JEUX

par Raymond GUINET et Alain SOLANO

∗ **E.11.1 Jeu (à l'usage des maîtres) : Nombres croisés.**

	A	B	C	D
I				
II				
III				
IV				

Tous les nombres verticaux sont des carrés. Aucun des nombres ne commence par zéro. Il n'y a qu'un chiffre par case.

I : Sa racine carrée se termine par 7.
II : Commence par le même chiffre que I.
III : La somme de ses chiffres est 11.
IV : Est divisible par 4.

A : Est pair.
B : Est compris strictement entre 5 000 et 5 900.
C : Se termine par le même chiffre que III.
D : Est divisible par 9.

∗ **Solution du jeu E.9.1 paru dans Grand N, numéro 10 page 75 (Alain Solano).**

«Choisir trois chiffres différents a, b et c. Ecrire tous les nombres de trois chiffres formés chacun avec ces trois chiffres. En faire la somme. Chercher le quotient de cette somme par : $a + b + c$».

Que constate-t-on ? Comment expliquer ce résultat.

Procédons à plusieurs essais :

1er exemple.

$a = 3$, $b = 5$, $c = 8$.

Avec ces trois chiffres nous pouvons former les six nombres suivants : 358, 385, 538, 583, 835, 853.

La somme S de ces six nombres est égale à : 3 552.

Le quotient de S par $a + b + c$, qui dans ce cas vaut 16, est : 222.

2ème exemple.

$a = 2$, $b = 4$, $c = 7$, ce qui donne les nombres suivants : 247, 274, 427, 472, 724, 742.

Leur somme S est égale à : 2 886.

Le quotient de S par $a + b + c$, qui vaut 13, est : 222.

On pourrait prendre d'autres chiffres a, b et c on constaterait que le quotient de S par $a + b + c$ est 222.

Démonstration.

Considérons donc trois chiffres distincts a, b et c. Avec ces trois chiffres, on peut constituer les six nombres * suivants : abc, acb, bac, bca, cab, cba.

Soit S la somme de ces six nombres.

Si on fait la somme des chiffres des unités on obtient $2a + 2b + 2c$, soit $2(a + b + c)$.

De même si on fait la somme des chiffres des dizaines on obtient $2a + 2b + 2c$, soit $2(a + b + c)$, et de même pour la somme des chiffres des centaines $2(a + b + c)$.

On écrit S sous la forme :

$200(a + b + c) + 20(a + b + c) + 2(a + b + c)$.

Ou encore :

$S = (200 + 20 + 2)\ (a + b + c)$,

$S = 222(a + b + c)$.

Quand on divise S par $a + b + c$ on obtient comme quotient 222.

* Trouver combien de nombres on peut écrire avec trois chiffres distincts a, b et c, revient à trouver combien de permutations de a, b et c il existe. Ou encore si l'on considère trois boîtes côte à côte de combien de façon peut-on les remplir avec l'une des trois lettres a, b ou c ?

Il y a trois solutions pour la 1ère boîte, la 1ère étant remplie, deux solutions pour la 2ème boîte, la 1ère et la 2ème étant remplies, une solution pour la 3ème donc $3 \times 2 \times 1 = 6$.

* Cas où l'on a deux chiffres a et b distincts.

Dans ce cas on peut écrire deux nombres ab et ba. Leur somme S peut s'écrire (a + b) (10 + 1). Donc quand on divise S par la somme a + b ; on obtient comme quotient : 11.

* Cas où l'on a quatre chiffres a, b, c et d distincts.

Dans ce cas nous pouvons écrire 4 X 3 X 2 X 1, c'est-à-dire 24 nombres différents. Leur somme S peut alors s'écrire :
(a + b + c + d) (6 000 + 600 + 60 + 6). Donc le quotient de la division par a + b + c + d de S est : 6 666.

Prenez cinq chiffres différents. Posez-vous le même problème. Avez-vous le courage de faire la liste de tous les nombres constitués de ces cinq chiffres ! ?...
Essayez alors de trouver une autre méthode.

Affaire à suivre...