QUESTIONNEMENTS AUTOUR DU PÉRIMÈTRE : LE CAS DES FIGURES PERFORÉES

Jérôme PROULX[1]
Laboratoire Épistémologie et Activité Mathématique
Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Résumé. À partir de solutions d'élèves pour résoudre une tâche de périmètre, un questionnement est soulevé concernant le périmètre des figures perforées. Cet article fait état des explorations mathématiques menées au sujet de différentes définitions, compréhensions et métaphores relatives au concept de périmètre, autant leurs richesses que leurs limites, dans le but d'aborder ce questionnement concernant le périmètre des figures perforées.

Mots-clés. Périmètre, figures perforées, définitions, frontière.

Abstract. This article raises a series of questions about the perimeter of punctured figures. Triggered by some students' solution to task about perimeter, reports are made on the mathematical explorations undertaken about definitions, understandings and metaphors used for capturing the concept of perimeter. Advantages and pitfalls of these ideas about perimeter are discussed, in order to address issues relative to the perimeter of punctured figures.

Keywords. Perimeter, punctured figures, definitions, boundary.

Introduction - la situation

Dans le cadre de recherches menées dans des classes de mathématiques et s'intéressant aux stratégies déployées par les élèves, des tâches abordant les concepts d'aire et de périmètre ont été proposées. Dans une de ces classes, en Secondaire 1 (élèves 12-13 ans), la figure suivante a été projetée au tableau (figure 1). Les élèves devaient trouver comment transformer cette figure pour que son périmètre soit agrandi tout en diminuant son aire.

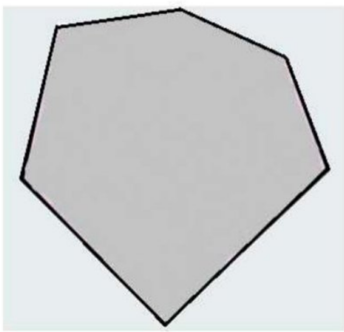


Figure 1 *: La figure à transformer.*

Plusieurs solutions ont été présentées par les élèves, autant menant à des réussites qu'à des difficultés. Certains suggéraient de transformer des côtés de la figure (par une encavure, un rallongement, etc.), alors que d'autres optaient pour une transformation complète de la figure

[1] proulx.jerome@uqam.ca

Je tiens à remercier toute l'équipe du laboratoire pour les nombreuses discussions autour de ces idées. Je remercie aussi mon collègue Steven Boyer pour les divers échanges que nous avons eus sur plusieurs de ces questions.

vers d'autres formes. À travers toutes ces solutions, deux élèves ont toutefois proposé d'enlever un morceau à l'intérieur de la figure. Un premier élève, Marco, propose de faire un trou au centre, comme le montre la figure 2, et de considérer uniquement la figure hachurée.

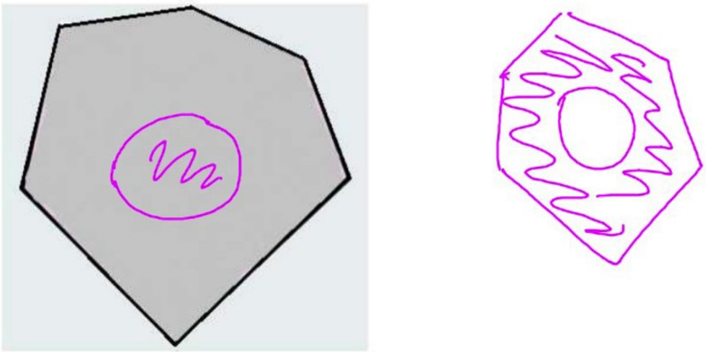


***Figure 2** : La figure perforée de Marco.*

Alors au tableau, il explique « moi, je fais [dessine le cercle au centre], puis ça ce serait vide [hachure le cercle dessiné] ». Des murmures se font entendre en classe, alors que certains élèves semblent questionner cette réponse. Confirmant que l'aire est diminuée dans la figure résultante, le chercheur demande aussi à l'élève si le périmètre a bel et bien augmenté, ce à quoi Marco répond « ouais, parce que tu rajoutes de la ligne ».

Quelques temps après, Marie, une autre élève, vient dessiner sa solution au tableau (figure 3). Elle explique « moi, mon idée c'est comme de faire le tour comme ça [elle trace en mauve tout autour], puis d'enlever tout ça [elle hachure le centre d'un trait] ». Faisant un certain lien avec la stratégie précédente, les élèves semblent alors moins surpris par sa proposition.

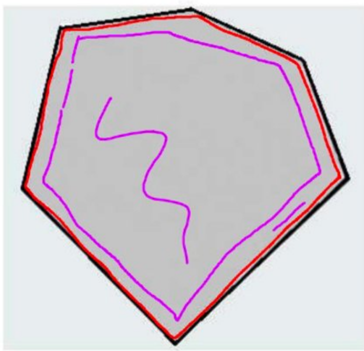


***Figure 3** : La figure perforée de Marie.*

Ces deux solutions ont toutefois fait réagir l'enseignant de la classe. Il s'est demandé si le morceau enlevé dans la figure augmentait vraiment du périmètre, questionnant si la partie intérieure était réellement à considérer dans le calcul dudit périmètre. Il a donc lancé à la classe, et au chercheur, la question suivante : « Le périmètre, j'ai comme conception, et je pense qu'il y a une conception [pointant certains élèves de la classe] que c'est le contour. Mais, est-ce le contour extérieur ou le contour extérieur *et* intérieur? ».

Autant cette question est légitime, mathématiquement parlant, autant elle est fréquente. En effet, il est assez habituel lors de rencontres de travail avec des enseignants, ou encore dans des cours à la formation des enseignants, d'entendre cette question. En même temps, les solutions de Marco et Marie pour résoudre la tâche ne sont pas isolées et sont aussi proposées à l'occasion, tout comme la réponse candide que « c'est de la ligne ! ».

Cette même idée s'est par exemple produite lors du travail avec Paul, un élève de 10 ans. Ce dernier devait trouver l'aire et le périmètre du carré perforé suivant (figure 4).

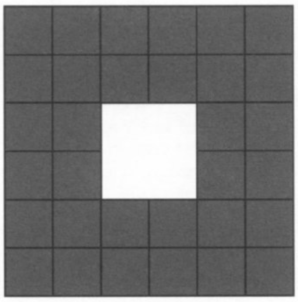


Figure 4 *: Le carré perforé (tiré de Danielson, 2005).*

Alors qu'il n'avait pas compté l'espace du centre pour l'aire, Paul a compté « l'intérieur » pour donner sa réponse finale pour le périmètre (figure 5). Lorsque le chercheur lui a demandé pourquoi il comptait l'intérieur pour le périmètre, il a répondu du tac-au-tac, un peu de la même façon que Marco : « parce que c'est quand même des lignes ! ».

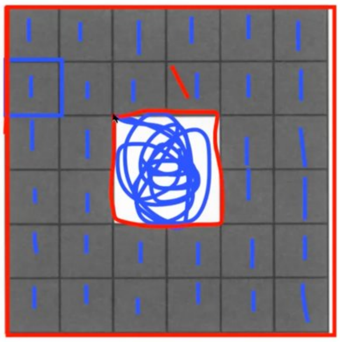


Figure 5 *: La solution (en rouge) de Paul*
pour le périmètre du carré perforé.

Ainsi, bien que certains élèves ne semblent pas éprouver de malaise face à la considération de « l'intérieur » dans le calcul du périmètre, la question de l'enseignant est légitime. Le fait qu'enlever le centre de la figure (ou tout autre partie à l'intérieur) réduit l'aire de la figure peut paraître une évidence. Toutefois, que ce retrait fasse aussi en sorte qu'il y ait un ajout au niveau du périmètre l'est peut-être moins.

En ce sens, un certain scepticisme est probablement de mise face aux réactions fortement tranchées à la question de l'enseignant. Cette question est trop récurrente, et dans divers contextes mathématiques, pour que de simples « oui c'est évident ! » ou « non, ce n'est pas ça le périmètre » soient satisfaisantes. En d'autres mots, cette question est trop persistante dans le monde scolaire pour être considérée anodine. Lui répondre n'est toutefois pas si simple.

Cet article aborde directement cette question de l'enseignant, relative à la notion de périmètre des figures perforées, dans le but d'y voir un peu plus clair. Par un tour d'horizon de différents travaux de recherche, d'outils de référence (manuels, lexiques, dictionnaires), de métaphores usuelles, tout en passant par quelques éléments de topologie, la notion de périmètre des figures perforées est explorée. De plus, tout au long de l'article, quelques « intermèdes réflexifs » sont proposés concernant des réflexions et interrogations supplémentaires que cette étude du périmètre des figures perforées soulève.

1. Danielson et son *punctured square*

Dans son article de 2005, Danielson explore la notion de périmètre justement à partir d'un carré perforé. Pour ce faire, il fait référence à trois types de définitions retrouvées fréquemment dans le monde scolaire (manuels, programmes, documents d'accompagnement, etc.). Son travail montre qu'une seule de ces trois définitions permet de répondre « oui » à la question de l'enseignant, à savoir si le périmètre intérieur doit être considéré ou non.

La première définition que Danielson (2005) considère est que « le périmètre est la longueur du polygone », où le polygone est présenté comme une courbe fermée[2]. Avec cette définition, comme l'explique Danielson, le carré perforé ne peut pas être considéré comme un polygone, mais plutôt comme deux polygones (figure 6). Cette définition ne permet pas de répondre à la question relative à la considération du périmètre interne pour le carré perforé. En fait, Danielson explique que, dans ce cas, le carré perforé doit être considéré comme représentant deux polygones, avec chacun son périmètre, respectivement de 24 *cm* pour le périmètre externe et de 8 *cm* pour le périmètre interne[3].

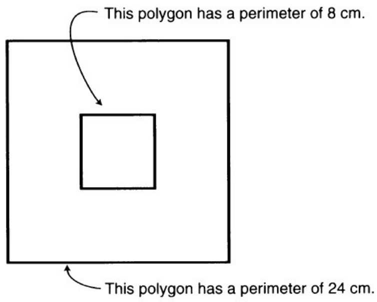
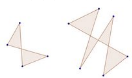


Figure 6 *: Les périmètres des deux polygones du carré perforé (tiré de Danielson, 2005, p. 31).*

La deuxième définition à laquelle Danielson réfère est celle du périmètre comme contour de la figure (se définissant comme une limite *extérieure* d'un objet). Cette façon de définir, selon Danielson, mène à entourer la figure d'une corde pour considérer son périmètre (figure 7). Avec cette définition, le carré perforé possède un périmètre de 24 *cm*. Et, ici, le périmètre de la partie interne n'est pas considéré, car seul le tour est à prendre en compte par cette corde.

[2] Il n'y a pas d'indication si les courbes fermées considérées pour les polygones sont uniquement simples ou si les polygones croisés sont aussi considérés (). Ceci n'a ici toutefois pas d'incidence sur la question du périmètre relativement au carré perforé, qui représente alors deux courbes.

[3] Danielson soulève aussi que pour lui un polygone n'a pas d'aire, ce qui est une affirmation ne faisant pas nécessairement non plus l'unanimité dans le monde scolaire et qui mériterait à elle seule un article.

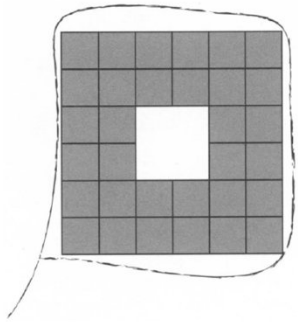


***Figure 7** : Déterminer la longueur du contour avec une corde (tiré de Danielson, 2005, p. 31).*

Finalement, la troisième définition de périmètre soulevée par Danielson n'en est pas une, mais est plutôt une façon de « travailler » le périmètre en lien avec son carré perforé. À partir d'une situation concrète de piste de voitures tamponneuses (figure 8), Danielson explique que l'aire est ici présentée comme étant les tuiles qui couvrent la piste ou la figure, et que le périmètre est vu comme les extrémités de ces tuiles où un rail doit être mis pour éviter que les voitures sortent de la piste. Présenté (et non défini) de cette façon, le périmètre intérieur du carré perforé est ici pris en compte. Il est en effet conceptualisé comme étant la bordure des tuiles « libres », les bordures qui ne rencontrent pas une autre tuile.

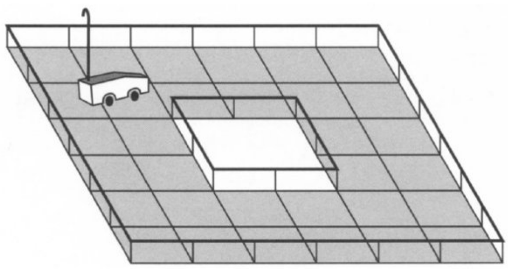


***Figure 8** : Le carré perforé comme piste de voitures tamponneuses (tiré de Danielson, 2005, p. 32).*

Il y a donc, parmi ces trois définitions du périmètre, une seule qui répond par l'affirmative à la question du périmètre intérieur et le considère à part entière. Ceci confirme une fois de plus la légitimité, mais aussi la non-simplicité, de la question de l'enseignant relative à la considération ou non du périmètre interne dans le périmètre d'une figure.

De plus, le travail de Danielson concerne un carré perforé et n'aborde pas d'autres types de figures perforées, comme des cercles ou encore l'hexagone à partir duquel les deux réponses d'élèves et la question de l'enseignant ont émergé. La notion de tuile aurait ici avantage à être « ajustée » pour voir comment elle peut aussi permettre d'aborder ces situations.

Ainsi, déjà, le travail fait par Danielson avec son carré perforé ouvre sur des réflexions intéressantes, et qui méritent d'être continuées. Il semble nécessaire, dans cette lignée, d'aller explorer plus en détails comment divers manuels, lexiques et outils de référence présentent le périmètre lui-même.

2. Le périmètre dans divers outils de référence

Un détour par divers manuels scolaires montre que ceux-ci présentent habituellement le périmètre de deux façons : par une courte définition et par son calcul arithmétique. À quelques exceptions et variantes près, le périmètre est souvent défini dans ces manuels comme la longueur ou la mesure (de la longueur) du contour d'une figure ou de la ligne qui délimite ce contour. Voici quelques exemples :

- Le périmètre est la mesure du contour d'une figure géométrique fermée (CEC, 4e).
- Le périmètre est la longueur du contour d'un polygone (Chenelière, 3e et 4e).
- Le périmètre est la longueur totale du contour d'une figure plane (ERPI, 3e).
- Le périmètre est la longueur de la ligne fermée qui délimite le contour d'une figure plane (Grand Duc, 5e).
- Le périmètre est la mesure de la longueur du contour d'une figure géométrique plane fermée (Grand Duc, 3e).

Ces définitions se retrouvent invariablement aussitôt complétées par une explication sur la façon de calculer ce périmètre, avec un exemple concret de rectangle ou d'un autre polygone où des mesures de côtés sont arithmétiquement additionnées les unes aux autres. Ce constant appui numérique à la définition peut faire alors rapidement passer le périmètre d'une conception « mesure » ou « longueur » à une conception du périmètre comme « calcul » ou « nombre » (Douady & Perrin-Glorian, 1989) ; ce qui n'est pas non plus étranger à la forte association faite par plusieurs élèves entre le périmètre et son calcul via une formule (Vighi & Marchini, 2011).

Intermède réflexif n° 1 : Mesure et mesurage

Se questionner sur les notions de périmètre nous fait tout naturellement nous immiscer dans le monde des travaux en didactique de la mesure. À ce sujet, une question m'a été posée par un des évaluateurs relativement à la notion de passage d'une conception « mesure » du périmètre à une de « nombre ». Je la reformule ici :

> « La mesure n'est-elle pas associée à un nombre ? […] C'est la mesure qui permet d'associer à la grandeur longueur un nombre, et qui est également en arrière-plan d'un calcul, une unité de mesure étant donnée ».

Cette question souligne une distinction présente en didactique de la mesure entre « mesurer » et « mesurage » (voir, par exemple, Bednarz, 2001). Alors que le mesurage implique la recherche d'une solution numérique à l'aide d'instruments de mesure ou de formules, la mesure quant à elle fait davantage référence à une comparaison. En ce sens, la mesure implique une mise en relation, par exemple par la superposition, le découpage ou l'alignement, des grandeurs en jeu. Ainsi, il n'est pas toujours nécessaire de référer aux nombres pour savoir qu'un périmètre est plus grand ou plus petit qu'un autre.

Le passage d'une conception « mesure » à une de « nombre » pour le périmètre rappelle en quelque sorte ce passage de « mesure » à « mesurage ». La mesure peut bien entendu faire intervenir des nombres. Toutefois elle n'y est pas restreinte et, surtout, ces nombres sont alors conceptualisés dans une idée de comparaison entre deux grandeurs (dont une peut être l'unité-étalon) et non d'arithmétisation en termes de formules, de calculs ou de mesurage à l'aide d'instruments (voir les travaux sur le volume de Janvier, 1997).

Est-ce que ces définitions de manuels permettent ou aident à répondre à la question de l'enseignant relativement au périmètre intérieur ? Plus ou moins. La notion de contour ramène aux propos précédents de Danielson avec la corde et l'idée de faire le tour de la figure, faisant en sorte que l'intérieur n'est pas pris en compte. L'idée de « longueur totale », quant à elle, pointe un peu vers la considération de l'intérieur *si* toutes les longueurs de segments ou encore comme le disent les élèves « toutes les lignes » sont considérées. Toutefois, les exemples de calculs de périmètre proposés dans ces manuels sont constamment relatifs aux longueurs de courbes ou « lignes » fermées, soit des polygones ; et non des parties intérieures[4]. Finalement, l'idée de ligne qui délimite, bien que plus rarement retrouvée dans les définitions de manuels, ouvre une porte intéressante sur la question du périmètre intérieur. Un peu comme la troisième approche présentée par Danielson, cette idée de délimitation, de bordure, pointe vers cette bordure intérieure de la figure que peut représenter le trait interne fait par les élèves dans l'hexagone ou encore dans le carré perforé. Toutefois, tout est ici relatif à la considération de la partie intérieure, ou non, dans la figure. Et, ici aussi, dans ces manuels, les exemples donnés des « lignes » qui délimitent sont toujours relatives à des figures en tant que polygones comme courbes fermées ; ce qui questionne la réelle ouverture envers l'idée de périmètre intérieur sur des figures perforées, qui ne sont pas alors des courbes fermées.

Les lexiques mathématiques se situent vraisemblablement tout autant dans la même lignée que celle des manuels scolaires (qui se basent souvent sur eux, justement, pour établir leurs définitions ou présenter des concepts). Voici quelques exemples :

- Périmètre d'une courbe plane fermée rectifiable (Bouvier *et al.*, 2009).
- Le périmètre d'une figure géométrique plane fermée, c'est la longueur de son contour (Côté *et al.*, 2002).
- Ligne délimitant une figure plane; Longueur de la ligne délimitant une figure plane (Dufour, 2011).
- [après avoir présenté la figure comme une ligne fermée qui ne se recoupe pas, i.e. un polygone simple :] On appelle alors périmètre la longueur du pourtour de la figure ainsi obtenue (Baruk, 1995).
- Se dit de la mesure de la longueur d'une courbe fermée, ou de la somme des mesures des côtés d'un polygone (Deledicq, 2004).

Et, tout comme pour les manuels scolaires, des exemples de calculs sont donnés dans ces lexiques pour accompagner les définitions de périmètre. Est-ce que ces définitions permettent d'aborder la question du périmètre intérieur ? Comme celles-ci offrent peu d'idées différentes de celles précédentes issues des manuels scolaires ou encore de ce que Danielson a présenté, la réponse est sensiblement la même.

En tout, bien que d'autres définitions soient évidemment possibles et que celles présentées ici ne représentent pas une recension exhaustive, ces entrées offertes dans les manuels et les lexiques dépeignent bien le sens donné au périmètre dans le monde scolaire. Dans cette lignée, et permettant d'appuyer la représentativité de ces définitions dans le monde scolaire, Cheng *et al.* (2013) offrent quant à eux des définitions informelles qu'ils ont soutirées chez des enfants à travers leurs travaux dans les écoles primaires :

- longueur de quelque chose, ça signifie faire le tour de quelque chose ;
- contour d'une forme ou d'un objet ;

[4] Ceci renforce en retour ce même type de définition, dans un jeu circulaire où les exemples de figures connues et la définition utilisée s'alignent et font éviter les cas des figures perforées, par exemple. Cette situation est tout à fait différente pour l'aire, où un bon nombre de figures perforées sont présentées dans ces manuels scolaires.

• longueur obtenue lorsque tu mesures autour de la partie extérieure d'une forme ;
• addition de longueurs.

L'idée d'addition de longueurs de segments, bien que souvent centrée sur un jeu arithmétique d'addition de nombres, ouvre la porte à la considération du périmètre intérieur. Mais comme pour les manuels scolaires, il y a fort à parier que ce qui est entendu ici concerne surtout la longueur du contour externe de la figure. Ici aussi, la considération du périmètre intérieur de la figure perforée ne semble pas possible avec ces conceptions du périmètre. En bref, toutes ces conceptions et présentations du périmètre justifient encore plus la légitimité de la question de l'enseignant.

Les dictionnaires usuels (*e.g.* petit Robert, Oxford) offrent aussi une entrée intéressante sur la notion de périmètre, permettant même de considérer le périmètre intérieur des figures perforées. D'une certaine façon, les dictionnaires usuels se distinguent des manuels scolaires et lexiques consultés et présentés ci-haut. Dans un premier temps, bien que peu relative à la question du périmètre intérieur, les dictionnaires offrent une entrée sur le périmètre associant directement l'objet et sa mesure, où le périmètre est présenté comme étant la ligne ou le contour de l'objet. Dans un deuxième temps, l'entrée sur le périmètre offerte dans les dictionnaires est d'une certaine façon inversée par rapport à celle des lexiques et manuels. Plutôt que de parler le périmètre en termes de polygones ou de figures qui possèdent un périmètre, il est ici question de ligne continue *qui forme* la frontière (Oxford) ou encore de ligne *qui délimite* le contour (petit Robert). Ainsi, alors que la ligne ou le contour de la figure « existent déjà » dans les présentations des manuels et lexiques, c'est-à-dire que l'objet 2D existe et que le périmètre mesure ou représente la longueur de son contour, les dictionnaires inversent cette situation. Ces derniers présentent le périmètre comme étant la ligne qui produit la figure : c'est un passage de la (mesure de la longueur de la) ligne *de* la figure à la (mesure de la longueur de la) ligne *qui forme* la figure. En d'autres mots, c'est le périmètre qui crée ici la figure, où cette figure est créée par son périmètre.

Intermède réflexif n° 2 : Le périmètre comme objet et mesure

Un défi lorsqu'il est question de périmètre est relatif à la confusion entre objet et mesure. Le périmètre est souvent conçu comme la mesure (de la longueur) du contour de la figure, mais aussi comme étant le contour lui-même. Étymologiquement l'expression périmètre emprunte à la notion de circonférence et provient de *perimetros* (*i.e.* qui mesure tout autour), jonction des racines *peri* (autour) et *metros* (mesure). L'analyse historique de son utilisation montre toutefois que ceci a évolué dans le temps, où le périmètre est tout autant conçu comme la mesure de la longueur du contour de la figure, que le contour lui-même de cette figure.

Cette oscillation se retrouve fréquemment en mathématiques, autant dans les manuels scolaires que dans les lexiques, qui passent fréquemment d'une conception du périmètre comme la longueur représentée par le contour de la figure à la mesure de cette longueur. Cette situation oscillante pour le périmètre fait même dire à la référence mathématique Wolfram que le terme périmètre réfère *soit* à la courbe constituant la frontière de la figure *soit* à la mesure de la longueur de cette frontière.

Cette entrée par la ligne qui crée la figure permet d'aborder la question du périmètre intérieur d'une façon différente. En effet, si c'est la ligne qui crée la figure, rien ne l'empêche alors de créer ses délimitations de l'intérieur et de considérer (la mesure de la longueur de) ces lignes comme en faisant partie. Il y aurait alors la création d'un périmètre extérieur et d'un à l'intérieur (voir la figure 9, qui reprend la figure 2).

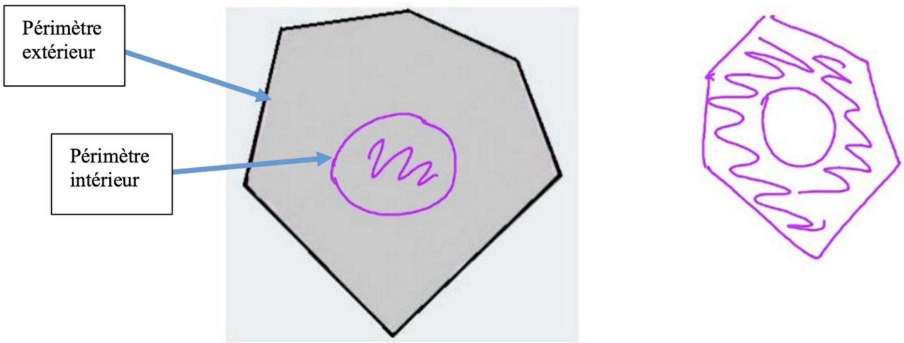


Figure 9 *: La création des deux périmètres de la figure 2.*

Toutefois, la difficulté rencontrée avec cette perspective est que la ligne doit être double ; elle n'est pas réalisée d'un trait comme avec les courbe fermées formant les polygones simples ou croisés. Ici, il y a deux « bouts » de ligne séparés, qui doivent être mis bout-à-bout pour constituer la longueur totale (*e.g.*). Le périmètre est en quelque sorte « coupé » en deux, un extérieur et un intérieur : il ne peut se mesurer d'un trait, car la ligne n'est pas continue[5]. Est-ce raisonnable comme façon de concevoir ou de considérer le périmètre ? Une exploration de différentes métaphores pour parler du périmètre offre quelques éléments de réponse en ce sens.

3. Quelques métaphores pour conceptualiser le périmètre

Bien que les définitions soient importantes pour donner un sens au concept de périmètre, il existe aussi des façons de concevoir et représenter ce qu'est le périmètre lui-même. Par exemple, des métaphores sont souvent utilisées pour offrir non pas une définition, mais plutôt une conceptualisation de ce qu'est le périmètre (Usiskin, 2012, parle en ce sens de la dimension représentation-métaphorique de la compréhension mathématique). En particulier, la notion de corde, de clôture, de chemin ou encore de pliage/dépliage reviennent fréquemment dans le discours scolaire.

La métaphore de la corde, tel que souligné plus haut, est souvent utilisée pour aborder la notion de périmètre. Cette idée est liée à la définition du périmètre comme étant le contour de la figure et permet de représenter la longueur de ce contour. Toutefois, il existe deux types d'approches pour travailler la corde en relation avec le périmètre.

La première approche de la corde est celle pour mesurer. La corde ici est utilisée comme intermédiaire pour faire le tour de la figure, comme le montre Danielson (revoir figure 7), et ensuite celle-ci est mesurée avec une règle graduée, par exemple. Ou, encore, la corde est utilisée elle-même comme étalon, sa longueur étant une unité de mesure non-conventionnelle (Jean, 1999). Bien que cette approche du périmètre par la corde ait reçu son lot de critiques[6], l'idée de

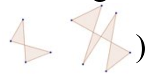
[5] En même temps, il est bien question de la ligne et non d'*une* seule ligne, ce qui ouvre vers leur combinaison.

[6] Nunes et al. (1993) ont en effet insisté sur le fait que l'utilisation de la corde comme outil de mesure non-conventionnel avait davantage nui à la compréhension des élèves pour mesurer différents objets en comparaison à l'utilisation d'outils conventionnels comme la règle graduée. De leurs côtés, Danielson (2005) et Cheng *et al.* (2013) affirment que cette approche offre une vision réductrice du périmètre, car pour eux la corde fait perdre de vue ce à quoi elle était initialement rattachée, soit à la figure en 2D. Danielson (2005) insiste notamment sur le fait qu'une fois que la corde utilisée pour mesurer le périmètre est « tendue » pour en considérer la longueur, celle-ci ne borde plus aucune figure ou polygone et donc n'est plus un périmètre. En d'autres mots, un segment n'est pas

corde pour mesurer la longueur du périmètre a tout de même un certain potentiel pour aborder la question du périmètre intérieur des figures perforées. En effet, puisque la corde sert à mesurer, tout est relatif à ce qui peut être accepté comme étant « mesurable ». Ainsi, la corde en soi ne dit rien, ou n'empêche rien, et s'il est accepté de mesurer autant la « ligne » intérieure que celle extérieure de la figure, alors le périmètre intérieur peut être considéré. En ce sens, sans dire qu'elle le permet explicitement, il est possible de dire que la métaphore de la corde *n'empêche pas* la considération du périmètre intérieur dans la figure perforée. Évidemment, ici aussi, il peut y avoir deux bouts distincts de corde (un pour l'extérieur et un pour l'intérieur), mais il est possible de prendre la même corde et de « continuer » la mesure à l'intérieur.

La deuxième approche en est une davantage axée sur une façon de concevoir le périmètre, lui-même comme une corde, surtout dans une optique de distinguer le périmètre de l'aire. Une approche souvent utilisée à l'école pour aider les élèves à saisir ce qu'est le périmètre est d'affirmer que pour une figure donnée, alors que l'aire concerne la surface, le périmètre représente le contour. Plus encore, de façon imagée, que l'aire est le terrain et que le périmètre est la clôture ou le chemin tout autour. Par exemple, le manuel scolaire *Trapèze* de Chenelière offre ce conseil aux élèves de 3e année (8-9 ans) :

> *Conseil d'ami : Imagine que le polygone est un terrain. Le périmètre correspond à la longueur de la clôture qui fait tout le tour du terrain.*

Ces façons de parler le périmètre comme corde, clôture ou chemin ne sont pas des définitions, ni des méthodes pour calculer ou en soutirer une mesure : être une corde, une clôture ou un chemin ne dit rien sur sa longueur. Ce sont en effet des conceptualisations pour aider à faire « voir » le périmètre, à lui donner un sens, hors de toute mesure. Bien que vues comme étant aidantes pour conceptualiser le périmètre, Cheng *et al.* (2013, p. 28) expliquent que ces métaphores offrant une vision *string-around-figure* ou cette idée de *path-tracing* sont utiles pour les figures qui sont des courbes simples, mais fonctionnent mal avec des courbes croisées (*e.g.* ) ou disjointes, telles les figures perforées. De plus, cette vision « corde » du périmètre n'est pas sans difficultés. Elle peut mener à une certaine confusion entre l'aire et le périmètre, par exemple en pensant que si le tour de corde pour deux figures est le même alors les deux figures ont la même aire ; menant à penser que des figures isopérimétriques ont aussi la même aire (Moreira Baltar & Comiti, 1994 ; Vighi & Marchini, 2011).

Intermède réflexif n° 3 : Le périmètre et les grandeurs

Le concept de grandeur est fréquemment utilisé en mathématiques. Complexe ou difficile à définir avec précision (voir Chevallard & Bosch, 2001, 2002), une grandeur se désigne habituellement comme une propriété d'un objet qui peut être évaluée ou simplement mesurée. Bien qu'il existe plusieurs sortes de grandeurs, celles fréquemment retrouvées, voire parfois dites mathématiques, sont celles comme les longueurs, les aires, les volumes, mais aussi les angles, les masses, les distributions statistiques, etc.

Une première chose qui se dégage de cette liste de grandeurs mathématiques est que le périmètre est souvent, sinon toujours, mis de côté ou non-mentionné explicitement dans celle-ci. Ceci s'explique évidemment par le fait que le périmètre est aussi une mesure (voir l'Intermède réflexif n° 2). Il est en effet difficile de mesurer une mesure… Toutefois, l'aire et le volume sont eux aussi déjà des mesures et non des objets à mesurer. Il semble alors plus judicieux de parler de surfaces et d'espaces, qui peuvent être mesurées avec une unité de

en soi relié à un périmètre s'il n'est pas rattaché à une figure et ne délimite pas une surface.

mesure choisie (voir Perrin-Glorian, 1989, pp. 10-12, pour une autre perspective sur la question par les mathématiques avancées).

Mis à part cette distinction, il semble que c'est le concept de longueur, et non pas de périmètre, qui soit mis en avant dans la liste, c'est-à-dire la caractéristique unidimensionnelle d'un objet. Les travaux en didactique de la mesure emboîtent aussi ce même pas, s'intéressant plus souvent qu'autrement aux « longueurs, aires et volumes » (*e.g.* Barrett *et al.*, 2017 ; Hart, 1984). Ceci laisse tout de même entière plusieurs des questions relatives au périmètre lui-même comme concept. Est-ce à dire que le périmètre est vu directement comme une longueur dans ces travaux ?

Cette question souligne une caractéristique intéressante du périmètre, soit le fait qu'il représente la mesure d'une longueur, unidimensionnelle, appartenant à un objet qui lui est bidimensionnel, c'est-à-dire une figure en 2D. Tel que souligné, Cheng *et al.* (2013) et Danielson (2005) insistent sur le fait qu'un segment de droite en soi n'est pas relatif au périmètre, ni sa mesure, mais qu'il le devient lorsqu'il est rattaché à sa figure initiale. Le périmètre se conceptualise davantage comme étant en quelque sorte à mi-chemin entre le 1D et le 2D, constituant la figure et étant constitué par elle : une mesure unidimensionnelle relative à un objet bidimensionnel.

Qu'en est-il de ces métaphores pour la considération du périmètre intérieur de figures perforées ? Vue comme étant le contour de la figure, tel que souligné plus haut avec Danielson (2005), cette vision « corde » ne permet pas de considérer le périmètre interne. Toutefois, avec l'idée de clôture, bien qu'habituellement relative au contour externe, rien n'empêcherait de poser cette clôture à l'intérieur pour délimiter aussi les figures perforées. Cette considération de la clôture interne résonne aussi avec la conception « rails » de la piste des voitures tamponneuses soulignée plus haut par Danielson (2005) et qui permet alors une certaine prise en compte du périmètre interne.

Ces conceptions pointent à leur tour vers une autre façon souvent utilisée pour parler du périmètre d'une figure, soit celui du pliage et du dépliage. Tel que l'explique Konya (2015), autant le périmètre que l'aire sont des attributs des figures. L'idée de pliage et de dépliage sollicite précisément le jeu entre 1D et 2D au cœur du périmètre, soit que le périmètre offre une mesure unilinéaire, en 1D, relative à un objet qui est lui en 2D. Le pliage et le dépliage proposent en ce sens une entrée dynamique sur le périmètre, passant de la figure en 2D à une longueur, un segment, en 1D (figure 11).

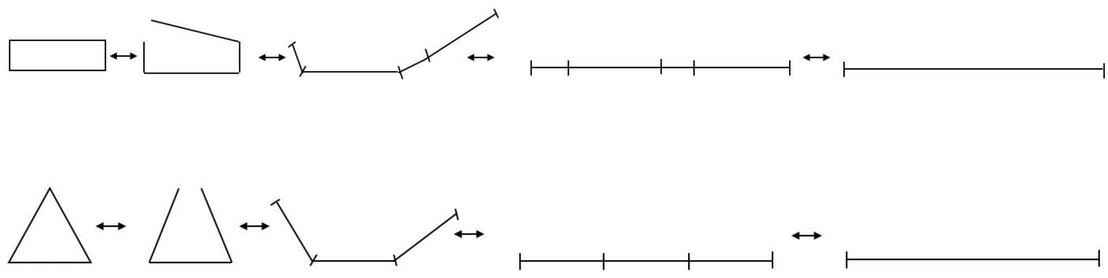
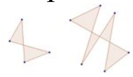


***Figure 11** : Le dépliage de la figure vers un segment.*

Et, évidemment, ce processus n'est pas unidirectionnel, alors que le retour vers la figure est nécessaire (d'où les flèches bidirectionnelles de la figure 11)[7]. L'application Géogébra suivante, trouvée sur le web, permet de visualiser dynamiquement cette relation de pliage et de dépliage de la figure en lien avec le périmètre : https://www.geogebra.org/m/jS6usFMg .

Maintenant, est-ce que cette vision pliage-dépliage permet d'aborder la question du périmètre intérieur des figures perforées ? Déjà, il n'est pas si simple de visualiser la question du pliage-dépliage avec des polygones croisés (*e.g.* ) ; cette visualisation semble plus efficace avec des courbes fermées simples. Dans le cas des figures perforées, ceci devient quelque peu problématique, car la représentation du périmètre intérieur dans le dépliage n'est pas bien représentée. En effet, avec l'exemple du rectangle perforé de la figure 12, déjà l'endroit où « couper » n'est pas si simple, car il doit faire intervenir autant la partie extérieure que celle intérieure. Ensuite, ce qui est obtenu par suite du dépliage possède un plus grand périmètre que celui extérieur et intérieur mis ensemble, et le résultat est une autre figure en 2D (soit un rectangle ou un trapèze, selon la façon de déplier). À ce moment, avec cette nouvelle figure en 2D, deux options semblent possibles. Premièrement, il est possible de déplier à nouveau cette figure : mais là encore les parties (en rouge) aux extrémités ne doivent pas être considérées pour le périmètre de la figure initiale perforée. Sinon, deuxièmement, il faudrait enlever les parties (en rouge) et ne considérer que les deux segments restants.

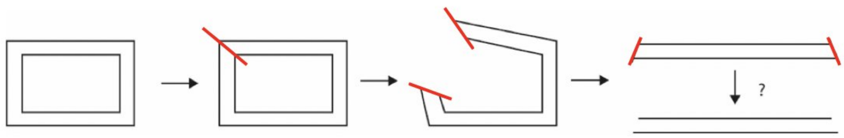


Figure 12 *: Le dépliage d'un rectangle perforé.*

Ces deux options semblent proposer un processus assez pénible et peu aidant pour « conceptualiser » la possibilité des deux périmètres, extérieur et intérieur, de la figure perforée, lui faisant de plus perdre son caractère dynamique au cœur même de cette représentation de pliage-dépliage. En bref, la vision pliage-dépliage n'est pas nécessairement aidante pour aborder la question de l'enseignant sur le périmètre intérieur des figures perforées. Qui plus est, il est possible de se demander ce qu'il en serait de formes courbes, telle qu'une des solutions offertes avec l'hexagone perforé ou encore pour les deux figures suivantes proposées par Cheng *et al.* (2013, pp. 28-29) et illustrées à la figure 13.

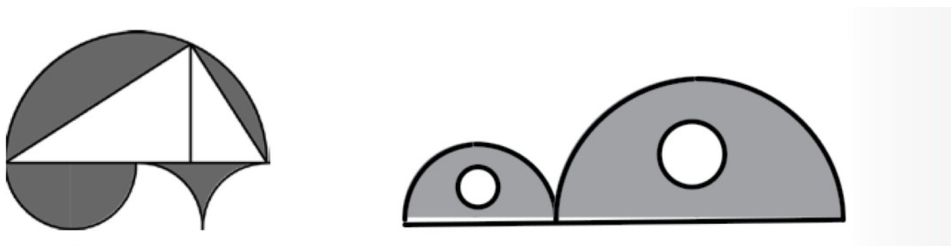


Figure 13 *: Deux figures perforées proposées par Cheng et al. (2013, pp. 28-29).*

Avec ce type de figures, la question du pliage-dépliage offre peu d'options pour considérer le périmètre intérieur d'une figure perforée. Alors que cette idée fonctionne bien avec des figures

[7] Toutefois, dans l'autre sens, le re-pliage peut mener à une infinité de figures isopérimétriques, autres que celle initiale.

fermées simples, une certaine perte de contrôle se fait sentir concernant le périmètre d'autres figures (croisées, perforées, etc.). Ceci questionne, en effet, car ces conceptions diverses du périmètre, bien qu'aidantes pour donner un sens au concept, s'avèrent en même temps limitées pour les figures non-restreintes aux courbes simples. La question de l'enseignant continue de demeurer entière.

4. Un détour par la topologie : de la corde à la courbe de Jordan

Cette idée de corde permet de faire un lien avec celle de courbe de Jordan en topologie, soit une courbe fermée sans point double qui permet de délimiter une surface. La courbe de Jordan se nomme aussi justement un « lacet simple », offrant un parallèle métaphorique intéressant avec la notion de corde. Le théorème de Jordan stipule que si une courbe est tracée sans aucun croisement et qu'elle revient à son point de départ, cette courbe sépare le plan en deux parties : une partie intérieure, soit la figure bornée par la courbe, et une partie extérieure non-bornée (figure 14). La courbe de Jordan est la frontière commune aux deux parties qu'elle crée. Le périmètre de la figure, soit la partie bornée, est alors la mesure de la longueur de cette courbe.

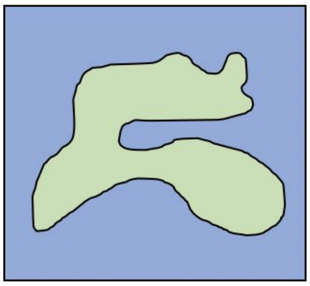


Figure 14 *: Un exemple de courbe de Jordan (région intérieure en vert et extérieure en bleu).*

Toutefois, avec une figure perforée, la question revient à se demander quelles sont alors les parties bornées et non-bornées ? Et, quel sens donner aux deux courbes (figure 15) ?

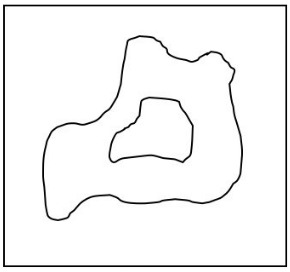


Figure 15 *: Deux courbes de Jordan pour une figure ?*

Ceci ramène à ce que Danielson soulève avec la figure 6, soit qu'il y a en fait deux polygones dans le carré perforé, donc deux courbes de Jordan. Alors problématique sous l'angle des polygones, cette idée ne l'est pas en topologie. En effet, les topologues considèrent que les figures représentent des régions (les parties hachurées d'une figure, par exemple) délimitées par une famille de courbes de Jordan ; et ce, sans nécessairement qu'une de ces courbes de Jordan n'ait plus d'importance qu'une autre. À ce moment, la considération du périmètre de la figure perforée devient possible. Le périmètre est alors la mesure de la longueur de ces courbes de

Jordan, prises toutes ensemble. Les exemples à la figure 13 proposées par Cheng *et al.* (2013) ne causent pas de problèmes non plus, alors qu'elles sont directement délimitées par un certain nombre de courbes de Jordan (2, 3, 4, etc.), de différentes longueurs et toutes à considérer dans le calcul du périmètre de ces figures.

Ce que cette approche par les courbes de Jordan offre est une idée qui demeure souvent implicite dans la considération du périmètre : celle d'une région intérieure et d'une région extérieure. En effet, pour prendre en considération les courbes de Jordan, il faut s'attarder autant aux régions bornées par ces courbes qu'à celles extérieures. Alors qu'usuellement ce qui est externe à une figure n'est pas pris en compte explicitement lorsqu'il est question de son aire ou de son périmètre, le concept de courbe de Jordan participe à délimiter la figure par la distinction d'une région extérieure et d'une intérieure à cette courbe pour la figure elle-même. Le concept de courbe de Jordan met en avant l'idée de région intérieure et de région extérieure délimitées par ces courbes, offrant en ce sens une entrée intéressante pour considérer les figures perforées.

Intermède réflexif n° 4 : Polygone, figure et surface

Le travail du périmètre fait invariablement intervenir d'autres concepts, en particulier ceux de polygones, de figures et de surface. Un polygone se définissant comme une courbe fermée (ce qui exclut, entre autres, les figures perforées), à strictement parler ce dernier n'a pas de surface en soi. Bien que toute personne questionnée sur l'aire d'un polygone sache très bien ce qui est entendu (et les manuels scolaires regorgent de questions relatives à l'aire des polygones), en tant que courbe le polygone ne peut que délimiter une région. De façon stricte, il est possible de connaître uniquement le périmètre d'un polygone.

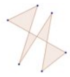
Il y a toutefois d'autres sortes de formes, qui elles ne sont pas des polygones : autant des figures perforées que des courbes comme les cercles, les ovales, etc. Qu'en est-il de ces figures ? En topologie, une figure représente une région délimitée par une famille de courbes de Jordan, créant toute la dynamique de région intérieure et extérieure mentionnée. Une figure peut aussi toutefois être simplement définie comme un ensemble de points du plan (voir Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2014, pour une diversité de façons de concevoir une figure, telles « surface », « ligne » ou « points »).

Une figure a-t-elle une aire ? Vue comme la région délimitée par des courbes de Jordan, il est possible de répondre par l'affirmative. Si toutefois la figure est vue comme étant uniquement la délimitation des courbes, c'est un retour au même point de vue qu'avec les polygones. De plus, la question des polygones croisés reste entière, car ils ne sont pas des courbes de Jordan. Il en reviendrait alors à concevoir que les courbes de Jordan et les polygones (courbes fermées) délimitent des régions, des surfaces. Ces courbes seraient des frontières séparant ces régions intérieures et extérieures.

La question de frontière s'arrime bien avec celle de périmètre, et ce serait celle de région ou de surface qui s'arrimerait avec celle d'aire. Le périmètre est alors la mesure de la longueur des courbes délimitant une surface. Ceci peut expliquer, peut-être, pourquoi il est souvent davantage question d'aires de *surfaces planes* (Douady & Perrin-Glorian, 1984) que d'aires de figures. Et peut-être de là aussi toute la distinction entre cercle et disque, centrale en topologie et nouvellement arrivée dans le monde scolaire.

Mais tout ceci décrit une entrée bien stricte sur ces concepts. Car, encore une fois, personne ne ferait vraiment de cas de se faire questionner sur l'aire d'une figure, d'un cercle, d'un polygone, ou encore sur le périmètre d'une surface ou d'un disque…

Deux problèmes subsistent tout de même, montrant encore une fois toute la richesse mathématique inhérente à la question initiale de l'enseignant. Un premier problème est relatif à l'origine de la question posée par l'enseignant, soit son niveau scolaire. Bien qu'ultimement accessible comme métaphore, le concept de courbe de Jordan provient des mathématiques avancées, en topologie, et non pas des mathématiques scolaires. Ce concept peut s'avérer inadapté conceptuellement pour des élèves de 12-13 ans. De plus, fort est à parier que de passer par la topologie pour aborder une question relative au périmètre, qui se veut une notion élémentaire, est un peu exagéré (les anglophones disent *overkill*). Il existe, assurément, une façon de répondre à la question de l'enseignant sans ce détour par la topologie. Ce détour permet par contre d'ouvrir une voie, tel que la suite le montre.

Un deuxième problème avec les courbes de Jordan est relatif aux polygones. Bien que le concept de courbes de Jordan aide à aborder les figures perforées, il se heurte à d'autres figures usuelles du monde scolaire, tels que les polygones croisés (*e.g.*  ). Ces polygones croisés ne sont pas des courbes de Jordan (car elles ont au moins un point double). Ainsi, ce nouvel « outil » permet de considérer les figures perforées, mais en échange limite le travail pour d'autres figures : un pas en avant, deux en arrière. Des acquis sont perdus.

Ce que les courbes de Jordan mettent en avant est l'idée qu'elles bornent une région intérieure et une extérieure. Cette idée s'avère porteuse conceptuellement dans ce qui suit, alors que la métaphore de frontière est proposée pour aider à concevoir la notion de périmètre.

Intermède réflexif n° 5 : Définir le périmètre

La question des courbes de Jordan qui délimitent une région intérieure et une extérieure mène à s'intéresser aux points de la figure qui se retrouvent à l'intérieur et à la frontière. Bien que la question de l'enseignant provînt d'un contexte de mathématiques scolaires avec des élèves de 12-13 ans, il peut être intéressant d'avancer sur une définition du périmètre à travers ces idées.

Cheng *et al.* (2013) proposent en effet de regarder autant la figure que la frontière comme étant constituées d'un ensemble de points. Pour cette frontière, et ce indépendamment du niveau d'agrandissement voulu, il sera toujours possible de voir un point situé à l'extérieur de la figure et un directement sur la figure. Il est possible aussi de faire un pas de plus et dire que la frontière, comme courbe délimitant une figure, est l'ensemble de points encadrés par un point à l'extérieur de la figure et un à l'intérieur, quel que soit l'endroit qui est regardé.

Possiblement peu adaptée aux élèves de 12-13 ans, cette façon de concevoir la frontière, et par le fait même le périmètre, permet toutefois d'aborder le périmètre des figures perforées…

5. Vers une conceptualisation bonifiée du périmètre : le concept de frontière

Certaines des idées qui reviennent dans les propos précédents, parfois implicitement et parfois explicitement, sont celles de bordure, de limite et de délimitation pour concevoir le périmètre. Et, tel que discuté, celles-ci peuvent ouvrir la porte à la considération du périmètre intérieur des figures perforées. Jumelées avec celles de région intérieure et extérieure, ces idées mettent en avant une façon d'aborder le périmètre qui prend en compte les figures perforées sans laisser les autres types de figures de côté.

Dans son article, Danielson (2005) propose en fait d'aborder la question du périmètre sous l'angle d'une frontière, plus précisément de concevoir le périmètre comme la mesure de la longueur de la frontière d'une figure. En mathématiques, la frontière est un concept plus général qui signifie l'ensemble de points qui délimite une région et qui peuvent être approchés autant par l'intérieur que par l'extérieur de cette région. En ce sens, le concept de frontière s'applique à toutes les dimensions : la frontière d'un segment est représentée par ses deux points aux extrémités, la frontière d'un solide est représentée par ses faces latérales. Dans le cas d'une figure, sa frontière se veut l'ensemble de points qui forment la courbe fermée délimitant la figure. Le périmètre devient la mesure de la longueur de cette frontière. Mais, au-delà de toute définition, c'est son sens comme concept qui est intéressant en soi : la frontière offre une représentation métaphorique du concept de périmètre.

En effet, une frontière permet de délimiter deux régions. Il n'y a qu'à penser à la frontière Canada - États-Unis, qui, bien que tracée sur des cartes géographiques, n'a pas de « largeur » en soi : c'est l'endroit où un territoire s'arrête et où un autre commence. Cette frontière appartient autant aux deux pays ou encore à aucun ! Elle délimite l'intérieur et l'extérieur d'une région choisie. Ainsi, *la frontière ne fait que délimiter une région qui elle a une surface*. La frontière est constitutive de la région, elle la délimite et la rend région, mais est aussi constituée par cette région, car sans région à délimiter il n'y a pas de frontière. L'idée de courbe de Jordan aide à visualiser ceci, avec l'idée d'intérieur et d'extérieur.

L'avantage d'une telle conceptualisation du périmètre comme mesure de la longueur de la frontière est qu'elle n'est pas du tout rattachée à la figure, ni à sa forme, c'est-à-dire qu'elle permet au concept de périmètre de naviguer entre le 1D (mesure d'une longueur) et le 2D (rattachée à une figure). De plus, cette conceptualisation reprend plusieurs des idées précédentes (implicitement ou explicitement soulevées) et qui ouvrent vers la considération du carré perforé ou de l'hexagone des deux élèves, soit les idées de « délimiter », de « ligne », de « bord », de « bordure », de « ce qui sera à mesurer », de longueur « totale », etc. En ce sens, le concept de frontière n'exclut pas d'emblée le périmètre interne d'une figure perforée.

Pour les figures perforées, pensées en termes de pays et de frontières, cette idée de périmètre interne soulève justement la question des pays dits *enclavés*. Il existe en effet des pays qui sont littéralement dans un autre pays et qui sont complètement entourés par cet autre pays. C'est le cas du Lesotho en Afrique, qui est complètement entouré par l'Afrique du Sud (figure 16).

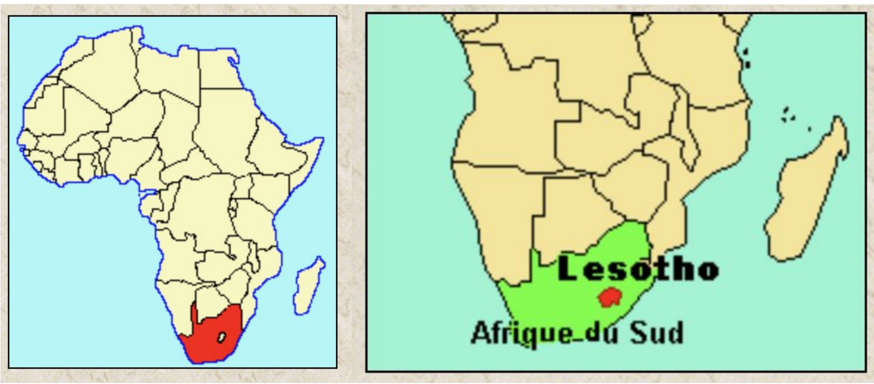


Figure 16 *: Le Lesotho comme pays enclavé*[8].

Qu'en est-il de la frontière de l'Afrique du Sud ? Sa frontière n'est pas uniquement sa bordure externe qui trace son « contour », c'est aussi celle avec le Lesotho. Des postes de frontières de l'Afrique du Sud se retrouvent autant sur la bordure externe avec les pays du Namibie, du Botswana, du Mozambique et de l'Eswatini, que celle interne avec le Lesotho. Sa frontière totale

[8] Images tirées de https://www.axl.cefan.ulaval.ca/afrique/afriquesud-1demo.htm
et de https://www.axl.cefan.ulaval.ca/afrique/lesotho.htm

mesure 5 244 km, ce qui comprend celle à l'externe et celle à l'interne, et il ne serait pas possible de le penser autrement, c'est-à-dire d'uniquement considérer une des deux.

Le concept de frontière permet d'aborder et considérer directement la question du périmètre interne des figures perforées. Il n'y a justement aucun problème à considérer le périmètre interne comme faisant partie du périmètre total de la figure, car celui interne mesure tout autant la longueur de la frontière de la figure perforée que celui qui est « au contour ».

À noter qu'il est souvent dit « les » frontières d'un pays et non « la » frontière, une pluralité qui décrit bien la possibilité d'en avoir plusieurs, autant externes qu'internes (il est en effet courant d'entendre qu'un pays « partage ses frontières avec… »). Dans le cas des figures perforées, est-il possible de parler davantage de « ses » périmètres et non uniquement de « son » périmètre ? Si l'intention est de connaître la mesure complète, totale, de la longueur des frontières d'une figure en 2D, soit ses périmètres, il est alors possiblement nécessaire de les mettre toutes ensemble (figure 17).

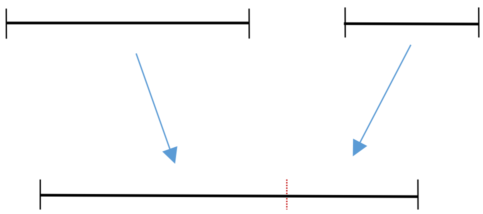


Figure 17 *: Mise en commun des frontières à considérer pour le périmètre.*

Avec des figures multi-perforées comme celles de la figure 13, celles-ci auraient simplement trois bouts de frontières ou plus à mettre ensemble pour considérer ses périmètres au complet ou son périmètre total. Pour ce type de figures, la mesure de tous ces/ses bouts représentent, ensemble, ses périmètres.

Et qu'en est-il des polygones croisés ? Bien qu'ils ne soient pas des courbes de Jordan, le périmètre de ces polygones peut être aussi vu comme étant la mesure de la longueur de leur frontière, soit ce qui délimite les régions intérieures et extérieures à ces polygones. En ce sens, l'idée de frontière pour aider à conceptualiser le périmètre, comme métaphore permettant de le « voir », semble porteuse sur l'ensemble du travail du périmètre à l'école; et tout autant accessible comme métaphore pour des élèves de 12-13 ans et leurs enseignants.

Conclusion

Plusieurs travaux nous ont déjà sensibilisés au fait que la figure, sa forme, peut jouer un rôle ou représenter un défi chez les élèves dans l'évaluation du périmètre (sa grosseur, sa transformation, etc. ; Douady & Perrin-Glorian, 1989). C'est la dimension 2D de la figure qui parfois mêle les considérations 1D du périmètre, comme mesure de longueur. Ici, par contre, c'est plutôt le type de figure (*i.e.* perforée) qui gêne et qui fait se demander si périmètre il y a, ou non, et s'il faut le considérer, de quelle façon, etc.

Dans la solution proposée par Marco et Marie avec leurs hexagones perforés, il n'y avait pas de doute : il y avait une perte au niveau de l'aire. En d'autres mots, la figure perforée, quelle qu'elle soit, possède une aire. Que toutefois cette solution « augmente » le périmètre est, tel qu'expliqué, moins évident et soulève des questions; particulièrement en lien avec les types de définitions et conceptualisations qui sont habituellement rattachées au périmètre dans le monde scolaire. Et c'est là que la question de l'enseignant, ancrée dans ce monde scolaire, a toute sa pertinence et sa légitimité au plan mathématique.

Ainsi, les définitions et conceptualisations usuelles du périmètre causent rarement problèmes, car la majorité des figures travaillées à l'école sont des polygones ou des figures formées de courbes simples ou croisées. Dans ces cas, la mesure de la longueur du contour de celles-ci *coïncide* avec le seul périmètre de ces figures. De là, l'intérêt très limité de s'affranchir des idées de « contour », « polygone », « corde », etc. En effet, dans la plupart des cas, ces façons de faire sont suffisantes.

C'est ainsi que les « autres » figures perforées, différentes de celles formées par des courbes simples ou de Jordan, soulèvent des questions. Ces questions ne touchent pas le concept d'aire, mais bien celui de périmètre lui-même. Toute figure n'est pas toujours une courbe simple ou croisée… et ce type de figures motive à faire un pas de plus : elles emboîtent le pas vers une conceptualisation du périmètre plus englobante. Par le fait même, ces figures perforées permettent d'aborder la question de l'enseignant concernant la partie interne. Et, ici, c'est la conception du périmètre comme mesure de la longueur de la frontière d'une figure qui est mise en avant ; particulièrement avec l'idée de frontière bornant simultanément une région intérieure et une extérieure. Cette conception permet de considérer le périmètre de ces figures, autant celui interne que celui externe, et ce, qu'elles soient croisées, perforées, droites, rondes, etc.

Cette conception du périmètre comme mesure de la longueur de la frontière permet de retourner aux élèves Marco et Marie et à leurs solutions avec l'hexagone perforé, voire à Paul avec son carré perforé. Ce sont en fait peut-être eux, ces mêmes élèves, qui avaient d'emblée offert une façon toute simple d'aborder la question de l'enseignant et d'inclure le « centre » dans la considération du périmètre. Parce qu'au final, le périmètre, « c'est de la ligne » !

Références bibliographiques

Barrett, J. E., Clements, D. H., Klanderman, D., Pennisi, S. J. & Polaki, M. V. (2006). Student's coordination of geometric reasoning and measuring strategies on a fixed perimeter task: developping mathematical understanding of linear measurement. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*(3), 187-221.

Baruk, S. (1995). *Dictionnaire des mathématiques*. Seuil.

Bednarz, N. (2001). *Didactique des mathématiques II - document d'accompagnement*. Université du Québec à Montréal, Québec.

Bouvier, A., George, M. & Le Lionnais, F. (2009). *Dictionnaire des mathématiques*. Presses Universitaires de France : Paris.

Cheng, L. P., Weng, K. H., & Lee, T. Y. (2013). Perimeter in the primary school mathematics curriculum of Singapore. *Mathematics Teaching, 235*, 27-30.

Chevallard, Y. & Bosch, M. (2001). Les grandeurs en mathématiques au collège : Partie I. Une Atlantide oubliée. *Petit x, 55*, 5-32.

Chevallard, Y. & Bosch, M. (2002). Les grandeurs en mathématiques au collège : Partie II. Mathématisations. *Petit x, 59*, 43-76.

Côté, R., Gagnon, M., Perreault, N. & Roegiers, X. (2002). *Leximath : lexique mathématique de base* (2e édition). Laval, Qc : Beauchemin.

Danielson, C. (2005). Perimeter in the curriculum. *For the Learning of Mathematics, 25*(1), 30-33.

Deledicq, A. (2004). *Maths - Lycée*. Éditions de la Cité.

Douady, R. & Perrin-Glorian, M.-J. (1984). Aire de surfaces planes. *Petit x, 6*, 5-33.

Douady, R. & Perrin-Glorian, M.-J. (1989). Un apprentissage du concept d'aire de surfaces planes. *Educational Studies in Mathematics, 20*, 337-424.

Dufour, N. (2011). *Dictionnaire mathématique CEC*. Anjou, Qc : Éditions CEC.

Hart, K. M. (1984). Which comes first - length, area, or volume? *Arithmetic Teacher, 31*(9), 16-18, 26-27.

Janvier, C. (1997). Grandeur et mesure : la place des formules à partir de l'exemple du volume. *Bulletin AMQ, 37*(3), 28-41.

Jean, C.-E. (1999). L'apprentissage de la mesure. *Envol, 106*, 19-23.

Konya, E. H. (2015). The level of understanding geometric measurement. *Proceedings of CERME-9* (WG4), 536-542.

Mangiante-Orsola, C. & Perrin-Glorian, M.-J. (2014). Géométrie en primaire: des repères pour une progression et pour la formation des maîtres. *Grand N, 94*, 47-83.

Moreira Baltar, P. & Comiti, C. (1994). Difficultés rencontrées par des élèves de cinquième en ce qui concerne la dissociation aire/périmètre pour des rectangles. *Petit x, 34*, 5-29.

Nunes, T., Light, P. & Mason, J. (1993). Tools for thought: the measurement of length and area. *Learning and Instruction, 3*, 39-54.

Perrin-Glorian, M.-J. (1989). L'aire et la mesure. *Petit x, 24*, 5-36.

Usiskin, Z. (2012). What does it mean to understand some mathematics? *Proceedings of ICME-12* (pp. 1-20). Seoul, Korea: ICME.

Vighi, P. & Marchini, C. (2011). A gap between learning and teaching geometry. *Proceedings CERME-7* (WG4).
http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/4/WG4_Vighi.pdf

Manuels scolaires

CEC. (2014). *Caméléon, 4e année primaire, cahier d'apprentissage A* (2e édition).

Chenelière Éducation. (n.d). *Trapèze, 3e année primaire, cahier B*.

Chenelière Éducation. (n.d). *Trapèze, 4e année primaire*.

ERPI. (2012). *Tam Tam mathématique, 3e année primaire, cahier de savoirs et d'activités B*.

Grand Duc. (n.d.). *Mathémaction, 3e année primaire*.

Grand Duc. (n.d.). *Mathémaction, 5e année primaire.*

Chenelière Éducation. (2005). *À vos maths ! 1er cycle secondaire*.