
QUELLE PLACE POUR LES ACTIVITÉS DE RECHERCHE ET DE PREUVE ENTRE PAIRS DANS LES MANUELS DE MATHÉMATIQUES ? ANALYSE DES DÉMARCHES ET MODES DE RAISONNEMENT EN JEU

Maud CHANUDET¹

Université de Genève

Stéphane FAVIER²

Université de Genève

Résumé. Nous nous intéressons à ce qui est proposé dans quelques manuels de mathématiques concernant la résolution de problèmes lorsqu'elle constitue un objet d'apprentissage à part entière. À partir des tâches catégorisées par les auteurs et autrices de manuels comme visant à apprendre à résoudre des problèmes, nous déterminons celles qui relèvent, selon nous, d'activité de recherche et de preuve entre pairs. Pour celles-ci, nous analysons ensuite leur potentiel didactique en termes de démarches et modes de raisonnement mathématiques en jeu lors de leur résolution. Nous montrons la diversité de ce qui est proposé, tant dans le nombre d'activités de recherche et de preuves entre pairs, que dans les démarches et modes de raisonnement mobilisés.

Mots-clés. Résolution de problèmes, raisonnement mathématique, démarche, potentiel didactique, manuel.

Introduction

De nombreux travaux mettent en avant la double fonction de la résolution de problèmes : celle d'outil, de moyen de développer et d'évaluer les apprentissages des élèves quant à des notions ou des concepts mathématiques spécifiques et celle d'objet d'apprentissage à part entière, visant le développement des compétences et des connaissances centrées sur cet aspect de l'activité mathématique (Liljedahl et al., 2016). Nous nous intéressons à la résolution de problèmes dans sa dimension objet c'est-à-dire lorsqu'elle est envisagée comme un objet d'enseignement et d'apprentissage à part entière. Cet aspect de la résolution de problèmes est explicitement mentionné dans les programmes scolaires français du cycle 3 qui précisent qu'il faut

[...] veiller à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements (Ministère de l'Éducation Nationale, de la Jeunesse et des Sports, 2020, p. 89).

Dans cet article, nous ciblons en particulier les ressources proposées aux enseignant·es pour enseigner la résolution de problèmes. Une des ressources centrales auxquelles se référer sont les manuels scolaires. C'est bien souvent dans ces derniers que les enseignant·es choisissent les

¹ maud.chanudet@unige.ch

² stephane.favier@unige.ch

tâches qui vont être soumises aux élèves. C'est pourquoi nous cherchons à analyser ce qui est proposé dans les manuels scolaires pour travailler la résolution de problèmes en tant qu'objet d'apprentissage.

Dans ce contexte, nous considérons qu'il y a problème lorsque la tâche pose réellement problème à celle ou celui qui s'y confronte, c'est-à-dire que la stratégie ne s'impose pas d'elle-même, qu'une procédure et une représentation sont à construire (Julo, 1995). Le rapport entre le sujet et la situation est donc central pour qualifier une tâche de problème ou non (Brun, 1990 ; Fagnant et Demonty, 2016 ; Richard, 2004). Dans le cadre de la classe de mathématiques, c'est en référence à l'ensemble du groupe classe, à ses connaissances supposées au vu des programmes, de ce qui a été travaillé avant, du moment de l'année où elle est proposée, qu'un·e enseignant·e peut considérer qu'une tâche relève ou non d'un problème. L'analyse des problèmes décontextualisée des pratiques de classe pose ainsi une difficulté inhérente au fait que l'on doit statuer indépendamment du contexte, des « vrais » élèves à qui ils vont être proposés. Pour dépasser cette difficulté, nous nous référons notamment aux programmes et à la place accordée à la tâche en question dans les manuels. Nous prenons également appui sur les concepts d'*activité de recherche et de preuve entre pairs et de potentiels*, développés par Georget (2009), que nous détaillons dans la partie suivante.

1. Cadrage théorique

1.1. Activités de recherche et de preuve entre pairs (RPP)

De nombreuses expressions et de nombreux dispositifs, à différents niveaux scolaires et présentant différentes modalités, permettent d'opérationnaliser les apprentissages **par** et **pour** la résolution de problèmes, comme les problèmes ouverts (Arsac et Mante, 2007), les narrations de recherche (Bonafé et al., 2002 ; Chevallier, 1992), MATH.en.JEANS (Duchet et Mainguéné, 2003), ou encore Maths à Modeler et ses situations de recherche pour la classe (Giroud, 2014 ; Grenier et Payan, 2002). Outre une synthèse de ce que recouvrent les différentes dénominations telles que celles citées ci-dessus, Georget (2009) propose de les fédérer autour des deux expressions suivantes : les activités de recherche et de preuve entre pairs (activité RPP) et les activités orientées notion/technique (activité RPP ONT). Selon lui, les activités RPP désignent :

les activités dont l'objectif principal est d'entraîner les élèves à la démarche de recherche en mathématiques et aux échanges entre pairs à la manière des mathématiciens professionnels. Elles permettent de travailler des notions principalement paramathématiques (Chevallard, 1985, p. 50) qui sont liées à l'activité de recherche d'un mathématicien (ibid., p. 77).

Ces activités visent donc des apprentissages **pour** la résolution de problèmes. Il les distingue des activités RPP ONT, qui ont, elles, pour objectif de :

faire travailler in fine les élèves sur une nouvelle notion ou une nouvelle technique mathématique qui est au programme des élèves d'un niveau donné. Les situations-problème de (Arsac et al., 1991), les situations adidactiques (Brousseau, 1998) sont des activités RPP ONT (ibid., p. 77).

Ces activités visent quant à elles des apprentissages **par** la résolution de problèmes. Georget les identifie plus spécifiquement comme celles utilisées pour introduire des nouvelles notions ou des nouvelles techniques. Dans notre recherche, et notamment parce que nous travaillons en dehors du contexte des pratiques effectives des enseignant·es et de la salle de classe, nous ne savons pas quand les enseignant·es utilisent ces activités dans leurs enseignements. Cela motive notre choix de nous centrer sur l'analyse des activités RPP.

Pour ces deux catégories d'activités, Georget définit différents potentiels. Le *potentiel de recherche* est constitué par les éléments qui vont « *permettre aux élèves d'exercer leurs capacités à chercher un problème nouveau* » (Georget, 2009, p. 78), une difficulté étant, pour notre recherche, que ce potentiel dépend fortement des individus en présence, élèves et enseignant-es. Le *potentiel de résistance* et le *potentiel de résistance dynamique* regroupent les éléments qui assurent que le problème résiste aux tentatives des élèves pour le résoudre et que cette résistance évolue au cours de la recherche pour permettre aux élèves d'avancer dans leur recherche. Le *potentiel de débat* rassemble l'ensemble des éléments permettant de favoriser un débat de nature mathématique entre élèves. Enfin le *potentiel didactique* délimite les savoirs pouvant émerger de la recherche du problème. Pour les activités RPP ONT, la personne lectrice aura compris que le potentiel didactique porte sur les notions et les techniques mathématiques nécessaires pour le résoudre et qui constituent l'objectif de l'activité. Ce qui nous intéresse davantage est le potentiel didactique des activités RPP, qui est lui, comme le précise Georget, plutôt d'ordre paramathématique ou méthodologique.

Relativement au potentiel didactique des activités RPP, Houdement (2009) identifie, à propos des « problèmes pour chercher » à l'école primaire, trois objectifs d'apprentissage possibles associés à la pratique de la résolution de problèmes, en complément d'un travail sur la modélisation : le réinvestissement de savoirs, l'apprentissage de raisonnements et l'apprentissage de validations. Le fait de réinvestir des savoirs est fortement corrélé aux notions et concepts mathématiques travaillés par ailleurs dans les cours ordinaires de mathématiques, nous nous intéressons donc plus spécifiquement au raisonnement et à la preuve comme apprentissages possibles en résolution de problèmes et donc comme potentiel didactique de telles activités. La volonté de déterminer spécifiquement en quoi peuvent consister de tels apprentissages au niveau de l'école primaire nous invite à caractériser avec un grain plus fin le raisonnement mathématique et les différentes formes qu'il peut prendre. C'est cet aspect que nous développons dans la section suivante.

1.2. Les démarches et modes de raisonnement

Pour cela, nous nous appuyons sur le travail de Jeannotte (Jeannotte, 2015 ; Jeannotte et al., 2020) qui, à partir d'une étude des travaux portant sur la caractérisation du raisonnement mathématique du point de vue de l'enseignement et de l'apprentissage au primaire et au secondaire, souligne la complémentarité de deux aspects :

- la structure du raisonnement (son aspect structurel) ciblant l'organisation et l'enchaînement des pas de raisonnement ;
- les processus en jeu (son aspect processuel) intégrant la finalité, le but qui guide les actions de la personne qui raisonne et la chronologie de ces actions.

Nous avons choisi de parler de modes de raisonnement pour les formes spécifiques de raisonnements mathématiques liées à sa structure (c'est-à-dire que la structure peut être suffisante pour caractériser le raisonnement en question), et de démarches quand il est aussi nécessaire de prendre en compte les processus en jeu pour les caractériser. Le raisonnement le plus caractéristique des mathématiques est peut-être le raisonnement déductif. Un pas déductif (*cf.* figure 1) permet d'obtenir une affirmation à partir de données et d'une règle, c'est-à-dire que partant d'un certain nombre de données, on mobilise une règle dont la prémisse correspond aux données et qui implique de manière nécessaire la conclusion, qui amène à l'affirmation.

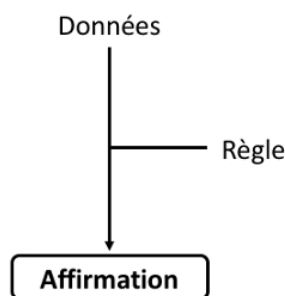


Figure 1 : Un pas de raisonnement déductif.

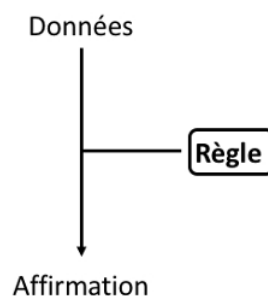


Figure 2 : Un pas de raisonnement inductif.

Par exemple, si on sait que $ABCD$ est un losange. On connaît la règle suivante : tout losange a quatre côtés égaux. On en déduit donc que $ABCD$ a quatre côtés égaux. Ici, la règle est vraie, donc si les données sont vraies, c'est-à-dire si $ABCD$ est bien un losange, alors on sait que la conclusion est vraie donc que $ABCD$ a bien quatre côtés égaux. Il nous semble alors intéressant de distinguer deux modes de raisonnement déductifs en fonction du type de règle mobilisée :

- lorsque la règle est liée à des propriétés mathématiques (des théorèmes, propriétés, définitions, etc.), nous parlons de raisonnement hypothético-déductif ;
- lorsqu'elle est liée à des règles de logique (la règle du tiers exclu, le principe de non-contradiction, par exemple) nous parlons alors de raisonnement par implication logique.

Cette distinction nous semble importante car l'enjeu de problèmes mobilisant l'un ou l'autre de ces raisonnements déductifs n'est pas le même. Dans le premier cas, il s'agit pour l'élève de trouver le bon théorème, la bonne propriété, de s'assurer d'avoir les données nécessaires pour l'appliquer et d'en tirer les bonnes conclusions. Dans le deuxième cas, il s'agit de raisonner logiquement d'un point de vue mathématique. Prendre en compte la structure du raisonnement permet aussi de caractériser certains modes de raisonnement qui se caractérisent par des articulations spécifiques de pas déductifs. Par exemple, le raisonnement par exhaustivité des cas consiste à tester l'une après l'autre, après les avoir énumérées, toutes les solutions potentielles du problème (Battie, 2003, p. 48). Proche de ce dernier, le raisonnement par disjonction de cas conduit à ramener la résolution d'un problème à l'étude d'un nombre fini de cas. Pour cela, on partitionne les éléments de l'ensemble considéré et on étudie chaque cas l'un après l'autre (Battie, 2003, p. 42). Dans le cas d'un raisonnement déductif, la preuve tient au fait que si la règle est vraie et si les données sont vraies alors l'affirmation obtenue est nécessairement vraie. Le raisonnement déductif étant le seul raisonnement à avoir cette caractéristique, il occupe une place centrale pour prouver ou démontrer en mathématiques. La deuxième structure de raisonnement qui peut être travaillée avec les élèves est le raisonnement inductif. Ce type de raisonnement est souvent caractérisé comme permettant de passer du particulier au général (Pólya, 1965). Gardes (2013) considère ainsi que

le raisonnement inductif est une manière de raisonner qui conduit à la découverte de lois générales en partant de l'observation d'exemples particuliers et de leurs combinaisons. L'induction essaie de découvrir derrière l'observation la régularité et la cohérence (Gardes, 2013, p. 144).

Un pas de raisonnement inductif (cf. figure 2) peut se caractériser de la manière suivante : on observe des données particulières, on en dégage des régularités et on infère alors une règle qui permet de passer des données à l'affirmation. Par exemple, on observe que $n^2 - n + 11$ donne 11, 13, 17, 23, 31, 41 et 53 lorsque l'entier n varie entre 0 et 7. On sait par ailleurs que tous ces nombres sont premiers. Il est donc cohérent d'inférer la règle suivante : « $n^2 - n + 11$ est toujours

un nombre premier », qui a alors le statut de conjecture puisqu'on ne peut pas statuer sur son caractère correct ou non. De fait, cette conjecture est fausse puisque pour $n=11$ par exemple, le résultat est $121=11^2$ qui n'est donc pas un nombre premier. On a ainsi exhibé un contre-exemple. Si cette règle avait été correcte, il aurait fallu le prouver en appui sur un raisonnement déductif. Le raisonnement inductif est ainsi mis en œuvre localement, notamment dans une démarche expérimentale, mais il ne suffit pas à caractériser l'ensemble des processus impliqués dans une telle démarche. Il est pour cela nécessaire de prendre en compte l'aspect processuel du raisonnement. Les processus identifiés par Jeannotte (2015) (généraliser, conjecturer, classifier, etc.) permettent ainsi de caractériser deux types de démarches importantes en mathématiques, qui n'ont pas de structure propre, c'est-à-dire qui ne peuvent pas être caractérisés comme relevant purement de raisonnements déductifs/inductifs et que sont la démarche expérimentale et la démarche d'ajustements d'essais successifs. La démarche expérimentale articule des phases d'expérimentations (faire des expériences, en observer les résultats et en inférer des conclusions), avec des phases de formulation de conjectures et de tentative de preuve (Gardes, 2013). Là encore, prouver le résultat obtenu suite à la mise en œuvre d'une démarche expérimentale implique de mobiliser un raisonnement déductif. Enfin, la démarche dite d'ajustements d'essais successifs consiste à :

- *caractériser un essai, solution potentielle du problème ;*
- *tester cet essai, c'est-à-dire le confronter aux données du problème et ainsi le valider ou l'invalidier ;*
- *et, en cas d'invalidation, interpréter la rétroaction de manière efficiente pour ajuster, c'est-à-dire caractériser un autre essai, en théorie plus proche de la solution, voire la solution elle-même ou pour faire évoluer la représentation du problème* (Favier, 2022, p. 190).

Pour prouver la validité du résultat obtenu, il faut alors s'assurer qu'il satisfait bien les conditions de l'énoncé, ce que l'on appelle prouver par ostension. Nous présentons sur la figure 3 une synthèse des différentes démarches et modes de raisonnement mathématique identifiés précédemment.

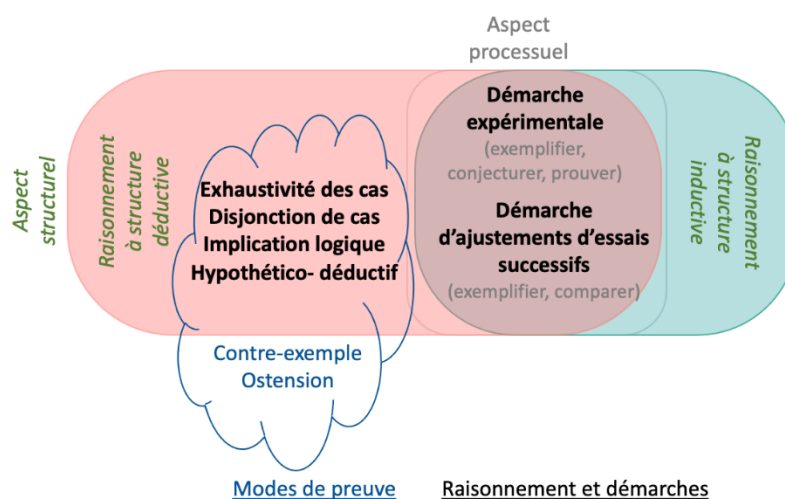


Figure 3 : Synthèse des différentes démarches et modes de raisonnement mathématique.

Lors de la résolution d'un problème, il est possible de convoquer différents modes de raisonnement et démarches, qui peuvent alors être mobilisés successivement ou bien de manière articulée (un raisonnement par exhaustivité des cas au sein d'une démarche expérimentale par

exemple). Nous illustrons chacun de ces modes de raisonnement et démarches à l'appui de tâches extraites des manuels analysés, dans la partie **3. Analyses**.

1.3. Question de recherche

Nous faisons l'hypothèse de travail que les enseignant·es qui utilisent des manuels et qui souhaiteraient proposer des problèmes qui visent des apprentissages en lien avec la résolution de problèmes font leur choix dans les tâches clairement identifiées comme relevant de la résolution de problèmes par les auteurs et autrices des manuels.

Dans cette recherche, nous tentons de répondre à la question suivante : quelle place est accordée à la résolution de problèmes vue comme un objet d'enseignement dans les manuels ? Pour cela, nous cherchons à identifier, parmi les tâches estampillées « résolution de problèmes » par les auteurs et autrices de manuels, les activités RPP ainsi que leur potentiel didactique en lien avec les démarches et modes de raisonnement mathématique en jeu.

Nous décrivons brièvement notre méthodologie avant de présenter les résultats de nos analyses.

2. Méthodologie

2.1. Choix des manuels

Nous avons choisi de nous intéresser à ce qui, dans les manuels scolaires, est annoncé comme relevant de la résolution de problèmes pour savoir, d'une part, dans quelle mesure il s'agit ou non d'activités RPP et, d'autre part, pour identifier les démarches et les raisonnements mathématiques en jeu. Cela nous semble nécessaire pour mieux connaître les ressources à disposition des enseignant·es, dans le but à la fois de caractériser la manière dont la résolution de problèmes est envisagée dans les manuels scolaires, mais aussi pour pouvoir ensuite étudier les choix faits par les enseignant·es, et envisager les apprentissages possibles des élèves en lien avec le potentiel didactique de ces activités RPP.

Nous avons sélectionné plusieurs manuels de niveau CM2-cycle 3 publiés par différents éditeurs suivant les programmes de 2016 : *J'apprends les maths* (Ouzoulis et al., 2017b), *Cap Maths* (Anselmo et al., 2017) et de 2018 : *Maths au CM2* (Duprey et al., 2022b). Précisons qu'en France, le nombre de collections de manuels proposé par les éditeurs est très important (Mounier et Priolet, 2015), que notre analyse ne couvre bien évidemment pas l'ensemble de l'offre et qu'une sélection différente aurait pu être faite.

Toutefois, notre choix repose sur la diversité des éditeurs et, de manière très subjective, sur la diversité d'approche supposée des auteurs quant à la résolution de problèmes. Le nombre de trois tient au travail conséquent que chaque analyse systématique implique. Enfin, le choix du niveau CM2 repose sur le fait que le niveau scolaire plus avancé des élèves peut permettre de penser que les auteurs et autrices de manuels vont proposer une plus grande diversité quant aux démarches et raisonnements mathématiques en jeu dans les problèmes que celle proposée aux niveaux inférieurs.

2.2. Méthode d'analyse

Pour chacun des manuels, nous avons regardé comment il est organisé relativement à la résolution de problèmes. Nous avons repéré les chapitres et les tâches estampillées « résolution de problèmes » par les autrices et auteurs des manuels et avons choisi de focaliser nos analyses

sur celles-ci. Bien que discutable, ce choix nous paraît pertinent notamment parce qu'il nous semble que c'est ainsi qu'un·e enseignant·e qui souhaiterait faire résoudre des problèmes à ses élèves procéderait. Nous sommes toutefois bien conscient·es qu'il est possible que d'autres activités RPP soient proposées ponctuellement dans les manuels, en dehors des parties dédiées explicitement à la résolution de problèmes. Notons que nous avons choisi de parler de tâches pour qualifier de manière neutre ce qui est annoncé comme relevant de problèmes dans les manuels.

Ce faisant, pour chaque tâche sélectionnée, nous l'avons résolue (au plus proche de ce que pourrait faire un·e élève de CM2, au vu de ses connaissances supposées à ce niveau scolaire, en référence aux programmes). Nous avons ensuite déterminé s'il s'agissait d'une activité RPP ou non. Nous avons considéré que c'était le cas lorsque la tâche vise principalement à entraîner les élèves à la démarche de recherche en mathématiques, c'est-à-dire que le potentiel de recherche est consistant et que les notions ou techniques mathématiques en jeu dans la tâche n'en sont pas l'enjeu, mais un support pour la recherche. Nous en donnons des exemples dans la suite. Les autres tâches proposées nous semblent relever davantage d'activité RPP ONT (si la tâche permet de travailler sur une nouvelle notion ou une nouvelle technique pour l'année considérée tout en offrant un bon potentiel de recherche) (cf. annexe 1) ; de tâche d'application directe (cf. annexe 2) ou de tâche originale mais n'impliquant pas de recherche (cf. annexe 3), sans que nous ne rentrions dans ce niveau de catégorisation dans nos analyses.

Une fois les activités RPP identifiées, nous avons analysé leur potentiel didactique en termes de démarches et de modes de raisonnement mathématique en jeu lors de la résolution. Bien que plusieurs démarches et/ou modes de raisonnement puissent intervenir dans la résolution d'une activité RPP, nous avons retenu celle ou celui qui nous semble être l'enjeu du problème, c'est-à-dire ce pour quoi l'enseignant souhaiterait proposer ce problème à ses élèves. Dans quelques cas, nous en avons retenu deux s'ils nous semblaient avoir le même poids dans la résolution.

Dans la partie suivante, nous commençons par présenter chacun des trois manuels étudiés, en décrivant la place offerte à la résolution de problèmes avant de présenter les analyses des tâches annoncées explicitement comme relevant de la résolution de problèmes. Pour chacun des manuels étudiés, et du fait d'une place limitée, nous détaillons l'analyse de deux problèmes, dans le but d'illustrer chaque démarche (d'ajustements d'essais successifs ou expérimentale), mode de raisonnement (hypothético-déductif, par implication logique, par exhaustivité des cas), et preuve (par contre-exemple notamment) identifiés dans les problèmes étudiés.

3. Analyses

3.1. J'apprends les maths

Place de la résolution de problèmes

Le manuel *J'apprends les maths* (Ouzoulias et al., 2017b) s'organise autour de quatre domaines : « Nombres et calculs », « Espace et géométrie », « Grandeurs et mesures » et « Problèmes pour apprendre à chercher ». Nous nous sommes intéressé·es à ce que recouvre le domaine « Problèmes pour apprendre à chercher ». Il est précisé que, dans cette partie, on peut travailler sur « deux types de stratégies de résolution de problèmes » que sont la « résolution par simulation de la situation » caractérisée comme « *la simulation des actions ou des relations présentes dans l'énoncé qui conduisent à la solution* » et la « *résolution arithmétique* » (Ouzoulias et al., 2017a, p. 8), sans qu'elles ne soient davantage décrites dans le manuel ou dans

le guide pédagogique accompagnant le manuel. Ces « problèmes pour apprendre à chercher » sont en fait fortement articulés et organisés en fonction des savoirs mathématiques en jeu puisque le domaine est découpé en sous-parties intitulées : « problèmes dits de multiplication », « problèmes dits de division », « problèmes de proportionnalité » et « divers » (qui regroupe les thématiques suivantes : « géométrie », « aires », « numération romaine », « pourcentages », « horaires et durées », « échelles », « tableaux et graphiques » et « associer énoncé et série de calculs »). Enfin, une rubrique « problèmes variés » apparaît systématiquement au bas des doubles pages « problèmes pour apprendre à chercher ». Concernant ces problèmes variés, le guide pédagogique précise que « *Comme ces problèmes sont variés, les élèves doivent à chaque fois élaborer la solution à partir d'un effort de compréhension de l'énoncé. Il leur est laissé une totale liberté pour choisir leur stratégie pour chaque problème* » (Ouzoulias et al., 2017a, p. 66).

Exemples de tâches

Nous commençons par présenter deux activités RPP issues de la sous-partie « Problèmes variés » de « Problèmes pour apprendre à chercher » afin d'illustrer nos analyses.

Pour la première tâche (cf. figure 4), les élèves n'ont pas de méthode connue pour la résoudre. Il est nécessaire de mobiliser des compétences de recherche pour avancer (potentiel de recherche) et la solution va résister provisoirement aux tentatives des élèves pour la résoudre (potentiel de résistance) et chaque tentative devrait amener des éléments permettant aux élèves de se rapprocher de la solution (potentiel de résistance dynamique). Ces éléments nous amènent à considérer cette tâche comme relevant d'une activité RPP. Plus précisément, les élèves vont devoir faire des essais, les tester c'est-à-dire les confronter aux données du problème (différence des âges et somme des âges) et les ajuster jusqu'à atteindre la solution. Le potentiel didactique, tel qu'il nous intéresse ici, c'est-à-dire en termes de démarches et de raisonnements mathématiques³, nous semble donc attaché à la mise en œuvre d'une démarche d'ajustements d'essais successifs.

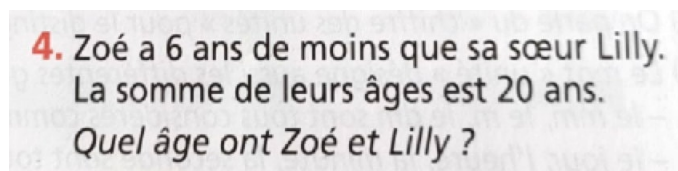


Figure 4 : Énoncé de J'apprends les maths, 4 p. 33.

Pour la deuxième activité RPP (cf. figure 5), les élèves ne savent *a priori* pas comment la résoudre mais peuvent s'engager facilement dans le problème en faisant des essais quant aux combinaisons possibles. L'enjeu réside toutefois dans la mise en œuvre d'une méthode systématique, assurant l'exhaustivité de la recherche et donc des solutions obtenues. Le potentiel didactique est donc, selon nous, en lien avec un raisonnement par exhaustivité des cas.

³ Précisons que, dans tout ce texte, nous nous restreignons au potentiel didactique des activités RPP associé aux démarches et modes de raisonnement, d'autres savoirs pouvant bien sûr toutefois émerger de la recherche du problème.

6. Lucie veut faire un cadeau à son père et un cadeau à sa mère. Pour son père, ce sera une écharpe ou une cravate. Pour sa mère, elle hésite entre une bague, un bracelet ou un parfum. Quelles sont toutes les combinaisons possibles de deux cadeaux ?

Figure 5 : Énoncé de J'apprends les maths, 6 p. 142.

Résultat des analyses

Au total, sur les 159 tâches de « Problèmes pour apprendre à chercher », seules huit relèvent d'activités RPP, c'est-à-dire notamment qu'elles présentent un réel potentiel de recherche. Elles mettent en avant principalement la démarche d'ajustements d'essais successifs (5 activités), le raisonnement par exhaustivité des cas (2 activités) et le raisonnement par implication logique (2 activités).

Il y a donc peu d'activités RPP proposées dans ce manuel (8), malgré le nombre important de tâches affichées comme « Problèmes pour apprendre à chercher » (159). Il y a, de plus, peu de variété dans les démarches et raisonnements en jeu, et on note en particulier l'absence de problème amenant à mobiliser une démarche expérimentale. Les autres tâches annoncées comme « Problèmes pour apprendre à chercher » sont presque toutes des problèmes de réinvestissement ou des activités visant à mobiliser ou à réinvestir des connaissances mathématiques notionnelles (division, multiplication, proportionnalité, etc.), c'est-à-dire des activités dont l'objectif principal est de travailler sur des contenus mathématiques au programme (cf. par exemple annexe 2).

3.2. Cap Maths

Place de la résolution de problèmes

Le manuel *Cap Maths* (Anselmo et al., 2017) est organisé en trois parties : « Nombres et numération » ; « Calculs » et « Problèmes, gestion de données, sens des opérations ». Les éléments en lien avec la résolution de problèmes se trouvent dans cette troisième partie. Celle-ci est organisée en 10 unités au sein desquelles sont travaillés différents objectifs et différentes thématiques, par exemple pour l'unité 1 : sens des quatre opérations (complément, durée, groupements, disposition rectangulaire), stratégies de résolution (essais et ajustements, déduction) et banque de problèmes (la banque des quatre). Plus précisément, 7 unités proposent une « Banque de problèmes » et 4 unités font travailler les « Stratégies de résolution », qui sont, d'après le manuel : essais et ajustements, déduction, stratégie de dénombrement et résolution par étapes. Ce sont les tâches associées à ces parties, « Stratégies de résolution » et « Banque de problèmes », que nous avons analysées ainsi que les nombreuses « Énigmes » qui apparaissent tout au long du manuel. Notons que dans les stratégies de résolution mentionnées dans le manuel, celle intitulée « essais et ajustements » correspond à ce que nous appelons démarche d'ajustement d'essais successifs, et celle intitulée « déduction » se réfère à des raisonnements déductifs de l'ordre de l'implication logique ou de nature hypothético-déductive.

Exemples de tâches

Comme pour le manuel précédent, commençons par présenter deux tâches issues d'une « Banque de problèmes » de ce manuel afin d'illustrer nos analyses.

La première tâche (cf. figure 6) relève bien d'une activité RPP car, même si son potentiel de recherche est assez faible puisque quelques exemples suffisent pour trouver un contre-exemple, elle engage une réflexion et de possibles débats entre pairs sur la notion de preuve et le sens du « possible » et « impossible » en mathématiques. Les élèves vont être amené-es à tester des cas et à exhiber un contre-exemple. L'enjeu de cette activité RPP réside donc dans le fait de prouver, en l'occurrence que la phrase est fausse, via un contre-exemple. Ceci caractérise son potentiel didactique.

VRAI OU FAUX ?

Tu dois dire si les phrases écrites en bleu italique sont vraies ou fausses. Dans les deux cas, explique ta réponse. Pour cela, tu peux faire des expériences. Si tu ne peux pas répondre, explique pourquoi.

14 ★ *Il est impossible de trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à un nombre impair.*

Figure 6 : Énoncé de Cap Maths, 14 p. 83.

Avec la même consigne, les élèves doivent se prononcer sur d'autres phrases (cf. figure 7). Dans ce cas, les tests vont permettre aux élèves de formuler la conjecture soutenant que ces phrases sont vraies. Les élèves n'ont pas les moyens de prouver formellement la validité de leur conjecture mais peuvent recourir à un exemple générique. Cette activité les conduit à s'engager dans une démarche expérimentale, ce qui en caractérise le potentiel didactique.

4 ★ Zoé a construit deux carrés.
Le côté du carré rouge a une longueur double de celle du côté du carré bleu.
a. *Le périmètre du carré rouge est le double du périmètre du carré bleu.*
b. *La diagonale du carré rouge a une longueur double de celle de la diagonale du carré bleu.*

Figure 7 : Énoncé de Cap Maths, 4 p. 82.

Résultat des analyses

Sur les 133 tâches relevant des rubriques « Stratégies de résolution », « Banque de problèmes » et « Énigmes », nous avons identifié 70 activités RPP. Précisons que cinq de ces activités permettent davantage de travailler sur le débat ou la preuve en mathématiques que sur la dimension recherche à proprement parler (cf. figure 6 par exemple). Les analyses font apparaître une grande variété des démarches et modes de raisonnement en jeu, comme l'illustre le

diagramme suivant qui en donne la répartition⁴ (cf. figure 8). On voit que, là encore, la démarche d'ajustement d'essais successifs et le raisonnement par exhaustivité des cas sont largement mis en avant. Le raisonnement hypothético-déductif, le raisonnement par implication logique et la démarche expérimentale sont aussi bien présents, bien que dans des proportions moindres, et mobilisés tous trois à part presque égale dans les activités RPP identifiées.

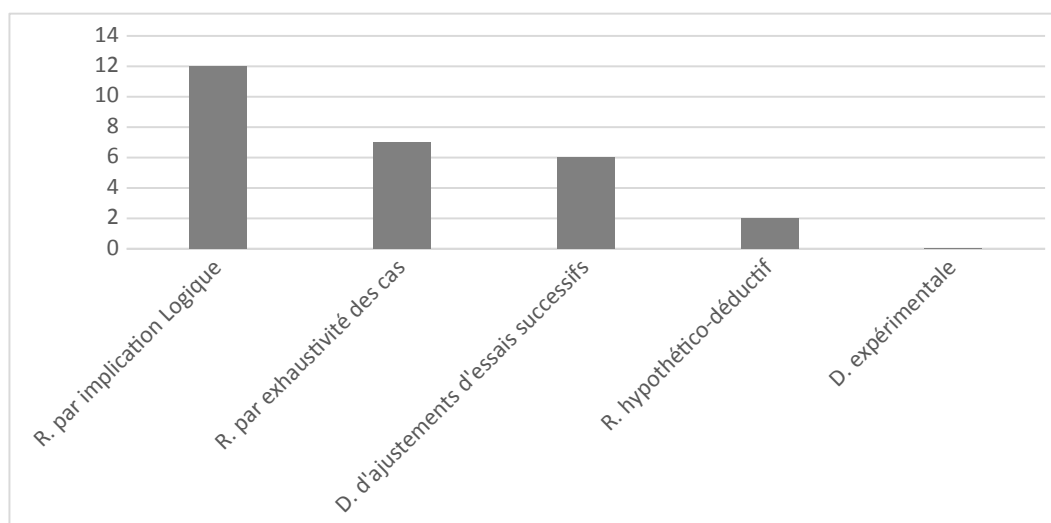


Figure 8 : Diagramme donnant le nombre d'occurrences des modes de raisonnement et démarches en jeu dans les activités RPP du manuel Cap Maths CM2.

Il ressort que ce manuel propose un grand nombre d'activités RPP, en proportion et en valeur absolue, avec une grande diversité dans les types d'activités mais aussi dans les démarches et modes de raisonnement impliqués. Toutefois, notons que les problèmes des rubriques « Stratégies de résolution » (essais-ajustement, déduction, dénombrement et résolution par étapes) ne mobilisent pas toujours le raisonnement qui est décrit en tête de chapitre. Par exemple, dans la partie « Essais et ajustements », le problème qui consiste à déterminer tous les entiers qui sont sommes de deux carrés (Anselmo et al., 2017, p. 11) vise davantage à mobiliser un raisonnement par exhaustivité des cas qu'une démarche d'ajustements d'essais successifs (qui peut certes être toutefois mise en œuvre par certains élèves mais qui ne permet pas d'aboutir, et ne caractérise donc pas, selon nous, son potentiel didactique). En effet, la contrainte dans l'énoncé de trouver toutes les configurations impose une organisation et un traitement systématique.

3.3. Maths au CM2

Place de la résolution de problèmes

Dans le guide de l'enseignant (Duprey et al., 2022a) accompagnant le manuel *Maths au CM2* (Duprey et al., 2022b), des précisions sont apportées quant à la conception des auteurs sur la résolution de problèmes et à sa mise en œuvre dans le manuel. Il est ainsi précisé que

Maths au CM2 a pour ambition d'optimiser le temps pendant lequel les élèves pratiquent effectivement les mathématiques. Cette pratique repose sur un apprentissage structuré et intensif de la résolution de problèmes (Duprey et al., 2022a, p. 12).

⁴ Rappelons qu'une même activité RPP peut conduire à la mobilisation (articulée ou successive) de plusieurs démarches et/ou modes de raisonnement mathématiques, ce qui explique que le nombre total d'occurrences associées dépasse le nombre d'activités RPP analysées.

Cette importance accordée à la résolution de problèmes concerne surtout les problèmes arithmétiques comme cela est précisé plus loin, en appui sur des schémas, en barre tout particulièrement.

Dans le manuel, un domaine intitulé « Apprendre à chercher » est ainsi dédié à la résolution de problèmes, en parallèle des autres domaines que sont « nombres » ; « calculs » ; « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie ». Ce domaine est en fait associé exclusivement au travail sur la proportionnalité et ne cible donc pas, selon nous, le travail sur des activités de recherche et de preuve entre pairs, mais davantage des activités RPP ONT ou des tâches d'application, de réinvestissement. On trouve toutefois une rubrique transversale qui court tout au long du cahier de l'élève, appelée « énigmes » et qui vise, elle, à « *développer les capacités à chercher* » (Duprey et al., 2022a, p. 2). Enfin, 35 « ateliers problèmes » sont proposés, avec des titres indiquant la notion mathématique en jeu (par exemple : résoudre des problèmes additifs de comparaison, résoudre des problèmes impliquant des fractions, résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité, résoudre des problèmes multiplicatifs en une ou plusieurs étapes, etc.). Les intitulés des « ateliers problèmes » se réfèrent à une classification des problèmes en trois types, proche de celle de Houdement (2017) : les problèmes [qui se résolvent] en une étape, les problèmes en plusieurs étapes qui mettent en jeu une succession de problèmes en une étape et enfin les problèmes atypiques, c'est-à-dire qui ne relèvent pas des précédentes catégories. Houdement caractérise les problèmes atypiques de par

leur caractère non routinier, le fait qu'on suppose que les élèves ne disposent pas de stratégies connues pour les résoudre, qu'ils doivent en inventer de toutes pièces, en s'appuyant sur leurs connaissances passées, notamment leur mémoire de problème (Houdement, 2017, p. 64).

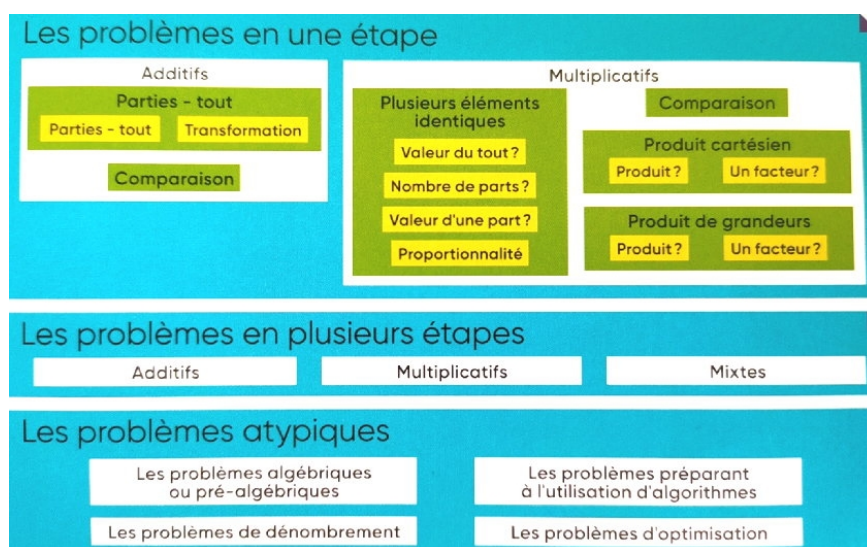


Figure 9 : Classification des problèmes proposée dans le manuel Maths au CM2 (Duprey et al., 2022a, p. 13).

Parmi ces « ateliers problèmes », seuls ceux intitulés « Résoudre des problèmes atypiques » ne font pas explicitement référence dans le titre de la page aux notions mathématiques en jeu. Précisons enfin que les pages d'« ateliers problèmes » sont organisées de sorte qu'après une recherche sur un premier problème, les élèves sont amenés à réinvestir ce qui a été vu sur des problèmes très proches (contextes qui changent, difficulté croissante). Nous nous intéressons donc dans ce manuel aux problèmes dits atypiques proposés dans les « ateliers problèmes », ainsi qu'aux « énigmes ».

Exemples de tâches

Nous commençons, là encore, par présenter deux activités RPP issues de ce manuel. La première (cf. figure 10) est tirée d'un « atelier problème » dédié aux problèmes atypiques. Certains élèves peuvent commencer par faire des essais (prendre 3 pour le coquillage, 4 pour le poisson, etc.) et tester les égalités. Cela peut les conduire à déterminer quelle donnée traiter en premier, ce qui permet ensuite de déduire progressivement toutes les autres solutions. Il s'agit donc d'une activité RPP qui mobilise un raisonnement par implication logique.

Résoudre des problèmes atypiques (1)

Découverte Problème marin

Trouve le nombre qui se cache derrière le coquillage, le poisson, la baleine, la pieuvre et le crabe.

$\text{coquillage} = ?$ $\text{poisson} = ?$ $\text{baleine} = ?$ $\text{pieuvre} = ?$ $\text{crabe} = ?$

$4 \text{ coquillages} + 2 \text{ poissons} + 1 \text{ baleine} = 43$
 $5 \text{ baleines} = 35$
 $2 \text{ poissons} + 3 \text{ crabes} = 18$
 $3 \text{ coquillages} = 24$
 $5 \text{ crabes} + 1 \text{ coquillage} = 33$

Figure 10 : Problème de découverte de l'Atelier problèmes 7 de Maths au CM2, p. 49.

Notons que si l'on se réfère à la classification de Houdement, ce problème entre, selon nous, davantage dans la catégorie des problèmes complexes que dans celle des problèmes atypiques. Il nécessite de mettre en relation, de connecter des informations et relève de l'agrégat de problèmes basiques davantage que de la construction d'une stratégie non routinière. En effet, il s'agit de résoudre successivement des problèmes pré-algébriques, ou plus précisément des problèmes multiplicatifs (détermination de la « valeur » d'une baleine sachant que 5 baleines « valent » 35, idem pour un coquillage) puis des problèmes mixtes (détermination de la « valeur » d'une pieuvre sachant que 5 pieuvres et 1 coquillage valent 33 et que 1 coquillage vaut 8, de même pour un poisson puis pour un crabe).

La deuxième activité RPP (cf. figure 11) nous paraît intéressante pour travailler la mise en œuvre d'un raisonnement hypothético-déductif. En effet, il s'agit de déduire tout d'abord la largeur du rectangle en utilisant le rapport multiplicatif la liant au périmètre, puis d'utiliser des connaissances liées à la formule du périmètre d'un rectangle, pour en déduire la longueur de ce rectangle. Ici aussi, nous considérons donc que ce problème relève davantage d'un problème complexe que d'un problème atypique.

Quelle est la longueur d'un rectangle dont le périmètre est égal à 294 mm et dont la largeur est 7 fois moins longue que ce périmètre ?

JE RÉSOUTS UNE ÉNIGME

Figure 11 : Énigme, Maths au CM2, p. 64.

Résultat des analyses

L'analyse des 32 « énigmes » et 24 tâches proposées comme problèmes atypiques dans les « ateliers problèmes » fait apparaître 28 activités que nous considérons comme RPP. Nous notons tout d'abord que peu d'énigmes sont des activités RPP (4 sur 32), à l'inverse des « problèmes atypiques » proposés dans les « ateliers problèmes » qui le sont tous. La majorité de ces énigmes vise le réinvestissement de savoirs (par exemple déterminer la fraction coloriée d'une figure ou le périmètre d'un pentagone régulier connaissant la longueur d'un côté) pour la plupart en lien avec les notions abordées sur la page où elles figurent. Certaines ne sont même pas, selon nous, des tâches mathématiques (*cf.* annexe 3).

Les activités RPP se concentrent donc dans les « problèmes atypiques » des « ateliers problèmes ». Une des limites réside toutefois dans le fait que, à partir d'une activité RPP de découverte, les tâches suivantes sont toujours très proches de celle de découverte, avec des changements tenant au choix des valeurs numériques ou au contexte. Prise isolément, chacune de ces tâches constitue bien une activité RPP, mais considérées les unes à la suite des autres, nous questionnons leur potentiel de recherche et de résistance. Cela signifie donc qu'un·e enseignant·e qui utiliserait le manuel de manière linéaire ne peut en réalité, proposer que 8 activités RPP à ses élèves (les quatre énigmes retenues et un seul problème de chacun des quatre « atelier[s] problèmes »). Cela permet d'appréhender que la quantité d'activités RPP n'est pas le seul élément à prendre en compte mais que la question de leur présentation et de leur planification au sein du manuel est également décisive.

Concernant la nature des démarches ou modes de raisonnement en jeu, c'est ici le raisonnement par implication logique qui est le plus souvent mobilisé (*cf.* figure 12). Le raisonnement par exhaustivité des cas et la démarche d'ajustements d'essais successifs sont aussi en jeu dans une proportion significative. Notons là encore l'absence d'activité conduisant à la mise en œuvre d'une démarche expérimentale.

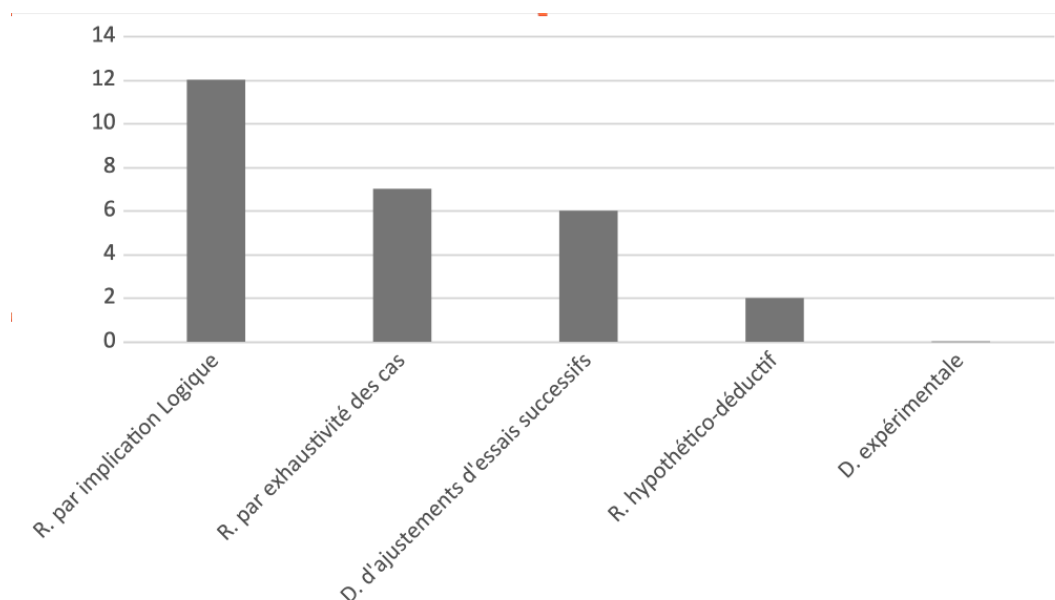


Figure 12 : Diagramme donnant le nombre d'occurrences des démarches et modes de raisonnement en jeu dans les activités RPP du manuel Maths au CM2.

Discussion et conclusion

Nous nous sommes intéressé·es aux activités RPP proposées dans les parties dédiées à la résolution de problèmes de trois manuels. Des choix très différents apparaissent dans ces manuels quant à la place accordée à la résolution de problèmes dans sa dimension objet, à l'organisation et aux contenus des parties associées.

Concernant l'organisation, les trois manuels étudiés incluent des parties dédiées explicitement à un travail sur la résolution de problèmes avec des intentions didactiques parfois clairement indiquées aux enseignant·es (et aux élèves). Des manuels ajoutent des « énigmes », qui courent tout au long de l'ouvrage mais dont les enjeux didactiques sont moins explicites.

Numériquement, nos analyses montrent que le nombre d'activités RPP varie de façon significative d'un manuel à l'autre (de 8 pour *J'apprends les maths* à 70 pour *Cap Maths*). De plus, la part des tâches qui sont des activités RPP parmi celles estampillées « résolution de problèmes » est elle aussi très variable (de 5 % pour *J'apprends les maths* à 53 % pour *Cap Maths*). Les types et la proportion de ces démarches et raisonnements mathématiques en jeu dans les activités RPP des manuels varient là encore considérablement de l'un à l'autre. Si tous les manuels proposent des activités amenant à mobiliser une démarche d'ajustements d'essais successifs, un raisonnement par exhaustivité des cas et un raisonnement par implication logique, la démarche expérimentale n'est travaillée que dans un seul manuel (*Cap Maths*). Il semble donc que la dimension expérimentale des mathématiques, mise en avant par de nombreux travaux de recherche comme un aspect central de la discipline et même comme un « levier pour [en] favoriser l'accès au plus grand nombre » (Dias et Durand Guerrier, 2005, p. 77), n'est que peu, voire pas, prise en compte dans ces manuels. De plus, certains des processus caractérisant ce type de démarche (observer, expérimenter, émettre des hypothèses) sont au cœur de la compétence « chercher » mentionnée dans les programmes (Ministère de l'Éducation Nationale, de la Jeunesse et des Sports, 2020, p. 90). Enfin, le raisonnement hypothético-déductif n'est que peu travaillé dans ces activités RPP. Il nous semble important de mettre ce constat en discussion avec nos choix méthodologiques. Rappelons que nous avons décidé de nous focaliser sur les activités RPP non ONT, c'est-à-dire celles qui ne visent pas un travail sur une nouvelle notion ou technique mathématique au programme. Or, lorsqu'une activité RPP implique la mobilisation d'un raisonnement hypothético-déductif, c'est en appui sur une règle associée à des savoirs mathématiques au sens de *savoirs savants* dans la transposition didactique (Chevallard, 1985), c'est-à-dire des objets d'enseignement identifiés dans les programmes. Le savoir mathématique en jeu est alors enjeu d'apprentissage. Il nous a semblé que de telles activités, bien que pouvant présenter une dimension recherche non négligeable, visaient principalement un travail sur une nouvelle notion ou technique mathématique au programme, et relevaient donc d'une activité RPP ONT.

Dans certains manuels, une place centrale semble ainsi être accordée à la résolution de problèmes comme moyen d'introduire ou de réinvestir des contenus mathématiques (ce que Georget (2009) qualifie d'activités RPP ONT), tandis que dans d'autres, un nombre important d'activités permettent de travailler plus spécifiquement les compétences de recherche, de preuve et de mobiliser des démarches et des raisonnements mathématiques particuliers (qualifiées d'activités RPP). Pour le dire autrement, certains manuels privilégient la dimension outil de la résolution de problèmes, l'apprentissage par la résolution de problèmes, tandis que d'autres mettent en avant sa dimension objet, l'apprentissage de et pour la résolution de problèmes.

Au-delà de la question de la nature des activités RPP et des types de démarches et raisonnements en jeu, leur organisation au sein d'un manuel et la progression qui est proposée sont cruciales. En effet, s'il est nécessaire de proposer plusieurs activités RPP qui mobilisent une même démarche ou un même mode de raisonnement de manière à enrichir les schémas de problèmes des élèves (au sens de Julo, 1995), nous percevons bien que leur enchaînement systématique peut impacter fortement les potentiels de recherche et de résistance transformant l'activité de recherche en une application plus ou moins directe. C'est le choix qui a été fait dans *Maths au CM2*. Ce choix met en évidence une vision de l'enseignement de la résolution de problèmes comparable à celle de l'enseignement d'un savoir mathématique plus canonique, à savoir que les élèves découvrent une manière de résoudre les problèmes et qu'on les entraîne ensuite à résoudre de la même manière d'autres problèmes similaires sans planifier d'y revenir sur le reste de l'année en cours.

Cette recherche illustre ainsi la complexité de l'organisation d'un tel enseignement au sein de manuels qui ont pour vocation première de développer les apprentissages des élèves sur des contenus mathématiques spécifiques. Faut-il déterminer un « chapitre » spécifique (au risque que les enseignant-es restreignent ce travail à un moment précis de l'année), mais pour lequel une « progression » serait proposée ? Faut-il, comme cela est fait dans beaucoup de manuels, diluer ces activités RPP tout au long des chapitres ? Les activités RPP doivent-elles alors être articulées avec les chapitres ? Ces questions nous semblent vives et les réponses apportées dans les manuels avoir un impact sur la manière dont la résolution de problèmes est approchée dans les classes.

C'est pourquoi s'intéresser à ce qui est proposé dans les manuels, qui constituent des ressources centrales pour la sphère enseignante, nous semble essentiel pour mieux comprendre les choix qui sont faits, et qui peuvent conduire à des pratiques parfois très différentes et des apprentissages possibles des élèves différents.

Références bibliographiques

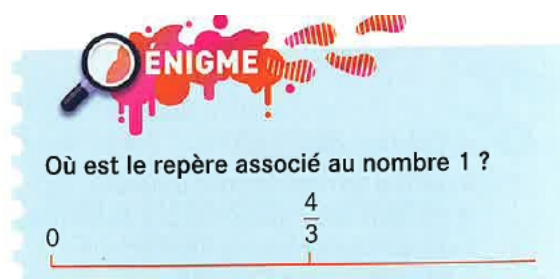
- Anselmo, B., Combier, G., Dussuc, M.-P. & Madier, D. (2017). *Cap Maths Cycle 3 CM2. Manuel nombres et calculs, problèmes*. Hatier.
- Arsac, G. & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Scéren édition.
- Battie, V. (2003). *Spécificités et potentialités de l'arithmétique élémentaire pour l'apprentissage du raisonnement mathématique*. [Thèse de doctorat en didactique des Mathématiques, Université Paris 7 Diderot].
- Bonafé, F., Chevalier, A., Combes, M.-C., Deville, A., Dray, L., Robert, J.-P. & Sauter, M. (2002). *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*. APMEP ; IREM de Montpellier.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.
- Brun, J. (1990). La résolution de problèmes arithmétiques : Bilan et perspectives. *Math École*, 141, 2-15.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. La pensée sauvage.

- Chevallier, A. (1992). Narration de recherche : Un nouveau type d'exercice scolaire. *Petit x*, 33, 71-79.
- Dias, T. & Durand Guerrier, V. (2005). Expérimenter pour apprendre en mathématiques. *Repères-IREM*, 60, 61-78.
- Duchet, P. & Mainguené, J. (2003). Les « apprentis-chercheurs » de MATH.EN.JEANS. Dans *Actes du XXIX^e colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres* (p. 167-178).
- Duprey, G., Duprey, S. & Grisward, G. (2022a). *Maths au CM2. Guide de l'enseignant* (E. Schneider, dir.). Accès Éditions.
- Duprey, G., Duprey, S. & Grisward, G. (2022b). *Maths au CM2. Manuel de l'élève*. Accès Éditions.
- Fagnant, A. & Demonty, I. (2016). *Résoudre des problèmes : Pas de problème ! Guide méthodologique et documents reproductibles en ligne 10/12 ans*. De Boeck.
- Favier, S. (2022). *Étude des processus de résolution de problèmes par essais et ajustements en classe de mathématiques à Genève*. [Thèse de doctorat en Sciences de l'Éducation, Université de Genève].
- Gardes, M.-L. (2013). *Étude de processus de recherche de chercheurs, élèves et étudiants, engagés dans la recherche d'un problème non résolu en théorie des nombres*. [Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université Claude Bernard - Lyon I].
- Georget, J.-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : Perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*. [Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université Paris 7 Diderot].
- Giroud, N. (2014). Étude de la démarche expérimentale dans les situations de recherche pour la classe. Dans S. Coppé & M. Haspekian (dir.), *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2013* (p. 69-84).
- Grenier, D. & Payan, C. (2002). Situation de recherches « en classe » : Essai de caractérisation et proposition de modélisation. Dans V. Durand Guerrier & C. Tisseron (dir.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (p. 189-205).
- Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour chercher. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 14, 31-59.
- Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.
- Jeannotte, D. (2015). Raisonnement mathématique : Proposition d'un modèle conceptuel pour l'apprentissage et l'enseignement au primaire et au secondaire. [Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université du Québec à Montréal].
- Jeannotte, D., Dufour, S. & Sampson, S. (2020). Discours autour du raisonnement mathématique : Ajouter la voix d'enseignantes du primaire à la conversation. *Revue québécoise de didactique des mathématiques*, 1, 5-37.

- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses universitaires de Rennes.
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). *Problem Solving in Mathematics Education*. Springer Open.
- Mounier, E. & Priolet, M. (2015). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire - De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire*. Conférence de consensus. Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Cnesco et Ifé-ENS de Lyon.
- Ouzoulias, A., Clerc, P., Lelièvre, F. & Tiennot, L. (2017a). *J'apprends les maths CM2 - Guide pédagogique*. Retz.
- Ouzoulias, A., Clerc, P., Lelièvre, F. & Tiennot, L. (2017b). *J'apprends les maths CM2 - Manuel*. Retz.
- Pólya, G. (1965). *Comment poser et résoudre un problème. Mathématiques, Physique, Jeux, Philosophie*. Dunod.
- Richard, R. P. (2004). *Raisonnement et stratégies de preuve dans l'enseignement des mathématiques*. Peter Lang.
- Ministère de l'Éducation Nationale, de la Jeunesse et des Sports. (2020). Programme du cycle 3. En vigueur à la rentrée 2020. *BO n° 31 du 30 juillet 2020*.

Annexe 1

Exemple d'activité RPP ONT (Cap Maths, Énigme, p. 29)



Cette activité nous semble avoir un certain potentiel de recherche orienté davantage sur le rôle de l'unité dans la conceptualisation de l'écriture fractionnaire que sur l'activité de résolution de problèmes pour elle-même.

Annexe 2

Exemple de tâche d'application (J'apprends les maths, problèmes variés, 6 p. 60)

6. Construction géométrique :
- a. Trace le cercle de centre O et de rayon 45 mm.
 - b. Trace un diamètre AB de ce cercle.
 - c. Trace une droite perpendiculaire à [AB] et passant par O.
 - d. Appelle C et D les points où cette droite croise le cercle.
 - e. Trace le quadrilatère ACBD.
- N. B. : Si tu es précis, en traçant le quadrilatère ACBD, tu dois obtenir un carré.*

Cette tâche amène les élèves à mettre en œuvre un programme de construction. Il n'y a pas à proprement parler de potentiel de recherche mais une remobilisation du vocabulaire mathématique et des concepts associés.

Annexe 3

Exemple de tâche originale mais sans recherche mathématique (Maths au CM2, Je résous une énigme, p. 120)



Si recherche il y a, elle sera davantage documentaire que mathématique.