
PRÉSENTATION D'UNE RESSOURCE POUR LA CLASSE

VIVRE LES MATHÉMATIQUES

PAR DES APPROCHES HISTORIQUES

Frédéric LAURENT¹

IREM de Clermont-Ferrand, membre de la CII épistémologie et histoire des mathématiques

Présentation et « bonnes feuilles » de l'ouvrage

Laurent, F. (dir.) (2024). *Vivre les mathématiques par des approches historiques*. Adapt. 356 pages².

Introduction

L'ouvrage présenté ici, intitulé *Vivre les mathématiques par des approches historiques* et paru en mai 2024 aux éditions ADAPT, est le fruit d'un travail initié à partir de 2019 par la commission inter-IREM *Épistémologie et histoire des mathématiques*. En effet, le projet de cet ouvrage trouve son origine avec la publication, en 2019, de programmes officiels de mathématiques du lycée dans lesquels l'histoire des mathématiques fait une apparition spectaculaire — du moins, dans la voie générale — par la présence d'items spécifiques dans chacune des parties du programme. Non seulement ces textes encouragent les enseignants à recourir à l'histoire des mathématiques pour illustrer leur enseignement par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique et culturel, mais ils les invitent aussi à utiliser l'histoire comme une manière d'aborder les mathématiques par la résolution de problèmes, dans l'optique de mieux clarifier certaines notions enseignées et de leur donner davantage de sens. Ces recommandations s'accordent parfaitement avec la position de la commission inter-IREM *Épistémologie et histoire des mathématiques* qui plaide, depuis une cinquantaine d'années déjà, pour l'introduction d'une perspective historique en classe et œuvre en ce sens par ses nombreux travaux ou actions (publications, organisation de colloques, etc.). Elle permet aussi aux différents groupes de recherche locaux des IREM de se retrouver, d'échanger sur leurs activités et de se coordonner autour de projets communs.

C'est ainsi qu'elle est parvenue à réunir, pour ce livre, une équipe d'une vingtaine d'auteurs issus du réseau des IREM sur tout le territoire (Clermont-Ferrand, Lille, Paris, Paris Nord, Poitiers, Pays de la Loire, Réunion), se faisant eux-mêmes le relais des groupes locaux s'intéressant à l'histoire des mathématiques et son utilisation dans l'enseignement. Plus d'une vingtaine de collègues se sont impliqués dans le projet, notamment pour organiser des expérimentations dans les classes.

Chaque chapitre du livre, conçu de façon autonome, commence par donner des éléments de contextualisation historique (relatifs à l'époque, aux mathématiciens, aux œuvres, aux pratiques,

¹ frederic.laurent@uca.fr

² <https://adapt.snes.edu/catalogue/la-grande-collection/des-sciences-des-hommes-des-concepts/article/vivre-les-mathematiques-par-des-approches-historiques-1311>

etc.) afin que l'enseignant puisse, sans avoir recours à des lectures supplémentaires, disposer des connaissances essentielles à la compréhension des matériaux historiques utilisés comme supports des séances d'enseignement. Une seconde partie, consacrée aux aspects scientifiques et pédagogiques, propose une analyse *a priori* du travail soumis aux élèves, évoquant les notions enseignées mais aussi, plus largement, les choix pédagogiques réalisés en fonction de diverses contraintes (progression annuelle, prérequis, etc.). En cas de recours à un texte ancien, la façon de l'exploiter y est également expliquée. La mise en œuvre en classe (modalités de travail, consignes, déroulement, ...) constitue une troisième partie dans laquelle sont également présentés et analysés des travaux d'élèves ou des témoignages d'enseignants, attestant ainsi de l'expérimentation minutieuse des dispositifs pédagogiques à laquelle se sont livrés les équipes. Chaque chapitre se termine enfin par une évaluation globale de ces dispositifs et par des pistes pour aller plus loin (variantes possibles, prolongements éventuels, adaptations pour d'autres niveaux de classe, ...). Pour chacun, des ressources sont fournies. Des références bibliographiques d'abord (sources primaires et secondaires) mais également des compléments numériques disponibles au téléchargement sur le site compagnon³ de l'ouvrage. Ces compléments peuvent être de natures diverses : à caractère scientifique (texte historique dans une version plus longue, explication d'un texte historique, textes complémentaires, ...) ou à caractère pédagogique (différentes versions d'une activité, fiche enseignant, corrigé, traces écrites, productions d'élèves, ...). Le site compagnon répertorie également, pour chaque chapitre, les notions des programmes de lycée qui sont abordées ainsi que les compétences mathématiques qui sont principalement travaillées. En effet, pour les auteurs, les séances introduisant une perspective historique ne sont pas envisagées, en général, comme des temps de classe supplémentaires lorsque les notions ont été vues, mais comme des moyens pour introduire ou réinvestir des notions. Elles ne doivent pas systématiquement s'ajouter aux activités ordinairement proposées — l'étendue des programmes scolaires ne le permet pas — mais se substituer à certaines d'entre elles, afin de s'ancrer pleinement dans les prescriptions officielles et participer de la diversité de l'activité de l'élève.

En onze chapitres, le lecteur peut se rendre compte de la diversité des domaines des mathématiques abordés (géométrie, algèbre, analyse, probabilités, algorithmique, ...), des époques et des auteurs évoqués, des niveaux de classes concernés, mais également des manières de faire « vivre les approches historiques ». Si l'activité historico-mathématique reste le dispositif le plus fréquent (c'est-à-dire la mise en lumière de notions par la lecture et l'analyse organisée d'un texte ancien), d'autres façons de recourir à l'histoire apparaissent au cours des pages. Cependant, quelle que soit la manière de procéder, les dispositifs décrits montrent qu'il est possible, par un biais historique, de faire voir les mathématiques autrement que comme un corpus d'enseignement à l'image figée, mais comme une activité humaine particulièrement vivante. En ce sens, aborder avec les élèves des problèmes qui ont occupé les mathématiciens dans l'histoire joue un rôle essentiel. Parmi les problèmes exploités (liste non exhaustive) : le partage d'un segment en extrême et moyenne raison, la duplication du carré et l'irrationalité de $\sqrt{2}$, la normalisation des formats de papier au moment de la Révolution française, le problème de Pappus, la recherche des tangentes à une courbe, le problème inverse des tangentes, le problème du jeu de rencontre, le calcul approché de racines carrées irrationnelles, ...

³ <https://www.univ-irem.fr/-vivre-les-mathematiques-par-des-approches-historiques->

1. Tableau guide

Les pages suivantes présentent un tableau-guide des contenus de l'ouvrage. Pour chaque chapitre, dont le titre rappelle généralement le problème historique sous-jacent, ce tableau liste, d'une part, les notions mathématiques abordées (telles qu'elles sont formulées dans les programmes scolaires), mettant ainsi en évidence la variété des domaines mathématiques abordés et, d'autre part, les principaux auteurs étudiés. Ces derniers appartiennent à des périodes et des zones géographiques diverses : l'Antiquité grecque, le Moyen-Âge en pays d'Islam ou en Europe, les XVII^e et XVIII^e siècles, particulièrement propices au développement des mathématiques en Europe et qui ont laissé de très grands noms dans l'histoire des mathématiques (Descartes, Fermat, Newton, Leibniz, Euler, ... pour ne citer qu'eux), mais encore le XX^e siècle outre-Manche.

Numéro et titre du chapitre	Principales notions mathématiques abordées	Principaux auteurs étudiés
Chapitre 1. Le partage d'un segment en extrême et moyenne raison : d'un problème euclidien à une solution cartésienne.	Calcul sur des expressions algébriques, résolution d'équations, résolution de problèmes de géométrie plane.	Euclide (v. 300 avant J.-C.) ; Descartes (1596-1650) ; Rabuel (1669-1728).
Chapitre 2. Comment une démonstration au programme de seconde « cache un passé ». Le jeu des démonstrations bigarrées.	Calcul sur des expressions algébriques, comparaison de deux quantités, fonctions de référence, position relative de courbes.	Euclide (v. 300 avant J.-C.) ; al-Khwarizmi (VIII ^e -IX ^e siècles) ; al-Khayyam (XII ^e siècle) ; Peletier du Mans (1517-1582) ; Viète (1540-1603) ; Descartes (1596-1650).
Chapitre 3. L'irrationalité de $\sqrt{2}$ en classe de seconde : du doute à la démonstration.	Nombres irrationnels, démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$, parité, types de raisonnements.	Platon (428-328 av. J.-C.) ; Aristote (384-322 av. J.-C.) ; Euclide (v. 300 avant J.-C.) ; Théon de Smyrne (v. 70-135).
Chapitre 4. Mathématiques au service des techniques : les formats de papier sous la Révolution française.	Nombres irrationnels, calcul numérique (écritures fractionnaires, racines carrées, ...), calcul sur des expressions algébriques, algorithmique.	D'Alembert (1717-1783) ; Lichtenberg (1742-1799) ; Condorcet (1743-1794) ; De Prony (1755-1839) ; Leblond (1760-1811).
Chapitre 5. D'un problème de vitesse à une représentation médiévale d'une relation fonctionnelle.	Fonction à valeur réelle et courbe représentative, modélisation par des fonctions, fonctions affines, suites arithmétiques, modélisation par des suites.	Nicole Oresme (v. 1320-1382).
Chapitre 6. Une introduction de la fonction inverse par un problème de lieu géométrique et une construction à la façon de Descartes.	Fonction inverse, fonctions à valeur réelle et courbe représentative, parité d'une fonction, équation d'une courbe, projeté orthogonal, résolution de problèmes de géométrie plane.	Pappus d'Alexandrie (fin du III ^e s.) ; Eutocius d'Ascalon (v. 480-v. 540) ; Descartes (1596-1650) ; Euler (1707-1783).

Chapitre 7. Un support géométrique pour aborder le nombre dérivé : la tangente à un cercle d'Euclide à Descartes.	Taux de variation d'une fonction et nombre dérivé, tangente à une courbe, fonctions dérivées, caractérisation de l'orthogonalité, équation de cercle, parabole, types de raisonnements.	Euclide (v. 300 avant J.-C.) ; Roberval (1602-1675) ; Descartes (1596-1650) ; Fermat (1607-1665) ; Barrow (1630-1677).
Chapitre 8. Une entrée géométrique vers la dérivation : la sous-tangente de la Grèce antique au marquis de l'Hospital.	Taux de variation d'une fonction et nombre dérivé, tangente à une courbe, interprétation du nombre dérivé en contexte, équation d'une tangente, définition de la fonction exponentielle.	Apollonius (262-190 av. J.-C.) ; Descartes (1596-1650) ; Florimond de Beaune (1601-1652) ; Roberval (1602-1675) ; Fermat (1607-1665) ; Newton (1643-1727) ; Leibniz (1646-1716) ; L'Hospital (1661-1704).
Chapitre 9. Aux sources historiques de l'exponentielle : une introduction en classe de première.	Tangente à une courbe, définition de la fonction exponentielle, propriétés de la fonction exponentielle, méthode d'Euler, suites arithmétiques et géométriques, modélisation par des suites.	Descartes (1596-1650) ; Florimond de Beaune (1601-1652) ; Newton (1643-1727) ; Leibniz (1646-1716) ; Bernoulli (1654-1705) ; Euler (1707-1783).
Chapitre 10. Le nombre e à travers un problème d'intérêts composés chez Bernoulli et un jeu de cartes chez Euler.	Taux d'évolution, loi des grands nombres, estimation d'une probabilité, suites numériques, limite d'une suite, modélisation par des suites, nombre e , algorithmique et programmation.	Bernoulli (1654-1705) ; De Montmort (1678-1719) ; Euler (1707-1783) ; Fisher (1890-1962) ; Yates (1902-1994).
Chapitre 11. Un algorithme d'approximation chez Newton et Euler.	Ensembles de nombres, approximation d'un nombre, calcul sur des expressions algébriques, identités remarquables, comparaison de deux quantités, fonctions de référence, position relative de courbes, algorithmique et programmation.	Héron d'Alexandrie (I ^{er} siècle) ; Descartes (1596-1650) ; Wallis (1616-1703) ; Newton (1643-1727) ; Euler (1707-1783).

2. Un exemple d'activité

L'activité suivante, autour d'un texte de Théon de Smyrne (v. 70-135), a été élaborée et rédigée par Carène Guillet, du groupe de recherche sur l'histoire des mathématiques de l'IREM des Pays de la Loire, pour le chapitre 3, intitulé « L'irrationalité de $\sqrt{2}$ en classe de seconde : du doute à la démonstration ». Il s'agit d'un complément numérique disponible sur le site compagnon de l'ouvrage. Il est mis à disposition pour être utilisé en classe, avec ou sans modifications, mais n'a ni valeur de modèle, ni de recette. L'enseignant pourra pleinement se l'appropriier et l'adapter à la réalité, unique, de sa classe, en comprenant son rôle et sa place dans une séance, ses objectifs et la façon dont il a été conçu par son autrice. Ce travail nécessite la lecture préalable du chapitre auquel il se rattache dans l'ouvrage susdit.

2.1. Contexte de l'activité et mise en œuvre

Cette activité de découverte des suites a été réalisée dans une classe de première générale, en cours de spécialité mathématiques, en novembre 2019. Elle s'est déroulée sur deux séances d'une heure chacune.

Après avoir distribué le document à la classe, un temps a été laissé aux élèves pour en prendre connaissance individuellement. Une discussion s'est ensuite engagée autour du texte, afin de lever les éventuelles incompréhensions à la suite de cette première lecture, que ce soit dans le vocabulaire ou dans le sens du texte lui-même. Les temps de recherche individuelle ou en binôme ont alors alterné avec des étapes de mise en commun et de correction collectives.

2.2. Analyse *a priori*

Il s'agit d'une introduction à la notion de suite et des premières séances dédiées à ce chapitre. L'activité a été conçue en lien avec les objectifs des programmes suivants :

Connaissances

- Exemples de modes de génération d'une suite : explicite $u_n = f(n)$, par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, par un algorithme, par des motifs géométriques. Notations : $u(n)$, u_n , $(u(n))$, (u_n) .

Capacités associées

- Dans le cadre de l'étude d'une suite, utiliser le registre de la langue naturelle, le registre algébrique, le registre graphique, et passer de l'un à l'autre.
- Proposer, modéliser une situation permettant de générer une suite de nombres. Déterminer une relation explicite ou une relation de récurrence pour une suite définie par un motif géométrique, par une question de dénombrement.
- Calculer des termes d'une suite définie explicitement, par récurrence ou par un algorithme.

Les difficultés attendues portaient tout d'abord sur la compréhension du texte et sur la transposition de la situation sous forme de figures géométriques. Dans la partie modélisation, nous nous attendions à une difficulté liée à l'introduction de la notation indiciaire des suites, nouvelle à ce stade pour les élèves. Enfin, les techniques de calcul dans les démonstrations étaient également de nature à poser des problèmes à certains élèves.

2.3. Énoncé de l'activité

Préambule

- a) Calculer la valeur exacte de la diagonale d'un carré de côté 5.
- b) À votre avis, pourquoi Platon écrit-il, dans son ouvrage « La République » (380 av J.C.), que : « 7 est la diagonale rationnellement énonçable de 5 » ?

Au II^e siècle après J.C., un néo-pythagoricien du nom de Théon de Smyrne produit une recherche du même type dans laquelle 5 et 7 sont désignés comme « nombre côté » et « nombre diagonal ».

Soient par exemple posées deux unités distinctes, dont nous supposons que l'une est la diagonale et l'autre le côté, puisque l'unité, étant principe de toutes choses, doit être en puissance et côté et diagonale. Et qu'on ajoute au côté la diagonale, et à la diagonale deux côtés. Et sur le premier côté et la première diagonale, le carré construit sur la diagonale unité serait d'une unité plus petit que le double du carré construit sur le côté unité, car les unités sont à égalité, et l'un est d'une unité plus petit que le double de l'un.

Or, ajoutons au côté la diagonale, c'est-à-dire à l'unité une unité, le côté sera donc de deux unités. Et à la diagonale ajoutons deux côtés, c'est-à-dire à l'unité deux unités : la diagonale sera de trois unités. Et le carré construit sur le côté 2 est 4, le carré construit sur la diagonale 3 est 9 ; il est donc d'une unité plus grand que le double du carré de côté 2.

À nouveau ajoutons au côté 2 la diagonale 3 : le côté sera 5 ; et d'autre part à la diagonale 3 les côtés 2, c'est-à-dire 2 fois 2 : ce sera 7. Le carré construit sur le côté 5 sera 25, et celui de la diagonale 7, 49 ; or 49 est d'une unité plus petit que le double de 25.

À nouveau, qu'on ajoute au côté 5 la diagonale 7, ce sera 12, et qu'on ajoute à la diagonale 7 deux fois le côté 5, ce sera 17, et le carré de 17 est supérieur d'une unité au double du carré de 12.

Et, si l'on effectue à la suite l'addition semblablement, on obtiendra un résultat analogue alternativement : tantôt plus petit d'une unité, tantôt plus grand d'une unité que le double, tel sera le côté de la diagonale par rapport au carré du côté : et les quantités de ce type sont rationnelles, tant côtés que diagonales.

Les diagonales sont alternativement tantôt plus grandes d'une unité en puissance que les doubles des côtés correspondants, tantôt plus petites d'une unité que les doubles, uniformément. Donc toutes les diagonales seront rendues doubles en puissance de tous les côtés, l'excès et le défaut alternés de la même unité placée uniformément en toutes produisant une égalité et tendant à ce que, dans leur totalité, elles ne soient ni inférieures ni supérieures au double : car ce qui manque en puissance à la diagonale précédente est en excès à celle qui la suit immédiatement.

Théon de Smyrne, Exposition des connaissances utiles pour la lecture de Platon (II^e siècle).

Lecture du texte

- Lire le texte et faire des figures successives illustrant les étapes de raisonnement et de calcul de Théon.
- Compléter le tableau suivant, où a désigne le « nombre côté » et d le « nombre diagonal » :

Étape n°	a	d	$d^2 - 2a^2$	d/a
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

- Que pensez-vous de la théorie énoncée par Théon de Smyrne dans son texte ?
- De quelle valeur les quotients d/a semblent-ils se rapprocher ?

Modélisation

On notera désormais a_n le « nombre côté » à l'étape numéro n et d_n le « nombre diagonal » à l'étape numéro n .

a) Que valent a_0 ? d_1 ? a_4 ? d_6 ? a_7 ? d_8 ? $d_{100}^2 - 2a_{100}^2$?

b) Justifier que la conjecture émise par Théon de Smyrne s'écrit, pour tout entier $n \geq 0$:

$$d_n^2 - 2a_n^2 = (-1)^{n+1}$$

c) Expliquer pourquoi on a dans ce cas la relation suivante, pour tout entier $n \geq 0$:

$$a_{n+1} = a_n + d_n$$

d) De même, exprimer d_{n+1} en fonction de a_n et d_n .

Preuve

a) Démontrer la relation suivante, pour tous nombres réels a et d :

$$(2a+d)^2 + d^2 = 2a^2 + 2(a+d)^2$$

b) En déduire que pour tout entier $n \geq 0$, on a :

$$d_{n+1}^2 - 2a_{n+1}^2 = 2a_n^2 - d_n^2$$

c) Prouver alors la conjecture de Théon de Smyrne.

Prolongements

a) Programmer cet algorithme sur Python ou sur la calculatrice, et préciser la valeur vers laquelle tendent les quotients d_n/a_n .

b) D'après vous, cette valeur « limite » est-elle rationnelle (on rappelle qu'un nombre rationnel est un nombre pouvant s'écrire comme le quotient de deux nombres entiers) ?

2.4. Analyse a posteriori

L'activité s'est avérée très motivante pour les élèves, qui ont posé beaucoup de questions, notamment sur l'irrationalité, car la notion de nombre irrationnel n'était pas vraiment maîtrisée dans la classe. Une fois le cap de la lecture et de la transposition sous forme de figures géométriques, les élèves ont bien compris l'algorithme et ont bien réussi à compléter le tableau. Contre toute attente, l'introduction de la notation avec indices s'est faite naturellement.

En revanche, l'écriture de la conjecture incluant la puissance de -1 a été très difficile et a nécessité l'intervention du professeur afin de l'expliquer. Les calculs algébriques de la partie « preuve » ont pris du temps, mais ont été l'occasion de remobiliser des automatismes de calcul, comme les identités remarquables, les règles de distributivité et les règles sur les signes.

La plus grande difficulté a été l'établissement de la relation de récurrence, et en particulier la compréhension de la notation « indice $(n+1)$ ». Enfin, la preuve de la relation conjecturée n'a pas été mise en place à l'aide d'une démonstration par récurrence formelle (qui n'est pas au programme de la classe de première), mais par une forme de récurrence intuitive.

La partie 5 n'a pas été réalisée par manque de temps.

2.5. Bilan

L'activité a joué son rôle en ce qui concerne l'introduction des suites, de leurs notations, et du principe de récurrence. Le contexte historique dans lequel elle a été créée a dépaysé les élèves et les a amenés à se questionner différemment, notamment sur le lien entre la géométrie et les

nombre, en particulier sur la question de l'irrationalité. Les difficultés techniques rencontrées n'ont pas démobilisé les élèves dans la mesure où elles ont servi de support à de la remédiation sur les automatismes de calcul, ou se sont vues étayées par l'intervention du professeur. Le chapitre sur les suites, qui a pris son fondement sur cette activité, a ensuite été bien vécu par les élèves de la classe.

3. Un exemple de texte historique

Plusieurs chapitres du livre abordent les propriétés du nombre $\sqrt{2}$ sous différents angles. L'activité précédente présentait une méthode d'approximation spécifique à ce nombre, adossé à la géométrie du triangle, et faisant écho à la question de l'irrationalité. L'extrait des *Éléments d'algèbre* d'Euler reproduit ci-dessous motive et décrit un algorithme d'approximation de toute racine carrée, voire de bien plus. Elle a été le point de départ de cinq séances différentes menées dans des classes de seconde ou de première (spécialité mathématiques) de lycées de région parisienne. Nous ne reproduisons ici que le texte donné aux élèves. On en saura plus sur les aspects historiques, mathématiques, et sur les différentes séances en classe en se reportant au chapitre 11 de l'ouvrage *Vivre les mathématiques par des approches historiques*.

§ 784. Lorsque les racines d'une équation ne sont pas rationnelles, soit qu'on puisse les exprimer par des quantités radicales, soit qu'on n'ait pas même cette ressource, comme c'est le cas pour les équations qui passent le quatrième degré, on est obligé de se contenter de déterminer leurs valeurs par des approximations, c'est-à-dire par des voies qui font qu'on approche toujours davantage de la vraie valeur, jusqu'à ce que l'erreur puisse être censée nulle. On a proposé différentes méthodes de cette espèce, nous allons en détailler les principales.

[...]

§ 786. Nous éclaircirons cette méthode d'abord par un exemple facile, en cherchant par approximation la racine de l'équation $xx = 20$.

On voit ici que x est plus grand que 4 & plus petit que 5 ; en conséquence de cela on fera $x = 4 + p$, & on aura $xx = 16 + 8p + pp = 20$; mais comme pp est très-petit, on négligera ce terme pour avoir seulement l'équation $16 + 8p = 20$, ou $8p = 4$; elle donne $p = \frac{1}{2}$ & $x = 4\frac{1}{2}$, ce qui approche déjà beaucoup plus de

la vérité. Si donc on suppose à présent $x = 4\frac{1}{2} + p$; on est sûr que p signifie une fraction encore beaucoup plus petite qu'auparavant, & qu'on pourra négliger pp à bien plus forte raison. On aura donc $xx = 20\frac{1}{4} + 9p$, ou $9p = \frac{-1}{4}$, et par conséquent $p = \frac{-1}{36}$; donc $x = 4\frac{1}{2} - \frac{1}{36} = 4\frac{17}{36}$.

Que si l'on vouloit approcher davantage de la vraie valeur, on feroit $x = 4\frac{17}{36} + p$, & on auroit $xx = 20\frac{1}{1296} + 8\frac{34}{36}p = 20$; ainsi $8\frac{34}{36}p = \frac{-1}{1296}$, $322p = \frac{-36}{1296} = \frac{-1}{36}$, & $p = \frac{-1}{36 \cdot 322} = \frac{-1}{11592}$. Donc $x = 4\frac{17}{36} - \frac{1}{11592} = 4\frac{4473}{11592}$, valeur qui approche si fort de la vérité, qu'on peut avec confiance regarder l'erreur comme nulle.

*Euler, L., 1774, Eléments d'algèbre, tome 1^{er}, traduits de l'allemand avec des notes et additions [par Jean III Bernoulli], Lyon, Bruyset Père & Fils. pp. 677-680.
Consultable sur gallica.bnf.fr.*