
DÉVELOPPEMENT DE LA VISUALISATION NON ICONIQUE À L'ÉCOLE PRIMAIRE : MISE À L'ÉPREUVE D'UN DISPOSITIF D'ENSEIGNEMENT ET D'APPRENTISSAGE

Romain BEAUSER¹

Aspirant F.R.S. - FNRS, Université de Mons (Belgique)

Natacha DUROISIN²

Dr. Prof., Université de Mons (Belgique)

Résumé. En géométrie, une rupture est constatée entre les enseignements primaire et secondaire concernant la visualisation de figures. Les recherches menées en didactique de la géométrie s'accordent en effet sur la faible importance concédée au développement de la capacité à porter un regard géométrique sur les figures chez les élèves de l'enseignement primaire, ce qui entraîne des difficultés d'apprentissage pendant la suite du cursus scolaire. Bien que contre-intuitif, le mode de visualisation non iconique, peu développé au cours de l'enseignement primaire, demeure indispensable pour le développement de compétences géométriques, notamment dans l'enseignement secondaire. Cet article présente les résultats d'une recherche collaborative qui a conduit à la validation, selon un plan quasi-expérimental, d'un dispositif d'enseignement et d'apprentissage visant le développement du mode de visualisation non iconique chez les apprenants de sixième année primaire en Belgique francophone (11-12 ans). De cette façon, le dispositif construit est validé, tout comme son impact sur le développement progressif de la visualisation.

Mots-clés. Géométrie plane, visualisation iconique et non iconique, transition primaire/secondaire, recherche collaborative, dispositif d'enseignement et d'apprentissage, plan quasi-expérimental, groupe contrôle.

Abstract. The primary-secondary transition leads to a breach related to the geometry teaching. More specifically, this breach is related to the spatial visualisation. Geometry didactics research agrees on the deficit of the ability at regarding figures geometrically in primary school pupils. This failure can induce learning difficulties for further education. Although non-iconic visualisation is counterintuitive and poorly trained at primary school, it remains essential for the development of geometric skills during the secondary school. The aim of this collaborative research was to validate (by a quasi-experimental design research) a teaching-learning device developing non-iconic visualisation in students at the end of primary education (11-12 years old) in order to facilitate their transition to the secondary school. So, the device and its impact on the progressive development of student's visualisation is assessed.

Keywords. Plane geometry, iconic and non-iconic visualisation, primary-secondary transition, collaborative research, didactic engineering, quasi-experimental design, control group.

Introduction

Dans l'apprentissage des mathématiques, la transition entre l'enseignement primaire et l'enseignement secondaire ne se fait pas sans difficulté pour les apprenants. Ceci est notamment dû à la présence de ruptures entre les niveaux scolaires. En géométrie, une de ces ruptures, liée notamment au fonctionnement cognitif des apprenants et aux choix didactiques des enseignants, a été relevée en ce qui concerne le regard porté par les élèves sur les figures (Perrin-Glorian & Godin, 2018).

¹ romain.beauser@umons.ac.be

² natacha.duroisin@umons.ac.be

Certaines recherches menées en didactique de la géométrie ces quinze dernières années, prenant appui sur les travaux de Duval (2005), mettent en évidence deux modes de visualisation : le mode iconique qui correspond au regard habituel et intuitif que les élèves portent sur un dessin et le mode non iconique correspondant au regard géométrique porté sur les figures. Le passage du premier mode de visualisation, exercé au cours de l'enseignement primaire, au deuxième mode de visualisation, attendu lors de l'enseignement secondaire, est laissé à la charge des élèves (Duval, 2005 ; Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2014). Même s'il est indispensable pour le développement de savoir-faire et de compétences³ dans la discipline, ce changement de regard est complexe pour les élèves, car contre-intuitif, et nécessite alors un apprentissage et un travail d'accompagnement de la part de l'enseignant (Bulf & Celi, 2015a).

D'après Bulf et Mathé (2018), les enseignants ont, aujourd'hui encore, de la difficulté à se constituer des outils basés sur les résultats de recherches en didactique qui puissent permettre d'enrichir leurs pratiques enseignantes en géométrie. De plus, en Belgique francophone (contexte dans lequel la présente étude est menée), les enseignants ne disposent que de consignes floues et limitées quant à la manière de développer la visualisation (Duroisin & Demeuse, 2015). Il paraît donc primordial, en vue de faciliter la transition du primaire au secondaire, de fournir des outils et des pistes didactiques aux enseignants, notamment de fin de primaire, ayant pour visée le développement d'un changement de mode de visualisation chez les élèves. D'autant que des difficultés à percevoir les enjeux et finalités de la discipline ainsi que le fonctionnement cognitif des apprenants ont été constatées chez les enseignants (Bulf & Mathé, 2018) alors que la géométrie est une discipline complexe exigeant une activité cognitive complète de la part de l'élève (Duval, 2005 ; Bulf, 2019).

En prenant appui sur ces éléments contextuels, l'étude menée a pour but la validation d'un dispositif d'enseignement et d'apprentissage à proposer aux enseignants du dernier cycle de l'enseignement primaire⁴ afin de favoriser le passage à la visualisation non iconique chez les élèves. Pour y arriver, une recherche collaborative a été mise en place avec une équipe de cinq enseignants de sixième primaire (11-12 ans) et un enseignant du secondaire inférieur (12-15 ans). En s'appuyant sur des pistes didactiques relevées dans la littérature (*i.e.* Duval & Godin, 2005 ; Mathé, 2008 ; Perrin-Glorian & Godin, 2014 ; Duroisin, Beuset & Lucchese, 2020), mais aussi sur l'expérience des enseignants de terrain ayant pris part à la présente étude, cette recherche a abouti à un dispositif (ensemble articulé de séquences portant sur un même objet d'enseignement-apprentissage). Ce dernier est constitué d'une progression de 6 séquences d'enseignement et d'apprentissage (composées d'une ou deux séances de 50 min) visant un changement de regard chez les élèves, en s'appuyant sur le développement de la déconstruction dimensionnelle au travers de problèmes géométriques tels que les problèmes de restauration de figures (au sens de Perrin-Glorian et Godin, 2018). Le dispositif a ensuite été expérimenté par plusieurs des enseignants au travers d'un plan quasi-expérimental avec épreuves pré- et post-expérimentales assorti d'un groupe contrôle. Les auteurs de cet article poursuivent l'objectif de valider le dispositif construit lors de la recherche collaborative et d'évaluer son impact sur le développement progressif de la visualisation non iconique en fin d'enseignement primaire.

Après un cadrage théorique permettant de comprendre le fonctionnement cognitif des élèves lorsque ceux-ci sont confrontés à des tâches impliquant la visualisation, cet article présente d'abord et de manière brève le dispositif d'enseignement et d'apprentissage construit pour

³ cf. Duroisin, Soetewey et Demeuse (2011).

⁴ 5^e grade (10-11 ans) et 6^e grade (11-12 ans).

ensuite se focaliser sur la méthodologie utilisée pour sa validation. Les résultats de cette validation sont ensuite présentés puis discutés.

1. Éléments théoriques

1.1. La visualisation en géométrie : l'acquisition du mode de visualisation non iconique au détriment du mode iconique

La visualisation peut être définie comme la capacité à se représenter les informations spatiales non verbales, à anticiper l'apparence d'objets complexes, à analyser les relations entre les objets d'une configuration et à effectuer des opérations mentales sur des objets perçus à deux ou trois dimensions (Nagy-Kondor, 2014). Elle implique donc la mise en œuvre d'opérations mentales (*i.e.* transformations, manipulations) sur des objets en deux ou trois dimensions (Barisnikov & Pizzo, 2007).

Plus spécifiquement, dans l'apprentissage de la géométrie, deux niveaux d'opérations sont mis en jeu dans l'acte de voir (Duval, 2005) : d'abord la reconnaissance discriminative de formes et ensuite l'identification des objets correspondant aux formes discriminées. À partir de cela, plusieurs manières de « voir » les figures sont définies et dépendent de la façon dont ces deux opérations sont réalisées. Ainsi, deux modes opposés du fonctionnement de la visualisation sont relevés par Duval (2005) : la visualisation iconique et la visualisation non iconique (tableau 1).

Visualisation iconique	Visualisation non iconique
Ça ressemble au profil d'un objet réel, ou à un ensemble d'itinéraires ou de déplacements sur un territoire ou à un modèle type (étalon).	C'est une séquence d'opérations qui permet de reconnaître des propriétés géométriques, par l'impossibilité d'obtenir certaines configurations, ou par invariance des configurations obtenues.
<i>La figure reste un objet indépendant des opérations que l'on effectue sur elle.</i>	<i>La figure est une configuration contextuellement détachée d'un réseau ou d'une organisation plus complexe.</i>

Tableau 1 : Deux modes de visualisation dans la géométrie (Duval, 2005).

Dans le mode iconique, c'est la ressemblance avec une forme type qui permet à l'élève d'identifier le dessin observé. Ce mode de visualisation est naturel et prégnant. Il est d'ailleurs utilisé au quotidien dès que l'on observe des formes et des dessins et que l'on essaie de les associer à des objets du répertoire. Le mode iconique prend donc appui sur la perception spontanée, qui fait l'objet d'une priorité cognitive de figures à deux dimensions sur les figures à une dimension. Il se rapporte donc plutôt au profil de l'objet perçu. Dans le mode non iconique, c'est la réalisation d'une séquence d'opérations sur la figure par celui qui observe qui lui permet de reconnaître les propriétés géométriques de cette dernière et ainsi de l'identifier. Ces opérations consistent en l'ajout de tracés réorganisateurs sur la figure permettant une réorganisation de celle-ci en un assemblage d'unités figurales de même dimension (assemblage de formes 2D) ou de dimensions inférieures (assemblage de droites et de points).

La figure 1 permet de concrétiser les deux modes de visualisation au travers d'un exemple. On y observe que, dans le premier cas, l'observateur se situe dans un mode de visualisation iconique puisqu'il associe la figure à un objet de son répertoire, en l'occurrence une fleur. Dans le second cas, en mettant en œuvre des tracés supplémentaires de prolongement de côtés, l'observateur va pouvoir identifier des propriétés à la figure en l'associant à un assemblage de rectangles et d'un

cercle qui se chevauchent.

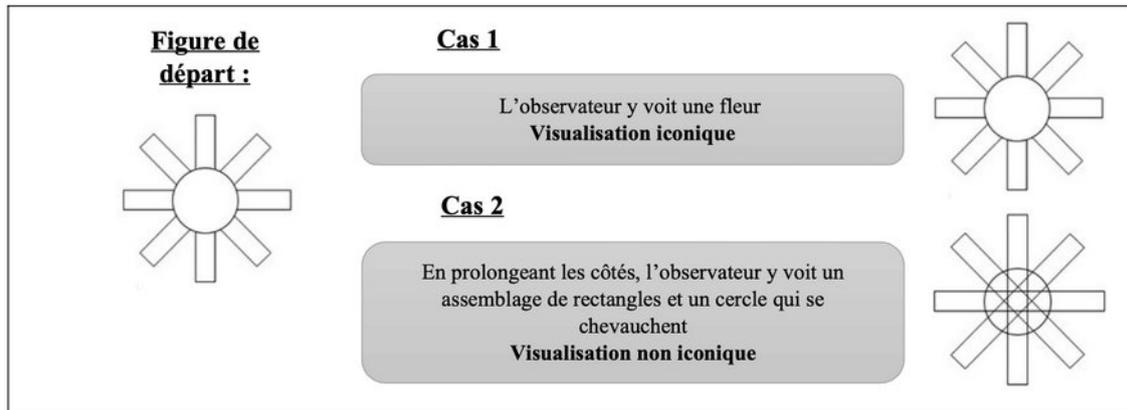


Figure 1 : Illustration des modes de visualisation iconique et non iconique.

Au niveau de l'apprentissage de la géométrie, se cantonner au mode de visualisation iconique peut s'avérer problématique pour les élèves. En effet, puisque le sujet n'a accès qu'à la forme générale, cela ne lui permet pas de modifier le dessin pour y faire apparaître des propriétés et les exploiter (Mithalal, 2011). Plus précisément, plusieurs obstacles à l'apprentissage sont relevés par Duval (2005) quant à la visualisation iconique. La stabilité des formes, empêchant l'élève de les percevoir d'une manière qui lui permet de les transformer en d'autres formes semblables ou différentes empêchant alors leur réorganisation visuelle, constitue un premier obstacle. Un deuxième obstacle concernant la visualisation iconique est qu'elle entraîne une limitation de l'objet à son contour. Dans ce contexte, les propriétés de la figure qui ne sont pas liées au contour (*i.e.* propriétés des médianes) peuvent s'avérer difficilement mobilisables par l'élève. Enfin, la perception spontanée peut être trompeuse pour les apprenants, ce qui peut constituer un troisième obstacle puisqu'on ne peut s'y fier. Parzys (2006) le confirme en relevant que « l'évidence » de la figure peut entraîner une confusion et rendre plus difficile la démonstration. Duval et Godin (2005) affirment que si l'on reste dans le mode iconique, les formulations des propriétés géométriques risquent d'être dénuées de sens pour les apprenants, ce qui constitue un obstacle supplémentaire à la poursuite de l'apprentissage. Dès lors, sortir de la vision de « surface » occasionnée par la visualisation iconique est une étape importante.

À l'inverse, le mode non iconique apparaît essentiel dans l'apprentissage de la géométrie puisqu'il ne place pas les élèves face aux obstacles susmentionnés. Ce mode est nécessaire notamment parce qu'il permet l'acquisition de propriétés (dont celles relatives à l'incidence) incontournables pour l'apprentissage de la discipline (Duval, 2005; Perrin-Glorian & Godin, 2018 ; Bulf & Mathé, 2018). D'après Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian (2014), les enseignants considèrent d'ailleurs souvent à tort que ces propriétés sont déjà maîtrisées par les élèves. Le mode non iconique permet le développement de compétences géométriques nécessaires à la compréhension et à l'utilisation de la discipline telles que les compétences relatives à la démonstration (Duval, 2005 ; Perrin-Glorian, 2012 ; Barrier, Hache & Mathé, 2014). En évoluant vers le mode non iconique, l'élève raisonne donc sur la figure en exploitant ses propriétés et plus en se basant sur une perception globale de sa forme.

À la vue de ces constats, il apparaît donc essentiel, pour assurer l'apprentissage de la géométrie, de pouvoir dépasser la visualisation iconique au profit de la visualisation non iconique. D'ailleurs, Fabiyi (2017) confirme que des lacunes dans la capacité de visualisation constituent l'un des facteurs responsables des difficultés des élèves pour apprendre la géométrie. Si, au cours de l'enseignement primaire, le mode de visualisation iconique apparaît suffisant pour les

apprentissages visés, cela n'est plus le cas pour l'enseignement secondaire dans lequel le mode de visualisation non iconique est attendu. Nous assistons donc à une rupture entre les deux niveaux scolaires (Perrin-Glorian & Godin, 2018 ; Duroisin *et al.*, 2020). Or, au vu du contenu des prescrits légaux belges francophones, la responsabilité du passage d'un mode à l'autre est laissée à la charge des élèves. Il est demandé aux enseignants du primaire de développer d'abord chez les élèves des connaissances sur les propriétés des objets à une dimension, pour ensuite, de manière assez scindée, travailler sur les formes familières à deux dimensions (*i.e.* carré, rectangle, triangle) sans établir suffisamment de liens entre les configurations à une dimension et celles à deux dimensions (Duroisin, 2015). Une telle organisation de l'apprentissage n'encourage pas le changement de mode de visualisation. Pourtant, ce changement de regard n'est ni aisé ni intuitif. En cela, il nécessite donc de recevoir un accompagnement de la part de l'enseignant (Duval & Godin, 2005 ; Mathé, 2008 ; Bulf & Celi, 2015a).

1.2. Favoriser le développement de la visualisation non iconique : le recours à la déconstruction dimensionnelle par le biais des problèmes de reproduction de figures

Pour qu'un changement de visualisation puisse se mettre en place, il est nécessaire que les apprenants puissent dépasser la prédominance de la perception première au profit d'une analyse visuelle tenant compte des propriétés des figures. L'analyse visuelle permettra ainsi la réorganisation de la figure comme un assemblage d'unités figurales de dimensions égales ou inférieures. Pour cela, il s'agit d'accompagner les apprenants dans le processus de décomposition des formes. Cette analyse peut donc se faire en termes d'assemblage de formes 2D, aussi appelée « vision surfaces », ou en termes de formes de dimensions inférieures (1D et 0D), appelées vision « lignes » et vision « points » (Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2014 ; Perrin-Glorian & Godin, 2018). Dans le deuxième cas, il s'agit du processus de déconstruction dimensionnelle, illustré par la figure 2.

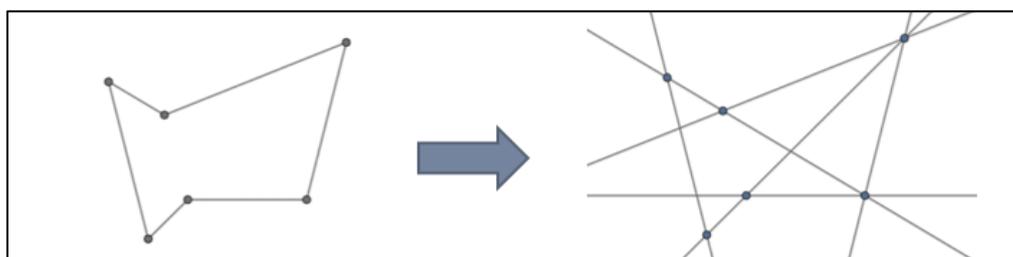


Figure 2 : *Processus de déconstruction dimensionnelle.*

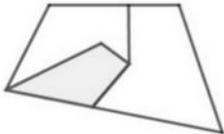
Duval (2005) définit la déconstruction dimensionnelle comme la manière requise de voir en géométrie, qui consiste en la décomposition d'une unité figurale de dimension 2 en un assemblage d'unités figurales de dimension 1 (droites) ou 0 (points). En accompagnant les élèves dans le développement du processus de déconstruction dimensionnelle, c'est-à-dire au prolongement des côtés, ils sont amenés à dépasser la perception première au profit de l'ajout de tracés réorganisateurs. Dès lors, les objets ne seront plus définis par leurs formes mais par l'assemblage d'unités figurales de dimensions inférieures (Duval, 2005 ; Mithalal, 2014). Le passage à la visualisation non iconique sera alors favorisé en développant de tels processus.

Plus concrètement, les problèmes de reproduction de figures, et le cas particulier de restauration de figures, semblent constituer des pistes didactiques permettant de développer le changement de regard chez les élèves (*i.e.* Keskessa, Perrin-Glorian & Delplace, 2007 ; Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2014) même s'ils semblent être souvent sous-estimés (Bulf & Celi, 2015a). Les

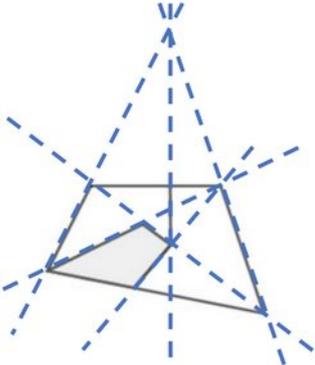
problèmes de reproduction de figures consistent en la réalisation d'une figure à partir de son modèle. Comme l'illustre la figure 3, la restauration de figures est un cas particulier des problèmes de reproduction : il s'agit de réaliser une figure à partir de son modèle et d'une amorce donnée, à savoir ou d'instruments qui permettent de transporter des informations 2D sur la figure, comme des gabarits (Mangiante-Orsola, 2013).

Plusieurs variables didactiques interviennent (*i.e.* instruments, figures à construire) lorsqu'on propose de tels problèmes, et ces choix sont essentiels pour qu'un changement de regard puisse avoir lieu. La plupart de ces variables seront abordées lors de la présentation du dispositif (*cf.* partie 2.1.). S'ils sont bien pensés, ces problèmes peuvent inciter les élèves à faire appel à des processus de résolution impliquant l'ajout de tracés réorganisateurs, la décomposition des formes (et notamment la déconstruction dimensionnelle) et l'exploitation des propriétés de la figure, cela étant possible grâce à l'entrée dans un mode de visualisation non iconique. L'analyse du problème proposé en figure 3 permet d'illustrer cette démarche. En effet, on y observe que l'élève peut s'appuyer sur une observation du modèle pour identifier des propriétés (par exemple les droites passant par les côtés opposés du quadrilatère gris sont sécantes et leurs intersections constituent des sommets du quadrilatère blanc) grâce à la décomposition de la forme. Les propriétés vont ensuite pouvoir être exploitées par l'élève afin que ce dernier effectue la reconstruction exacte de la figure.

Problème :
Complète l'amorce à la règle non graduée et au compas pour restaurer le modèle.

Modèle :  **Amorce :** 

Analyse du problème et de la démarche de résolution :



La perception de la figure comme un assemblage de droites et de points pourrait ici permettre d'identifier des propriétés telles que les propriétés d'alignements. Par exemple, on observe que le prolongement des côtés opposés du quadrilatère gris permet d'obtenir des points d'intersections qui sont les sommets du quadrilatère blanc. L'élève va donc pouvoir s'appuyer sur ces observations pour réaliser la restauration à l'identique. En développant cette méthode de résolution, on pourra considérer qu'il se situera dans le mode non iconique.

Figure 3 : Exemple de problème de restauration de figures.

2. Éléments méthodologiques

2.1. Le dispositif d'enseignement et d'apprentissage : construction et présentation

La recherche collaborative a été menée avec une équipe pédagogique constituée de cinq enseignants titulaires d'une classe de sixième primaire (élèves de 11-12 ans) et d'un enseignant de mathématiques de l'enseignement secondaire inférieur (élèves de 12-15 ans). Ces derniers sont tous issus d'un même établissement⁵ de Fédération Wallonie-Bruxelles (FWB) dont l'indice socio-économique est de 10/20⁶, ce qui correspond à un niveau socio-économique moyen (entre 6 et 13 sur 20). Tous ont au moins 9 années d'expérience dans l'enseignement et ont pour formation initiale un bachelier pédagogique (titre requis en FWB).

La recherche collaborative a été menée pendant cinq périodes de concertation⁷ réparties sur trois mois (une période toutes les deux semaines environ). Cette recherche collaborative a débuté par une première période de prise de contact durant laquelle ont été définis les objectifs visés, étape importante dans le cadre des recherches collaboratives (Morrissette, 2013). Ensuite, une deuxième période a été menée pour que les chercheurs présentent les concepts théoriques et didactiques indispensables (*i.e.* visualisation iconique et non iconique, déconstruction dimensionnelle, ...) aux enseignants afin de les familiariser avec la thématique de la recherche. S'en est suivi un échange sur les pratiques habituelles des enseignants en ce qui concerne le développement de la visualisation de leurs élèves. Enfin, lors des trois dernières périodes, le groupe de travail a élaboré collectivement les différentes séquences d'enseignement et d'apprentissage constituant le dispositif. Pour ce faire, ils ont eu l'occasion d'interagir au sujet des recherches antérieures. Le dispositif construit s'appuie principalement sur l'ingénierie didactique proposée par Duroisin *et al.* (2020) qui elle-même avait été construite sur la base de pistes méthodologiques et didactiques émanant de la littérature (principalement Duval & Godin, 2005 ; Keskessa *et al.*, 2007 ; Mathé, 2008 ; Perrin-Glorian, Mathé & Leclercq, 2013 ; Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2014). À ce stade, aucune observation dans les classes n'a été réalisée. Ces observations interviennent lors de la mise à l'essai du dispositif (*cf.* partie 2.2.).

Constitué de dix périodes de 50 *min*, le dispositif construit est basé sur la succession de six séquences d'enseignement et d'apprentissage. Celui-ci propose une progression d'activités pédagogiques, principalement des problèmes de reproduction de figures, axées sur le développement du processus de déconstruction dimensionnelle. Au travers des différents problèmes proposés, l'enseignant va accompagner les élèves dans le développement des processus de décomposition des formes et spécifiquement de déconstruction dimensionnelle. L'élève sera amené à visualiser des figures afin de pouvoir ensuite les reproduire à l'identique. Pour que ces reproductions puissent se faire efficacement, comme cela a pu être mis en évidence au sein du cadrage théorique (*cf.* partie 1.2.), l'élève va devoir apprendre à dépasser sa perception première en mettant en œuvre des opérations sur les figures, qui rendront possible l'identification des propriétés. Au travers des différents défis et problèmes proposés, l'objectif est ainsi de faire émerger chez les élèves des processus de résolutions qui se rapportent davantage au mode de visualisation non iconique.

⁵ Établissement proposant une section d'enseignement primaire et une section d'enseignement secondaire.

⁶ Indice attribué par l'arrêté du Gouvernement de la FWB du 24 mars 2011.

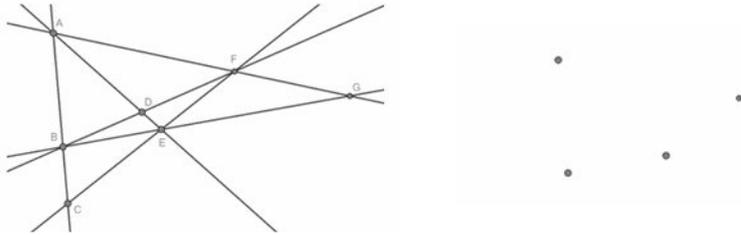
⁷ Périodes au cours desquelles les enseignants d'une même équipe sont amenés à interagir, qui font l'objet d'une obligation légale en Belgique francophone (Décret « organisation » du 13 juillet 1998).

Au sein du dispositif d'enseignement et d'apprentissage, plusieurs points d'attention ont été pris en considération par les enseignants et chercheurs, entre autres en référence aux variables à prendre en compte.

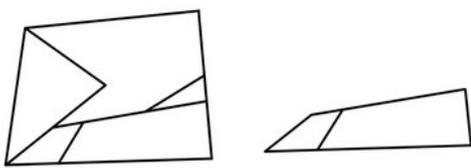
- Les instruments laissés aux élèves lors des problèmes. Offre, Perrin et Verbaere (2006) identifient que les instruments constituent une variable didactique importante puisqu'ils sont porteurs de propriétés géométriques et peuvent permettre d'inverser la prédominance de la perception sur l'analyse géométrique. Comme le suggèrent Duval et Godin (2005), une progression est mise en place au niveau des instruments laissés aux élèves lors des séquences d'enseignement et d'apprentissage, la deuxième séquence y est consacrée. Par ailleurs, au-delà du choix des instruments, certaines séquences (*i.e.* séquence 3) intègrent des règles d'utilisation de ces derniers en proposant, à plusieurs reprises, un système de coût des instruments. Consistant à faire calculer un score aux élèves en fonction des actions entreprises (selon le type d'instrument utilisé ou selon le type de tracé réalisé) et à les inciter à trouver et utiliser une méthode qui soit la moins coûteuse, ce système permet la sollicitation de certaines actions chez l'apprenant et donc l'incitation à certaines techniques de reproduction (Mathé, 2008 ; Perrin-Glorian *et al.*, 2013). Il permet, par exemple, d'éviter que les élèves utilisent des techniques qui impliquent la prise de mesure et qui peuvent être problématiques pour développer un changement de regard. En laissant l'opportunité aux élèves de refaire la reproduction à moindre coût, les enseignants estiment ainsi provoquer chez ces derniers la réflexion sur les stratégies de résolution à utiliser.
- Les figures et les amorces proposées dans les problèmes. Les figures et les amorces sont des variables qu'il est essentiel de prendre en considération dans le choix des problèmes proposés aux apprenants (Perrin-Glorian *et al.*, 2013). Les figures utilisées dans les problèmes de reproduction proposés dans le dispositif sont des figures complexes, qui contiennent différentes propriétés que l'apprenant pourra solliciter pour réaliser les tâches demandées. Les enseignants impliqués dans la recherche ont d'ailleurs choisi d'insister au sein du dispositif sur l'étape d'observation des figures à reproduire, convaincus que certains élèves ne prennent pas suffisamment de temps pour réaliser ces observations. Par ailleurs, pour faire comprendre aux élèves que le recours à la mesure n'est pas une fin en soi, à partir de la séquence 4, il leur est demandé de restaurer une figure en lui faisant subir un agrandissement (*cf.* activité suggérée par Bulf et Celi, 2016).
- La méthodologie avec mise en place de temps d'échange et de verbalisation. Pour Mithalal (2010) mais aussi Celi et Perrin-Glorian (2014), il est essentiel d'inclure des temps d'interactions sociales au sein des activités. Les enseignants étant en accord avec cet avis, ils ont inclus de nombreux temps d'échange entre les élèves tout au long du dispositif (temps de confrontation en sous-groupes, temps de mise en commun collective...). Leur objectif au travers ces temps était de se focaliser sur le développement du langage des élèves avec des incitations à la verbalisation. Il existe d'ailleurs une concomitance entre changement de regard et changement de langage d'après Mathé (2008) et Guille-Biel Winder (2018).
- La différenciation et la place laissée à l'erreur. Lors de la création du dispositif d'enseignement et d'apprentissage, les enseignants ont estimé que des différences de rythme marquées risquaient d'apparaître entre les élèves, certains percevant directement les processus à adopter et d'autres non. Pour combler cela, des activités de dépassement ont été prévues pour les élèves plus rapides. De plus, les enseignants ont souhaité

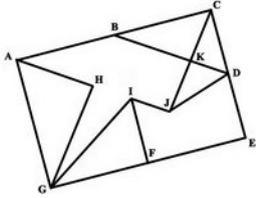
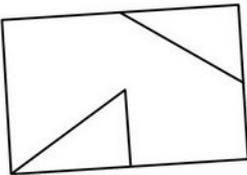
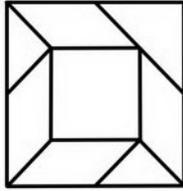
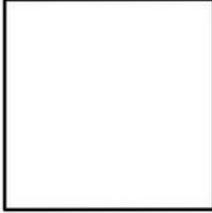
insister sur la place de l'erreur au sein des séquences. L'objectif était de laisser l'opportunité aux élèves les plus en difficulté de pouvoir recommencer une restauration dans de bonnes conditions, c'est-à-dire en laissant disponibles plusieurs amorces.

Le tableau 2 décrit brièvement chacune des séquences du dispositif (contenu, durée et illustrations). Le dispositif complet est accessible en ligne⁸. On y retrouve notamment l'analyse des procédures attendues et les connaissances géométriques développées. Par ailleurs, puisque le dispositif construit prend appui sur des recommandations et activités issues de recherches antérieures, les auteurs renvoient également vers ces recherches pour l'analyse approfondie des problèmes.

Séquence 1	Nom et explicatif	Durée	Contenu
	Faisceaux de traits Restauration de configurations de droites sécantes à partir de points donnés pour développer le repérage d'alignements.	1 séance de 50 min	<ul style="list-style-type: none"> • Activité 1 : défi, • Bilan de l'activité 1, • Activité 2 : exercices de niveaux variés, • Activité de dépassement.
	Exemple illustratif d'une des activités de la séquence		
	<p>Activité 1 - défi : Observe la construction ci-dessous. Tente de la reproduire à l'aide des points qui te sont donnés.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p><i>Problème inspiré de Duroisin et al. (2020).</i></p>		

⁸ Dispositif complet à partir du lien suivant : <https://www.capte.be/wp-content/uploads/2021/03/dispositif-denseignement-apprentissage-Visualisation-spatiale.pdf>

Séquence 2	Nom et explicatif	Durée	Contenu				
	Jouons avec les instruments Initiation à l'utilisation de divers instruments permettant la reproduction d'une figure : gabarit, règle non graduée, règle informable (bande de papier sur lequel on peut inscrire des marques ou des plis pour reporter des longueurs), surface libre (morceau de papier sans bord rectiligne sur lequel on peut tracer des marques), équerre, compas.	2 séances de 50 min	<ul style="list-style-type: none"> • Activité 1 : défi avec gabarits et règle non graduée, • Activité 2 : défi et exercice de dépassement avec règle non graduée et règle informable, • Activité 3 : défi (en collectif puis individuel) avec surface libre et règle non graduée, • Activité 4 : défi et exercice de dépassement avec règle non graduée, règle informable et équerre, • Activité 5 : défi et exercice de dépassement avec règle non graduée et compas, • Bilan des activités. 				
	Exemple illustratif d'une des activités de la séquence						
	Activité 2 - défi : Voici une construction, reproduis-la avec uniquement la règle non graduée et la règle informable. La construction a déjà été entamée. <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p style="text-align: center;"><i>Problème inspiré de Duval et Godin (2005).</i></p>						
Séquence 3	Nom et explicatif	Durée	Contenu				
	Notions d'alignement, droite et point Situations de restauration de figure complexe à l'identique.	2 séances de 50 min	<ul style="list-style-type: none"> • Activité 1 : défi et exercice, • Activité 2 : défi et exercice, • Bilan des activités. 				
	Exemple illustratif d'une des activités de la séquence						
	Activité 1 - défi : Regarde la figure de départ. Que peux-tu en dire ? Reproduis la figure à l'aide d'une règle non graduée, d'une règle informable et d'un compas. Trace une barre dans le tableau situé ci-dessous dès que tu traces une droite dans l'espace de reproduction ou dès que tu y reportes une longueur. À la fin de ta construction, calcule le coût de celle-ci : tracer une droite dans l'espace de reproduction coûte 1 point et reporter une longueur coûte 5 points. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start; margin: 10px 0;"> <div style="text-align: center;">  </div> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px;">J'ai tracé une droite dans l'espace de reproduction</td> <td style="width: 40px; height: 20px;"></td> <td rowspan="2" style="padding: 2px;">Total :</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">J'ai reporté une longueur (compas ou règle informable)</td> <td style="width: 40px; height: 20px;"></td> </tr> </table> </div> <p style="text-align: center;">Essaie à présent de la restaurer à moindre coût !</p> <p style="text-align: center;"><i>Problème inspiré de Keskessa et al. (2007).</i></p>			J'ai tracé une droite dans l'espace de reproduction		Total :	J'ai reporté une longueur (compas ou règle informable)
J'ai tracé une droite dans l'espace de reproduction		Total :					
J'ai reporté une longueur (compas ou règle informable)							

Séquence 4	Nom et explicatif	Durée	Contenu					
	Travail de restauration de figures Situations de restauration de figures complexes à l'identique ou non.	1 séance de 50 min	<ul style="list-style-type: none"> • Activité 1 : défi (restauration à l'identique), • Activité 2 : défi (restauration avec agrandissement), • Bilan des activités, • Exercice de dépassement. 					
	Exemple illustratif d'une des activités de la séquence							
<p>Activité 2 - défi : Observe bien cette figure complexe. Quels points te paraissent alignés ? Vérifie-le avec ta règle. Reproduis la figure pour qu'elle soit semblable à la figure de départ. Ensuite, calcule le coût de ta production. Tracer une droite dans l'espace de reproduction coûte 1 point et reporter une longueur coûte 3 points. Pour rappel, tracer des droites dans le modèle ne te coûte rien !</p>								
<div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 1;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">J'ai tracé une droite dans l'espace de reproduction</td> <td style="width: 30px; height: 20px;"></td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;">Total :</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">J'ai reporté une longueur (compas ou règle informable)</td> <td style="width: 30px; height: 20px;"></td> </tr> </table> <p style="font-size: small; margin-top: 5px;">Essaie de diminuer le coût de ta restauration !</p> </div> </div>				J'ai tracé une droite dans l'espace de reproduction		Total :	J'ai reporté une longueur (compas ou règle informable)	
J'ai tracé une droite dans l'espace de reproduction		Total :						
J'ai reporté une longueur (compas ou règle informable)								
<i>Problème inspiré de Duroisin et al. (2020).</i>								
Séquence 5	Nom et explicatif	Durée	Contenu					
	Observer, repérer, reporter, tracer pour restaurer Situations de restauration de figures construites à partir d'une trame quadrillée avec utilisation des alignements et des milieux.	2 séances de 50 min	<ul style="list-style-type: none"> • Activité 1 : défi, • Activité 2 : suite du défi, • Bilan des activités, • Exercices de dépassement. 					
	Exemple illustratif d'une des activités de la séquence							
<p>Activité 1 - défi : Reproduis la figure dans le grand carré à l'aide de ton équerre (ligne de perpendicularité⁹) et d'une règle non graduée.</p>								
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>								
<i>Problème inspiré de Keskesa et al. (2007) et de Barrier et al. (2014).</i>								

⁹ Terminologie utilisée par les enseignants impliqués dans la recherche.

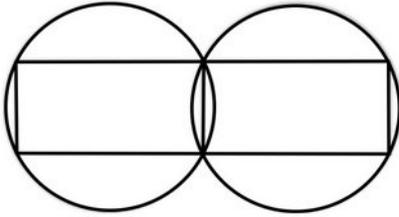
Séquence 6	Nom et explicatif	Durée	Contenu
	Je trace des cercles / Restaurer et construire des figures Situations de reproduction de figures contenant des cercles ou arcs de cercles.	2 séances de 50 min	<ul style="list-style-type: none"> • Activité 1 : défi, • Activité 2 : bilan sur le tracé de cercles, • Activités de dépassement, • Activité artistique.
	Exemple illustratif d'une des activités de la séquence		
Activité 1 - défi : Poursuis le tracé de cette figure à l'aide du compas, de la règle non graduée et de la règle informable. <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p style="text-align: center;"><i>Problème inspiré de Duroisin et al. (2020).</i></p>			

Tableau 2 : Description des séquences du dispositif d'enseignement et d'apprentissage.

2.2. Validation du dispositif d'enseignement et d'apprentissage : démarche, échantillon et instruments

L'hypothèse posée est que le dispositif permet aux élèves de sixième primaire d'entrer progressivement dans une visualisation de type non iconique. Pour vérifier cette dernière, un plan quasi-expérimental à observations pré- et post-expérimentales, assorti d'un groupe de contrôle, a été mis en place.

L'échantillon est constitué des cinq classes de sixième année primaire dont les enseignants qui prennent part à cette recherche collaborative sont titulaires. Ces classes sont réparties dans les deux groupes : trois forment le groupe expérimental et deux forment le groupe contrôle. Au total, 115 élèves prennent part à l'expérimentation ($N = 71$ pour le groupe expérimental et $N = 44$ pour le groupe contrôle). Suite à l'absence de certains élèves lors de l'expérimentation, le nombre d'élèves est diminué de 8 pour le groupe expérimental et de 3 pour le groupe contrôle. Le tableau 3 présente la répartition et la taille des deux groupes.

Groupes	Classes	Nombres d'apprenants total / conservé	
Groupe expérimental	Classe 1	22 / 20	71 / 63
	Classe 2	24 / 23	
	Classe 3	25 / 20	
Groupe contrôle	Classe 4	22 / 22	44 / 41
	Classe 5	22 / 19	

Tableau 3 : Description de l'échantillon.

Dans un premier temps, chacun des sujets participe individuellement à la passation de l'épreuve pré-expérimentale présentée par après. Les enseignants titulaires sont chargés d'organiser cette passation au sein de leur classe en prenant appui sur un guide de passation commun permettant

d'assurer une homogénéisation des passations entre les classes.

Dans un deuxième temps, les élèves appartenant au groupe expérimental vont prendre part au dispositif d'enseignement et d'apprentissage dont l'enseignement est pris en charge par l'enseignant titulaire. Ce dispositif est proposé sur deux mois à raison d'environ deux périodes de 50 *min* par semaine. Pour que la passation du traitement expérimental soit similaire dans les classes formant le groupe expérimental, il est demandé aux enseignants de suivre la méthodologie prévue. Le dispositif testé a pu être observé par l'équipe de recherche dans son entièreté dans une des trois classes et en partie dans les autres. Alors que les classes du groupe expérimental suivent le dispositif présenté, les classes issues du groupe contrôle continuent, quant à elles, leur cursus habituel. Durant cette période, ces deux classes ont, en géométrie, abordé le thème des triangles et quadrilatères ainsi que le thème des cercles. Néanmoins, aucune activité ayant été proposée n'est similaire à celles présentées dans le dispositif du groupe expérimental. Les enseignants se sont appuyés sur les activités qu'ils proposaient aux élèves les années précédentes et qui n'avaient pas été construites dans une optique de développement de la visualisation non iconique (ces derniers ont d'ailleurs précisé ne pas connaître ces concepts didactiques avant la participation à cette recherche collaborative). Les chercheurs ont pu s'en assurer en prenant connaissance de ces activités.

Enfin, dans un troisième temps, tous les élèves, quel que soit leur groupe, ont ensuite passé l'épreuve post-expérimentale, et ce dans des conditions similaires à celles de l'épreuve pré-expérimentale.

Afin de pouvoir évaluer l'évolution des performances des apprenants sans contamination de la première épreuve sur la seconde, les épreuves pré- et post-expérimentales prévues ont été construites en prenant appui sur les épreuves élaborées par Duroisin *et al.* (2020) dont la visée était identique et dont le parallélisme¹⁰ a été vérifié. Elles proposaient des problèmes tirés des épreuves certificatives externes belges des années antérieures mais également de problèmes proposés dans la littérature sur le sujet (Duval & Godin, 2005 ; Keskessa *et al.*, 2007)¹¹. Ces épreuves, de type « papier-crayon », sont composées au total de dix problèmes, dont deux parasites non-exploités dans l'analyse des résultats. La figure 4 illustre des exemples de problèmes proposés au sein de l'épreuve post-expérimentale. En vue de neutraliser d'éventuels biais, une vérification a été réalisée auprès des enseignants afin de s'assurer qu'aucun des problèmes proposés dans les deux épreuves n'avaient déjà été soumis aux élèves dans le cadre de précédentes activités.

Pour résoudre les problèmes des épreuves, les élèves peuvent utiliser des tracés réorganisateur absents de la figure initiale. Il leur est d'ailleurs explicitement demandé de ne pas effacer les tracés utilisés. Les problèmes proposés ont donc été pensés de sorte que l'ajout de tracés puissent permettre de réaliser la tâche. Par exemple, dans le problème de droite de la figure 4, on observe que pour pouvoir reconstruire la figure à l'identique, il est nécessaire de déterminer la position du centre du cercle, ce qui peut passer par l'ajout de tracés tels que les diagonales ou les médianes du carré pour exploiter les propriétés de ces nouveaux tracés (par exemple le centre est le point d'intersection des médianes, des diagonales, mais est aussi leur milieu). Si l'élève met en place une telle démarche de résolution, il est possible de statuer qu'il se situe dans un mode de visualisation non iconique. À l'inverse, l'élève peut également ne pas faire appel à des tracés

¹⁰ Calcul de la consistance interne entre les items des épreuves ($\alpha_{prétest} = 0.858$; $\alpha_{posttest} = 0.857$).

¹¹ Certains problèmes des épreuves, illustrés notamment au sein de la figure 4 ou du tableau 6, sont issus de ces sources.

réorganisateurs et à des propriétés mais plutôt prendre appui sur d'autres techniques. Il peut par exemple réaliser la reproduction en se basant sur la forme générale de la figure, sans en exploiter les propriétés. Il reproduit alors la figure de sorte à ce que la forme ressemble à la forme initiale. Il peut aussi réaliser la reproduction en prenant appui sur des report d'angles et de mesures, toujours sans exploiter les propriétés. Dans ces cas de figure, on peut considérer qu'il se situera dans un mode de visualisation iconique.

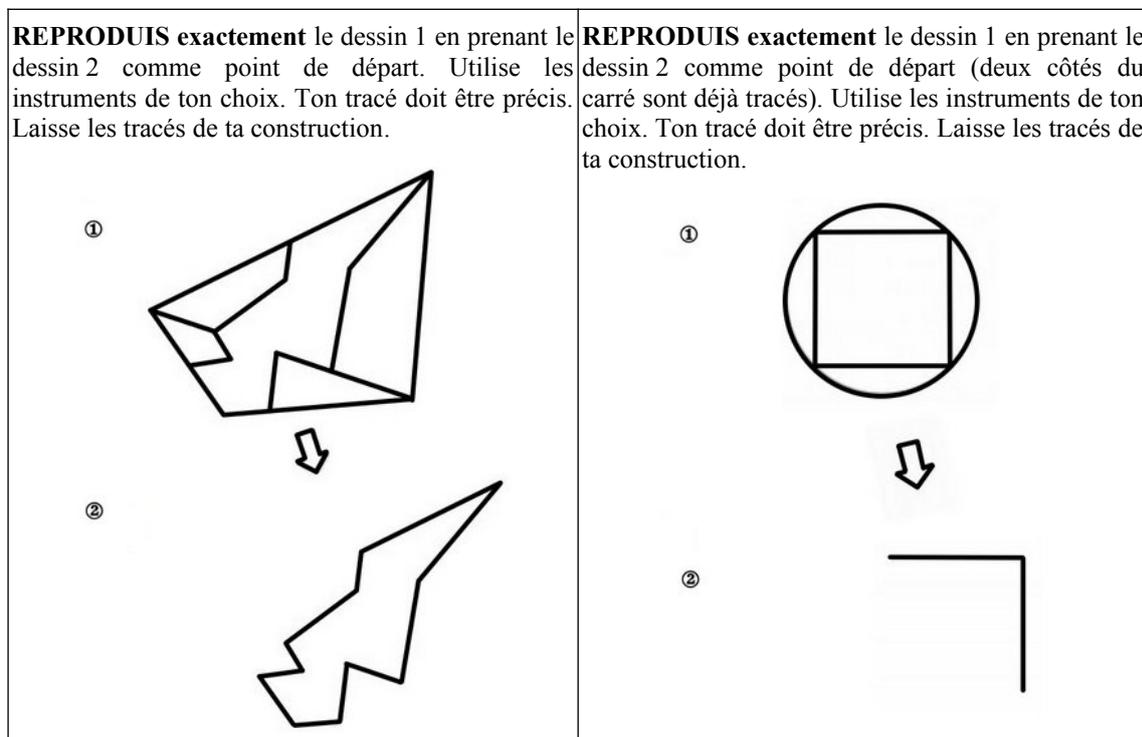


Figure 4 : Exemples de problèmes présents dans l'épreuve post-expérimentale.

C'est donc l'analyse de la méthode utilisée pour résoudre les problèmes, et principalement la présence de tracés sur le modèle et sur l'amorce, qui permet de prédire le mode de visualisation dans lequel se situe l'élève lors de la résolution. En effet, la présence des tracés permet d'identifier que l'élève repère et exploite des relations et propriétés au sein de la figure, ce qui permet de le situer dans le mode de visualisation non-iconique. C'est donc l'ajout et l'utilisation de ces tracés qui est ici utilisé pour permettre de prédire le développement de la visualisation non iconique chez les élèves. Rappelons que l'acquisition de ce processus ne va pas de soi et nécessite un apprentissage, d'où l'intérêt de la mise en place du dispositif d'enseignement et d'apprentissage et de sa validation.

Dès lors, plusieurs critères sont observés dans la technique de résolution réalisées par chaque élève et permettent ainsi de calculer des scores. Au total, sept critères, présentés dans le tableau 4, sont vérifiés dans les résolutions de chacun des problèmes. La vérification de ces critères sur les productions des élèves permettra, *in fine*, de mettre en évidence que l'élève se situe dans un mode de visualisation non iconique.

1	La figure construite est totalement correcte (autrement dit, elle correspond totalement à la figure modèle).
2	La figure construite est partiellement correcte (autrement dit, elle correspond au moins en partie à la figure modèle).
3	L'élève a tracé sur le modèle.
4	L'élève fait apparaître quelques tracés réorganisateur utiles (c'est-à-dire qui font apparaître des propriétés intéressantes pour réaliser la construction) sur le modèle.
5	L'élève fait apparaître quelques tracés réorganisateur utiles sur l'amorce.
6	L'élève fait apparaître tous les tracés réorganisateur utiles sur le modèle.
7	L'élève fait apparaître tous les tracés réorganisateur utiles sur l'amorce.

Tableau 4 : Critères utilisés pour le calcul des scores.

En attribuant un point par critère validé, un score sur 7 par problème et donc un score sur 56 par épreuve sont attribués à chaque élève. Plus le score est élevé, plus l'élève a utilisé dans les problèmes les tracés réorganisateur utiles pour résoudre les problèmes, et donc plus on peut suspecter qu'il s'inscrit dans un mode de visualisation non iconique. Des statistiques descriptives et inférentielles sont alors menées sur les scores mais aussi sur les gains relatifs¹² calculés entre les deux épreuves pour pouvoir statuer sur l'évolution du niveau de développement de la visualisation. De plus, l'analyse de productions courantes d'élèves vient compléter les résultats quantitatifs obtenus. Finalement, à l'issue de l'expérimentation sur le terrain, une dernière séance de concertation collective a été proposée à l'ensemble des enseignants et chercheurs impliqués dans la recherche pour mener une réflexion *a posteriori* sur le dispositif testé dans trois des classes. L'avis des enseignants vient ainsi enrichir la validation menée.

3. Présentation des résultats

3.1. Scores aux épreuves : statistiques descriptives, statistiques inférentielles et analyse de productions

Le tableau 5 présente les scores globaux moyens obtenus par chaque groupe au cours des deux épreuves ainsi que les gains relatifs moyens de chacun d'entre eux. On peut y observer que le score brut moyen au prétest est faible dans les deux groupes (groupe expérimental : 14,44 ; groupe contrôle : 11,51) puisqu'il n'excède pas la note de 15 sur 56. Par ailleurs, les écarts-types obtenus permettent de souligner que les scores des individus sont moins dispersés dans le groupe contrôle ($\sigma=3,51$) que dans le groupe expérimental ($\sigma=5,95$).

¹² Selon d'Hainaut (1975, cité par Duroisin, Temperman & De Lièvre, 2011), la formule suivante peut être utilisée pour calculer les gains relatifs : $\frac{\text{Score posttest} - \text{Score prétest}}{\text{Score maximum} - \text{Score prétest}} \times 100$. Néanmoins, Temperman (2013) souligne que le calcul des gains relatifs n'est possible que lorsque le score au posttest est supérieur ou égal à celui du prétest. Dans le cas contraire, il est question de parler de « perte relative ».

	Scores moyens au prétest		Scores moyens au posttest		Test T de Wilcoxon	Gains relatifs	
	<i>m</i> (sur 56)	σ	<i>m</i> (sur 56)	σ		<i>m</i> (en %)	σ
Groupe expérimental (<i>N</i> =63)	14,44	5,95	27,16	9,48	<i>W</i> = 7500 ----- <i>p</i> - <i>value</i> < 0,001	31	0,20
Groupe contrôle (<i>N</i> =41)	11,51	3,51	14,49	3,96	<i>W</i> = 89 000 ----- <i>p</i> - <i>value</i> < 0,001	4	0,13
Test U de Mann-Whitney	<i>W</i> = 927,5		<i>W</i> = 271,15				
	<i>p</i> - <i>value</i> = 0,015		<i>p</i> - <i>value</i> < 0,001				

Tableau 5 : Scores moyens aux deux épreuves et gains relatifs.

Au posttest, on observe que le score moyen de chacun des groupes s'est amélioré par rapport au score moyen obtenu à la première épreuve. Néanmoins, l'évolution apparaît nettement plus marquée au sein du groupe expérimental puisque le score moyen passe à 27,16/56. On obtient d'ailleurs un gain absolu d'environ 13 unités entre les scores moyens pour le groupe expérimental alors qu'il atteint une valeur d'environ 3 unités dans le groupe contrôle puisque le score moyen de ce groupe au posttest est de 14,49/56. Toutefois, les scores au posttest apparaissent aussi plus dispersés au sein du groupe expérimental ($\sigma=9,48$ contre $\sigma=3,96$ pour le groupe contrôle). Il semble donc possible de souligner que les scores du groupe contrôle se sont améliorés de manière relativement faible alors que ceux du groupe expérimental ont quant à eux évolué de manière plus importante. Cela est confirmé par la valeur des gains relatifs moyens qui apparaît positive dans les deux cas mais nettement plus positive au sein du groupe expérimental (31 % contre 4 % pour le groupe contrôle). Néanmoins, au vu de l'indice de dispersion élevé pour les notes du groupe expérimental au posttest, nous pouvons souligner que l'ampleur de cette évolution varie d'un élève à l'autre.

Différents tests de statistiques inférentielles ont été appliqués sur les données obtenues (tableau 5). D'abord, un test non-paramétrique U de Mann-Whitney (à deux issues) a été réalisé sur les données à partir des scores bruts du prétest afin d'identifier si la distribution des résultats au prétest est identique dans les deux groupes. Une différence statistiquement significative est observée entre les deux groupes (*p* - *value* = 0,015) et permet de confirmer le caractère non-homogène des groupes au départ de l'expérience, ce qui oblige à rester prudent quant aux analyses réalisées. Une démarche similaire est réalisée sur les résultats du posttest. Un test U de Mann-Whitney a de nouveau été utilisé (cette fois à une issue). La *p* - *value* obtenue est inférieure à 0,001, ce qui signifie que des différences statistiquement significatives existent entre les résultats des deux groupes à cette seconde épreuve. Par ailleurs, la *p* - *value* obtenue est nettement inférieure à celle obtenue sur les résultats du prétest. Dès lors, les différences entre les deux groupes semblent s'être amplifiées après qu'ils ont suivi le dispositif d'enseignement et d'apprentissage, ce qui correspond aux résultats attendus. Un test de Wilcoxon (à une issue) a ensuite été utilisé sur les résultats du groupe expérimental afin de voir s'il est possible de souligner des différences statistiquement significatives entre les deux épreuves et ainsi pouvoir parler d'une évolution significative des scores. Il en ressort qu'une amélioration statistiquement significative (*p* - *value* < 0,001) est constatée entre les résultats au prétest et ceux au posttest.

La figure 5 permet de se représenter visuellement l'évolution individuelle des scores obtenus au

sein de chaque groupe. Elle permet de confirmer qu'au sein du groupe expérimental, si une évolution positive des scores est constatée chez la quasi-totalité des apprenants (un apprenant a diminué son score et un autre a conservé le même score), celle-ci est variable puisque certains apprenants ont une augmentation des scores très élevée (*i.e.* passage de 15/56 au prétest à 47/56 au posttest) alors que d'autres obtiennent une augmentation faible de leur score (*i.e.* passage de 13/56 au prétest à 16/56 au posttest). On observe aussi qu'à l'épreuve pré-expérimentale, les scores étaient aussi assez variables entre les sujets bien que nettement plus faibles que lors de la deuxième épreuve. Au sein du groupe contrôle, on observe des différences moins marquées entre les deux épreuves. Si plus de la moitié des sujets (29 sur 41) ont vu leur score légèrement augmenter entre les deux épreuves (*i.e.* passage de 15/56 au prétest à 19/56 au posttest), certains apprenants (8 sur 41) ont toutefois diminué leur score (*i.e.* passage de 15/56 au prétest à 11/56 au posttest). D'autres (4 sur 41) n'ont pas modifié leur score (*i.e.* passage de 11/56 au prétest à 11/56 au posttest).

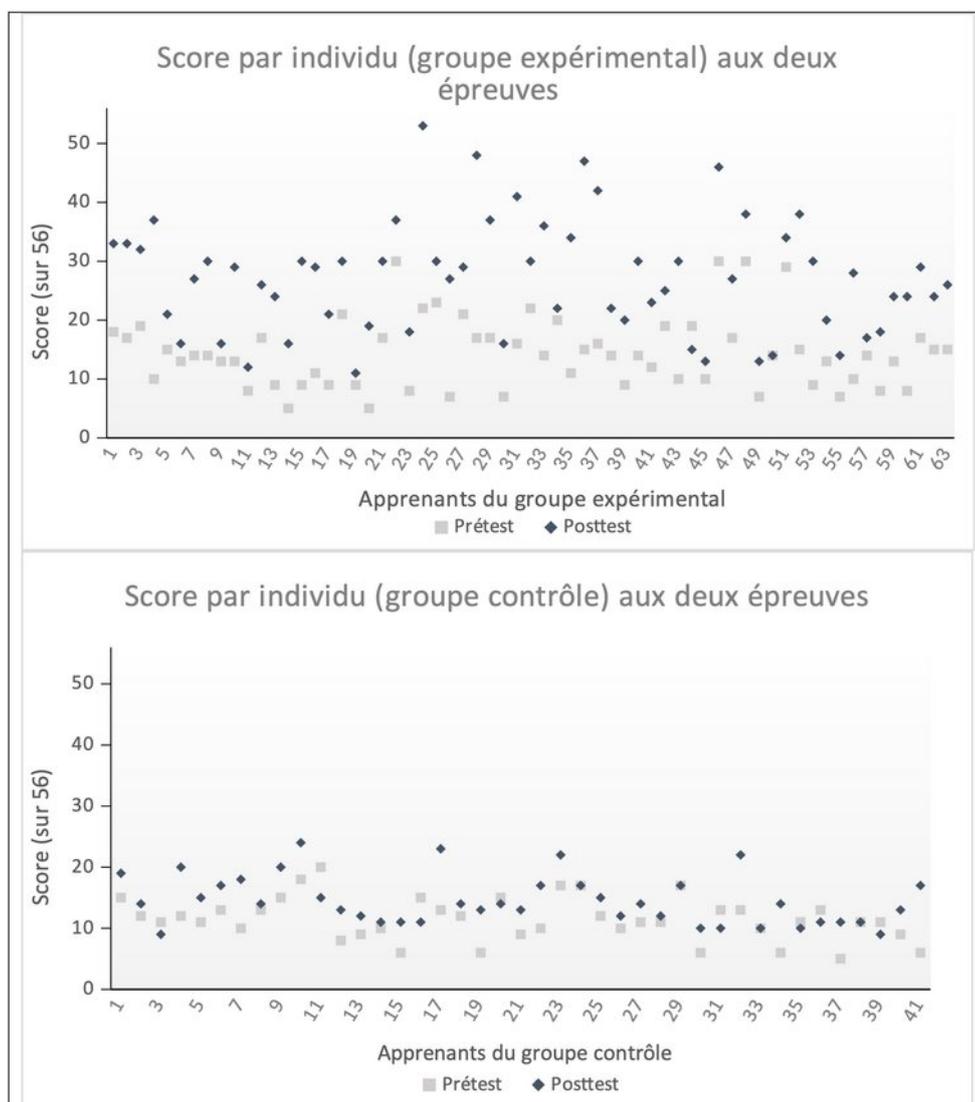
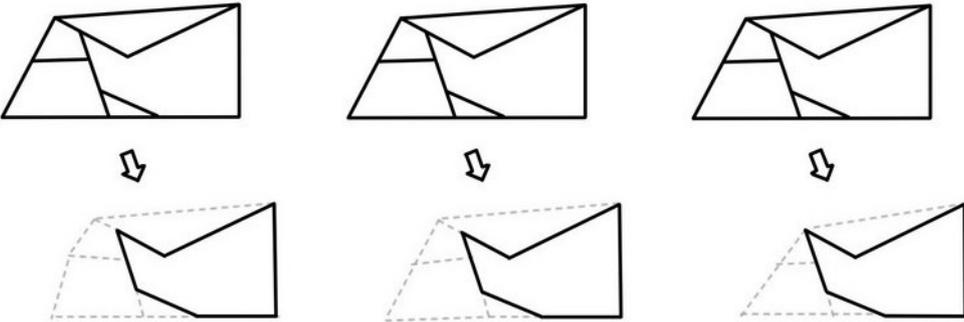
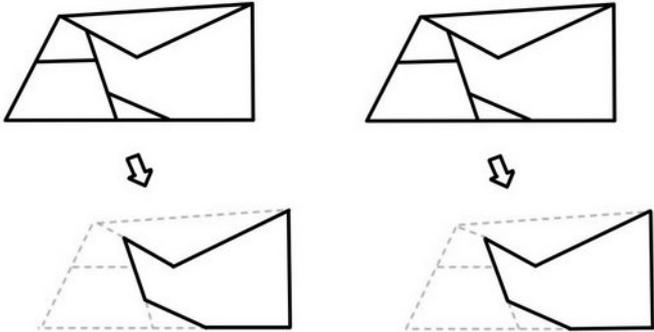


Figure 5 : Scores individuels des sujets des deux groupes aux deux épreuves.

De manière plus concrète, le tableau 6, présentant les productions courantes d'élèves du groupe expérimental, permet de mettre en évidence certains changements dans l'évolution des

techniques de résolution mises en place par les élèves ayant suivi le dispositif. Pour résoudre le problème demandé, les élèves devaient restaurer une figure imposée au départ d'une amorce. Pour cela, ils pouvaient mettre en évidence des tracés réorganisateurs sur le modèle permettant notamment d'identifier des alignements, pour ensuite réaliser la restauration en s'appuyant sur les tracés mis en évidence. La vérification des différents critères (tableau 4) sur la production des élèves permet ainsi de statuer sur le niveau de développement de la visualisation non iconique.

Prétest	<p>La plupart des élèves ont obtenu le score de 1/7 puisqu'ils ont restauré correctement une partie seulement de la figure initiale (critère 2 validé) et ce sans utiliser de tracés réorganisateurs ni sur le modèle ni sur l'amorce. Les raisons principales de l'échec au problème sont le non-respect d'un ou de plusieurs alignements, et/ou le manque de certains segments. Les élèves semblent donc s'être appuyés sur un mode iconique en essayant de reproduire une figure ressemblant à la forme de départ, sans exploiter les propriétés d'alignements qu'elle contient. <u>Exemples :</u></p>  <p>La plupart des autres élèves ont obtenu un score de 2/7. Ils ont restauré correctement l'ensemble de la figure (critères 1 et 2 validés), toujours sans utiliser de tracés réorganisateurs ni sur le modèle ni sur l'amorce. Ils semblent plutôt avoir privilégié des techniques de report de longueurs, de report d'angles ou de report d'orientation en déplaçant la latte. <u>Exemples :</u></p> 
Posttest	<p>La quasi-totalité des élèves ont reconstruit correctement la figure entièrement (critères 1 et 2 validés).</p> <p>Pour y arriver, la plupart d'entre eux ont utilisé uniquement l'ensemble des tracés réorganisateurs utiles sur l'amorce (1) (critères 5 et 7 validés). Certains ont également exploité des tracés qu'ils ont ajoutés sur le modèle en plus de le faire sur l'amorce (critères 3, 4, 5, 6 et 7 validés), et ont même parfois utilisés, en plus de tous les tracés utiles, d'autres tracés qui n'étaient pas indispensables pour réussir la reproduction (2). D'autres ne se sont tenus qu'au tracé d'une partie des tracés réorganisateurs utiles sur le modèle et/ou sur l'amorce (3) (critères 3, 4 et/ou 5 validés). Le score de ces apprenants varie donc entre 3/7 et 7/7. <u>Exemples :</u></p>

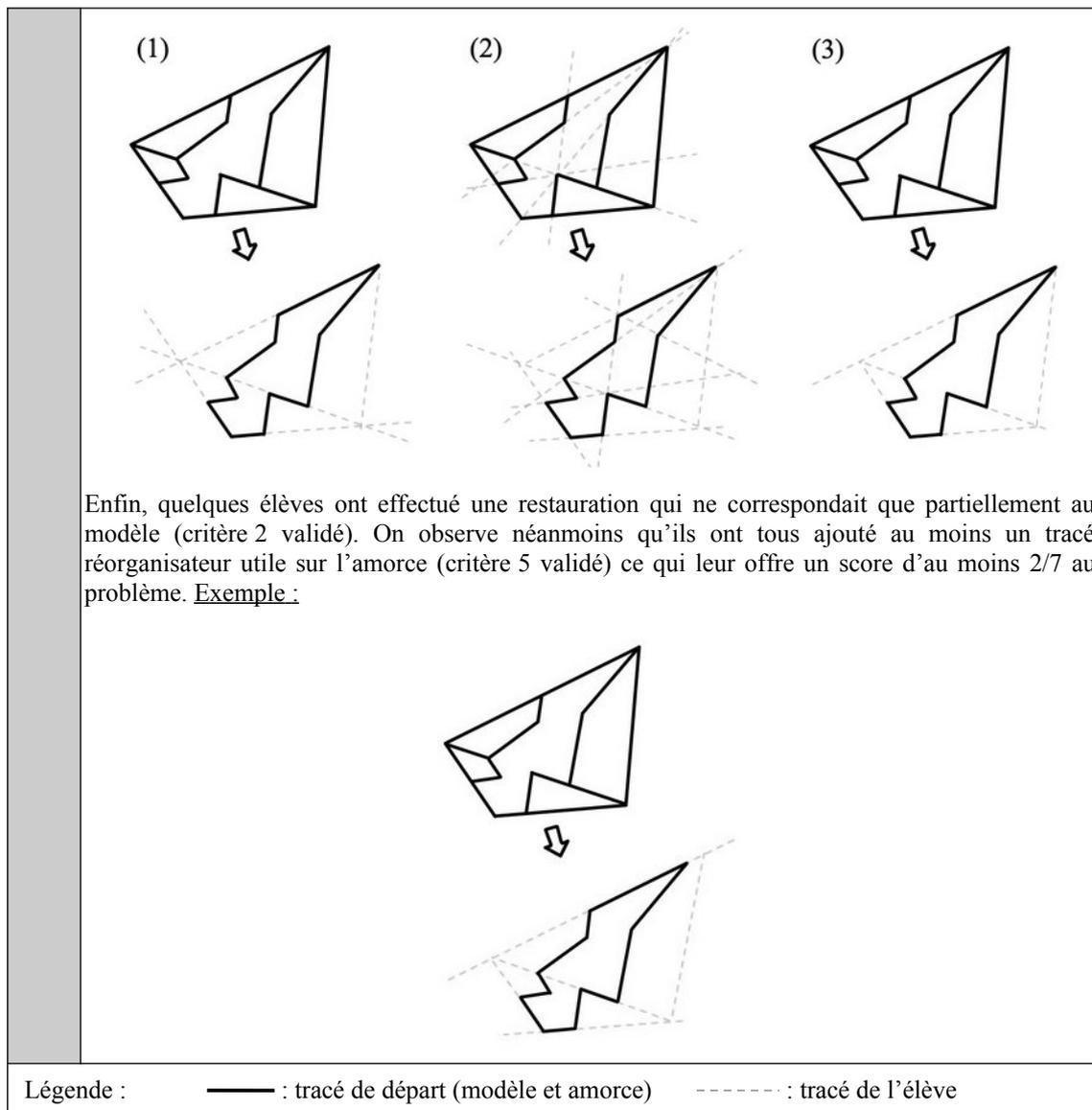


Tableau 6 : Observations et exemples de productions d'élèves du groupe expérimental.

De l'analyse des productions du groupe expérimental, il ressort que les élèves qui ont suivi le dispositif semblent davantage utiliser des tracés réorganisateur pour résoudre les problèmes donnés, ce qui n'était pas le cas chez les mêmes élèves au prétest. On observe d'ailleurs davantage d'erreurs liées au non-respect des alignements dans la première épreuve, ce qui laisse supposer que les élèves ne se sont pas appuyés sur ces propriétés de ce type pour la résolution des problèmes. Néanmoins, même après le suivi du dispositif, on observe, comme l'illustrent les productions du tableau 6, que de nombreux élèves n'ont toujours pas le réflexe d'ajouter des tracés sur le modèle à reproduire. Le graphique présenté en figure 6 permet de quantifier les différents constats mis en évidence pour cette question des épreuves expérimentales en présentant le pourcentage d'élèves du groupe expérimental ayant validé chaque critère. Lors du prétest, il semble que quasiment aucun des élèves n'a ajouté de tracé réorganisateur que ce soit sur le modèle ou sur l'amorce (maximum 2 % des élèves). Pour ce qui est des résultats au posttest, il semble que le pourcentage d'élèves ayant ajouté des tracés réorganisateur sur l'amorce est très important (86 %) alors que les élèves qui ont tracé sur le modèle sont plus rares (14 %). Au niveau de la correspondance totale entre la construction avec le modèle (critère 1),

soulignons que le score a plus que doublé entre le prétest et le posttest au sein du groupe expérimental. Au posttest, il atteint 89 % alors qu'il valait 40 % au prétest. L'utilisation d'une méthode incluant l'exploitation des tracés réorganisateur semble donc favoriser la mise en place d'une construction correspondant à la figure de départ et éviter certaines erreurs comme celles liées au non-respect des alignements. Cela permet d'affirmer que les élèves du groupe expérimental ont commencé à développer des nouveaux procédés de résolution des problèmes et, au travers de ces nouveaux procédés, le mode de visualisation non iconique.

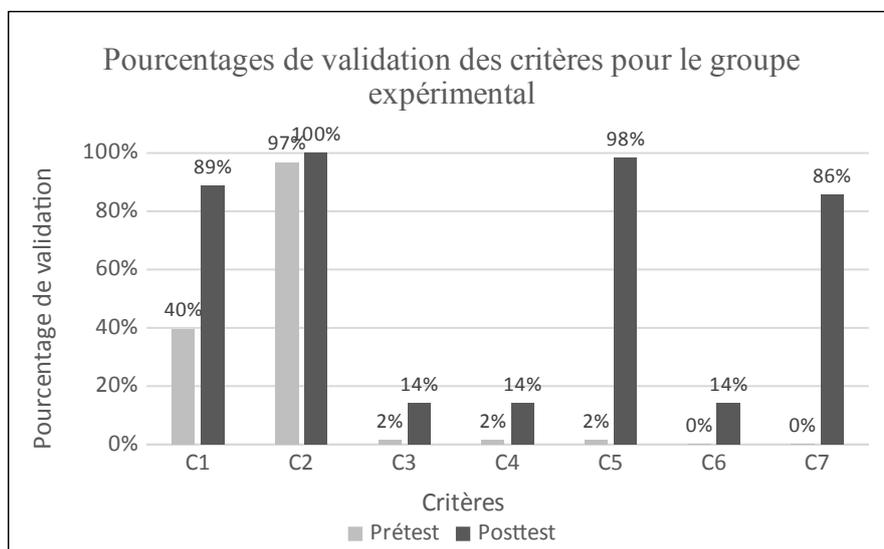


Figure 6 : Pourcentages de validation des critères aux problèmes présentés au sein du tableau 6 pour le groupe expérimental.

3.2. Avis des enseignants testeurs *a posteriori*

Au travers du temps d'échange collectif mené avec l'ensemble des enseignants impliqués dans cette recherche, les trois enseignants ayant eu l'occasion d'utiliser le dispositif en classe ont pu mettre en évidence plusieurs points forts à l'égard de ce dernier mais également quelques points faibles et limites.

D'abord, les enseignants affirment qu'au cours des premières séquences, les élèves semblaient se situer dans un mode de visualisation iconique. Avec l'avancement dans le dispositif, les enseignants observaient en effet des changements dans les méthodes de résolution utilisées par les élèves (et décrites par ces derniers lors des temps collectifs), celles-ci semblant être plus adéquates par rapport aux finalités de la discipline. Néanmoins, certains élèves avaient plus de difficultés que d'autres pour dépasser leurs « mauvais » réflexes. Ils restaient, par exemple, convaincus que leurs tracés étaient corrects alors que ces derniers n'étaient justifiés que par des constats perceptifs. Ils précisent en effet que lors des premières séquences du dispositif, de nombreux élèves utilisaient la simple perception visuelle comme argument de résolution (*i.e.* « Je dois tracer comme ça, ça se voit... ») mais l'utilisation de tels arguments s'amenuisait avec l'avancement du dispositif. Les différences de rythme suspectées lors de l'élaboration du dispositif ont donc bel et bien été rencontrées. En outre, une difficulté des élèves à ajouter des tracés sur les modèles à reproduire est également relevée par les enseignants. Ils l'expliquent par le fait que les apprenants ont tendance à négliger le temps d'observation préalable de la figure modèle, permettant d'entamer une réflexion sur la démarche de résolution à mettre en œuvre. Mangiante et Soloch (2015) relèvent que les élèves n'ont pas l'habitude de rechercher des

informations sur le modèle et d'y effectuer des tracés.

D'après les enseignants, même si des activités telles que celles présentes dans le dispositif ne sont pas explicitement recommandées au sein du curriculum prescrit de Fédération Wallonie-Bruxelles, celles-ci sont l'occasion de faire des liens avec de nombreux concepts et apprentissages que le curriculum prescrit leur demande de développer chez les élèves (*i.e.* utilisation des instruments, maîtrise des concepts relatifs aux figures et à leur propriétés, développement du vocabulaire géométrique, développement d'une logique de preuve et de démarche justifiée géométriquement...). Cela semble confirmer les propos de Godin et Perrin-Glorian (2008, p. 2) qui précisent que les problèmes de reproduction permettent « *de construire les connaissances attendues à l'école élémentaire mais aussi un rapport à la géométrie et à l'usage des instruments plus conforme à ce qui est attendu en secondaire* ».

Les enseignants précisent aussi qu'un des intérêts des activités proposées est qu'elles permettent aux élèves de développer divers éléments transversaux tels que le langage, la réflexivité dans la résolution de problèmes et la métacognition. En effet, à de nombreuses reprises, les élèves sont invités à expliquer leur démarche de résolution lors des mises en commun ou temps de confrontation. Un réel travail est réalisé avec les élèves pour que ces derniers s'expriment de manière compréhensible en utilisant un vocabulaire adéquat. Cette attention particulière accordée à la verbalisation semble être relevée par Pierrard (2004) mais aussi par Mathé, Barrier et Perrin-Glorian (2020) comme nécessaire dans les activités géométriques exploitées lors de l'enseignement primaire.

Les différents arguments repris ci-dessus et énoncés par les enseignants démontrent que, selon eux, le dispositif favorise la transition vers l'enseignement secondaire. Satisfaits du dispositif expérimenté au sein de leur classe, ils indiquent vouloir l'exploiter à nouveau ultérieurement.

Parallèlement à ces arguments, les enseignants relèvent que déployer ce dispositif sur une période courte, comme cela a été le cas dans le cadre de l'expérimentation, n'est pas l'idéal. Ils conseillent aux futurs utilisateurs de le réaliser sur une plus longue durée. Ils citent, par exemple, la possibilité de réaliser une séquence par mois. En effet, il semble que pour certains élèves, d'après les échos qui ont été récoltés par les enseignants, réaliser toutes ces séquences consécutivement est apparu parfois rébarbatif.

En outre, les enseignants relèvent qu'un accompagnement des enseignants utilisateurs du dispositif d'enseignement et d'apprentissage construit apparaît important, notamment parce que nécessaire pour la compréhension de ses finalités et des choix didactiques qui y ont été réalisés. Les enseignants estiment qu'il aurait été plus difficile pour eux d'enseigner le dispositif s'ils n'avaient pas reçu un accompagnement au travers de la recherche collaborative. De plus, ils mentionnent qu'une des difficultés rencontrées réside dans le fait que l'acquisition des notions-clés nécessite un temps conséquent de familiarisation pour l'enseignant. En effet, il leur paraît évident qu'avant de l'enseigner en classe, les futurs utilisateurs doivent eux-mêmes réaliser les activités, comprendre leurs subtilités didactiques et maîtriser leur contenu, ce qui n'est pas évident puisqu'ils n'ont pas l'habitude de mener ce genre d'activités.

Enfin, les enseignants mettent en évidence l'importance de ne pas s'en tenir uniquement à ce dispositif. Pour eux, il est essentiel de prévoir d'autres activités, notamment aux niveaux inférieurs, afin de mettre en place un cursus cohérent en géométrie au cours de l'enseignement primaire.

4. Discussion des résultats

Par cette recherche, au travers d'un plan quasi-expérimental à observations pré- et post-expérimentales, assorti d'un groupe contrôle, l'objectif était de valider un dispositif d'enseignement et d'apprentissage visant le développement de la visualisation non iconique chez les élèves du dernier cycle de l'enseignement primaire. Celui-ci est élaboré au travers d'une recherche collaborative en prenant appui sur les savoirs scientifiques notamment issus des travaux, pour en citer quelques-uns, de Duval et Godin (2005), de Keskesa *et al.* (2007), de Mathé (2008), ou encore de Barrier *et al.* (2014) et en les mettant en lien avec l'expérience de terrain d'enseignants. Il mise sur le développement de la déconstruction dimensionnelle au travers de problèmes géométriques tels que les problèmes de restauration de figures.

Avant de discuter des différents résultats obtenus aux épreuves pré- et post-expérimentales, il est indispensable de souligner l'importance de rester prudent au sujet des épreuves utilisées et donc des scores calculés qui semblent sous-évaluer le niveau d'acquisition de la visualisation non iconique. En effet, le calcul des scores s'appuie sur l'ajout par l'élève de tracés supplémentaires sur le modèle et/ou sur l'amorce au sein des problèmes de restauration. Or il apparaît que certains élèves peuvent s'être servis de tracés réorganiseurs sans pour autant les avoir tracés sur leur feuille, en se contentant, par exemple, de positionner leur règle sur le modèle de départ afin d'y constater des alignements et de s'en servir. En agissant de la sorte, ils font preuve de visualisation non iconique même si cela n'a pas d'impact sur l'augmentation de leur score. Cela permet de mettre en évidence la limite relative aux épreuves de type « papier-crayon » pour évaluer la visualisation. Une possibilité de prolongement à cette recherche serait d'ailleurs l'amélioration du mode d'évaluation utilisé, en exploitant, par exemple, le potentiel d'outils numériques permettant l'enregistrement des techniques et actions réalisées avec les instruments par les élèves.

Concernant les résultats au prétest, ceux-ci permettent d'identifier que le niveau de visualisation non iconique spontané est peu élevé, voir nul, chez les élèves de sixième primaire. Ces résultats semblent cohérents avec ceux mis en évidence dans de précédentes recherches (*i.e.* Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2014 ; Duroisin *et al.*, 2020). Par ailleurs, des différences parfois marquées sont observées entre les élèves puisque le mode de visualisation semble totalement absent chez certains alors que, pour d'autres, il apparaît en début de développement. Quand ils sont en mesure de le faire, on constate que les élèves semblent privilégier des méthodes de prise de mesures ou l'utilisation de simples constats perceptifs pour résoudre les problèmes de reproduction, ce qui correspond davantage à une visualisation iconique. Ces procédés de résolution interviennent au détriment du recours à des tracés réorganiseurs et à des processus de déconstruction permettant l'utilisation de propriétés tels que les alignements, correspondant au mode de visualisation non iconique. On observe d'ailleurs que les alignements ne sont pas toujours respectés dans les productions réalisées.

De manière générale, le dispositif permet de développer la visualisation non iconique des élèves qui l'ont suivi. En effet, on constate une amélioration significative des scores du groupe expérimental entre le prétest et le posttest. Néanmoins, la visualisation ne semble pas se développer de la même façon chez les différents apprenants du groupe expérimental, et ce malgré le fait qu'ils aient tous reçu le même traitement expérimental. Cela permet de confirmer que l'acquisition de l'habileté spatiale (Chaix & Albaret, 2013 ; Duroisin, 2015) est bel et bien complexe et nécessite d'appliquer des procédés qui vont à l'encontre de réflexes naturels des apprenants (Godin, 2004).

L'augmentation des scores du groupe contrôle, qui n'a donc pas suivi le dispositif, permet de supposer l'existence d'un effet prétest. Néanmoins, cette augmentation des scores reste moindre en comparaison de celle constatée au sein du groupe expérimental et le score moyen du groupe contrôle reste très faible. Il est possible de supposer que la légère augmentation des scores de ce groupe peut refléter l'évolution faible de la visualisation qui se met en place lorsque les séquences d'enseignement ne sont pas pensées dans cette optique. En effet, au cours des deux mois qui ont constitué la période d'expérimentation, les élèves du groupe contrôle ont continué leur cursus habituel, contenant quelques chapitres de géométrie et abordant ainsi plusieurs notions liées à l'épreuve (*i.e.* les diagonales et médianes dans les figures planes) qui ont pu leur donner des pistes pour la résolution des problèmes du posttest. Continuer le cursus sans y prévoir des activités spécifiques au développement de la visualisation non iconique apparaît clairement insuffisant pour la voir se développer de façon importante et naturelle chez tous les élèves. Il apparaît donc nécessaire d'intégrer cette réflexion lors de la conception des activités d'enseignement.

La recherche permet également de souligner, au travers des résultats aux épreuves mais aussi des échanges réalisés avec les enseignants, l'absence du réflexe consistant à ajouter des tracés sur le modèle chez la plupart des élèves. Les élèves semblent rester focalisés sur les contours fermés de la figure modèle, ce qu'avaient relevés Duval, Godin et Perrin-Glorian (2005). Si le suivi du dispositif a permis à certains élèves d'adopter ce nouveau réflexe, cela ne semble pas avoir été le cas de tous. On peut ainsi souligner la persistance de cette habitude qui consiste à ne pas tracer sur le modèle, habitude pourtant néfaste car elle n'incite pas à utiliser le mode de visualisation non iconique. Cette habitude peut être associée à une rupture de contrat didactique.

Si l'hypothèse de départ — consistant à souligner que le dispositif d'enseignement et d'apprentissage mis en place permet aux élèves de sixième primaire d'entrer progressivement dans une visualisation de type non iconique — peut être validée, celle-ci doit cependant être nuancée en précisant que ce dispositif apparaît insuffisant pour espérer voir s'opérer complètement ce changement chez l'ensemble des élèves. De manière générale, les résultats obtenus, enrichis par l'opinion des enseignants expérimentateurs, laisse à penser que le dispositif est l'occasion de faciliter la transition vers l'enseignement secondaire pour les élèves concernés. Il constitue donc une base pouvant servir d'appui aux enseignants mais doit être complété par d'autres activités pouvant permettre aux enseignants de l'enseignement primaire de provoquer un changement de mode de visualisation. Hormis les problèmes de reproduction de figures, d'autres pistes peuvent contribuer à la mise en place de nouvelles séquences d'enseignement et d'apprentissage ayant la même visée. Mithalal (2010) et Coutat-Gousseau (2014) suggèrent par exemple l'utilisation de la géométrie dynamique. Par ailleurs, d'autres auteurs, à l'instar de Keskesa *et al.* (2007) ou Bulf et Celi (2015b), ajoutent que le développement de la visualisation non iconique ne doit pas se faire uniquement en fin d'enseignement primaire mais peut être envisagé plus tôt dans le cursus scolaire. Il s'agit donc d'inscrire le dispositif ici proposé dans une démarche plus générale visant à proposer aux élèves un parcours d'apprentissage en géométrie qui tient compte de la visualisation des élèves.

En dépit des résultats obtenus et analysés ci-avant, plusieurs limites peuvent être relevées au sujet du plan quasi-expérimental mis en place. Même si ce dernier permet le contrôle d'un effet prétest, la durée de l'expérimentation constitue une limite puisqu'un biais de surévaluation apparaît dans le cadre d'expérimentations de courte durée. En effet, selon Cheung et Slavin (2013), des études de brève durée menées sur des petits échantillons ont tendance à gonfler les ampleurs d'effet. Par ailleurs, si le plan expérimental utilisé permet de dire qu'il y a une

amélioration du développement de la visualisation non iconique entre le prétest et le posttest, il ne permet pas de souligner si, à plus long terme, la visualisation non iconique reste développée. Une possibilité de prolongement pour combler cette limite réside dans le fait d'opter pour un autre plan expérimental du type :

$$\begin{array}{cccc} O_1 & O_2 & X & O_3 \\ O_4 & X & O_5 & O_6 \end{array}$$

Ce plan consisterait en une triple prise de mesure au sein de deux groupes recevant tous deux le traitement expérimental à des moments différents : le premier groupe réaliserait deux épreuves pré-expérimentales, suivrait ensuite le dispositif, et passerait ensuite un épreuve post-expérimentale alors que le deuxième groupe réaliserait une seule épreuve pré-expérimentale et ensuite deux épreuves post-expérimentales après avoir suivi le dispositif. Un tel choix permettrait de conserver les intérêts du plan quasi-expérimental utilisé dans le cadre de cette recherche (*i.e.* prise en compte de l'effet prétest) tout en interrogeant le caractère durable de l'apprentissage.

Enfin, dans l'intention de prendre en compte les doutes mis en évidence par les enseignants impliqués dans la recherche, il apparaît important de mettre à l'essai ce dispositif avec des enseignants *lambda*, n'ayant pas suivi de formation, afin d'observer les résultats obtenus dans ce cas. Cela avec l'objectif, si nécessaire, de compléter le dispositif par des supports destinés aux enseignants (*i.e.* capsules vidéo) permettant d'apporter cette « formation » aux enseignants pour qu'ils puissent comprendre et exploiter pleinement le dispositif.

Conclusion

Si l'importance du développement de la visualisation spatiale pour l'apprentissage de la géométrie — ainsi que pour d'autres disciplines — n'est plus à démontrer, il semble que les enseignants font face à de rares et floues prescriptions à ce sujet, au sein des prescrits légaux (Duroisin & Demeuse, 2015).

Pourtant, cette habileté de visualisation est à l'origine d'un obstacle dans la transition du primaire vers le secondaire. En effet, les recherches menées en didactique de la géométrie soulèvent l'existence d'une rupture entre les deux niveaux d'enseignement concernant, notamment, le regard à porter sur les figures. Au cours de l'enseignement primaire, le mode intuitif de visualisation iconique semble suffisant pour l'apprentissage des élèves. Au contraire, ce mode devient insuffisant au cours de l'enseignement secondaire car il entrave l'acquisition de compétences géométriques essentielles telles que les compétences de démonstration. C'est le mode de visualisation non iconique qui est alors attendu à ce niveau scolaire et les élèves doivent donc opérer un changement de mode de visualisation. Pourtant, ce changement de regard apparaît contre-intuitif, non automatique et complexe, c'est pourquoi il doit donc faire l'objet d'un accompagnement par l'enseignant, pouvant se faire en fin d'enseignement primaire ou plus précocement.

Il paraît essentiel de guider la pratique des enseignants en développant, avec eux, des pistes d'actions concrètes à mener auprès de leurs élèves pour faciliter la transition d'un mode de visualisation à l'autre. C'est dans ce contexte qu'un dispositif d'enseignement et d'apprentissage a été mis en œuvre au travers de cette recherche collaborative. En prenant appui sur l'expérience des enseignants mais surtout sur les résultats de précédentes recherches menées en didactique des mathématiques, ce dispositif est conçu sur la base d'une progression de séquences à réaliser en

classe concernant le développement chez les élèves de la déconstruction dimensionnelle au travers de problèmes de reproduction de figures. Validé au travers d'un plan quasi-expérimental mené auprès de plus de 100 élèves du dernier cycle de l'enseignement primaire, les résultats de la recherche ont montré que le dispositif construit permettait d'initier un changement de regard chez ces élèves. En parallèle, les résultats permettent de confirmer, d'une part, que le développement de la visualisation non iconique chez les élèves de fin d'enseignement primaire est possible et, d'autre part, que la mise en place d'un accompagnement des élèves de la part de l'enseignant est indispensable puisque le changement de regard est complexe et ne se fait pas automatiquement. Bien qu'intéressant du point de vue de la didactique, le dispositif élaboré semble pourtant, à lui seul, insuffisant pour pouvoir observer un développement total de la visualisation non iconique chez tous les élèves, au détriment de la visualisation iconique. Il s'agit donc de l'intégrer dans un parcours plus global pouvant aussi concerner les niveaux inférieurs.

Au-delà du fait de fournir des pistes didactiques concrètes aux enseignants, il apparaît essentiel, si l'on souhaite voir s'opérer un changement plus répandu dans les pratiques enseignantes, de modifier les prescriptions données au sein des prescrits légaux (*i.e.* programmes d'enseignement) en prenant en considération les recherches en didactique et en atténuant la rupture de contrat didactique qui y est actuellement présente. De plus, sensibiliser les enseignants à ces thématiques au travers de la formation initiale ou continue apparaît également comme un levier sur lequel une réflexion peut être mise en œuvre.

Références bibliographiques

- Barisnikov, K. & Pizzo, R. (2007). L'examen des compétences visuo-spatiales. In MP Noël (éds.). *Bilan neuropsychologique de l'enfant* (chapitre 6). Bruxelles : Mardaga.
- Barrier, T., Hache, C. & Mathé, A.-C. (2014). Droites perpendiculaires au CM2 : restauration de figure et activité des élèves. *Grand N*, 93, 13-37.
- Bulf, C. & Celi, V. (2015a). Des problèmes de reproduction aux problèmes de restauration de figures plane : quelles adaptations pour la classe ? *Communication présentée au 41^e Colloque COPIRELEM*, Mont-de-Marsan.
- Bulf, C. & Celi, V. (2015b). Une étude diachronique de problème de reproduction de figures géométriques au cycle 3. *Grand N*, 96, 5-33.
- Bulf, C. & Celi, V. (2016). Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire - une articulation clé : gabarit-compas. *Grand N*, 97, 21-58.
- Bulf, C. & Mathé, A.-C. (2018). Agir-parler-penser en géométrie. Un point de vue sémiotique sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école primaire. *Communication présentée au 44^e Colloque COPIRELEM*, Epinal.
- Bulf, C. (2019). Professional actions of novice teachers in the context of teaching and learning geometry. *Communication présentée à la conférence CERME - 11*, Utrecht.
- Celi, V. & Perrin-Glorian, M.-J. (2014). Articulation entre langage et traitement des figures dans la résolution d'un problème de construction en géométrie. *Spirale - Revue de recherches en éducation*, 54, 151-174.

<https://doi.org/10.3406/spira.2014.1041>

- Chaix, Y. & Albaret, J.-M. (2013). Trouble de l'Acquisition de la Coordination et déficits visuo-spatiaux. *Développements*, 2, 32-43.
- Cheung, A. & Slavin, R. (2013). The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms : a meta-analysis. *Educational Research Review*, 9, 88-113.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.edurev.2013.01.001>
- Coutat-Gousseau, S. (2014). Quel espace de travail géométrique pour l'apprentissage des propriétés au primaire ? *Revista latinoamericana des Investigacion en mathematica educativa*, 17(4-1), 121-148.
<https://doi.org/10.12802/relime.13.1746>
- Duroisin, N. (2015). *Quelle place pour les apprentissages spatiaux à l'école ? Étude expérimentale du développement des compétences spatiales des élèves âgés de 6 à 15 ans*. Thèse de l'Université de Mons, Mons.
- Duroisin, N., Beauset, R. & Lucchese, J. (2020). Favoriser le passage à la visualisation non iconique par le recours à une ingénierie didactique pour faciliter la transition primaire/secondaire en géométrie. *Annales de Didactique et des Sciences Cognitives*, 25(1), 151-182.
- Duroisin, N. & Demeuse, M. (2015). What role for developmental theories in mathematics study programmes in French-speaking Belgium? An analysis of the geometry curriculum's aspects, framed by van Hiele's model. *Cogent Education*, 2(1).
<https://doi.org/10.1080/2331186X.2015.1049846>
- Duroisin, N., Soetewey, S. & Demeuse, M. (2011, janvier). Au carrefour du curriculum prescrit et du curriculum implanté : polémique et polysémie autour du terme de compétence en Fédération Wallonie-Bruxelles. In 24^e colloque de l'Admée-Europe. *L'évaluation des compétences en milieu scolaire et en milieu professionnel* (pp. 11-19).
- Duroisin, N., Temperman, G., & De Lièvre, B. (2011). Effets de deux modalités d'usage du tableau interactif sur la dynamique des apprentissages et sur la progression des apprenants. À la recherche de convergences entre les acteurs des EIAH. In M Bétrancourt, C Depover, V Luengo, B De Lièvre & G Temperman (éds.). *Environnements informatiques pour l'apprentissage humain* (pp. 257-269). Paris : ATIEF.
- Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 10, 5-53.
- Duval, R., Godin, M. & Perrin-Glorian, M.-J. (2005). Reproduction de figures à l'école élémentaire. In C Castela & C Houdement (éds.). *Actes du Séminaire National de*

Didactique des Mathématiques (pp. 5-89). Paris : ADIREM et IREM de Paris 7.

- Fabiyi, T. R. (2017). Geometry concepts in mathematics perceived difficult to learn by senior secondary school students in Ekiti State, Nigeria. *IOSR Journal of Research & Method in Education (IOSRJRME)*, 07(01), 83-90.
<https://doi.org/10.9790/73880701018390>
- Godin, M. (2004). De trois regards possibles sur une figure au regard « géométrique ». In C Castela & C Houdement (éds.). *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques* (pp. 39-70). Paris : ADIREM et IREM de Paris 7.
- Godin, M. & Perrin-Glorian, M.-J. (2008). De la restauration de figures à la rédaction d'un programme de construction. Le problème de l'élève, le problème du maître. *Communication présentée au 34^e Colloque COPIRELEM*, Troyes.
- Guille-Biel Winder, C. (2018). Changements de regard sur les figures : une étude de cas en début de cycle 2. *Communication présentée au séminaire national de l'ARDM - 2016*.
<http://numerisation.univ-irem.fr/PS/IPS18024/IPS18024.pdf>
- Keskessa, B., Perrin-Glorian, M.-J. & Delplace, J.-R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N*, 79, 33-60.
- Mangiante, C. & Soloch, A. (2015). De l'étude d'une situation de restauration de figure au cycle 3 à l'élaboration d'une ressource. *Communication présentée au 42^e Colloque COPIRELEM*, Besançon.
- Mangiante-Orsola, C. & Perrin-Glorian, M.-J. (2014). Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des maîtres. *Grand N*, 94, 47-83.
- Mangiante-Orsola, C. (2013). Étude d'un dispositif articulant production de ressources et formation continue en géométrie. *Communication présentée au séminaire de didactique, Besançon 2013*.
- Mathé, A.-C. (2008). Confrontation aux objets et processus de conceptualisation en géométrie plane à la fin de l'école primaire, rôle des interactions langagières. *Actes de la Conférence internationale « Efficacité et équité en éducation »*, Université de Rennes 2 (pp. 1-14).
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00421810>
- Mathé, A.-C., Barrier, T. & Perrin-Glorian, M.-J. (2020). *Enseigner la géométrie élémentaire. Jeux, ruptures et continuités*. Editions Académia.
- Mithalal, J. (2010). *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle*. Thèse de l'Université de Grenoble, Grenoble.
- Mithalal, J. (2011). Vers la mobilisation d'une géométrie axiomatique et de la déconstruction dimensionnelle : intérêt de la géométrie dynamique tridimensionnelle. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (pp. 114-128).
- Mithalal, J. (2014). Voir dans l'espace : est-ce si simple ? *Petit x*, 96, 51-73.

- Morrisette, J. (2013). Recherche-action et recherche collaborative : Quel rapport aux savoirs et à la production de savoirs ? *Nouvelles pratiques sociales*, 25(2), 35-49.
<https://doi.org/10.7202/1020820ar>
- Nagy-Kondor, R. (2014). Importance of Spatial Visualization Skills in Hungary and Turkey: Comparative Studies. *Annales Mathématiques et Informatiques*, 43, 171-181.
- Offre, B., Perrin-Glorian, M.-J. & Verbaere, O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2. *Grand N*, 77, 7-34.
- Parzys, B. (2006). La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 17, 121-144.
- Perrin-Glorian, M.-J. & Godin, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-école*, 222, 26-36.
- Perrin-Glorian, M.-J. & Godin, M. (2018). *Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège*.
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837v2>
- Perrin-Glorian, M.-J. (2012). La géométrie (plane) du CP à la 5ème. Quelques réflexions pour le comité scientifique des IREM. *Communication présentée au comité scientifique des IREM*.
http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/Annexe_2-CS-IREM-8_juin_2012.pdf
- Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A.-C. & Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères IREM*, 90, 5-41.
- Pierrard, A. (2004). Des écrits pour présenter des dessins géométriques. *Grand N*, 74, 7-32.
- Temperman, G. (2013). *Visualisation du processus collaboratif et assignation de rôles de régulation dans un environnement d'apprentissage à distance*. Thèse de l'Université de Mons, Mons.