Théorie des Situations Didactiques de Guy Brousseau (Fabre, 2024 ; Sarrazy, 2024). Brousseau a appartenu un temps lorsqu'il était instituteur à un groupe de l'école moderne, celui-ci étant notamment séduit par l'idée de ce qu'il appellera plus tard « *la dévolution à l'élève de la « construction » de sa connaissance et de son acculturation au savoir commun* » (Brousseau, 2017, p. 1). Il s'éloignera amicalement du mouvement Freinet tout en considérant pour sa part ses développements théoriques comme largement compatibles avec les orientations de la pédagogie Freinet : « le concept de situation adidactique exprime, nous croyons, l'essentiel de ce que Célestin Freinet souhaitait développer par sa pédagogie » (Brousseau, 2017, p. 5). Une distinction notable entre le projet de Brousseau et les orientations

de l'école moderne réside dans la volonté du mouvement Freinet d'ancrer l'enseignement dans l'environnement naturel de l'élève, conformément aux principes de la méthode naturelle. La Théorie des Situations Didactiques se fonde au contraire sur l'idée de l'importance de recourir à des situations *artificielles* et *spécifiques* du savoir visé. *Artificielles* car selon les fondements mêmes de la théorie, pour que l'élève puisse apprendre les mathématiques que l'on souhaite leur enseigner, un simple enrichissement de leur environnement ordinaire ou naturel n'est pas suffisant. Les milieux de la théorie des situations sont des milieux extraordinaires. Ils sont aussi *spécifiques* du savoir visé au sens où cette perspective didactique considère que les dispositifs d'enseignement ne peuvent seulement se déduire de principes pédagogiques généraux, tels que ceux évoqués en début de texte pour le mouvement Freinet. Il s'agit certes de laisser les élèves agir « librement » mais dans un cadre qui assure la pertinence épistémologique de leurs actions. On peut aisément imaginer en quoi ce cadrage est susceptible de heurter une vision plus naturalisante de la liberté. Brousseau (2017, p. 4) en rend compte à travers un dialogue imaginaire avec ses collègues de son groupe : « Mais c'est pire me répondirent-ils : tu vas passer plus de temps à expliquer — ou à mettre en place — tes usines à gaz qu'à leur dire ce qu'ils doivent savoir et ils ne seront pas plus libres... ».

3.2. Des propositions spontanées des élèves au registre disciplinaire des mathématiques

L'entrée dans le processus de recherche libre passe par les propositions des élèves, souvent empruntées à leur environnement quotidien. L'enseignant a alors pour rôle de s'en saisir pour inscrire la proposition de l'élève dans un projet d'enseignement qu'il devra piloter, toujours à partir de ce que les élèves auront produit. Il s'agit de ce que nous avons nommé la transmathèse. Sur le plan langagier, ce processus relève d'une forme particulière de secondarisation des genres de discours. Gobert (2014) en décrit les fonctions de la manière suivante :

Les fonctions langagières à l'œuvre dans le processus de secondarisation présentent plusieurs caractéristiques : circonscrire le domaine et l'objet d'étude et mettre en œuvre des usages langagiers non quotidiens, installer un rapport distancié au réel de l'action et créer un monde dans lequel le langage est objet de discours, élaborer des réinterprétations des objets de l'action dans un contexte plus scientifique et ancrer cet objet dans un monde théorique, établir une prise de conscience de la transformation de l'objet du discours et mettre en œuvre des pratiques spécifiques au champ (Gobert, 2014, p. 66).

La transmathèse suppose donc un changement de nature sur le plan des pratiques langagières, les interactions avec l'enseignant devant permettre un (re)positionnement énonciatif (Jaubert et Rebière, 2011) pour permettre aux élèves de s'acculturer progressivement aux pratiques discursives propres aux mathématiques. Un des risques documentés par divers travaux de recherche sur les inégalités socio-scolaires est que les élèves en restent à un registre premier de discours, avec une focalisation sur la proposition initiale elle-même et son contexte au détriment d'une lecture « savante » qui la questionnerait du point de vue des savoirs en jeu (Rayou, 2018). Ces enjeux sont parfois abordés en didactique des mathématiques à travers la distinction entre connaissances et savoirs (Margolinas, 2014), les premiers fonctionnant dans les situations et les seconds étant au contraire issus d'un processus de dépersonnalisation, de décontextualisation, de détemporalisation, les savoirs existant au sein d'une institution. La recherche libre mathématique entend favoriser la dévolution en permettant aux élèves de travailler à partir de leur propre proposition, plutôt qu'à partir de questionnements exogènes. Un point d'attention, commun à diverses pédagogies centrées sur l'élève, consiste alors à s'assurer que le processus dual d'institutionnalisation ne soit pas négligé (Laparra et Margolinas, 2008). Le rôle de l'enseignant est alors de faire en sorte de transformer une expérience particulière liée à un questionnement personnel en un savoir, un élément d'une culture partagée dans et hors la classe, de manière que

ce savoir puisse par la suite être réutilisé dans d'autres contextes. Il s'agit d'identifier avec les élèves ce qui mérite d'être retenu d'une recherche particulière, au sens de la culture mathématique dont le professeur se fait le garant. Une fois institutionnalisé, les savoirs sont réputés faire partie la culture commune et être potentiellement mobilisables pour de nouvelles recherches.

La scolastique

Historiquement, la scolastique est une forme d'enseignement de l'université médiévale centrée sur des méthodes de transmission formelles reposant sur une connaissance livresque. Pierre Abélard (1079–1142), théologien, dialecticien, et philosophe français en serait le père. Freinet utilisait l'expression *méthode scolastique* pour désigner des situations scolaires relevant de règles de travail et de vie qu'il qualifiait de dogmatique (C. Freinet, 1964), de « méthodes traditionnelles » en opposition à des « méthodes naturelles ». Il remet en cause la méthode scolastique en pointant les postures de l'enseignant et la distance entre le savoir inculqué et la vie réelle. Cette posture de l'enseignant revêt selon lui un caractère autoritaire, liée au statut de l'enseignant et à sa méthode formelle et livresque. Les programmes et les livres scolaires seraient les vecteurs d'un enseignement déconnecté du quotidien et des questionnements de l'élève. Cet extrait exprime sa perception de la pédagogie qu'il qualifiait de scolastique :

Le fait suivant n'est plus aujourd'hui un secret pour personne : Si l'enfant ne comprend ni le sens ni la portée des problèmes que vous lui posez ; si ceux-ci ne sont pour lui que des exercices formels qu'il tente de résoudre formellement, non pas avec son intelligence et son cœur, mais avec sa mémoire, l'école travaille pour ainsi dire à vide et les résultats pratiques obtenus sont toujours disproportionnés à la somme de peines et d'efforts que se sont imposés maîtres et élèves. Qu'un jour, au contraire, un événement social ou scolaire fasse sentir aux enfants la nécessité de certains calculs, que soit puissamment motivée leur activité, ils pourront approfondir en quelques minutes ce que des heures de leçons n'avaient pu leur faire comprendre, ils apprendront avidement dans un laps de temps étonnamment court tout ce que votre habileté n'avait su obtenir d'eux (C. Freinet, 1937, p. 15).

Dans cet article, nous avons pu voir que la recherche libre mathématique, à travers ses principes mêmes, propose de ménager le désir d'apprendre, l'engagement en première personne des élèves dans le travail. Elle s'oppose donc de manière claire à la méthode scolastique, mais notre enquête montre qu'elle n'est pas pour autant dénuée de toute tension avec la scolastique. Dans le cas des machines mathématiques en particulier, nous avons pu mettre en évidence un certain glissement vers des pratiques plus formelles.

D'une manière générale, cette tension avec la scolastique renvoie à la problématique de la dépossession de l'expérience des élèves, de la possible transformation de leur travail en chose (réification). Sensevy (2019) développe l'idée selon laquelle la forme scolaire classique, que l'on peut rapprocher de l'idée de scolastique, fonctionne sur base d'une temporalité didactique d'objet susceptible de contribuer à une telle aliénation :

La forme scolaire classique, organisée autour du temps d'objet, est une matrice de réification – qui transforme la durée réelle de l'activité continue en succession discrète d'instantanés didactiques – et d'aliénation – qui empêche la puissance sur l'activité et son devenir (Sensevy, 2019, p. 100–101).

Dans l'épistémologie pratique qui en découle, les réponses doivent être immédiates, les élèves font des exercices qui se succèdent plutôt qu'ils n'enquêtent, la forme textuelle du savoir prédomine, les élèves-ignorants sont fortement dépendants du maître-explicateur, etc. Sensevy (2019) propose comme alternative l'idée d'un temps d'enquête, tout en soulignant que certains

travaux développés dans la théorie de l'action conjointe, ou pour ce qui nous intéresse ici, liés à la pédagogie Freinet permettent de lui donner un contenu pratique :

À l'école Freinet de Vence, c'est un réseau d'institutions spécifiques, par exemple « texte libre », « plan de travail », « conférence » qui permettra aux élèves, sous certaines conditions, de s'engager dans l'enquête (Sensevy 2019, p. 108–109).

Dans le contexte du dispositif de la recherche libre mathématique, nous avons aussi insisté sur les enjeux temporels de la gestion de l'hétérogénéité des propositions des élèves, puisqu'il s'agit pour de trouver les moyens d'orchestrer une diversité de recherches, à travers le principe de la coopération.

Conclusion

Dans cet article, nous avons commencé par une présentation générale de la pédagogie Freinet, ses principes et les techniques qui les traduisent en pratique, avant de proposer quelques développements concernant l'actualisation de la méthode naturelle pour l'enseignement des mathématiques. Par la suite, nous nous sommes focalisés sur un dispositif en particulier, à savoir la recherche libre mathématique. Nous en avons présenté trois modalités — la recherche libre à partir d'une page blanche, à partir d'une amorce et les machines mathématiques — tout en les illustrant à partir d'un corpus recueilli dans le cadre d'une recherche plus large (productions d'élèves, observations et entretiens). Cette exploration a eu pour objectif de dégager diverses tensions susceptibles d'émerger au cours de la mise en œuvre du dispositif. Nous ne les concevons pas tant comme des obstacles mais comme des points d'attention susceptibles d'être pris en considération par les enseignants qui souhaitent s'engager dans ce type de pratique, ou par leurs formateurs. Afin de les décrire et de les analyser, nous avons régulièrement eu recours à des travaux de recherche en sciences de l'éducation ou en didactique des mathématiques. Précisons qu'il ne s'agit pas de chercher à se couvrir de l'autorité de champs de recherche disposant d'une certaine légitimité académique, mais bien de se saisir d'outils conceptuels susceptibles de contribuer, en complément de ceux proposés par le mouvement Freinet, à la clarification de leurs enjeux didactiques et éducatifs. En complément de ces emprunts théoriques, nous prenons l'initiative d'introduire la notion de transmathèse pour désigner le processus au cours duquel l'enseignant se saisit des propositions personnelles de l'élève pour les inscrire dans son projet d'enseignement, contraint par des programmes institutionnels. Notons que ce processus est une forme de réponse à la limite du naturalisme pointé par Brousseau concernant la pédagogie Freinet. Comme le dit Fabre (2024, p. 170), « *on connaît à la fois son admiration pour Freinet et son souci de se débarrasser des résidus de naturalisme et d'empirisme qu'il décèle dans sa pédagogie et surtout celle de ses émules* (Brousseau, 1994) ». En ce sens, cet article propose aussi une modeste contribution théorique susceptible de nourrir les débats, et pourquoi pas un possible rapprochement, entre les perspectives didactiques et pédagogiques en éducation.

Références bibliographiques

- Astolfi, J.-P. (1997). *L'erreur, un outil pour enseigner*. ESF.
- Baruk, S. (1992). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*. Éditions du Seuil.
- Baruk, S. (2013). *Une pédagogie liée aux erreurs en mathématiques*. [Conférence].

- Beaugrand, M. (1959). Le calcul vivant. Du nouveau dans la pédagogie du calcul. *L'Éducateur*, 12. ICEM.
<https://www.icem-freinet.fr/archives/educ/58-59/12/12-27.pdf>
- Beaugrand, M., & Pauthières, M. (1968). Calculs et mathématiques au cours moyen et en classe de transition. *Les dossiers pédagogiques de l'Éducateur*, 36–37.
- Bonnéry, S. (2007). *Comprendre l'échec scolaire. Élèves en difficultés et dispositifs pédagogiques*. La dispute.
- Brousseau, G. (1994). Pédagogie Freinet, rapport au savoir et didactiques des mathématiques. Dans *La pédagogie Freinet. Mise à jour et perspectives* (p. 89–96). Presses Universitaires de Bordeaux.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (2001). Les erreurs des élèves en mathématiques. Étude dans le cadre de la théorie des situations didactiques. *Petit x*, 57, 5–30.
- Brousseau, G. (2017). Aspects didactiques des « Techniques Freinet ». https://ardm.eu/guy-brousseau/guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2017/09/Aspects-didactiques-des-Techniques-Freinet_20171.pdf
- Bucheton, D., & Soulé, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe. *Éducation et didactique*, 3(3), 29–48.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L'approche anthropologique. *Actes de l'UE de la Rochelle*, 91–118.
- Chevallard, Y., & Joshua, M.-A. (1991). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné (nouvelle édition revue et augmentée). La Pensée Sauvage.
<https://fr.scribd.com/document/695099638/La-Transposition-Didactique-Du-Savoir-Savant-Au-Savoir-Enseigne-Yves-Chevallard-Marie-Alberte-Johsua-Z-lib-org>
- Deci, E., & Ryan, R. (1975). *Intrinsic Motivation and Self-Determination in Human Behavior*. Springer.
- Delamarre, P. (2007). La mobilisation des élèves ? Une passerelle entre le désir de savoir et la volonté d'apprendre. *Enfances & Psy*, 34(1), 134–143.
- Dorier, J.-L. (2018). Aperçu de l'histoire de l'enseignement des mathématiques. Dans *Enseigner les mathématiques - Didactique et enjeux de l'apprentissage*. Belin.
- ERMEL (Équipe de didactique des mathématiques) (2019). *Les essentielles ERMEL*. Hatier.
- Fabre, M. (2024). La situation problème : De Rousseau à Brousseau. *Éducation & didactique*, 1, 169–170.
- Freinet, C. (1930). La technique du texte libre. *Brochures d'Éducation Nouvelle Populaire, BENP*, 25.

<https://www.icem-freinet.fr/archives/benp/benp-25/benp-25.htm>

- Freinet, C. (1937). La technique Freinet. Méthode d'éducation populaire basée sur l'expression libre par l'imprimerie à l'école. *Brochures d'Éducation Nouvelle Populaire, BENP, 1*.
- Freinet, C. (1950). *Essai de psychologie sensible*. Delachaux et Niestlé.
- Freinet, C. (1956). *Les méthodes naturelles dans la pédagogie moderne*. Bourrelier.
- Freinet, C. (1964). Les invariants pédagogiques - Code pratique d'École Moderne. *Bibliothèque de l'école Moderne, BEM, 25*.
- Freinet, C. (1966). Pour un enseignement mathématique efficient, vers les mathématiques modernes. *Bibliothèque de l'école Moderne, BEM, 12-13*.
- Freinet, C. (1969). L'éducation du travail - 4^e édition. Delachaux et Niestlé.
- Freinet, E. (1981). *Naissance d'une pédagogie populaire : C. Freinet (1896-1966)*. Maspero.
- Go, N. (2009). C. Freinet. *La méthode naturelle*. Delachaux et Niestlé.
- Gobert, S. (2014). Déplacements dans le processus de secondarisation. *Spirale, revue de recherches en éducation, 54 (numéro thématique : Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques)*, 65-84.
- ICEM (2000). Marly-le-Roy : Un débat au sein du chantier Math de l'ICEM. *Le Nouvel Éducateur, 117*.
- ICEM (2015). *Des références pour une méthode naturelle de mathématiques*. ICEM.
- Jaubert, M., & Rebière, M. (2011). Positions énonciatives pour apprendre dans les différentes disciplines scolaires : Une question pour la didactique du français ? *Pratiques, 149-150*, 112-128.
<https://doi.org/https://doi.org/10.4000/pratiques.1718>
- Laboratoire de recherche coopérative de l'ICEM. (2018). *Dictionnaire de la pédagogie Freinet*.
- Lahanier-Reuter, D. (2005). Mathématiques dans une école Freinet. *Revue française de pédagogie, 153*, 55-65.
- Laparra, M., & Margolinas, C. (2008). Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation. Des effets de la transparence des objets de savoir. *Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation, 2008, Bordeaux, France*.
<https://hal.science/hal-00779656>
- Leutenegger, F., & Quilio, S. (2013). Hétérogénéité et attentes différentielles : Une approche de didactique comparée. *Swiss Journal of Educational Research, 35*(1).
- Leutenegger, F., & Schubauer-Leoni, M. L. (2002). Les élèves et leur rapport au contrat didactique : Une perspective de didactique comparée. *Les Dossiers des Sciences de l'Éducation, 8*(1), 73-86.

<https://doi.org/10.3406/dsedu.2002.1011>

- Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques ? *Revue française de pédagogie*, 188(3), 13–22.
- Mawet, L. (1951). Initiation vivante au calcul. *Brochure d'Éducation Nouvelle Populaire, BENP* 66–67.
- Pomès, J.-C. (1970). Les moments de la recherche libre. *L'Éducateur*, 3, 11.
- Rayou, P. (2018). Pédagogie explicite. *Recherche & formation*, 87(1), 97–107.
<https://doi.org/10.4000/rechercheformation.3546>
- Reuter, Y. (2007a). *Une école Freinet. Fonctionnements et effets d'une pédagogie alternative en milieu populaire*. L'Harmattan.
- Reuter, Y. (2007b). La conscience disciplinaire. *Éducation & Didactique*, 1(2), 55–70.
- Rey, B. (2014). *La notion de compétence en éducation et formation : Enjeux et problèmes*. De Boeck.
- Roland, E., & Kahn, S. (2021). De l'enseignement mutuel à la pédagogie différenciée : La place de l'enseignement simultané. *Les cahiers du CERFEE*, 59.
<https://doi.org/https://doi.org/10.4000/edso.13800>
- Sarrazy, B. (2024). La révolution de la dévolution dans la genèse de la théorie des situations didactiques. *Éducation & didactique*, 18(1), 189–190.
<https://doi.org/10.4000/11nyj>
- Schütz, P. (1990). Témoignage / Entretien de Paul Le Bohec. *Magazine Freinet*, 65.
- Sensevy, G. (2019). Forme scolaire et temps didactique. *Le Télémaque*, 55(1), 93–112.
<https://doi.org/10.3917/tele.055.0093>
- Urbanski, S. (2018). L'articulation individu-collectif dans les théories de l'éducation scolaire. Politique, science, pédagogie. *Raison publique*, 23(1), 201–213.
<https://doi.org/10.3917/rpubl.023.0201>
- Vergnioux, A. (2001). Le texte libre dans la pédagogie Freinet. *Repères. Recherches en didactique du français langue maternelle*, 23, 151–168. Persée.
https://www.persee.fr/doc/reper_1157-1330_2001_num_23_1_2364
- Vygotski, L. S. (1934). Étude du développement des concepts scientifiques pendant l'enfance. Dans *Pensée et langage* (p. 281–423). La Dispute.
<https://shs.cairn.info/pensee-et-langage--9782843033018-page-281?lang=fr>