
LA CONSTRUCTION D'APOLLONIUS AU SERVICE DU REPERAGE PAR LE SON PENDANT LA PREMIERE GUERRE MONDIALE

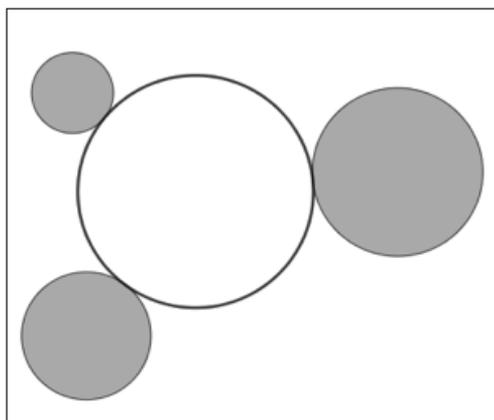


Emmanuel CLAISSE
Irem de Lorraine

1. — Préambule

Quel professeur de mathématiques n'a jamais entendu l'éternelle expression : « les maths, à quoi ça sert ? ». Les grecs de l'Antiquité se posaient-ils cette question ? Toutes les mathématiques plus ou moins « abstraites » qu'ils ont développées ont-elles subi la même polémique ? Le mathématicien Apollonius de Perge (III^{ème} siècle av. J.C.) s'interrogeait-il sur l'utilité de son problème, énoncé dans son livre perdu *Traité des contacts (Tangences)* : « *étant donné trois cercles quelconques, déterminer un cercle tangent à ces trois cercles* » ? On l'ignore.

Et pourtant, ce problème va contribuer à sauver la bataille de Verdun 22 siècles plus tard, lors de la Grande Guerre 1914-1918. C'est cette histoire que l'auteur de cet article a découverte en feuilletant les bulletins secrets de renseignements de l'artillerie française, trouvés par



hasard dans un empiement oublié d'ouvrages du Fonds Ancien de la Bibliothèque de Verdun¹, histoire qu'il a voulu partager avec ses

¹ Ce Fonds Ancien de 40 000 ouvrages a été évacué peu de temps avant la destruction de la Ville en 1916

élèves et Emmanuelle Claisse, professeur de Mathématiques, à l'occasion d'un atelier « Mathenjeans » du lycée Marguerite de Verdun consacré au centenaire de la bataille de cette ville. Le chercheur de l'Université de Lorraine qui encadrait l'atelier a laissé une totale liberté concernant le sujet ainsi que sur la façon de le conduire.

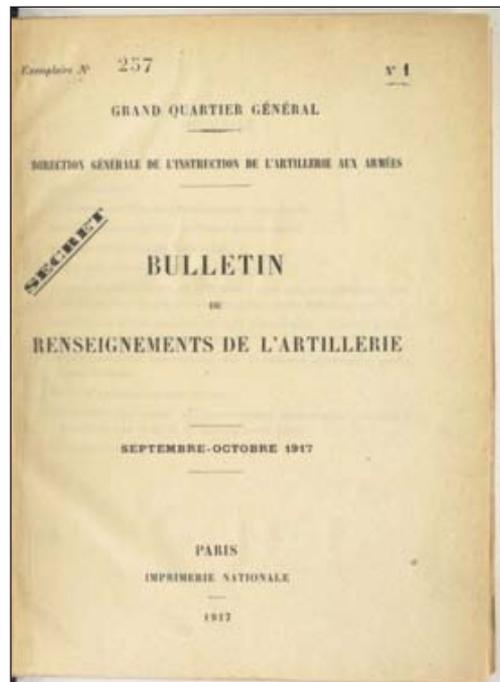
Les pages qui suivent décrivent les travaux de cet atelier qui a été très riche en productions, soutiens² et prix³. En particulier, les élèves ont réalisé une vidéo de type « c'est pas sorcier » qui résume bien le contenu de cet article.

2. — Verdun 1916

« Le 21 février 1916, l'artillerie allemande commence à pilonner Verdun. Une pluie d'obus s'abat sur la cité. Les premiers obus tombent à 8h15 et visent la gare et les ponts en amont de la cité. Les dégâts causés par l'artillerie allemande sont considérables. Tous les soldats s'affolent, Maurice, Louis et Victor se demandent ce qu'il se passe ».

C'est ainsi que la mini-pièce de théâtre de l'atelier Math-en-Jeans débute, cette voix-off étant lue de manière lugubre par un élève, ses camarades déguisés en soldat et courant partout dans l'amphithéâtre comble. C'est aussi comme cela que commence l'histoire du repérage par le son à Verdun en 1916.

Ensuite, le son d'une pluie d'obus glace l'ambiance. Cependant, il est à noter qu'aucun enregistrement n'a été effectué du bruit de la première guerre mondiale. Pourtant, le vacar-



me du front de Verdun était audible jusqu'à Paris situé à 300 km. Seuls les écrits qui nous sont parvenus en témoignent. Puis la voix off continue et nous lit un texte d'Henri Barbusse : « *Un bruit diabolique nous entoure. On a l'impression inouïe d'un accroissement continu, d'une multiplication incessante de la fureur universelle. Une tempête de battements rauques et sourds, de clameurs furibondes, de cris perçants de bêtes s'acharne sur la terre toute couverte de loques de fumée, et où nous sommes enterrés jusqu'au cou.* »

Une question se pose alors : dans quelle direction orienter les canons français afin de riposter à l'armée allemande ?

C'est à ce moment-là que le soldat Dausy rentre en scène. Diplômé de l'École des

2 Mission Centenaire, Mission Histoire, Association Mathenjeans, Mémorial de Douaumont.

3 Prix Fondation Ligne Maginot, Prix Olympiades de Physique avec la participation de Christophe de Golmard, professeur de physique

4 https://www.lyceemarguerite.fr/files/espace-culture/id709/mission_centenaire.mp4

Mines de Paris, il va mettre en œuvre sur les champs de bataille de Verdun le repérage par le son développé par le SRS (Service de Repérage par le Son).

3. — Histoire du repérage par le son

Le repérage par le son permet de situer avec précision une batterie ennemie, qu'elle soit ou non bien dissimulée. Ce type de repérage est devenu nécessaire à partir de la Première Guerre Mondiale car la portée des obus a considérablement augmenté et les batteries ennemies ne sont plus visibles directement. Cette technique de repérage fut certainement déterminante pour le déroulement de la Grande Guerre.

Le concept de repérage par le son est proposé en France par Ernest Esclançon, astronome s'intéressant à de multiples disciplines scientifiques. En septembre 1914, il remet un mémoire au général Bourgeois alors directeur du Service Géographique de l'Armée.

Le service de repérage fut alors rattaché au Service Géographique des Armées et Bourgeois confia en février 1915 sa direction à Ludovic Driencourt qui appartient comme Bourgeois au corps des ingénieurs hydrographes de l'École Polytechnique. Le service de repérage mobilisa de nombreux acteurs : des militaires, des universitaires (École Normale Supérieure, École Municipale de Physique et Chimie de Paris) et des industriels (construction d'instruments).

Citons un acteur majeur, Paul Painlevé, normalien, mathématicien, professeur à la Sorbonne, au collège de France, à l'École Polytechnique et à l'École Normale Supérieure, membre de l'Académie des Sciences à partir de 1900. Paul Painlevé fut très actif pendant la Grande Guerre car ministre de l'Instruction Publique de 1915 à 1916, Ministre de la Guerre en mars



Stations d'enregistrement

1917 et Président du Conseil de septembre à novembre 1917. C'est notamment lui qui nomma Philippe Pétain commandant en chef des armées. Grâce à ses nombreuses relations dans le domaine scientifique, il favorisa les échanges entre les militaires et les physiciens.

Concernant le repérage par le son, on peut distinguer trois périodes.

La période 1914-1915 est une période d'essai. C'est grâce à une intervention de Paul Painlevé que les premiers essais ont lieu fin 1914 aux environs de Paris puis sur le front en janvier-février 1915.

1915 est l'année charnière. Pendant les premiers mois, la technique permet un repérage précis des obusiers dont les projectiles ont une vitesse inférieure à celle du son. Par contre, la fiabilité n'est pas au rendez-vous concernant les canons de moindre calibre ou les grosses pièces. Et les artilleurs perdent confiance en cette technique. La difficulté vient du fait que l'onde de bouche (produite par le départ du projectile) se mêle à l'onde de choc ou onde balistique générée par la percée de l'air par le projectile. En effet, lorsque le projectile se déplace à une vitesse à peu près équivalente à la vitesse du son, les deux ondes – onde de bouche et onde de choc – se confondent au moment de l'enregistrement.

Chargé de mission au polygone d'Artillerie Navale de Gâvres pour la durée de la guerre, le professeur Esclançon montre que l'onde de bouche, à fréquence très basse (son grave), engendre des variations de pression à oscillations lentes mais considérables en amplitude c'est-à-dire en intensité : les infra-sons. L'onde de choc, au contraire, est d'une fréquence élevée (son aigu) mais d'amplitude faible. C'est ainsi qu'au cours de l'année 1915 sont mis au point des microphones capables d'enregistrer les infra-sons de l'onde de bouche. Ceux-ci sont munis d'une paroi élastique solidaire d'un microphone à grenaille (ancêtre du fameux « solid back ») afin de déceler la moindre vibration de volume. Plus tard, les travaux de l'Abbé Rousselot, professeur de phonétique au Collège de France permettront même d'inscrire

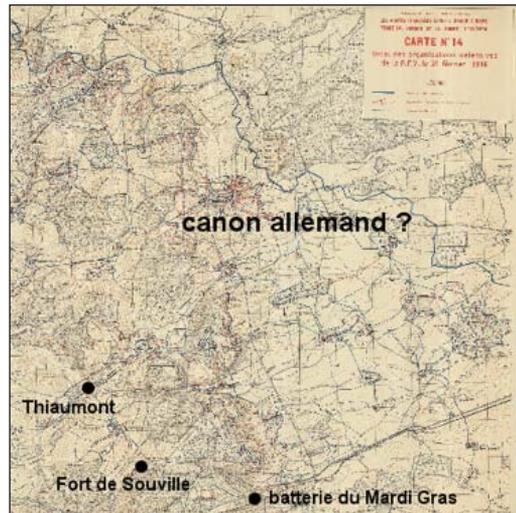
séparément les deux ondes sur la bande de l'oscillographe pour déterminer la position et le calibre du canon ennemi.

La période 1915-1917 généralise les sections de repérage au sein de l'armée. Enfin, pendant la période 1917-1918, le son est utilisé également pour le réglage des tirs, pour le repérage des bateaux et des sous-marins ou encore pour la météorologie.

4. — Etude d'une expérience historique sur le front de Verdun

A Verdun, une des premières expériences a eu lieu en février 1915, menée par le soldat Ferdinand Daussy. Il réalisa, à partir d'un moteur de phonographe et d'un diapason entretenu électriquement, un appareil de repérage au son inscrivant sur un papier d'enregistrement le 1/100ème de seconde.

A partir de trois postes d'observation installés respectivement à Thiaumont, Souville et à la batterie du Mardi gras, Daussy procéda à





Ferdinand Daussy et son dispositif d'enregistrement

une triangulation et parvint à situer les pièces allemandes derrière les Jumelles d'Ornes.

Le colonel PLASSIART déclencha un tir des batteries françaises sur cet emplacement, arrêtant ainsi le feu de l'ennemi.

Un exemple de bande d'enregistrement

Nous n'avons pas retrouvé l'enregistrement de Daussy, mais voici (ci-dessous) des bandes d'enregistrement du son d'un coup de canon de 380 tiré sur Verdun⁵ par une pièce repérée dans le bois de Mézeray le 3 novembre 1917. A gauche, on peut voir les six postes O_1, O_2, \dots, O_6 d'enregistrement du son.

La ligne S (dernière ligne en bas du graphique) sert à donner le temps et chaque dentelure Λ sous laquelle on peut lire les nombres

3, 8, 13, 17, 21 et 26 correspond à 1/5 ème de seconde. La lettre C correspond à l'onde de choc de l'obus qui arrive ici en premier car les obus étaient plus rapides que la vitesse du son. La lettre P correspond à un parasite. La lettre B correspond à l'onde de bouche et c'est celle qui nous intéresse.

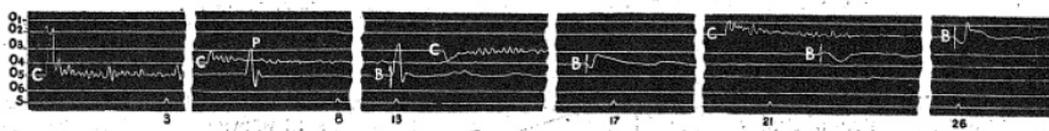
Le principe de l'expérience de Ferdinand Daussy.

Rappelons que Ferdinand Daussy a installé les trois postes d'observation respectivement à Thiaumont, Souville et à la batterie du Mardi gras, il procéda alors à une triangulation et parvint à situer les pièces allemandes derrière les Jumelles d'Ornes.

L'ouvrage de Thiaumont étant situé le plus près des jumelles d'Ornes, l'onde sonore de bouche du canon (produite par le départ d'un coup de canon) fut enregistrée en un premier temps à Thiaumont.

Dans un second temps, cette même onde fut enregistrée 3,23 secondes plus tard au fort de Souville, ce qui permit à Daussy d'en déduire que le fort de Souville était davantage éloigné du canon que ne l'était Thiaumont et la différence de distance était égale à 3,23 seconde multipliée par 340 mètres par seconde soit 1098 m.

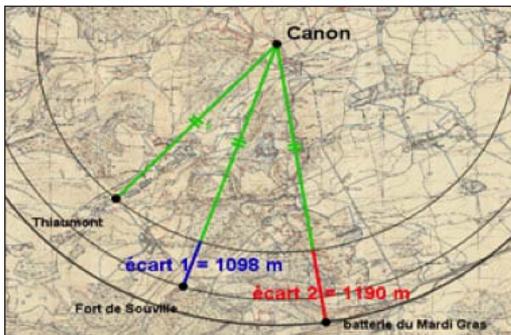
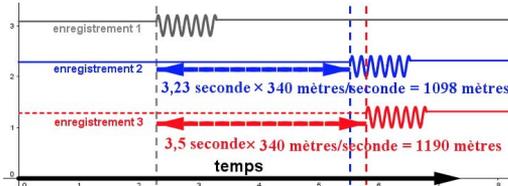
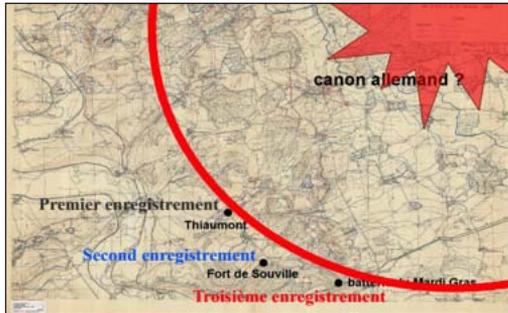
Dans un troisième temps, cette même onde fut enregistrée à la batterie du Mardi Gras 3,5



5 Pour davantage d'informations sur le canon de 380 mm, on pourra consulter les sites : « <http://verdunmeuse.fr/index.php?qs=fr/ressources/le-canon-max-de-duzey> »

ou « <http://guerredesvosges.overblog.com/2014/08/site-du-canon-allemand-de-380-mm-max.html> » riche en photos.

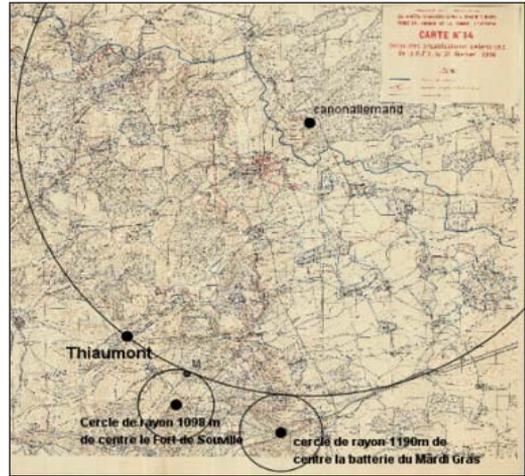
LA CONSTRUCTION D'APOLLONIUS
AU SERVICE DU REPERAGE ...



secondes plus tard qu'à Thiaumont, ce qui permet d'en déduire que la batterie du Mardi Gras était davantage éloignée du canon que ne l'était Thiaumont et la différence de distance était égale à 3,5 seconde multiplié par 340 mètres par seconde soit 1190 m.

Apollonius au secours de Verdun.

Afin de déterminer l'emplacement du canon, il suffit de construire un cercle ayant pour centre le fort de Souville et de rayon 1098 m, puis un cercle ayant pour centre la Bat-



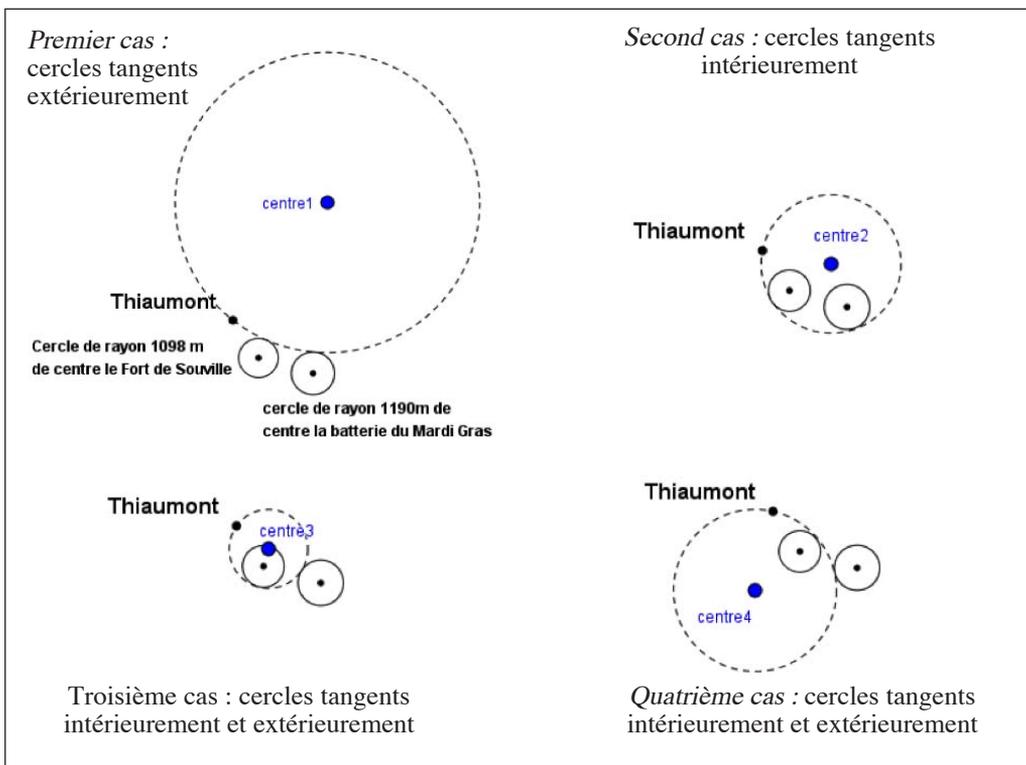
terie du Mardi-Gras et de rayon 1190 m. L'emplacement du canon sera le centre d'un cercle passant par Thiaumont et tangent aux deux cercles construits.

Cette construction est un cas particulier du problème suivant : *étant donné trois cercles, construire un cercle tangent à ces trois cercles.*

Ce problème est appelé *problème des contacts*, connu également sous le nom de *problème des trois cercles* ou encore *problème d'Apollonius*. En effet, d'après Pappus, il est le dixième et le plus difficile d'un ouvrage perdu écrit par Apollonius, le *Traité des Contacts*. C'est seulement en 1600 que François Viète va le résoudre dans son ouvrage *Apollonius Gallus* et réaliser les huit constructions à la règle et du compas.

Les quatre solutions.

Dans le cas du repérage par le son, le troisième cercle est réduit à un point : Thiaumont. Il existe alors quatre solutions à ce problème. Les élèves ont découvert aisément à main levée les quatre configurations possibles.

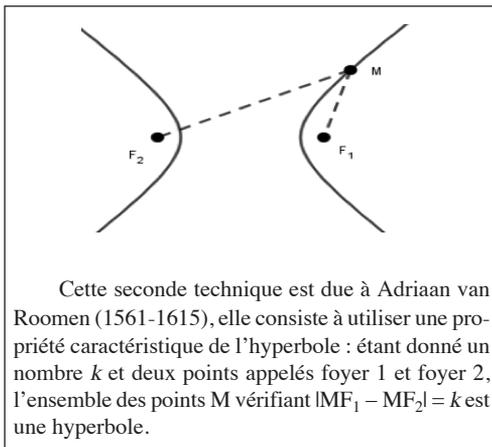


Dans notre cas du repérage par le son, seule la solution 1 convient. Dorénavant, il va falloir déterminer la construction de cette solution.

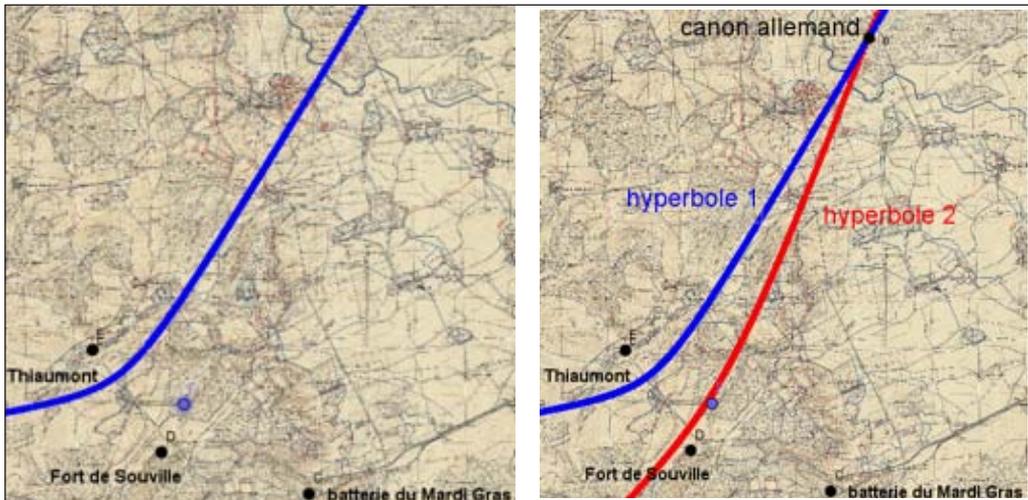
Une première méthode empirique.

Au début sur le terrain, les militaires traçaient sur la carte le point du premier lieu d'enregistrement ainsi que les deux autres cercles puis ils se servaient d'abaques (des cercles de différents rayons) qu'ils positionnaient sur la carte afin d'en déterminer un qui passe par le point et soit tangent aux deux cercles tracés. Cependant, cette méthode était très imprécise.

Une seconde méthode : utilisation d'hyperboles



LA CONSTRUCTION D'APOLLONIUS
AU SERVICE DU REPERAGE ...



En notant M le lieu du canon allemand, F1 le lieu du fort de Souville, F2 celui de l'ouvrage de Thiaumont et F3 celui de la batterie du Mardi Gras, nous obtenons :

$$MF_1 - MF_2 = 1098 \text{ m}$$

donc l'emplacement M du canon est sur une première branche d'hyperbole.

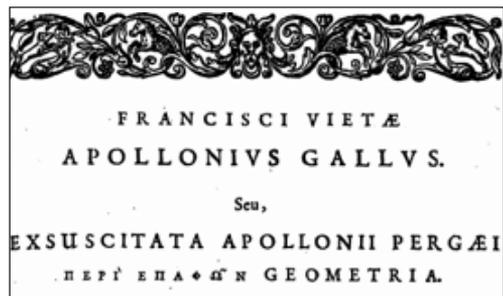
De même, on sait que la différence $MF_3 - MF_2$ mesure 1190 m, donc l'emplacement M du canon est sur une seconde branche d'hyperbole.

Nous avons construit les hyperboles à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique grâce à la méthode décrite dans l'encadré de la page 71 ci-contre.

Cependant, afin de reprendre l'histoire du problème des trois cercles, nous allons suivre le conseil de Viète dans sa lettre à Adriaan van Roomen : « *Éminent Adrien, j'ai proposé aux amateurs de mathématiques de traiter par une méthode géométrique et non par une méthode mécanique ce problème d'Apollonius du tracé*

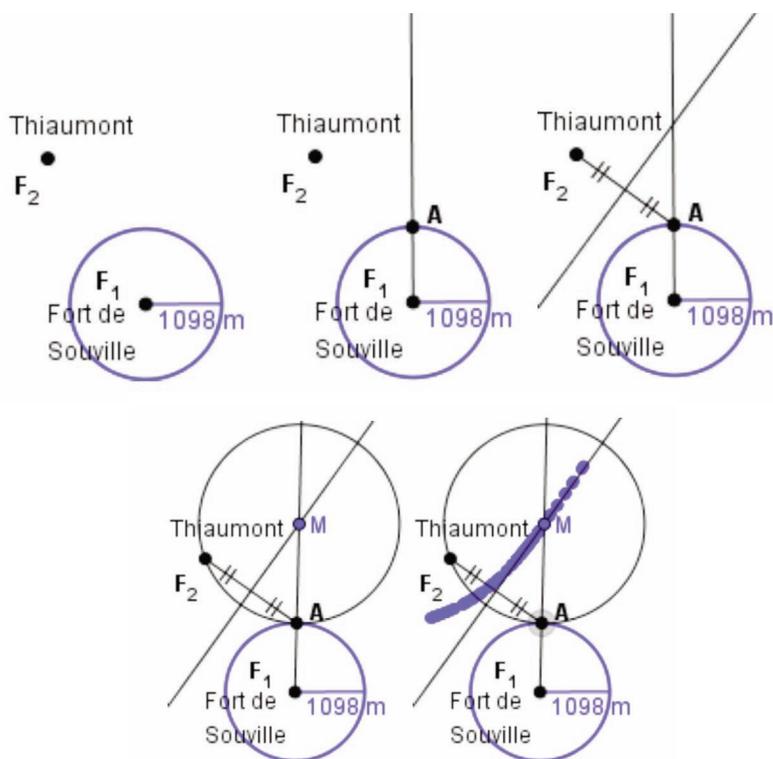
d'un cercle que touchent trois cercles donnés. Tant qu'on touche le cercle par des hyperboles, on n'aborde pas le problème avec doigté ».

Une troisième méthode :
construction à la règle et au compas.



Comme on l'a vu, c'est la méthode de Viète. Cette méthode est beaucoup plus complexe, elle utilise la notion de puissance d'un point par rapport à un cercle. Faute de temps, elle n'a pas été vue dans le détail par les élèves lors de l'atelier.

Concernant la première branche, on construit le cercle de centre le fort de Souville et de rayon l'écart 1 égal à 1098 m puis, en plaçant un point A quelconque sur le cercle, on trace la demi-droite $[F_1A)$. Puis, en construisant la médiatrice du segment $[AF_2]$, on obtient le point M intersection de cette médiatrice avec la demi-droite précédente. Puis on construit le cercle de centre M passant par A. Ce point M vérifie bien $MF_1 - MF_2 = 1098$ m, ce qui permet d'obtenir le tracé de la première branche d'hyperbole comme lieu des points M lorsque A parcourt le cercle.



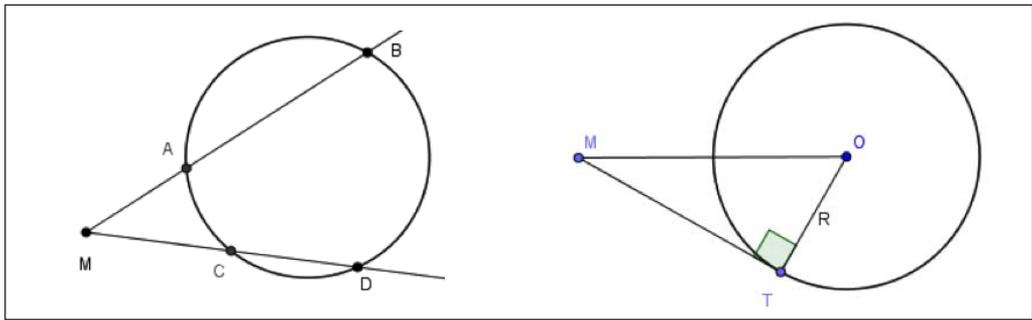
La construction de la seconde branche d'hyperbole s'effectue de la même manière. L'emplacement du canon est alors situé à l'intersection des deux hyperboles.

Quelques rappels sur la puissance d'un point par rapport à un cercle.

Propriété 1 : soit un cercle et un point extérieur à ce cercle. On place un point quelconque A sur le cercle et on trace la droite (MA) qui coupe

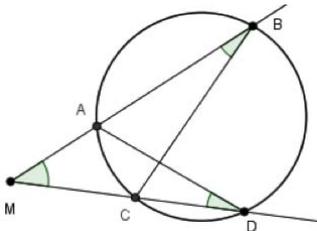
le cercle en un second point B. Alors le produit $MA \times MB$ est constant : autrement dit, en plaçant un autre point C, $MA \times MB = MC \times MD$.

Lorsque les points A et B sont confondus en T, le produit $MA \times MB = MT^2 = MO^2 - R^2$.



Remarque : on parle aujourd'hui de puissance d'un point par rapport à un cercle alors que Viète parlait d'aire de rectangle. La propriété ci-dessus s'écrivait de la sorte à l'époque de Viète : « le rectangle sur MA et MB est égal au rectangle sur MC et MD ».

Preuve : Les triangles MBC et MDA sont semblables car ils ont d'une part l'angle en M en commun, et d'autre part les angles en B et en D égaux (théorème de l'angle inscrit).

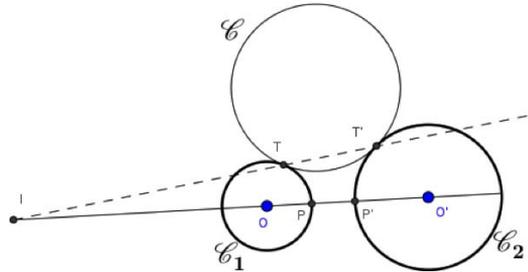


On en déduit que : $\frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA}$. C'est à dire que : $MA \times MB = MC \times MD$. Par un raisonnement par l'absurde, on peut démontrer facilement la réciproque :

Réciproque : soient quatre points A, B, C et D et M l'intersection de (AB) et (CD). Si $\overline{MA} \times \overline{MB} = \overline{MC} \times \overline{MD}$ alors les quatre points sont cocycliques.

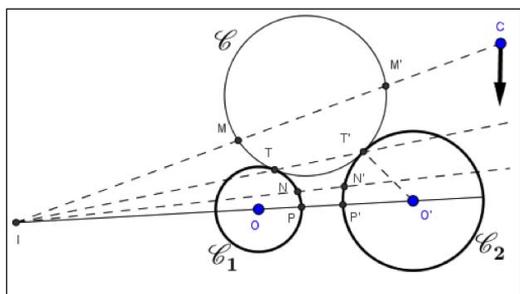
Un centre d'homothétie particulier pour la puissance

Dans cette partie, on s'intéresse aux cercles tangents à deux cercles \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 donnés.



En observant le problème résolu, on voit aisément qu'une homothétie h_1 de centre T transforme le cercle \mathcal{C}_1 en \mathcal{C} et qu'une autre homothétie h_2 de centre T' transforme \mathcal{C} en \mathcal{C}_2 . Ainsi, on peut passer de \mathcal{C}_1 à \mathcal{C}_2 par une homothétie h composée de h_1 suivie de h_2 . Puisque $h(O) = O'$ alors le centre I de l'homothétie h est aligné avec O et O' .

De plus, la composée de deux homothéties est une homothétie dont le centre est aligné avec les centres des homothéties. **On en déduit que la droite TT' passe par I.**



Construisons une demi-droite IC qui est sécante avec le cercle \mathcal{C} aux points M et M'. Translatons C vers le bas de la figure : les points M et M' se rapprochent des points T et T', la puissance $IM \times IM'$ est constante. Donc $IM \times IM' = IT \times IT'$.

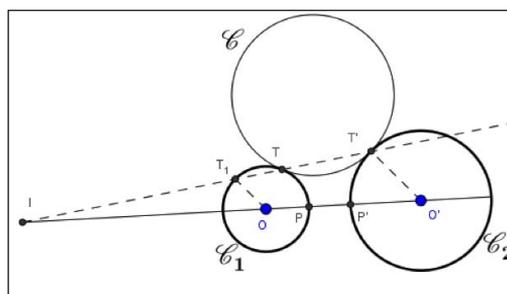
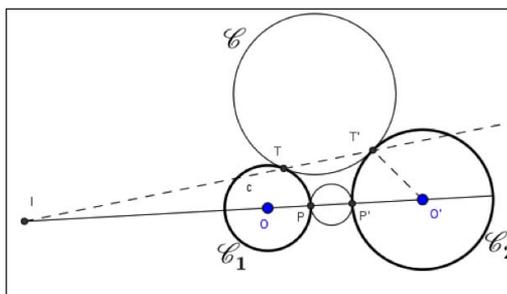
Continuons à déplacer le point C vers le bas : les points M et M' deviennent N et N' intersections de cette demi-droite avec les cercles \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 . Chose étonnante que nous démontrerons (voir propriété 2) : $IT \times IT' = IN \times IN'$.

Continuons à déplacer C vers le bas : la demi-droite IC devient se confond avec la demi-droite IO' et on en déduit donc que $IT \times IT' = IP \times IP'$.

Un autre point de vue est de considérer tous les cercles tangents en T et T' aux cercles \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 . Le produit $IT \times IT'$ est alors constant. Parmi ces cercles tangents, il y en a un dont les points de contact sont P et P'. On en déduit que $IT \times IT' = IP \times IP'$.

Propriété 2 : le produit $IT \times IT'$ est constant et égal à $IP \times IP'$.

Preuve : La puissance $p = IT \times IT'$, qui s'écrit : $IT \times IT_1 \times IT'/IT_1 = IT \times IT_1 \times r_2/r_1$ est constante : c'est le produit de la puissance de I par rapport au cercle \mathcal{C}_1 par le rapport r_2/r_1 . On en déduit que $IT \times IT' = IP \times IP'$.



Remarque : le point T' est l'image de T par l'inversion de pôle I et de puissance p.

Simplification du problème

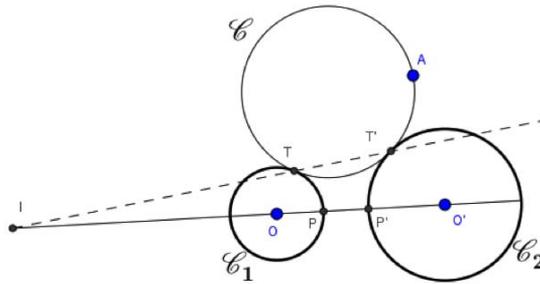
Revenons au problème initial : construire un cercle tangent à \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 passant par un point A donné. Nous allons ramener le problème à la construction d'un cercle tangent à un seul cercle \mathcal{C}_1 et passant par deux points donnés. (Voir l'encadré de la page 74 suivante.)

Dès lors, la recherche d'un cercle \mathcal{C} tangent aux cercles \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 et passant par à un point A revient à déterminer un cercle tangent au cercle \mathcal{C}_1 et passant par les points A et B.

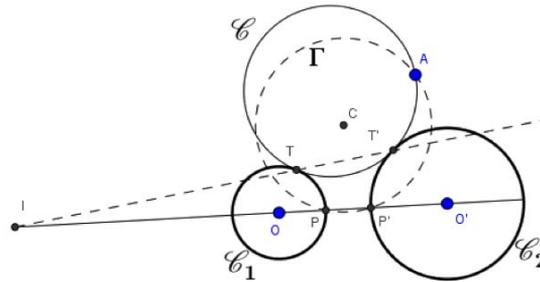
Cercle passant par deux points et tangent à un cercle donné

Soient deux points A et B et \mathcal{C}_1 un cercle. On construit un cercle \mathcal{C}' sécant en C et D avec

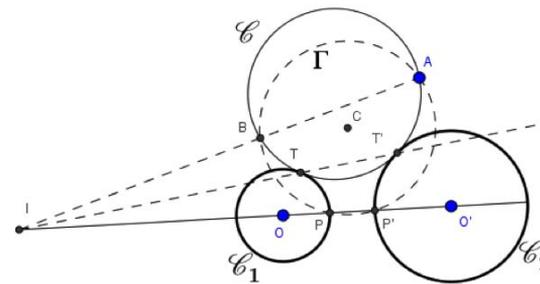
Construire un cercle tangent à \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 passant par un point A donné...



Construisons le cercle Γ circonscrit aux trois points P, P' et A.

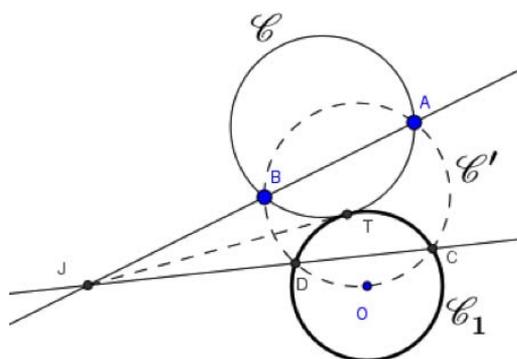


Puis traçons le segment [IA] : il va couper le cercle Γ en un point B.



Puisque les points P, P', A et B sont cocycliques, on en déduit que $IA \times IB = IP \times IP'$ d'après la réciproque de la propriété 1. Or, d'après la propriété 2, $IP \times IP' = IT \times IT'$.

Donc $IA \times IB = IT \times IT'$ et ainsi le point B appartient au cercle \mathcal{C} .



\mathcal{C}_1 et passant par A et B (par exemple le cercle circonscrit à O, A et B). Soit J l'intersection de (AB) et (CD) (On peut toujours s'arranger pour que cette intersection existe)⁶.

On construit la tangente (JT) à \mathcal{C}_1 puis le cercle circonscrit \mathcal{C} aux points A, B et T .

Comparons la puissance de J par rapport à ces cercles : d'une part, les quatre points A, B, C et D sont cocycliques sur le cercle \mathcal{C} donc $JC \times JD = JA \times JB$ et d'autre part $JC \times JD = JT^2$.

On en déduit donc que :

$$JA \times JB = JT^2$$

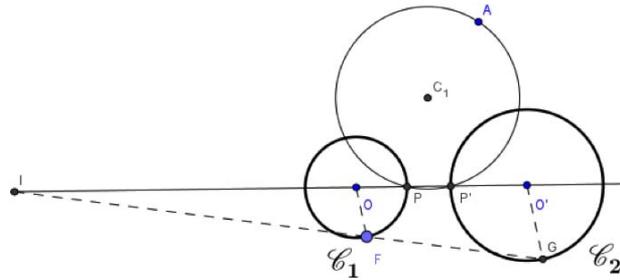
et ainsi la droite (JT) est tangente au cercle \mathcal{C} (car sinon (JT) couperait une seconde fois ce cercle en T' et on aurait $JA \times JB = JT \times JT'$ et donc $JT \times JT' = JT^2$: impossible !). Conclusion : **le cercle \mathcal{C} est tangent au cercle \mathcal{C}_1 et passe par A et B .**

Résumé de la construction complète

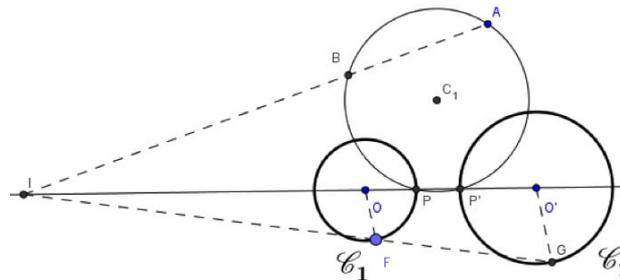
The diagram shows two circles, C1 (smaller) and C2 (larger), with centers O and O' respectively. A point A is located above the space between the circles. A line segment OO' is drawn, and a perpendicular line is dropped from A to this segment, intersecting it at P and P'. A circle C is constructed passing through A and tangent to C1 at P and to C2 at P'.

On construit le cercle circonscrit aux points P, P' et A / ...

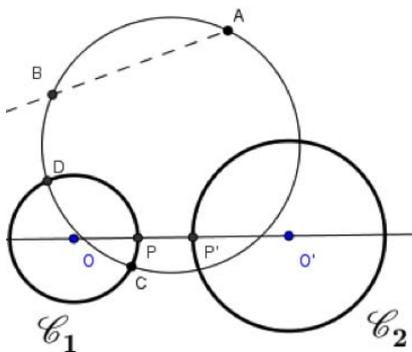
⁶ La droite (CD) est appelée axe radical



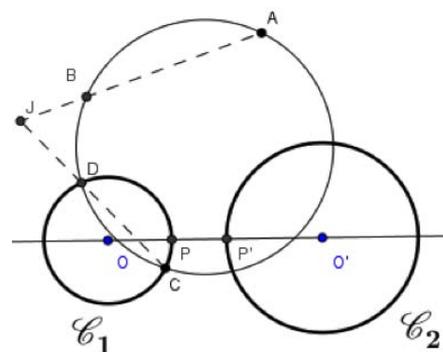
Puis on construit le centre d'homothétie I permettant de transformer \mathcal{C}_1 en \mathcal{C}_2 .



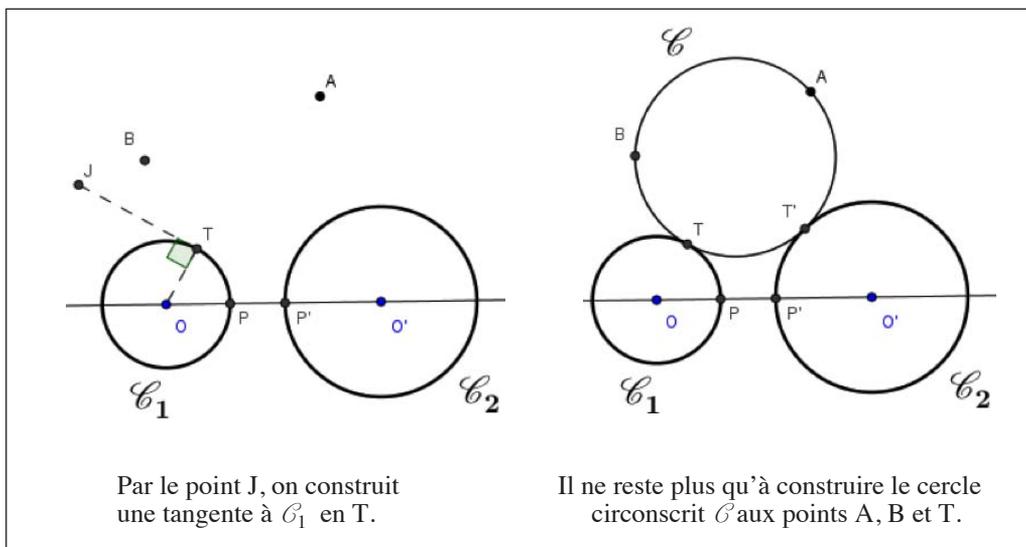
En traçant le segment $[IA]$, celui-ci coupe le cercle circonscrit en B .



Ensuite, on construit un autre cercle qui passe par A et B et qui coupe \mathcal{C}_1 en C et D .



On construit le point J intersection de (AB) et (CD) .



4. — Nos expériences sur le champ de bataille de Verdun

Réalisation d'une expérience

Nous nous sommes rendus au mois de novembre sur les Champs de Bataille de Verdun par un jour brumeux près du mémorial et du fameux ossuaire de Douaumont pour mettre à bien notre expérience. Les croix de l'ossuaire disparaissaient lorsque notre regard pointait l'horizon, ce qui nous donnait une impression d'infini. Infinité de croix, d'espace, de temps et d'horreur. En nous déplaçant seuls sur les lieux d'enregistrement, nous prenions conscience de la dimension de ces lieux. Les trous d'obus étaient très nombreux, remplis d'eau ou de boue à cette époque de l'année. L'ossuaire de Douaumont était à proximité avec ses centaines de milliers d'os empilés. L'atmosphère était lugubre, le froid nous envahissait. Nous pensions aux souffrances atroces des poilus. Nos

poils se hérissaient, notre gorge se nouait. Par contre, nous n'avions pas le son de 1916. Et pourtant, nous avons en mémoire le texte de « Ceux de 14 » de Maurice Genevoix lu par la voix off dans notre pièce de théâtre :

« Un 75, soudain, crève l'espace de sa détonation hargneuse ; et bientôt toutes les pièces tapies dans l'épaisseur des bois entonnent un chœur brutal, précipité, dont la clameur nous environne. Chaque coup se détache à toute volée, d'une violence, semble-t-il, à disloquer le canon qui le lance ; puis une vibration chantante se prolonge de vallon en vallon. »

Ou encore celui de Blaise Cendrars dans « la main coupée » :

« Des grenades qui éclataient, des explosions, le tout scandé par les gros obus allemands qui arrivaient comme des trains en gare, écrabouillant tout, lâchant des vilaines fumées noires, jaunes, chocolat, rousses, surmontées du panache des shrapnels, et les miaulements fous des 75. »

LA CONSTRUCTION D'APOLLONIUS
AU SERVICE DU REPERAGE ...

Et enfin les « Croix de Bois » de Roland Dorgelès :

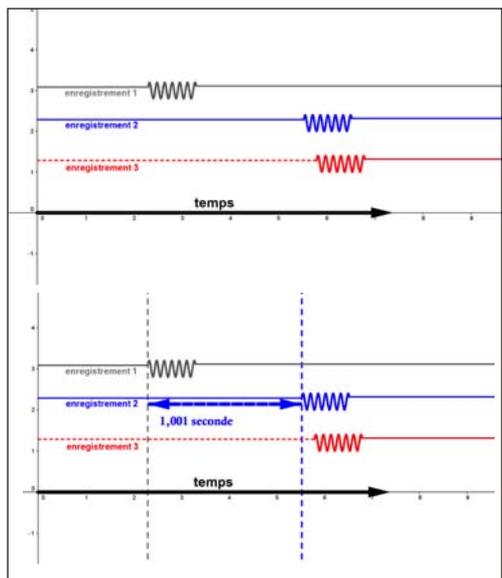
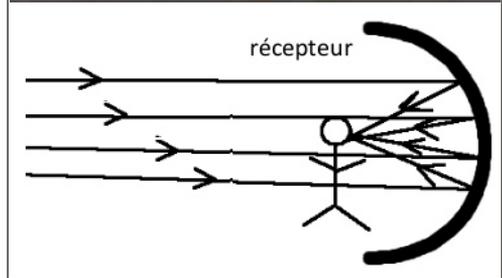
« On les reconnaît tous, rien qu'à leur voix : le soixante-quinze qui claque rageur, file en miaulant et passe si vite qu'on le voit éclater quand on entend le départ ; le cent vingt essoufflé qu'on croirait trop las pour achever sa course ; le cent cinquante-cinq qui semble patiner sur des rails et les gros noirs, qui passent très haut, avec un bruit tranquille d'eau qu'on agite. »

Pourtant, il a fallu que nous nous concentrons sur notre expérience. Nous prenions conscience de la prouesse technique d'enregistrer en ces lieux un son émis à une dizaine de kilomètres mais aussi de synchroniser au centième de seconde des enregistrements espacés. Nous avons utilisé des smartphone pour l'enregistrement et une tierce personne a tiré un coup de fusil pour remplacer le canon. Les 3 points que l'on peut voir sur cette carte sont les lieux des 3 enregistrements.



Par peur de ne pas capter le coup de fusil, nous avons ajouté des paraboles avec nos récepteurs placés au foyer de celles-ci (voir annexes pour l'explication de l'intérêt physique).

Sur un graphique, nous avons reporté nos trois enregistrements. Puis nous avons déterminé



l'écart de temps entre l'enregistrement 2 et l'enregistrement 1, ici il est de 1.001seconde.

Le traitement des informations

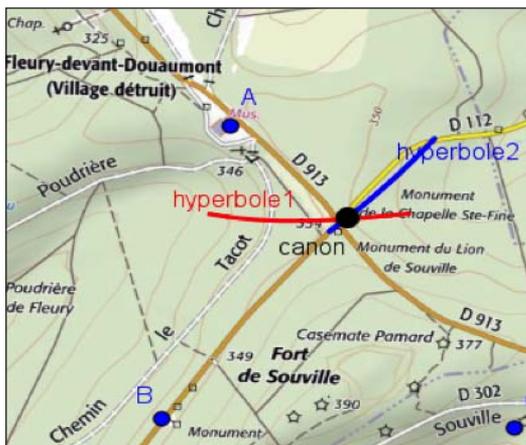
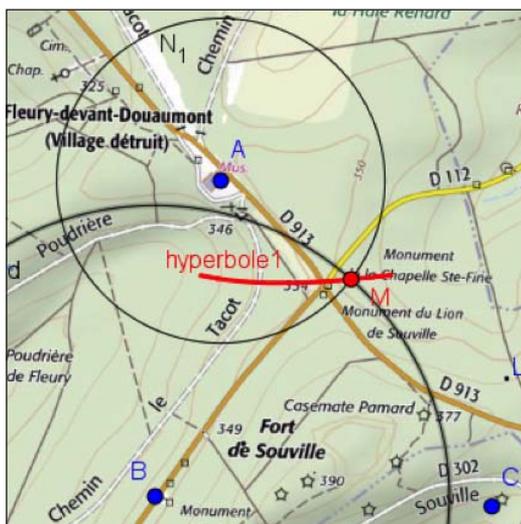
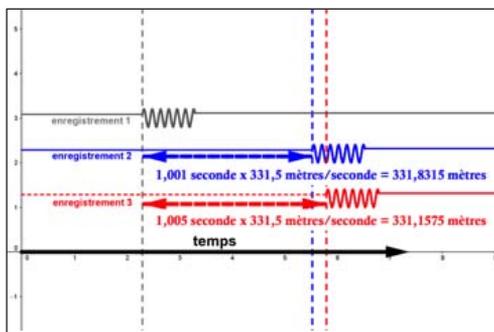
Dans les conditions de l'expérience, la température était proche de 0°C (soit 273,15 K). Or, la vitesse du son dépend de la température. Si on considère l'air comme un gaz parfait, la vitesse du son vérifie la relation :

$$V = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}}$$

Ainsi, on trouve $v = 331,5 \text{ m.s}^{-1}$ (en choisissant $\gamma = 1,4$ et $M = 29.10^{-3} \text{ kg/mol}$).

On multiplie donc le premier écart de temps par la vitesse du son à une température proche de 0°C afin de trouver la distance correspondant à l'écart 1 (figure ci-contre). Puis, sur la carte ci-contre, nous avons tracé une première hyperbole représentant le lieu des points M vérifiant $MB - MA = 331,83 \text{ mètres}$.

Puis, sur la même carte, nous avons tracé une seconde hyperbole représentant le lieu des points N vérifiant $NC - CA = 331,15 \text{ mètres}$ (figure ci-dessous).



La zone de départ du son du canon est située à l'intersection des deux hyperboles.

Incertitudes liées à notre expérience

Les calculs d'incertitude ont été effectués par les élèves avec l'aide de leur professeur de physique M. de Golmard. On peut lire dans les bulletins de l'artillerie que la méthode de repérage par le son était sensible au vent qui déplace l'onde sonore mais aussi à la température ainsi qu'à l'hygrométrie de l'air qui font varier la vitesse du son.

LA CONSTRUCTION D'APOLLONIUS
AU SERVICE DU REPERAGE ...

Le jour de notre expérience, la température était égale à 0°C avec une incertitude de 0,5°C. Or

$$V = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}}$$

donc $2 \cdot \ln V = (\ln \gamma + \ln R + \ln T - \ln M)$, d'où l'on tire : $2 \cdot \Delta(\ln V) = \Delta(\ln T)$ donc :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T}$$

Donc $\Delta V = \frac{V}{2} \frac{\Delta T}{T} = \frac{331,5}{2} \times \frac{0,5}{273} \approx 0,3 \text{ m/s}$.

Donc l'incertitude sur la distance de déphasage concernant la température est de :

$$0,3 \text{ m/s} \times 1,001 \text{ s} \approx 0,3 \text{ m}$$

Nous avons estimé l'incertitude liée à la synchronisation des iPhones à environ 1/100 ème de seconde puis l'analyse graphique de chaque déphasage : 1/100 ème de seconde soit un total de 2/100 ème de seconde en tout. Ce qui donne une incertitude sur l'analyse graphique de déphasage de $2/100 \times 331,5 \approx 6,63 \text{ m}$. L'incertitude totale est donc égale à 6,93 m que nous avons arrondi à 7 m.

Nous avons tracé l'ensemble des hyperboles possibles liées au déphasage 1 (premier faisceau d'hyperbole en rouge) et au déphasage 2 (second faisceau d'hyperbole en bleu).

L'intersection des deux hyperboles correspond à une zone en noir qui nous a permis de retrouver le lieu du départ du tir et ainsi de vérifier que notre expérience avait parfaitement fonctionné.

CONCLUSION

Ce projet a été passionnant par sa diversité et son ampleur : diversité des disciplines alliant la physique, les mathématiques mais également l'histoire méconnue de la Guerre 14-18, diversité des lieux (bibliothèques, lieux de mémoire, université, laboratoire de physique) et enfin diversité des rencontres (aides de laboratoire, professeurs de physique, de mathématiques, d'histoire).

Nous nous sommes ainsi rendu compte qu'il y a cent ans, toutes les disciplines pouvaient contribuer à l'effort de guerre et, en particulier sur ce sujet, l'apport des mathématiques et des sciences physiques était fondamental. Après avoir travaillé sur ce sujet, nous avons regardé les Champs de Bataille de la Première Guerre Mondiale avec une nouvelle approche, décloisonnant ainsi les disciplines.

Paul Painlevé estime que « les mathématiques les plus abstraites ou les plus subtiles ont participé à la solution des problèmes de repérage et au calcul des tables de tir toutes nouvelles qui ont accru de 25% l'efficacité de l'artillerie. » En effet, en parcourant les bulletins de l'artillerie, un article est consacré à l'interrogatoire d'un soldat du Service de Repérage par le Son capturé par les allemands qui se sont rendu compte de l'efficacité de l'artillerie française. On y découvre aussi que les allemands ont



déclenché des faux tirs d'artillerie à différents lieux afin de brouiller les enregistrements de son.

Un bel exemple nous est donné par le fameux canon allemand surnommé « Grosse Bertha » qui déclencha en mars 1918 des tirs d'une portée de 126 km sur Paris. Afin d'éviter leur repérage, les allemands ont utilisé des batteries de 170mm et de 210mm afin de tromper l'aviation mais aussi d'encombrer l'espace sonore pendant le tir de la Grosse Bertha. Cependant, les sections de repérage par le son ont très vite su discriminer les batteries, identifiant facilement l'onde d'une pièce unique dont la vitesse initiale de 1500m/s était double des autres. Dès le lendemain du premier tir, le capitaine allemand Kunsel, fêtant la réussite de la veille, rapporte⁷ : « Les verres étaient à peine remplis une deuxième fois qu'un coup d'artillerie lourde tombe à 250 m de notre poste, en plein milieu de l'installation de la batterie, causant six blessés mais aucun dégât matériel. Quelques minutes plus tard, un deuxième coup à 100 m du premier. Pas de doute, nous étions repérés et on nous tirait dessus. Comment trente heures après notre premier coup, les Français avaient-ils pu déterminer notre position ? ». Et le capitaine Kunsel de conclure,

déniant le savoir-faire des Sections de repérage par le Son, que les renseignements ne pouvaient venir que des habitants.

L'inconvénient de ce système de repérage par le son était sa vulnérabilité car les différents postes d'enregistrement étaient reliés par des fils. Par contre, son avantage étant sa non détectabilité. C'est pourquoi cette technique est toujours utilisée par les militaires, elle est même parfois associée au radar (système Cobra de l'armée française). Les différents postes d'enregistrement du son ne sont plus reliés par fil mais par radio.

Nous avons constaté que les réalisations d'expériences sur le son avec une synchronisation au 1/100^{ème} de seconde sur le terrain des Champs de Bataille il y a cent ans et au 1/1000^{ème} dans un laboratoire⁸ étaient compliqués, tout comme l'interprétation des résultats et le tracé des hyperboles.

Enfin la vidéo de type « c'est pas sorcier » durant plusieurs jours nous a appris la difficulté du scénario, des séances de tournage, de recherches bibliographiques, de montage, d'autocritique...

7 Alain Huyon, « la Grosse Bertha des Parisiens », revue historique des Armées

8 Nous avons reproduit l'expérience dans une salle de laboratoire afin de l'exposer aux Olympiades de physique.

BIBLIOGRAPHIE

Huyon Alain (2008), « La Grosse Bertha des Parisiens », Revue historique des armées, n°253, p111-125

Viète François (1600), Apollonius Gallus

Schiavon M. (2014), itinéraires de la précision (géodésiens, savants et fabricants d'instruments de précision en France, 180-1930), PUN-éditions universitaires de Lorraine.

Debart.pagesperso-orange

Bulletin de renseignement de l'artillerie (1914-1918), Paris, imprimerie nationale.

<http://www.lcdpu.fr/livre/?GCOI=27000100816210>

Concernant l'artillerie française et la première Guerre mondiale :

https://fr.wikipedia.org/wiki/Artillerie_fran%C3%A7aise_pendant_la_Premi%C3%A8re_Guerre_mondiale

Nous vous invitons à regarder notre vidéo, approfondissant certains points :

https://www.lyceemargueritte.fr/files/espace-culture/id709/mission_centenaire.mp4



ANNEXE

Analyse de l'expérience

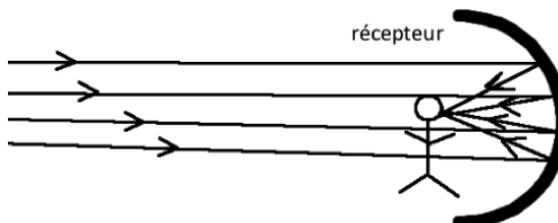
a) Pourquoi avoir utilisé des paraboles ?



Nous avons choisi des paraboles, car leur forme permet de concentrer l'ensemble des ondes incidentes en les faisant converger en un point : le foyer F (à condition qu'elles arrivent parallèles à l'axe de symétrie de la parabole, ce qui était le cas puisque le canon était suffisamment éloigné des récepteurs).

Nous avons vérifié expérimentalement cette propriété et déterminé la position du foyer.

Voici ci-dessous les photos du dispositif et les résultats du sonomètre.

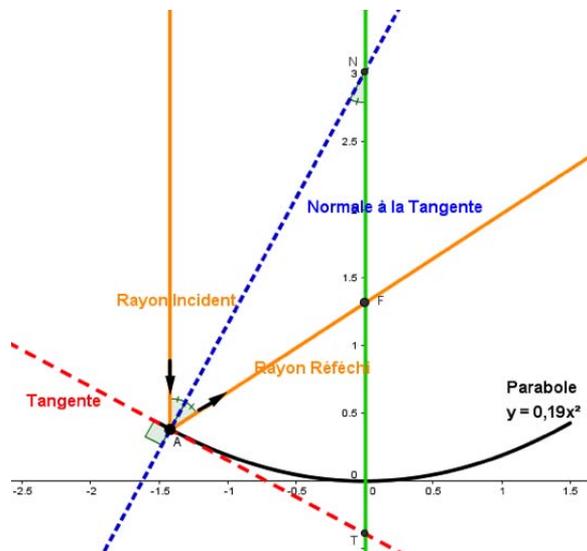


On a remarqué que le niveau sonore était maximal à une distance de 130 cm par rapport au sommet du paraboloïde, ce qui correspondrait à la position du foyer.

Les résultats du sonomètre

Distance en cm entre le sommet du paraboloïde et le sonomètre	Intensité sonore en décibels	Distance en cm entre le sommet du paraboloïde et le sonomètre	Intensité sonore en décibels
0	66	110	77
10	66	120	78
20	66	130 (foyer)	80 (maximum)
30	65	140	77
40	67	150	76
50	67	160	75
60	68	170	73
70	69	180	67
80	70	190	68
90	70	200	63
100	75	210	62
		220	55

b) *Modélisation de l'expérience avec Geogebra*



La modélisation du paraboloïde avec geogebra nous permet de confirmer l'expérience puisque nous trouvons un foyer situé à 132 cm du sommet.

c) *Preuve* : Prouvons-le dans le cas général.

Soit un point M d'abscisse x_0 sur la parabole d'équation $y = ax^2$. Son ordonnée est ax_0^2 .

La tangente T en M a pour pente $2ax_0$. La normale T' a pour pente $-\frac{1}{2ax_0}$.

Soit I l'intersection de T' avec l'axe des ordonnées. $\frac{y_I - y_M}{x_I - x_M} = -\frac{1}{2ax_0}$, donc $y_I = \frac{1}{2a} + ax_0^2$.

On trace la perpendiculaire à T' passant par I : elle a pour pente $2ax_0$ et elle coupe les rayons

incidents et réfléchis en A et A'. $\frac{y_{A'} - y_I}{x_{A'} - x_I} = 2ax_0$ donc $y_{A'} = \frac{1}{2a} - ax_0^2$.

Soit F le milieu du segment [A'A]. $x_F = \frac{x_{A'} + x_M}{2} = 0$ et $y_F = \frac{y_{A'} + y_M}{2} = \frac{1}{4a}$

Donc $F(0, \frac{1}{4a})$ ne dépend pas de x_0 et ne dépend pas de M : les rayons réfléchis passent par F.

Grâce à cette démonstration, nous pouvons en conclure que toutes ondes sonores parallèles à l'axe des ordonnées, passent par un même point qui est le Foyer (Le point F).

Dans le cas particulier de notre parabole, nous avons $a = 0,19$ et donc $F(0, \frac{1}{4 \times 0,19})$ soit

$F(0, 1,32)$: on retrouve bien le résultat des expérimentations.

Remarque : on peut voir sur les tracés ci-dessous que d'autres miroirs non paraboliques ne concentrent pas les rayons réfléchis en un unique point. Seul le paraboloïde le permet.

