
SOLUTION DU POINT DE DÉPART DU N° 115

LE PLUS GRAND NOMBRE ?

D'après le Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées 2021

**Solution proposée par les auteurs du rallye,
adaptée par Jean-Christophe SALMON**

Rappel de l'énoncé

En juxtaposant les écritures des nombres entiers de 1 à 20, on écrit le nombre 12345...181920.

On cherche à barrer 19 de ses chiffres afin d'obtenir le plus grand nombre possible.

Quel est le nombre obtenu ?

Solution

Le nombre écrit au départ est 1234567891011121314151617181920.

On utilise, pour l'écrire, 9 nombres à 1 chiffre et 11 nombres à 2 chiffres, c'est donc un nombre à $9 + 2 \times 11 = 31$ chiffres.

En barrant 19 chiffres, on obtiendra donc un nombre à 12 chiffres.

La stratégie est simple, c'est un algorithme qui, à partir de deux files (le nombre (final) en construction F et le nombre restant R après l'algorithme) consiste à répéter deux actions jusqu'à épuisement du nombre de chiffres à barrer :

- a.* barrer les premiers chiffres (au moins un) de R jusqu'à obtenir le plus grand chiffre possible [sans dépasser le nombre total de 19 chiffres barrés] ;
- b.* supprimer le premier chiffre de R et l'ajouter comme dernier chiffre de F .

En fin d'algorithme, on met bout à bout F et R pour obtenir le nombre cherché : FR .

Mettons cet algorithme en pratique :

- étape 1 :
 - F est vide et $R = 1234567891011121314151617181920$, il reste 19 chiffres à barrer ;
 - plus grand chiffre accessible (en gras) : 12345678**9**1011121314151617181920 ;
 - on barre donc 8 chiffres : ~~12345678~~**9**1011121314151617181920 ;
 - F devient 9 et R devient 1011121314151617181920, il reste $19 - 8 = 11$ chiffres à barrer ;
- étape 2 :
 - $F = 9$ et $R = 1011121314151617181920$, il reste 11 chiffres à barrer ;
 - plus grand chiffre accessible (en gras) : 10111213141**5**1617181920 ;
 - on barre donc 11 chiffres : ~~10111213141~~**5**1617181920 ;
 - F devient 95 et R devient 1617181920, il reste $1 - 1 = 0$ chiffre à barrer, fin de l'algorithme.
- **Le nombre obtenu est $FR = 951617181920$.**