
ÉDITORIAL

En France, l'histoire de l'enseignement de la géométrie dans le secondaire nous offre un bel exemple de *problématique écologique* (Chevallard, 1994)¹ : les cas d'isométrie et de similitude des triangles.

Dans les années 1960, l'exigence d'une remise en question de l'enseignement secondaire des mathématiques prend une ampleur internationale (Colloque de Royaumont, 1959 ; Congrès de Dubrovnik, 1960), cette nécessité étant confortée par les transformations profondes que les mathématiques avaient subies aussi bien du point de vue social que culturel. C'est dans ce contexte d'innovation que l'étude des *Éléments* d'Euclide paraît alors obsolète et que la géométrie élémentaire devient un chapitre subordonné à l'algèbre linéaire, clé de voute des mathématiques contemporaines. C'est alors au début des années 1970 que, en France, la *réforme des mathématiques modernes* est décrétée : les nouveaux programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire officialisent ainsi l'abandon de l'organisation traditionnelle de la géométrie euclidienne.

À la fin des années 1970, en réaction aux mathématiques modernes, si l'instauration d'une nouvelle réforme restitue à la géométrie sa place, son enseignement conservera néanmoins une marque de modernisation due à l'abandon confirmé des cas d'isométrie et de similitude des triangles et à l'introduction des transformations géométriques. Ces dernières se veulent comme le fil conducteur à travers lequel le savoir géométrique se déploie au cours des années scolaires dès le début du collège.

Il faudra attendre trente ans avant que, dans les programmes de la classe de seconde, le cas d'isométrie et de similitude des triangles réapparaissent : si cela atteste d'une reconnaissance de leur utilité, ils semblent néanmoins arriver

trop tard dans les programmes pour que les objets anciens puissent se conformer d'une manière plus cohérente avec les objets nouveaux. Cela devrait donc amener à réfléchir sur un aménagement différent des contenus : une réintroduction [...] dès les premières classes de collège est sans doute envisageable (Celi, 2002)².

Ils auront en effet du mal à s'intégrer dans les progressions des enseignants, d'une part car ces derniers sont nombreux à ne pas les connaître, d'autre part à cause de l'extrême pauvreté de la plupart des manuels sur le sujet. Ils auront d'ailleurs une courte existence dans les programmes de seconde car ils disparaîtront de nouveau huit ans après. Mais, comme les chats, les triangles isométriques et semblables semblent avoir plusieurs vies car, depuis 2015, ils retrouvent une place dans les nouveaux programmes et, cette fois-ci, pour le collège !

Les vicissitudes connues par l'enseignement de la géométrie en France ne sont pas étrangères à la naissance des IREM (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques). C'est en effet dans un climat de renouvellement radical de l'enseignement des mathématiques que, à la fin des années 1960, dans le but d'assurer le « recyclage » des enseignants, les premiers IREM sont créés à Paris, Lyon et Strasbourg. Aujourd'hui, les trente-et-un IREM existants s'intéressent

¹ Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In G Arsac, Y Chevallard, JL Martinand, A Tiberghien (éds.). *La transposition didactique à l'épreuve*. La Pensée sauvage, Grenoble, pp. 135-180.
http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=114

² Celi, V. (2002). *Comparaison de l'enseignement de la géométrie en France et en Italie pour des élèves de onze à seize ans. Effets sur leur formation*. Thèse de l'université Paris 7 - Denis Diderot.
<https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01255392/>

encore aux problèmes spécifiques qui apparaissent à tous les niveaux dans l'enseignement des mathématiques, organisent des formations continues s'appuyant sur les recherches fondamentales et appliquées et se préoccupent de produire et diffuser des supports pédagogiques³.

Venons maintenant au nouveau numéro de *Petit x* et découvrons le lien existant avec ce que nous venons de vous rappeler. Les quatre articles proposés ici portent sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie au collège et les auteurs sont membres du groupe « Géométrie » à l'IREM de Paris⁴.

Constitué de professeurs de collège en exercice et d'universitaires, mathématiciens ou didacticiens, ce groupe naît en janvier 2017 dans le but de réfléchir sur des outils de la géométrie en remettant à l'honneur l'usage des invariants — notamment les angles et les aires — et les cas d'isométrie et de similitude des triangles, ces derniers étant de nouveau dans les programmes de collège, depuis 2015.

Selon les membres de ce groupe, ces outils devraient rendre plus attrayants les contenus de la géométrie et permettre à des jeunes élèves de rentrer plus aisément dans une problématique de démonstration : ils sont en effet plus facilement mobilisables parce qu'ils n'exigent pas une vision aussi complexe de la figure et sont plus proches de la construction des figures avec les instruments.

Le travail du groupe a donné lieu à la publication de la brochure numéro 100, *Enseigner la géométrie au cycle 4. Comparer des triangles pour démontrer*, éditée en 2021 par l'IREM de Paris⁵. Exploités dans des stages de formation continue dans les trois académies de la région parisienne, les contenus de cette brochure ont aussi fait l'objet de communications dans des manifestations telles que le colloque de la Corfem (COMmission de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques du second degré) et les journées de l'APMEP (Association de Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public). Afin de valoriser le travail du groupe, cinq membres ont rédigé les quatre articles publiés dans ce nouveau numéro de *Petit x*.

Les sujets abordés dans les divers articles pourront intéresser les enseignants qui y trouveront des conseils pour donner de la robustesse à leurs progressions sur la géométrie et pour aider leurs élèves à mieux apprécier cette matière. Les chercheurs trouveront des sources de réflexion et les formateurs des points d'appui non seulement à propos des notions en jeu mais aussi à propos des pratiques d'enseignement ou des performances d'élèves.

Dans l'article intitulé *Géométrie, programme d'Erlangen, groupe, transitivité et invariants. De la théorie à la pratique*, **Daniel PERRIN** vise à montrer, à travers des exemples, l'utilité de quelques notions théoriques pour que l'enseignant ait un temps d'avance sur les élèves ; pour qu'il choisisse les invariants pertinents pour une démonstration ; pour qu'il reconnaisse l'intérêt des cas d'isométrie et de similitude des triangles et évite un usage trop précoce des transformations géométriques.

En ayant comme ligne directrice les idées présentées par Daniel Perrin, **Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN** et **Guillaume DIDIER**, dans l'article intitulé *Une organisation de la géométrie du collège. Les cas d'isométrie et de similitude des triangles comme outils de démonstration*, proposent et illustrent ainsi une progression basée sur les cas d'isométrie et de similitude des triangles : au collège, leur mobilisation en tant qu'outils de démonstration demeure plus facilement et rapidement accessibles que les transformations géométriques. Ils

³ <https://www.univ-irem.fr/>

⁴ <https://irem.u-paris.fr/geometrie>

⁵ <http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/IPS20011.pdf>

mettent aussi en évidence que l'usage des cas de similitude est plus délicat que celui des cas d'isométrie des triangles, d'une part par la mobilisation conjointe d'outils algébriques et géométriques et par la reconnaissance des points homologues pour définir les rapports des longueurs des côtés, d'autre part par l'appauvrissement de leur champ d'application causé par la disparition dans les programmes d'outils essentiels, notamment en lien avec les angles. La présentation de la progression est complétée par un exemple de gestion d'une évaluation sommative en lien avec les enseignements dispensés.

Au collège, outre l'étude de propriétés géométriques, les problèmes de construction à l'aide d'instruments constituent un chapitre important dans l'apprentissage de la géométrie plane. *Géométries du compas au collège, avec ou sans règle* est alors l'article dans lequel **Bernard PARZYSZ** s'appuie sur une partie d'un stage de formation continue organisé par le groupe et, en articulant passé et présent, se propose de montrer que les constructions au seul compas, bien que moins simples que celles où l'on dispose aussi de la règle, permettent de mobiliser divers points du programme de collège.

Les aires comme outil de démonstration au collège font l'objet du dernier article proposé par **Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN** et **Anne PINVIDIC**. Ici, les auteures montrent à travers de nombreux exemples que les aires peuvent devenir un très bon outil pour les démonstrations géométriques au collège, à condition d'avoir traité auparavant la notion d'aire en tant que grandeur. Un accent particulier est mis sur le théorème de Thalès : dans une séquence d'enseignement incluant au préalable divers résultats sur les aires, la démonstration de ce théorème se révèle être accessible à des élèves de fin de collège. Les auteures profitent enfin pour revenir sur la notion d'aire en tant que mesure, sur l'aire du rectangle et son utilisation pour donner du sens à la multiplication de nombres rationnels et décimaux.

Ce numéro est complété par une activité, proposée par **Valentina CELI**, qui met en jeu des propriétés des aires dans le triangle que le lecteur aura rencontrées au cours de la lecture des articles proposés.

Parce que ce numéro est un numéro ordinaire de la revue quoique dédié à une même thématique, le lecteur aura plaisir à trouver le corrigé de l'activité du numéro précédent.

Valentina CELI et Marie-Caroline CROSET

Corédactrices en chef de *Petit x*