POTENTIEL D'UN TRAVAIL SUR LES EXEMPLES EN FORMATION PROFESSIONNELLE D'ENSEIGNANTS

Françoise CHENEVOTOT-QUENTIN[1]
Univ. Lille, Université de Paris, Univ Paris Est Creteil, CY Cergy Paris Université, UNIROUEN, UMR 4434 - LDAR, F-59000 Lille, France

Marie-Pierre GALISSON[2]
Univ. Lille, Université de Paris, Univ Paris Est Creteil, CY Cergy Paris Université, UNIROUEN, UMR 4434 - LDAR, F-59000 Lille, France

Carole BAHEUX[3]
Univ. Artois, UR 2462, Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML), F-62300 Lens, France

Résumé. Nous étudions l'évolution des exemples conçus par de futurs professeurs de mathématiques en formation dans le cadre d'un projet innovant conduisant à la production accompagnée de documents de cours. Ce projet est décrit dans un article publié dans un précédent numéro de *Petit x* (Chenevotot-Quentin *et al.*, 2018). Les exemples et leurs transformations successives traduisent la capacité des futurs enseignants à s'adapter aux demandes de l'Institution, des formateurs qui les encadrent et aux besoins de leurs élèves. Dans cet article, nous questionnons le potentiel des exemples pour éclairer le développement professionnel d'enseignants en formation. Dans quelle mesure les modifications apportées aux exemples, dans les différentes versions de travail successives des cours, permettent-elles d'identifier un éventuel développement professionnel chez ces futurs enseignants ?

Mots-clés. Exemple, situation d'enseignement, développement professionnel, formation initiale, innovation.

Abstract. We are studying the evolution of examples designed by future trainee mathematics teachers as part of an innovative project leading to the accompanying production of course materials. This project is described in an article published in a previous issue of *Petit x* (Chenevotot-Quentin *et al.*, 2018). The examples and their successive transformations reflect the ability of future teachers to adapt to the demands of the Institution, the trainers who supervise them and the needs of their students. In this article, we question the potential of examples to inform the professional development of student teachers. To what extent do the modifications made to the examples, in the successive working versions of the courses, make it possible to identify possible professional development for these future teachers?

Keywords. Example, learning situation, professional development, initial training, innovation.

Introduction

Les exemples se sont avérés centraux dans l'étude que nous avons conduite dans le cadre du projet *PReNuM-AC* (Chenevotot-Quentin *et al.*, 2018) dont l'un des enjeux consistait à produire des cours de mathématiques de Terminale destinés aux enseignants du secondaire en Afrique Centrale, et notamment à choisir et élaborer des activités « exemplaires » pour organiser ces cours. Omniprésents dans les manuels et en classe, les « exemples » s'avèrent pourtant difficiles à définir avec précision. Watson et Mason (2002) proposent une définition très large :

[1] francoise.quentin@univ-lille.fr

[2] mpgalisson@aol.com

[3] carole.baheux@univ-artois.fr

We use 'example' to cover a broad range of mathematical genres, including examples of classes, examples illustrating concepts, worked examples demonstrating techniques, examples of problems and questions which can be resolved, examples of appropriate objects which satisfy certain conditions, examples of ways of answering questions, constructing proofs, and so on (Watson & Mason, 2002, p. 378).

Dans la suite de ce travail, nous utiliserons le terme « exemples » pour désigner les activités (au sens commun des manuels de classe) retenues pour élaborer les cours.

Dans le projet *PReNuM-AC*, les cours sont produits par de futurs enseignants de mathématiques en formation accompagnés par des conseillers pédagogiques, des inspecteurs et des universitaires. C'est en tant que chercheures et non formatrices que nous nous intéressons aux exemples élaborés par quelques futurs professeurs camerounais. **Dans quelle mesure les modifications apportées aux exemples, dans les différentes versions de travail successives des cours, permettent-elles d'identifier un éventuel développement professionnel chez ces futurs enseignants ?**

Comme le soulignent Uwamariya et Mukamurera (2005) dans un article qui vise à présenter différentes approches théoriques s'intéressant au développement professionnel, il est bien difficile d'en dégager une définition commune. Polysémique, multidimensionnel, ce concept donne lieu à des conceptions diversifiées. Nous inscrivons ce travail dans une perspective axée sur la professionnalisation et retenons la caractérisation de Lefeuvre, Garcia et Namolovan (2009) :

Dans cette perspective de recherche, le développement professionnel est perçu comme un processus d'apprentissage provoqué par les conditions d'activité mises en œuvre. Le professionnel est ainsi considéré comme un apprenant qui construit des savoirs professionnels dans le but d'augmenter son efficacité au travail. La construction de ces savoirs peut se réaliser dans le cadre d'activités conscientisées et planifiées comme par exemple dans la mise en œuvre de dispositifs de formation initiale et continue (Lefeuvre, Garcia & Namolovan, 2009, p. 279).

Dans cet article, nous interrogeons l'évolution des exemples proposés dans un cours pour éclairer le développement professionnel d'enseignants en formation. Pour aborder cette question, nous commençons par présenter le contexte du projet *PReNuM-AC* et le cahier des charges des documents de cours (partie 1.). Nous précisons les éléments que nous avons retenus dans des travaux de recherche pour cadrer notre étude (partie 2.), puis nous problématisons notre recherche (partie 3.). Nous poursuivons en présentant notre méthodologie (partie 4.). Nous menons ensuite trois études de cas (partie 5.) et analysons d'éventuelles traces de développement professionnel chez les futurs enseignants en formation, concepteurs des documents de cours (partie 6.). Enfin, nous concluons.

1. Le projet *PReNuM-AC*

Le projet *PReNuM-AC*[4] (Production de Ressources Numériques pour l'enseignement des mathématiques en Afrique Centrale), qui s'est déroulé entre 2011 et 2015, s'est appuyé sur une collaboration internationale (OIF[5], IREM[6] Paris-Diderot, LDAR[7], ENS[8] de Yaoundé au Cameroun, ENS de Brazzaville au Congo-Brazzaville) (Baheux *et al.*, 2015). Environ quatre-

[4] Site du projet *PReNuM-AC* : http://prenumac.free.fr/

[5] Organisation Internationale de la Francophonie.

[6] Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.

vingts documents de cours ont été produits lors de deux vagues successives qui se sont déroulées sur deux années consécutives. Nous nous intéressons à la première vague et nous limitons au Cameroun où les équipes pluri-catégorielles constituées de vingt-neuf étudiants-professeurs encadrés par des conseillers pédagogiques, quatre inspecteurs (Inspecteurs Pédagogiques Nationaux et Inspecteurs Pédagogiques Régionaux) et treize professeurs de l'ENS de Yaoundé ont conçu vingt-sept documents de cours.

Disponibles en ligne, ces documents de cours recouvraient les thèmes abordés dans les programmes des classes de Terminale de « Sciences Mathématiques » (TSM) et de Terminale de « Sciences Expérimentales » (TSE) au Cameroun et au Congo-Brazzaville[9].

1.1. La conception collaborative de cours en formation

Il est crucial de souligner que ce travail a été prioritairement pris en charge par les futurs enseignants de mathématiques en formation professionnelle (étudiants en 4^{e} et 5^{e} année). L'articulation entre théorie et pratique est un point sensible de leur formation. Au Cameroun, la formation théorique est prise en charge par des universitaires, enseignants de l'ENS, recrutés sur la base de leur doctorat dans leur discipline de spécialisation. Elle se trouve découplée de la formation professionnelle (200 heures inégalement assurées) confiée à un professeur chargé de la formation pratique du stagiaire, un superviseur (inspecteur national) et un professeur de l'ENS. Mais *« ces deux derniers n'interviennent généralement qu'à la fin pour évaluer la formation pratique »* (Djeumeni Tchamabe, 2015, p. 176).

Le projet *PReNuM-AC* présente les caractéristiques d'un dispositif de formation initiale innovant, car le travail collaboratif qu'il sous-tend (réunions de travail, échanges de mails, parfois expérimentations dans les classes...) constitue une nouvelle modalité de formation. Au Cameroun, les documents de cours produits sont une composante du mémoire professionnel qui contribue à la validation de la formation du futur enseignant.

Bien que le projet soit marqué par des conceptions de formation non congruentes (il est conçu au « nord », où la didactique est orientée vers la réflexivité, et implanté au « sud », qui attend une didactique prescriptive), ces tensions n'ont pas compromis la dynamique du travail collaboratif.

1.2. La charte initiale du projet

La charte du projet *PReNuM-AC* définit le cahier des charges des documents de cours à produire (voir annexe) qui portent sur un chapitre de cours de Terminale en référence aux programmes HPM (Harmonisation des Programmes de Mathématiques) en vigueur en Afrique francophone depuis 1992. Ces programmes se sont démarqués des programmes francophones, traduisant une adaptation au contexte opérée par des universitaires africains.

Sommairement, mais en tenant compte du contexte culturel via les programmes HPM, les rédacteurs de la charte insistent sur l'importance d'activités qui doivent motiver la notion ou la méthode. Il faut noter que les programmes HPM, organisés sous forme de contenus et non d'objectifs, nécessitent une réflexion de la part des étudiants-professeurs sur les thèmes à

---

[7] Laboratoire de Didactique André Revuz.

[8] École Normale Supérieure dédiée à la formation des enseignants de lycée.

[9] La Terminale de Sciences Mathématiques (TSM) et la Terminale de Sciences Expérimentales (TSE) en Afrique correspondent respectivement aux Terminales C et D en vigueur en France de 1968 à 1992.

aborder. Si les concepteurs des documents de cours disposent de ressources de référence (les manuels *CIAM*[10] qui recouvrent fidèlement les rubriques du programme et sont largement utilisés en Afrique francophone) ainsi que de ressources webographiques, la charte ne suffit pas aux yeux des encadrants africains (les conseillers pédagogiques, les inspecteurs et les universitaires) qui doivent accompagner les étudiants-professeurs sur le terrain et au sein des ENS.

1.3. Le canevas des Camerounais

Les encadrants camerounais ont alors produit un canevas (voir figures 1 et 2), lors d'un séminaire qui s'est tenu à Paris en novembre 2012, à la suite de la première phase de conception des documents de cours. Il s'agissait de s'adapter aux besoins perçus : définir et développer les objectifs pédagogiques qui déterminent l'organisation du document de cours. Ce cadrage complémentaire exprime les contenus en termes de tâches, en élude certains (feuilles d'exercices *WIMS*[11], vidéos, ...) au profit d'un travail de conception qui témoigne d'une compréhension spécifique de la notion d'activité dans ce contexte de formation. Ce canevas suggère la mise en place d'une réelle réflexion sur les liens entre savoir, savoir-faire et activité en ciblant précisément un objectif à définir et la fonction que devra remplir l'exemple. Il renvoie, pour les trois premières étapes (voir figure 1), au travail personnel du futur enseignant (formuler savoir ou savoir-faire sous forme d'un objectif spécifique, recenser les prérequis, s'assurer de sa propre maîtrise de la notion en jeu) et, pour les trois dernières étapes, à la conception des activités dédiées à l'élève. Ce sont ces activités (exemples au sens où nous l'entendons ici) qui feront l'objet de notre étude.

Étapes à suivre pour le développement de l'objectif spécifique x

1. identifier clairement l'objectif spécifique x que doit atteindre l'apprenant ;
2. énoncer clairement les savoirs et savoir-faire qui lui sont associés ;
3. donner une preuve précise, concise et rigoureuse des savoirs qui l'exigent (il est question ici de donner une preuve précise, concise et rigoureuse du résultat fondamental qui soutient l'objectif spécifique) ;
4. transformer la preuve en activité d'institutionnalisation et concevoir une activité de découverte ou de rappel du savoir ou savoir-faire ;
5. ayant maintenant une maîtrise théorique des savoirs et savoir-faire attendus, construire un exemple concret de problème/difficulté dont la résolution passe par la compétence développée dans l'objectif spécifique x ;
6. construire deux exercices d'application relatifs au savoir ou savoir-faire.

Figure 1 *: Extrait du canevas apporté par les encadrants camerounais.*

Étapes à suivre pour le développement d'un document de cours

1. reprendre la procédure ci-dessus pour les objectifs spécifiques $1, 2, 3, \dots, n$;
2. quand on a fini avec tous les objectifs spécifiques, alors construire les exercices de fin de chapitre.

Figure 2 *: Extrait du canevas apporté par les encadrants camerounais.*

[10] Collection Inter Africaine de Mathématiques.

[11] *WIMS* (Web Interactive Multipurpose Server) est une plateforme d'exercices interactifs en ligne.

1.4. Les évaluations des documents de cours

À côté du travail collaboratif en équipe pluri-catégorielle, l'élaboration des documents de cours et leur finalisation sont régulées par des évaluations inscrites dans le projet qui peuvent permettre de faire évoluer les exemples. Les évaluations intermédiaires[12] sont conduites par les évaluateurs français impliqués dans le projet et garants du respect de ses objectifs ; elles suggèrent le recours à certains travaux de didactique en lien avec les thèmes traités (articles de *Petit x*, par exemple). Les évaluations finales[13] sont à nouveau réalisées par les évaluateurs français du projet et par les inspecteurs camerounais ; elles valident pour l'essentiel les attendus des encadrants camerounais. Au Cameroun (lors de la première vague), parmi les vingt-sept documents de cours soumis à l'évaluation finale, quatorze étaient conformes aux attendus de la charte (figure 1) tandis que des éléments de mise en œuvre (conduite du cours, référence à des travaux de recherche en didactique, difficultés et ressenti des élèves) manquaient dans les treize autres.

2. Les cadres théoriques

Certains chercheurs se sont intéressés à l'usage des exemples et ont proposé des typologies. D'autres ont exploré le lien entre l'usage des exemples et la pratique professionnelle des enseignants. Par ailleurs, faisant l'hypothèse que l'élaboration d'un document de cours a un impact sur le développement professionnel du concepteur, nous nous intéressons aux liens entre la conception de ressources et le processus d'apprentissage dans lequel les étudiants-professeurs sont engagés.

2.1. Une typologie des usages des exemples

Les travaux de Rissland-Michener (1978) proposent une progression sur l'usage des exemples dans la construction des notions mathématiques : l'exemple introductif (qui motive la notion), l'exemple de référence (qui fonde l'intuition sur le concept), l'exemple générique (comme modèle), le contre-exemple (pour percevoir les limites de la notion).

Cette typologie a pour objectif de permettre à l'enseignant de recourir de façon pensée à des exemples dans sa pratique.

2.2. Les espaces d'exemples

La notion d'*« espace d'exemples »* a été introduite par Watson et Mason (2002, 2005) comme théorisation d'un outil pour aider élèves et enseignants à créer du lien entre concepts et exemples (explorer des exemples, leurs relations, étendre leur domaine d'application, en construire d'autres pour donner sens à de nouveaux concepts). Ces chercheurs soutiennent l'idée que la prise en compte simultanée des exemples et de l'*espace d'exemples* permet de tisser des liens entre des situations particulières, individuelles, et des généralisations mathématiques. Ils considèrent qu'apprendre les mathématiques consiste à explorer, réorganiser, maîtriser et étendre ses propres *espaces d'exemples*, car cela contribue à la flexibilité de la pensée et permet d'apprécier et adopter de nouveaux concepts.

Goldenberg et Mason (2008) ont défini la notion d'*« espace d'exemples »* comme des collections d'exemples. Plus précisément, les *espaces d'exemples* ne constituent pas une collection

[12] En mars 2013 pour la première vague de production de documents de cours au Cameroun.

[13] En décembre 2013 pour la première vague de production de documents de cours au Cameroun.

mathématique d'objets mais s'apparentent à un processus propre à l'individu qui lui permet de donner du sens aux objets mathématiques en les généralisant à partir d'exemples.

Dans le cadre des *espaces d'exemples*, Bills *et al.* (2006) s'accordent à catégoriser trois types d'exemples : l'exemple générique, le contre-exemple, le non-exemple. Pour clarifier ces notions, nous retenons la définition d'Ouvrier-Buffet (2003) :

> *Les exemples génériques sont des exemples illustrant des concepts ou des procédures et peuvent servir d'appui pour une preuve générique. Les contre-exemples nécessitent une assertion ou une hypothèse à « contrer ». Les non-exemples servent à clarifier les frontières d'un concept, et peuvent agir de manière semblable à celle des contre-exemples pour identifier le domaine de validité d'une procédure ou pour délimiter les conditions d'application d'un théorème. Ces non-exemples permettent ainsi d'identifier les caractéristiques essentielles d'un concept, d'une procédure (Ouvrier-Buffet, 2003, p. 54).*

Ces différents travaux de recherche montrent l'intérêt des *espaces d'exemples* pour créer du lien entre exemples et concepts en mathématiques.

2.3. Les espaces d'exemples des enseignants

Selon Bills *et al.* (2006), le professeur expert dispose d'un *espace d'exemples* qui lui permet de planifier les exemples pertinents (parce que mettant en évidence les traits cruciaux du savoir ou du savoir-faire qu'il veut illustrer) qu'il insère dans son cours. Cet *espace d'exemples* prend appui sur des exemples issus des manuels et adaptés au contexte de la classe. Il se développe au cours de la pratique en constituant des réseaux où l'enseignant peut puiser pour illustrer, en amont ou dans l'action, la notion ou la technique enjeu d'un apprentissage.

Pour Goldenberg et Mason (2008), les *espaces d'exemples* représentent un cadre qui fonde une exploitation raisonnée des exemples comme outils de médiation entre d'une part les apprenants et d'autre part les concepts et techniques mathématiques. Ces auteurs soulignent la nécessité que la relation entre un exemple et le concept qu'il illustre soit exempte d'erreurs et ne conduise pas à de mauvaises interprétations. Dynamique et évolutif, l'*espace d'exemples* traduit la capacité de l'enseignant à produire des classes d'objets mathématiques et témoigne de son expertise (exemple pertinent planifié ou spontané, prise en compte des erreurs potentielles des élèves).

L'étude de Zodik et Zaslavsky (2008) est consacrée à l'*espace d'exemples* du professeur chevronné. Les auteures ont cherché à identifier chez des professeurs expérimentés du secondaire ce qui caractérise les exemples qu'ils ont préparés *a priori* et ceux qu'ils produisent en classe dans l'action. Elles font l'hypothèse que la formation des enseignants ne prend pas en charge la fonction des exemples pour enseigner et que l'aptitude à opérer des choix se construit dans la pratique. L'*espace d'exemples* du professeur chevronné lui permet de choisir un exemple pertinent (les aspects saillants de la notion sont présents et adaptés au moment de l'étude) qu'il soit planifié (dans un cours) ou spontané (dans l'action en classe). Plutôt que caractériser un exemple, les auteurs s'intéressent aux considérations sous-jacentes qui conduisent des professeurs expérimentés à choisir un exemple et cherchent à catégoriser ces considérations. Par une analyse statistique, Zodik et Zaslavsky (*ibid.*) mettent en évidence une typologie hiérarchisée (en termes de fréquences d'occurrences décroissantes) des critères qui pilotent l'émergence des exemples :

(1) commencer par un exemple simple ou un cas familier,

(2) prendre en compte les erreurs prévisibles soit pour les éviter soit au contraire pour que les élèves s'y confrontent,

(3) attirer l'attention sur les aspects caractéristiques d'une notion,

(4) amener au cas général en s'appuyant sur des choix,

(5) prendre en compte les cas particuliers non prototypiques,

(6) réduire au minimum le travail non nécessaire.

L'ensemble des caractéristiques et des critères évoqués par ces chercheurs permet d'appréhender la dynamique de l'*espace d'exemples* des futurs enseignants et son influence sur les pratiques.

2.4. Les ressources et le développement professionnel

Adler (2010) a exploré des liens entre ressources et développement professionnel :

> *Les dispositifs de formation, initiale ou continue, préparent les professeurs de mathématiques et soutiennent des évolutions de leur pratique. [...] Les dispositifs de formation sont donc particulièrement attentifs aux ressources matérielles qui pourraient soutenir ces évolutions (Adler, 2010, p. 24).*

Pour Adler, les ressources sont aussi bien des ressources humaines (*« le professeur de mathématiques »* et *« ses connaissances sur la pratique et les théories éducatives »*) que des ressources matérielles (*« outils technologiques, matériel pour les mathématiques scolaires, objets mathématiques et objets de tous les jours ou non-mathématiques* ») ou des ressources culturelles — mais aussi sociales — (*« le langage »* et *« le temps »*) (*ibid.*, pp. 27-28). Adler insiste aussi sur les liens entre pratique professionnelle et fonctionnalité d'une ressource : *« la fonctionnalité d'une ressource dans et pour l'enseignement des mathématiques réside dans son usage en pratique, plutôt que dans sa simple présence »* (Adler, 2010, p. 23).

Nous inscrivons cette recherche de fonctionnalité dans les théories cognitives consacrées à l'analyse des processus individuels de développement professionnel. Nous supposons que les ressources construites et mobilisées en situation d'activité professionnelle participent à organiser les pratiques. Nous rejoignons Lefeuvre, Garcia et Namolovan (2009) :

> *Les théories qui expliquent le développement professionnel à partir de la dimension cognitive ont généralement pour fonction de décrire les ressources construites et mobilisées par les acteurs en situation d'activité professionnelle. Elles partent du présupposé que ces ressources participent à organiser les pratiques professionnelles (Lefeuvre, Garcia & Namolovan, 2009, p. 282).*

3. Problématisation

Nous nous intéressons à l'évolution de l'*espace d'exemples* des concepteurs des documents de cours, car les choix et les transformations des exemples insérés peuvent traduire l'enrichissement de l'*espace d'exemples* des futurs enseignants. Plus précisément, nous regardons comment un travail collaboratif (avec les inspecteurs, les conseillers pédagogiques et les professeurs d'ENS) et les évaluations intermédiaires (qui ont la capacité d'influer sur les modifications apportées aux exemples) peuvent transformer les pratiques professionnelles des futurs enseignants. Nous faisons l'hypothèse que l'évolution des exemples peut révéler des traces de développement professionnel chez ces futurs enseignants en formation accompagnés pour concevoir des documents de cours.

3.1. Les « exemples » proposés dans le canevas

A contrario des remarques de Zodik et Zaslavsky (2008) relatives à la non prise en compte de la fonction des exemples « pour enseigner », les encadrants camerounais attachent une attention spécifique à cette activité tant du côté de l'enseignant que de l'élève. Ils insistent sur le rôle dévolu aux exemples en explicitant leur fonction qui est de montrer pour appliquer (non sans une adaptation liée au savoir ou savoir-faire) et en organisant l'étude du cours en s'appuyant sur les fonctions des exemples.

Le canevas comporte quatre exemples d'activités modèles pour les encadrants camerounais : les activités permettant la découverte d'un savoir (exemples introductifs destinés à motiver la notion au sens de Rissland-Michener), les activités permettant la découverte d'un savoir-faire (exemples génériques comme modèles de référence selon Rissland-Michener), les activités de rappel (exemples de références pour renforcer l'intuition) et les activités d'institutionnalisation dans le sens que lui donnent les encadrants camerounais (exemples génériques de démonstration selon la typologie de Rissland-Michener). Ces activités sont exemplaires en termes de structures et doivent pouvoir s'adapter à l'ensemble des savoirs traités.

Le canevas présente des caractéristiques mises en évidence par Zodik et Zaslavsky (2008) dans les pratiques d'enseignants chevronnés : le *« choix d'un exemple simple ou familier »* (critère 1), l'accent sur des aspects caractéristiques, ici spécifiquement la *« démarche de démonstration »* (critère 3) et la *« transférabilité pour généraliser »* (critère 4).

Il faut souligner que ces « exemples d'activités » (dont la nature en l'absence de préalables peut être interrogée) sont pensés comme des ressources pour concevoir le cours : les commentaires d'ordre pédagogique qui les accompagnent (simplicité, renforcement, transférabilité, travail en autonomie de l'élève, démonstration guidée, ...) invitent les futurs enseignants à se placer du côté de l'élève et à préciser la fonction des activités qu'ils vont proposer. La prise en compte des erreurs éventuelles est éludée au profit d'une focalisation sur les repères, les balisages, que doivent susciter la répétition et l'imprégnation de modèles d'activités.

3.2. Les ressources du projet

Les ressources (au sens d'Adler) sont au cœur du projet *PReNuM-AC*, qui vise à élaborer des documents de cours (disponibles en ligne) structurés autour d'exemples. Le projet peut s'appuyer sur des ressources humaines : les connaissances de l'étudiant-professeur, le processus collégial de conception au sein des équipes pluri-catégorielles constituées d'étudiants-professeurs, de conseillers pédagogiques, d'inspecteurs et de professeurs de l'ENS, l'influence des évaluateurs camerounais et français. Il bénéficie aussi de ressources matérielles (les manuels, les outils technologiques) et de ressources culturelles (les enjeux de l'éducation mathématique au Cameroun). Les *espaces d'exemples*, en s'enrichissant, constituent des ressources que les étudiants-professeurs développent en même temps qu'ils les mobilisent pour construire leurs documents de cours.

Nous allons maintenant présenter les critères d'analyse qui nous permettent d'appréhender la fonctionnalité des ressources construites au cours du projet.

3.3. Le potentiel des exemples

Nous supposons que l'aptitude à opérer des choix pour modifier, écarter, transformer des exemples, peut se construire dans une pratique limitée à l'élaboration d'un cours dans un temps court[14].

Nous considérons que les recherches sur l'*espace d'exemples* (Watson & Mason, 2005 ; Bills *et*

[14] 4e et 5e année de formation pour les étudiants que nous avons partiellement suivis.

al., 2006 ; Goldenberg & Mason, 2008), qui rendent compte de la viabilité et de la robustesse mathématique des exemples, ainsi que les critères de Rissland-Michener (1978) et de Zodik et Zaslavsky (2008) sur leur pertinence pédagogique, peuvent éclairer les choix effectués par les futurs enseignants. Ces critères, déclinés en fonction d'un contexte culturel spécifique, peuvent aider à discerner ce qui fait évoluer les documents de cours durant leur processus d'élaboration.

Leur prise en compte par les concepteurs permet d'inférer des traces de développement professionnel, à savoir une capacité à gérer des exigences culturelles et éducatives en lien avec les injonctions de l'institution et les besoins des élèves. Selon Lefeuvre, Garcia et Namolovan (2009),

> *l'étude du développement professionnel prend en compte trois éléments interdépendants : le sujet avec ses ressources cognitives et affectives potentielles et mobilisées en situation, les contextes dans lesquels le sujet a construit et mobilisé ses ressources puis les modalités d'action qui ont été réalisées par le sujet (Lefeuvre, Garcia & Namolovan, 2009, p. 302).*

Les futurs enseignants ont pu mobiliser des ressources cognitives et affectives pour concevoir les documents de cours : choisir, adapter et enrichir des exemples issus de manuels, assurer la robustesse mathématique des exemples sélectionnés. Les étudiants-professeurs ont pris en compte à la fois le contexte culturel et le contexte du projet pour construire et mobiliser leurs ressources pour produire les documents de cours : adapter des exemples aux enjeux éducatifs et culturels, mettre en œuvre une pédagogie appropriée au contexte africain. La prise en compte des fonctionnalités variées des exemples guide les modalités d'action des étudiants pour organiser leurs documents de cours : exploiter les fonctions des exemples (introduire, faire référence, généraliser, démontrer, ...).

4. Méthodologie

Nous avons analysé quatorze documents de cours pour lesquels nous disposions de plusieurs versions de travail. Pour chacun des documents de cours, nous étudions l'évolution des exemples en comparant la version initiale qui renvoie à l'amorce d'un travail collaboratif et la version finale amendée par le canevas et l'évaluation intermédiaire.

4.1. Expliciter les fonctions des exemples

Nous sommes particulièrement attentives aux transformations et aux fonctions octroyées aux exemples qui jalonnent le cours. Ainsi, nous appuyant sur la typologie de Rissland-Michener, nous distinguons les exemples introductifs (qui motivent la notion), les exemples de référence (qui fondent l'intuition sur le concept), les exemples génériques (comme modèles) et les contre-exemples (pour percevoir les limites de la notion).

4.2. Analyser la robustesse mathématique des exemples

Afin d'analyser la robustesse mathématique des exemples figurant dans les documents de cours, nous avons retenu le cadre africain pour caractériser l'activité potentielle des élèves et la comparer à celle promue par les manuels. Nous nous référons ainsi aux programmes HPM de Terminale (et de Première, lorsque cela s'avère utile) de Sciences Mathématiques (TSM) et de Sciences Expérimentales (TSE). Nous nous appuyons également sur les manuels *CIAM* (TSM et TSE) qui constituent des références incontournables dans notre contexte.

L'analyse didactique des exemples consiste en une analyse *a priori* qui livre les différentes procédures correctes accessibles au niveau scolaire considéré. Elle s'appuie également sur des éléments relevant du fonctionnement des équipes pluri-catégorielles dont nous avons eu quelques traces en étudiant le fonctionnement du projet (Chenevotot-Quentin *et al.*, 2018).

4.3. Identifier la pertinence pédagogique des exemples

Pour comparer les exemples dans les versions initiale et finale d'un même document de cours, ou interroger l'apparition ou la disparition d'exemples, nous cherchons à mettre en œuvre les critères qui pilotent la pertinence pédagogique des exemples selon Zodik et Zaslavski (2008) :

(1) commencer par un exemple simple,

(2) prendre en compte les erreurs prévisibles soit pour les éviter soit au contraire pour que les élèves s'y confrontent,

(3) attirer l'attention sur les aspects caractéristiques d'une notion,

(4) amener au cas général en s'appuyant sur des choix,

(5) prendre en compte les cas particuliers non prototypiques,

(6) réduire au minimum le travail non nécessaire.

Ces critères ne sont évidemment pas sans lien avec les modèles d'activités suggérés dans le canevas par les encadrants camerounais et renvoient encore à ce qui fonde la fonctionnalité d'une ressource pour Adler.

4.4. Dégager des indicateurs de développement professionnel

Nous reprenons les trois éléments interdépendants (introduits précédemment dans la partie 3.3.) à prendre en compte pour étudier le développement professionnel selon Lefeuvre *et al.* (2009).

Le premier élément (*ibid.*) concerne les ressources cognitives et affectives que les futurs enseignants ont pu mobiliser pour concevoir les documents de cours. Cet élément nous permet de dégager deux premiers indicateurs : d'une part, *choisir, adapter et enrichir des exemples issus de manuels* (indicateur 1), d'autre part, *assurer la robustesse mathématique des exemples sélectionnés* (indicateur 2).

Le deuxième élément (*ibid.*) questionne les contextes éducatif et culturel dans lesquels les futurs professeurs ont construit et mobilisé leurs ressources pour produire les documents de cours. Nous intégrons cet élément grâce aux deux indicateurs suivants : *adapter des exemples aux enjeux éducatifs et culturels* (indicateur 3), *mettre en œuvre une pédagogie appropriée au contexte africain* (indicateur 4).

Le troisième et dernier élément (*ibid.*) concerne les modalités d'action que les étudiants-professeurs peuvent réaliser pour concevoir les documents de cours. Nous le prenons en compte via notre dernier indicateur : *exploiter les fonctions des exemples (introduire, faire référence, généraliser, démontrer, ...)* (indicateur 5).

Ces trois éléments (voir figure 3, partie gauche) nous ont donc permis de dégager cinq indicateurs (voir figure 3, partie droite) avec lesquels nous allons chercher à appréhender un éventuel développement professionnel chez les futurs enseignants en analysant les modifications apportées aux exemples dans les différentes versions de travail successives des cours.

Éléments à prendre en compte pour étudier le développement professionnel selon Lefeuvre *et al.* (2009).	**Les indicateurs de développement professionnel que nous retenons pour notre étude.**	
Mobilisation de ressources cognitives et affectives pour concevoir les documents de cours.	I1	*Choisir, adapter et enrichir des exemples issus de manuels.*
	I2	*Assurer la robustesse mathématique des exemples sélectionnés.*
Prise en compte du contexte africain dans lequel les ressources sont construites et mobilisées pour produire les documents de cours.	I3	*Adapter des exemples aux enjeux éducatifs et culturels.*
	I4	*Mettre en œuvre une pédagogie appropriée au contexte africain.*
Modalités d'action réalisées pour concevoir les documents de cours.	I5	*Exploiter les fonctions des exemples (introduire, faire référence, généraliser, démontrer, ...).*

Figure 3 *: Nos indicateurs de développement professionnel.*

5. Études de cas

Le cadre restreint de cet article ne nous permettant pas de rendre compte des évolutions des exemples figurant dans les quatorze documents de cours que nous avons analysés, nous proposons trois études de cas qui nous paraissent significatives.

Nous avons d'abord choisi d'étudier des exemples variés au sens de Rissland-Michener (1978). Ainsi, la première étude de cas concerne un exemple introductif tandis que la deuxième consiste en un exemple de référence. La troisième et dernière est un exemple de référence interdisciplinaire.

Ces trois études de cas s'appuient sur trois documents de cours :

R2 : *Continuité des fonctions*,

R13 : *Compléments sur les suites numériques*,

R14 : *Équations différentielles*.

Ces documents (Chenevotot-Quentin *et al.*, 2018) ont retenu notre attention. Le document de cours R2, concernant l'analyse et la continuité des fonctions, comprend des exemples naïfs empruntés au passé d'élève du concepteur. Le document de cours R13, consacré aux compléments sur les suites numériques, a connu une évolution singulière comprenant la redéfinition de ses objectifs. Enfin, le document de cours R14, sur les équations différentielles, se démarque significativement des manuels *CIAM* et s'appuie sur des ressources variées pour proposer des exemples interdisciplinaires.

Pour ces études de cas, notre objectif se limite à suivre l'évolution des exemples figurant dans les documents de cours. Nous ne portons aucun jugement sur les exemples sélectionnés par les concepteurs et ne cherchons ni à caractériser de « bons » exemples ni à mettre en exergue des exemples à améliorer.

5.1. Première étude de cas : un exemple introductif

Dans le document de cours R2 consacré à la continuité des fonctions, nous nous intéressons à l'exemple (voir figures 6 et 7) introduisant la continuité en un point.

Analyse des savoirs mobilisés dans les programmes

L'étude de la continuité des fonctions numériques débute en Première avec la continuité en un point tandis que la continuité sur un intervalle est traitée en Terminale (voir figure 4).

Première de Sciences Mathématiques (1re SM)	Première de Sciences Expérimentales (1re SE)	Terminale de Sciences Mathématiques (TSM)	Terminale de Sciences Expérimentales (TSE)
Notion. Prolongement par continuité.	Notion. Critère de continuité.	Opérations, composition. Image d'un intervalle, théorème des valeurs intermédiaires. Fonctions strictement monotones ; fonctions puissances d'exposant rationnel.	Prolongement par continuité. Opérations, composition. Image d'un intervalle, théorème des valeurs intermédiaires.

Figure 4 *: Programmes HPM de Première et de Terminale sur la continuité.*

La figure 5 précise l'organisation du chapitre sur la continuité sur un intervalle dans les manuels *CIAM* de Terminale.

Continuité sur un intervalle Manuel *CIAM TSM*	Continuité sur un intervalle Manuel *CIAM TSE*
Continuité sur un intervalle (définition, propriétés de la continuité de $f+g$, de $f\times g$, de $k.f$, de $\frac{1}{g}$, de $\frac{f}{g}$, propriété de la continuité de $g \, o \, f$). Image d'un intervalle par une fonction continue (propriété de la continuité de $f(K)$, propriété de la continuité de $f(]a,b[)$, théorème des valeurs intermédiaires). Fonction continue et monotone (bijection réciproque d'une fonction continue et monotone, image d'un intervalle par une fonction continue et monotone, fonction racine n-ième, puissance d'exposant rationnel).	Définition, propriétés (continuité d'une fonction sur un intervalle, image d'un intervalle par une fonction continue, détermination de l'image d'un intervalle fermé par une fonction continue, détermination de l'image d'un intervalle par une fonction continue et strictement monotone. Calcul approché des zéros d'une fonction continue (exemple d'utilisation de la méthode par balayage, exemple d'utilisation de la méthode de dichotomie).

Figure 5 *: Manuel CIAM TSM (p. 203) et manuel CIAM TSE (p. 17).*

Un exemple introductif dans la version initiale de R2

Dans la version initiale, après un sommaire listant objectifs pédagogiques, prérequis, place dans le programme et une introduction faisant le lien entre la « continuité mathématique » et la notion de « sans interruption » au sens commun, puis les domaines du réel (physique, vie quotidienne) où ce concept peut prendre sens, le concepteur inaugure le paragraphe « Rappels » par l'exemple ci-dessous (voir figure 6).

Une voiture roule sur une route plate et rectiligne. À 15 mètres de son point de départ, le chauffeur se rend compte d'un fossé de 3 mètres de long, qui coupe cette route en deux. Ce qui l'oblige à rebrousser chemin.

Que peut-on dire de cette route au point où se trouve le fossé ?

La route est contenue dans un plan (et représentée par une ligne) et on le munit d'un repère $R=(O;\vec{i},\vec{j})$.

Cette route étant contenue dans ce plan, peut-être représentée dans le repère *R* par une fonction *f*.

Représenter *f* dans le repère *R* si on suppose que le trottoir a une largeur de 4 mètres et l'axe des abscisses est confondu à la bordure (extérieure à la route) du trottoir.

Que pouvons-nous dire de la fonction *f* au point d'abscisse 15 ?

Maintenant considérons que sur la route il n'y ait pas de fossé. Alors la voiture continuerait son chemin sans problème.

Représenter la courbe *g* représentant la courbe pour ce cas. Que pouvons-nous dire de *g* au point d'abscisse 15 ?

Après avoir répondu à toutes ces questions, nous pouvons ainsi définir ce qu'on entend par fonction continue en un point.

Figure 6 *: Exemple introductif dans la version initiale de R2 (p. 7).*

La présentation de la situation témoigne de la volonté du concepteur de donner sens à la notion de continuité en un point en l'imageant par « sans interruption ». La nature de l'énoncé, métissage maladroit entre registre issu du langage naturel et registre mathématique, illustre la posture ambiguë du futur enseignant qui évoque trivialement une route coupée avec ce contre-exemple sans référence à un modèle mathématique. Il cherche à modéliser (et à faire modéliser par l'élève) cette situation « réelle » en recourant au registre graphique. Si, vraisemblablement, le concepteur met en scène une fonction *f* en escalier discontinue au point de coordonnées $(15{,}4)$ puis une fonction *g* constante continue au point de coordonnées $(15{,}4)$, l'énoncé peut difficilement guider l'élève vers une interprétation pertinente de la notion de continuité. À la question vague *« Que pouvons-nous dire de la fonction f au point d'abscisse 15 ? »*, que peut répondre l'élève si ce n'est que la route est coupée ? De plus, la route plate et rectiligne est représentée par une ligne, ce qui est une modélisation discutable ! Les fonctions *f* et *g* ne semblent pas destinées à être exprimées autrement que par un graphe. Par ailleurs, le lien avec la notion de limite vue en Première n'est pas évoqué...

L'idée d'aborder l'objet de l'étude par un contre-exemple simple dans une activité de rappel, mettant en évidence un aspect saillant, mobilisant le registre graphique mais beaucoup moins clairement la fonction elle-même, n'est pas inintéressante. Mais le va-et-vient entre situation concrète et situation mathématique ne va pas de soi ainsi qu'en témoigne le flou régnant autour des questions. La pertinence mathématique s'en trouve éludée au profit du souci de favoriser une image mentale de la notion en s'appuyant sur du vécu. Le souci principal du concepteur de *« commencer par un exemple simple ou un cas familier »* (critère 1 de Zodik et Zaslavski) se heurte à la question d'une modélisation pertinente sur le plan mathématique.

Évolution de cet exemple introductif dans la version finale de R2

Dans la version finale, le cours commence par des activités de rappel faisant explicitement référence au cours de Première. L'exemple présenté en figure 7 a évolué vers un énoncé qui n'évoque plus qu'une métaphore : une route coupée ou non pour donner sens à la continuité en un point (voir figure 7).

> Une voiture roule sur une route plate et rectiligne. À 15 mètres de son point de départ, le chauffeur se rend compte d'un fossé de 3 mètres de long, qui coupe cette route en deux. Ce qui l'oblige à rebrousser chemin.
>
> Que peut-on dire de cette route au point où se trouve le fossé ?
>
> Maintenant, considérons que sur la route il n'y ait pas de fossé. Alors la voiture continuerait son chemin sans problème.
>
> Que pouvons-nous dire de cette route dans ce cas ?

***Figure** 7 : Exemple introductif dans la version finale de R2 (p. 5).*

La tâche de l'élève se limite à reconnaître que la notion en jeu est la continuité ; il n'y a aucune activité mathématique à réaliser. Nous pouvons faire l'hypothèse que la prise en compte du cadrage complémentaire et la collaboration avec les encadrants camerounais ont soumis l'étudiant-professeur à plusieurs contraintes antagonistes : accroître le niveau théorique du cours (les universitaires exigent de produire des exemples pertinents sur le plan scientifique) tout en préservant un appui sur des situations issues du vécu des élèves et des enseignants. Le futur enseignant maintient son désir de se placer du côté de l'élève, de son intuition pratique, mais n'exploite pas une situation qui pourrait être améliorée d'un point de vue mathématique.

Si le concepteur vise toujours prioritairement à *« commencer par un exemple simple ou un cas familier »* (critère 1 de Zodik et Zaslavski), il produit encore un contre-exemple qui s'abstrait de tout contexte mathématique.

Comparaison des versions initiale et finale

L'évolution de cet exemple concret qui demeure mais élude toute modélisation mathématique viable efface sa fonction préliminaire d'activité de rappel au profit d'une simple métaphore sans référence au registre graphique. Confronté à la difficulté d'une modélisation qui lui échappe, le concepteur fait le choix de ne pas développer mathématiquement l'exemple.

5.2. Deuxième étude de cas : un exemple de référence

Le document de cours R13 : *Compléments sur les suites numériques* porte initialement sur les suites arithmétiques et géométriques en lien avec la modélisation de situations concrètes. Nous nous intéressons à un exemple de référence (voir figure 11).

Analyse des savoirs mobilisés dans les programmes

Les programmes HPM précisent les attendus pour les suites numériques en Première et en Terminale (voir figure 8).

Première de Sciences Mathématiques (1re SM) et de Sciences Expérimentales (1re SE)	Terminale de Sciences Mathématiques (TSM)	Terminale de Sciences Expérimentales (TSE)
Diverses façons de définir et représenter une suite. Suites définies par une formule de récurrence : détermination graphique des termes. Minoration, majoration, sens de variation. Notion de convergence. Suites arithmétiques et géométriques.	Suites bornées ; suites monotones. Limite, convergence et divergence. Calculs de limites (limite de $u_n = f(n)$ lorsque f a une limite en $+\infty$; opérations ; croissances comparées de (a^n), (n^α) et $\ln n$; propriété de comparaison ; image d'une suite par une fonction ; suite monotone). Suite définie par récurrence ; méthodes du point fixe et de Newton. Suites arithmétiques et géométriques.	Suites bornées ; suites monotones. Limite, convergence et divergence. Calculs de limites (limite de $u_n = f(n)$ lorsque f a une limite en $+\infty$; opérations ; propriété de comparaison ; suite monotone). Suite définie par récurrence ; notion de point fixe. Suites arithmétiques et géométriques.

Figure 8 *: Programmes HPM de Première et de Terminale sur les suites numériques.*

L'organisation du chapitre sur les suites numériques dans les manuels *CIAM* de Terminale est décrite dans la figure 9.

Manuel *CIAM TSM*	Manuel *CIAM TSE*
Organisation du chapitre sur les suites numériques dans le manuel *CIAM TSM* (p. 275) : • Étude globale d'une suite numérique (suites bornées ; suites monotones ; suites arithmétiques et suites géométriques). • Limite d'une suite numérique (notion de limite d'une suite ; calculs de limites ; limite d'une suite monotone). • Compléments sur les suites (suites définies par récurrence ; méthode du point fixe et méthode de Newton).	Généralité (détermination et sens de variation d'une suite ; comparaison de 2 suites, suites majorées, minorées, bornées). Convergence (approche de la notion de convergence, suites divergentes ; limite d'une suite numérique définie par une formule explicite, propriétés fondamentales, convergence d'une suite monotone, convergence d'une suite définie par une formule de récurrence). Suites numériques et géométriques. Résolution de problèmes concrets (problèmes divers de démographie, d'amortissement de capital, de remboursement de prêts bancaires).

Figure 9 *: Manuel CIAM TSM (p. 275) et manuel CIAM TSE (p. 165).*

Un exemple de référence dans la version initiale de R13

Dans la version initiale, en cohérence avec les objectifs généraux du document de cours (voir figure 10), l'étudiant-professeur prend en compte un élève confronté au quotidien.

Dans cette partie intitulée « Complément sur les suites », nous avons pour objectifs :

- d'appliquer les suites récurrentes à un terme pour rechercher la valeur approchée de la solution d'une équation par les méthodes du point fixe, de Newton et par dichotomie ;
- d'étudier les suites du type $u_{n+1} = u_n + an + b$;
- et enfin d'appliquer les suites arithmétiques ou géométriques à la résolution de problèmes relevant de phénomènes aussi variés que le placement en banque avec intérêt simple et le placement en banque avec intérêt composé.

Figure 10 *: Objectifs pédagogiques généraux dans la version initiale de R13 (p. 3).*

Les applications des suites géométriques s'effectuent à l'aide d'exemples concrets de la vie de tous les jours, tel le placement en banque avec intérêt composé (voir figure 11). Le contexte (une situation simple et évocatrice d'une certaine réalité) traduit le souhait de s'appuyer sinon sur des pratiques sociales familières aux élèves, du moins sur le vécu du futur enseignant.

Une banque d'une localité accorde à tous ceux qui y gardent leur argent, une augmentation de 5 pour cent par an de la somme en banque. Une association villageoise de la place décide d'y garder leur collecte qui s'élève à 1 000 000 francs CFA. Combien aura-t-elle au bout de trois ans ?

Figure 11 *: Exemple de référence dans la version initiale de R13 (p. 20).*

L'élève peut traiter la situation dans un registre numérique qui ne sous-tend que des connaissances du collège en appliquant un pourcentage successivement sur trois années (voir deuxième procédure, figure 12). Cet exemple rend donc l'outil « suite géométrique » (voir première procédure, figure 12), qu'il est censé illustrer, peu pertinent dans la mesure où le recours aux aspects saillants de la notion (la raison de la suite géométrique) n'est pas indispensable. Le calcul, l'application de techniques et la communication d'un résultat sont les compétences sollicitées. Le désir du futur enseignant d'opter pour un exemple simple (choix des valeurs numériques, absence du montant du remboursement annuel) en s'inspirant d'une activité de manuel se traduit par un appauvrissement de l'activité pour l'élève et vient s'opposer à la question de la pertinence mathématique d'un outil.

Procédure faisant intervenir une modélisation avec une suite géométrique (procédure visée en Terminale)

Soit u_n le montant en banque au bout de l'année *n*. Comme la somme augmente de 5 % par an, la suite u_n est définie par la relation de récurrence : $u_{n+1} = 1{,}05\, u_n$ avec $u_0 = 1\,000\,000$ francs CFA. S'agissant d'une suite géométrique de raison 1,05 on a donc $u_n + 1 = 1{,}05^n \times u_0$.

Et au bout de 3 ans : $u_3 = 1{,}05^3 \times u_0 = 1\,157\,625$.

Procédure arithmétique basée sur l'utilisation de pourcentages (niveau fin de collège)

Au début, le montant en banque est de 1 000 000 francs CFA.

Au bout de 1 an : $1\,000\,000 \times 1{,}05 = 1\,050\,000$.

Au bout de 2 ans : $1\,050\,000 \times 1{,}05 = 1\,102\,500$.

Au bout de 3 ans : $1\,102\,500 \times 1{,}05 = 1\,157\,625$.

Figure 12 *: Deux procédures pour l'exemple de référence dans la version initiale de R13.*

Si le souci de *« commencer par un exemple simple et familier »* (critère 1 de Zodik et Zaslavski) est premier, les *« aspects caractéristiques de la notion »* (critère 3 de Zodik et Zaslavski) — ici le recours à la raison de la suite géométrique — ne sont pas indispensables.

Un exercice similaire dans le manuel CIAM TSE

L'étudiant-professeur s'est inspiré du manuel *CIAM TSE* dont les auteurs proposent un exercice (voir figure 13) avec un contexte similaire pour donner sens aux suites géométriques.

Monsieur ACQUAH emprunte un capital de 4 millions de francs à sa banque au taux d'intérêt annuel de 14 %. Il décide de rembourser cet argent en effectuant quatre paiements annuels constants. Calculer le montant de ces paiements annuels.

***Figure 13** : Exercice du manuel CIAM TSE (p. 185).*

Procédure faisant intervenir une modélisation avec une suite géométrique (procédure visée en Terminale)

Soit u_n le montant que l'emprunteur doit rembourser au bout de l'année n et R le paiement annuel constant. On a : $u_0 = 4\,000\,000$. Comme le taux d'intérêt annuel est de $t = 14\,\%$, la suite est définie par la relation de récurrence : $u_{n+1} = (1+t)u_n - R$.

S'agissant d'une suite arithmético-géométrique, la suite définie par la relation de récurrence $v_{n+1} = (1+t)v_n$ avec $v_n = u_n - \frac{R}{1-(1+t)} = u_n - \frac{R}{t}$ est géométrique. La suite v_n est géométrique de raison $1+t$ et de premier terme $v_0 = u_0 - \frac{R}{t}$. On a donc : $v_n = (1+t)^n \times v_0$.

Comme le montant que l'emprunteur doit rembourser est nul au bout de 4 ans, on a : $u_4 = 0$ soit encore : $v_4 = \frac{-R}{t}$. D'où $1{,}14^4 \times \left(4\,000\,000 - \frac{R}{0{,}14}\right) = \frac{-R}{0{,}14}$.

Par suite $\frac{R}{0{,}14}\left(1{,}14^4 - 1\right) = 4\,000\,000 \times 1{,}14^4$.

Donc $R = \frac{4\,000\,000 \times 1{,}14^4 \times 0{,}14}{1{,}14^4 - 1} \approx 1\,372\,819{,}13$.

Procédure algébrique

Soit $M = 4\,000\,000$ le montant emprunté, $t = 14\,\%$ le taux d'intérêt, R le remboursement annuel fixe et $n = 4$ le nombre d'années pour effectuer le remboursement.

À la fin de la première année, le montant restant à rembourser est : $(1+t)M - R$

À la fin de la deuxième année :$\left[(1+t)M - R\right](1+t) = (1+t)^2 M - \left[1 + (1+t)\right]R$

À la fin de la troisième année :

$$\left[(1+t)^2 M - \left[1+(1+t)\right]R\right](1+t) - R = (1+t)^3 M - \left[1 + (1+t) + (1+t)^2\right]R$$

Montant à rembourser à la fin de la 4e année :

$$(1+t)^4 M - \left[1 + (1+t) + (1+t)^2 + (1+t)^3\right]R$$

Comme ce montant est nul à la fin de la 4e année, on en déduit que :

$$R = \frac{(1+t)^4}{1 + (1+t) + (1+t)^2 + (1+t)^3} M \approx 1\,372\,819{,}13$$

***Figure 14** : Deux procédures pour l'exercice du manuel CIAM TSE.*

Dans cet exercice (voir figure 13), la prise d'initiative attendue de la part de l'élève est très importante. La nécessité de modéliser un capital variant sur quatre années, nul après le dernier paiement, est en faveur d'un travail mathématique avec des suites géométriques qui impose de recourir à des techniques de calcul sur les sommes géométriques (voir première procédure, figure 14). Mais cet exercice peut aussi être résolu par une procédure algébrique (voir deuxième procédure, figure 14). Dans les deux cas, la modélisation, le choix d'un registre algébrique, le calcul et l'application de techniques, la communication des résultats dans un registre numérique sont clairement nécessaires pour réaliser l'exercice.

Disparition de l'exemple de référence dans la version finale de R13

Dans la version finale du document R13, l'exemple initial (voir figure 11) a complètement disparu. Pourtant, la pauvreté de l'exemple n'explique pas à elle seule cette suppression. Aux exemples simples (ici maladroits) qui peuvent rendre vivants les usages concrets des suites, mais qui ne pointent pas les aspects cruciaux de la notion, se substitue un ensemble de méthodes expertes (à la limite du programme).

À la fin de ce cours, l'élève doit être capable :

1. d'étudier la convergence et de déterminer la limite des suites récurrentes du type $u_{n+1} = f(u_n)$, où *f* est une fonction satisfaisant certaines conditions ;
2. d'utiliser les suites numériques du type $u_{n+1} = f(u_n)$our déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation du type $f(x)=0$ par la méthode du point fixe ;
3. d'utiliser les suites numériques du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation du type $f(x)=0$ par la méthode de Newton ;
4. d'utiliser les suites numériques pour déterminer la valeur approchée de la solution d'une équation du type $f(x)=0$ par dichotomie.

***Figure 15** : Objectifs pédagogiques spécifiques dans la version finale de R13 (p. 4).*

Sous l'influence des encadrants, les objectifs pédagogiques ont été redéfinis sous la forme d'objectifs spécifiques (voir figure 15) qui renvoient à la nécessité d'un développement théorique d'où sont absentes les références aux problèmes concrets. L'élève-professeur s'affranchit ainsi de ses réminiscences d'élève, se détourne du choix d'une certaine simplicité, d'un travail de technique minimal car mathématiquement pauvre, pour se conformer à des injonctions universitaires. Témoignant des tensions auxquelles il est soumis, son introduction reste toutefois en contradiction avec les objectifs spécifiques :

> *En classe de Terminale, le complément sur les suites numériques est conçu comme une application de quelques résultats d'analyse pour l'étude des suites récurrentes avec des fonctions diverses et leur application pour résoudre des problèmes concrets (R13, p. 6).*

Conséquence de la reformulation des objectifs, les applications des suites arithmético-géométriques sont prises en charge par le concepteur du document de cours R11 : *Étude globale des suites numériques*. Celui-ci adjoint à son cours une annexe intitulée *Réflexion pédagogique* qui comprend un exemple d'introduction des suites arithmétiques et géométriques au moyen des intérêts simples et composés. Les activités qui y sont proposées, simples et progressives, conduisent à la caractérisation de ces suites.

Il apparaît que le statut des suites arithmético-géométriques, abordées dès la classe de Première, est un peu secondaire aux yeux des encadrants (elles figurent dans une simple annexe). Ce sont les méthodes d'approximation de la solution d'une équation à l'aide de suites qui s'imposent aux dépens des applications aux problèmes concrets ; ceci nécessite un changement de point de vue de la part du futur enseignant qui abandonne *de facto* la question des applications usuelles dans le cadre de ce cours.

5.3. Troisième étude de cas : un exemple de référence interdisciplinaire

Le document de cours R14 : *Équations différentielles* comporte différents exemples interdisciplinaires. Nous nous intéressons ici à un exemple de référence emprunté à la physique.

Dans la version initiale de R14

La version initiale, incomplète, faisait référence à l'interdisciplinarité dans ses objectifs spécifiques. Les manuels classiques (tels que les *CIAM*) proposent tous quelques exemples relevant de la physique, de la biologie pour donner sens aux équations différentielles. En général, la modélisation y est largement amorcée comme dans l'exemple suivant en physique : la vitesse $\theta(t)$ de refroidissement d'un corps en fonction du temps est proportionnelle à la différence entre la température du corps et la température ambiante.

Apparition d'un exemple de référence interdisciplinaire dans la version finale de R14

Dans la version finale, le concepteur fait aussi référence à trois manuels de physique ou de biologie dans sa bibliographie[15]. Contrairement au choix de certains manuels (*CIAM* par exemple) d'introduire les équations différentielles à partir de la modélisation de phénomènes physiques, le concepteur prend une autre option, car les exemples concrets se situent dans les exercices d'application corrigés. Leur originalité réside dans le fait qu'ils sont extraits de manuels de physique ou de biologie. Ils font suite à des rappels de cours dans ces disciplines et sont traités selon une méthodologie qui évoque une certaine forme de modélisation : mise en équation du problème, résolution mathématique, solution. Le concepteur met l'accent sur la dimension outil des équations différentielles : la chute d'un objet, le mouvement d'un pendule (voir figure 16), l'évolution du taux de glucose sanguin. Deux exercices d'application non corrigés du même type sont présents à la fin du document : mouvement d'un solide, évolution d'une population de bactéries.

À une tige rigide de masse négligeable, on fixe en B tel que $d(O,B)=\ell$, une masse m qu'on considère comme ponctuelle. Lorsque l'ensemble est à l'équilibre, la tige est verticale, B étant sous O.

On écarte le pendule ainsi constitué d'un angle θ_0 de sa position d'équilibre en le faisant tourner par rapport à un axe horizontal (Δ) passant par O et on l'abandonne à lui-même. On néglige tous les frottements.

On veut déterminer l'équation horaire du mouvement de ce pendule.

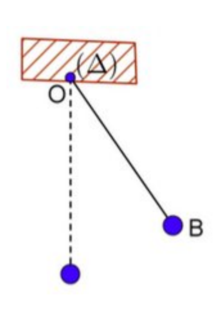

Figure 16 *: Exemple de référence interdisciplinaire sur le mouvement d'un pendule dans la version finale de R14 (p. 28).*

Les mathématiques apparaissent ici comme un outil dont il faut consolider l'usage pour résoudre des problèmes de physique. Il est nécessaire de mobiliser des connaissances en mathématiques et en physique tout en s'adaptant (par exemple, les notations pour les dérivées première et seconde de θ varient entre ces deux disciplines). Cet exemple donne lieu à une modélisation et à sa représentation dans un cadre algébrique, puis numérique. La prise d'initiative attendue de la part de l'élève est limitée car, même si l'équation différentielle n'est pas donnée, les variables sont

[15] Références en physique et en biologie citées par le concepteur du document de cours R14 :
Engaba *et al.* (2007). *Physique Terminale C, D, E*. Les classiques africains.
OBC (2010). *Épreuve de Physique Bac D*.
Charles, S & Lopes, C. (2008). *Biologie mathématique et modélisation*.

explicitées. La résolution de l'équation différentielle obtenue nécessite de simplifier et de supposer que l'angle θ est suffisamment petit pour que $sin\,\theta$ puisse être approximé par θ (voir figure 17).

Procédure

On note θ l'angle entre l'axe vertical descendant et la tige du pendule, à l'instant t. On note g l'accélération de la pesanteur.

En négligeant tous les frottements, l'énergie mécanique du pendule, somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, est constante et vaut : $E_m = E_c + E_p$

$$E_m = \frac{1}{2} m \times \ell^2 \times \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + m \times g \times \ell \times (1 - cos\,\theta) = m \times g \times \ell \times (1 - cos\,\theta_0)$$

En dérivant la relation précédente par rapport au temps, on obtient après simplification : $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} sin\,\theta = 0$.

Pour de faibles oscillations, on peut approximer $sin\,\theta$ par θ.

Donc, pour de faibles oscillations, l'équation différentielle est :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$$

On note ω^2 la valeur de $\frac{g}{\ell}$ qui est positive.

En fait, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ avec T la période du pendule.

On a à résoudre $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$

Cette équation différentielle a pour solution une fonction sinusoïdale : $\theta(t) = A\,sin(\omega t + \varphi)$ où A et φ sont des constantes déterminées à partir des conditions initiales.

A est appelé amplitude (en radians) et φ est la phase à l'origine (en radians). Avec les conditions initiales de notre énoncé, on a : $A = \theta_0$ et $\varphi = 0$.

Donc l'équation horaire du mouvement de ce pendule est :

$$\theta(t) = \theta_0\, sin\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}} \times t\right)$$

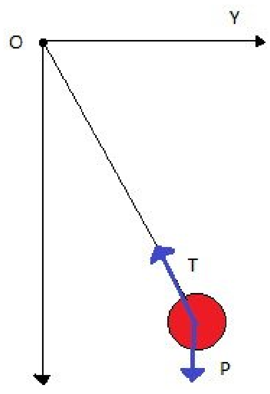

***Figure 17**: Procédure pour l'exemple de référence interdisciplinaire dans la version finale de R14.*

Le concepteur semble prendre un certain recul par rapport aux manuels classiques pour choisir des exemples vraiment innovants, hors classification usuelle, témoignant de son ouverture vers l'interdisciplinarité. Nous pouvons faire l'hypothèse que l'étudiant-professeur a pu mettre à profit un cours de didactique des mathématiques proposé lors d'un séminaire qui s'est déroulé à Yaoundé en mars 2012 au début de la mise en œuvre du projet *PReNuM-AC* (Chenevotot-Quentin *et al.*, 2018) et la lecture d'un article suggéré par les évaluateurs français du projet lors des évaluations intermédiaires : cours et article soulevaient la délicate question de l'articulation entre compétences attendues en mathématiques et en physique à propos de l'usage de notions mathématiques telles que les équations différentielles.

Aucun des critères de Zodik et Zaslavski qui pilotent l'émergence des exemples ne semble apparaître dans cet exemple.

6. Traces de développement professionnel

Le rôle des exemples s'est avéré déterminant dans le déroulement du projet, qu'il s'agisse de ceux figurant dans le cadrage complémentaire ou de ceux choisis par les étudiants-professeurs pour donner du sens à leurs documents de cours. L'analyse des documents de cadrage ainsi que les trois études de cas que nous venons de réaliser nous permettent de faire des hypothèses sur d'éventuelles traces de développement professionnel chez les futurs enseignants en formation qui ont conçu les documents de cours. Nous allons pour cela nous appuyer sur nos indicateurs de développement professionnel (voir figure 3).

6.1. Choisir, adapter et enrichir des exemples issus de manuels (indicateur I1)

Pour rédiger leurs documents de cours, les concepteurs réalisent un travail documentaire à partir de ressources existantes (Chenevotot-Quentin *et al.*, 2018). Ils sont amenés à mobiliser des ressources diversifiées, à choisir des exemples et à les adapter.

Il ne faut pas sous-estimer le rôle des manuels *CIAM*, car de nombreux exemples présents dans les documents de cours s'inspirent de ceux-ci en les revisitant. Citons la deuxième étude de cas où l'adaptation maladroite d'un exemple issu du manuel *CIAM* conduit finalement à sa suppression.

Mais ces manuels n'expriment pas, en termes de capacités, l'objectif d'apprentissage attendu. La charte initiale du projet et le cadrage complémentaire constituent dès lors des outils pour adapter, réviser, développer des exemples issus de ces manuels de référence, leur adjoindre d'autres exemples extraits d'autres manuels ou sites webographiques, ainsi qu'on peut le voir dans la troisième étude de cas.

6.2. Assurer la robustesse mathématique des exemples sélectionnés (indicateur I2)

D'une manière générale, les évolutions constatées dans le choix des exemples semblent traduire deux constats. Premièrement, des situations contextualisées, peut-être porteuses de sens pour les élèves mais peu pertinentes mathématiquement, disparaissent ou ne sont que brièvement évoquées (première et deuxième études de cas) alors que des situations relevant d'une modélisation (la notion mathématique est outil de modélisation) sont au contraire mises en exergue (troisième étude de cas). Deuxièmement, les exemples dont l'étude mathématique permet de développer les aspects cruciaux de notions ou de propriétés font l'objet d'approfondissement (remarques, conditions d'application, conseils d'ordre pédagogique) (deuxième étude de cas).

Les exemples n'ont plus pour enjeu principal d'introduire des notions, des propriétés en s'appuyant sur un vécu facilitateur mais au contraire d'enrichir un panel de situations mathématiques de référence propices à une conceptualisation des notions en jeu.

Nous pouvons supposer que ces constats ne sont pas sans lien avec les exemples apportés par les encadrants camerounais. Véritables modèles génériques, ils sont rigoureux sur le plan scientifique.

6.3. Adapter des exemples aux enjeux éducatifs et culturels (indicateur I3)

Dans la première étude de cas, le désir du concepteur de maintenir la situation très discutable de la route coupée (ou pas) pour aborder la continuité marque une certaine posture : les mathématiques scolaires se doivent d'évoquer une certaine réalité concrète (réduite ici à une métaphore), une hybridation au sens d'Adler (2010) entre pratique sociale et mathématiques académiques.

Les exemples présentés dans le cadrage complémentaire témoignent de la réflexion didactique engagée par les encadrants camerounais pour répondre aux besoins perçus par les équipes sur le terrain. Le souhait des encadrants camerounais de promouvoir des activités structurées pour le professeur, balisées pour l'élève, met en évidence une certaine conception de l'activité mathématique déterminée par l'institution de formation et adaptée aux besoins ressentis par les formateurs.

6.4. Mettre en œuvre une pédagogie appropriée au contexte africain (indicateur I4)

La réflexion menée par les concepteurs des documents de cours sur le choix des exemples suggère une certaine prise en compte des besoins des élèves : des contenus mathématiquement pauvres sont expurgés de situations concrètes porteuses d'un certain sens tandis que la pratique potentielle est orientée vers l'activité de l'élève.

Les manuels *CIAM* (en lien avec les programmes HPM) sont à l'origine d'une conception novatrice de l'enseignement mathématique en Afrique francophone. Ces manuels sont caractérisés par la volonté d'aborder les notions par des activités introductives corrigées et balisées qui permettent à l'élève (à partir d'un cas) de donner du sens à ces notions. Suivent des exercices d'application également corrigés qui guident encore l'élève pas à pas. Pour les concepteurs des documents de cours, il s'agit d'aller plus loin en proposant des activités certes guidées mais où il ne s'agit pas seulement d'appliquer mais aussi de prendre des initiatives, de réactiver des connaissances anciennes pour favoriser l'activité de l'élève. Dans la troisième étude de cas, il doit articuler des connaissances en mathématiques et en physique.

La pédagogie active, au cœur des préoccupations des inspecteurs camerounais et de ce contexte éducatif spécifique (comme le montrent les exemples du canevas qui permettent tous la mise en activité des élèves) sous-tend la démarche pédagogique qui en ressort. Pour les futurs enseignants, il s'agit de mettre en œuvre le plus systématiquement possible des modèles d'activités censés mobiliser chez l'élève sa capacité à interroger ses connaissances, à les mettre en réseau...

6.5. Exploiter les fonctions des exemples (introduire, faire référence, généraliser, démontrer...) (indicateur I5)

La prise de conscience par les concepteurs des fonctions plurielles des exemples leur livre l'organisation des documents de cours : commencer par des exemples pour introduire et motiver les notions, présenter ensuite des exemples de référence pour fonder l'intuition sur le concept, et s'appuyer sur des exemples génériques qui jouent le rôle de modèles (Rissland-Michener, 1978).

La démarche promue par les encadrants camerounais semble donc faire l'objet d'une appropriation dans ce contexte de formation plus ou moins explicite : choisir un exemple simple ou familier, mettre l'accent sur des aspects caractéristiques, penser la transférabilité pour généraliser.

6.6. Limites de notre étude

Nous avons choisi de réaliser une étude qualitative portant sur un nombre limité de documents de cours et d'exemples. Pour conduire nos analyses, nous avons été confrontées à des enjeux culturels et éducatifs non familiers qui ne sont pas nécessairement congruents avec notre perception de l'activité mathématique de l'élève.

Notre méthodologie paraît adaptée pour regarder la robustesse mathématique et la pertinence pédagogique des exemples. Cependant, le cinquième critère pilotant l'émergence des exemples selon Zodik et Zaslavsky (2008), *« prendre en compte les erreurs prévisibles soit pour les éviter soit au contraire pour que les élèves s'y confrontent »* n'est pas apparu dans nos analyses. Nous pouvons émettre plusieurs hypothèses. Tout d'abord, cette typologie a été établie pour des professeurs chevronnés alors que nous nous sommes intéressées à de futurs enseignants en formation. Mais cette absence de réflexion sur l'erreur dans les documents de cours pourrait aussi traduire son statut dans le contexte étudié. D'une part, les effectifs de classe pléthoriques en Afrique laissent certainement peu de place à son traitement. D'autre part, le projet est marqué par la posture des encadrants (inspecteurs, universitaires) qui, ne souhaitant pas confronter l'élève à l'erreur, promeuvent des exemples qui l'évitent.

Plusieurs facteurs limitent notre étude. Nous avons recueilli peu d'informations sur la formation suivie à l'ENS par les futurs enseignants participant au projet *PReNuM-AC*. Nous n'avons pas pu observer et étudier les pratiques de classe des concepteurs des documents de cours, aujourd'hui jeunes enseignants de mathématiques. L'absence de suivi des futurs professeurs dans leurs pratiques ne nous a pas permis d'avoir des informations sur l'usage[16] réel des documents de cours produits. Ceux-ci ont-ils été utilisés en classe ?

Conclusion

Le projet *PReNuM-AC* semble constituer un modèle de formation professionnelle inédit par le biais d'un travail collaboratif pluri-catégoriel. Car, si concevoir des documents de cours fait partie de l'activité professionnelle de tout enseignant, la production accompagnée de documents de cours présente une dimension novatrice en termes de formation. Les contraintes liées à l'évaluation peuvent toutefois suggérer un certain formatage de la formation. Grâce à la démarche mise en œuvre dans le projet (Gélis *et al.*, 2017), les étudiants-professeurs semblent s'être approprié un geste professionnel essentiel, préparer un cours dans ce contexte de formation, en tenant compte des enjeux définis par les formateurs : la mise en retrait des

[16] L'usage selon Adler renvoie à leur statut de ressource fonctionnelle pour l'enseignement.

situations liées au quotidien (première et deuxième études de cas) et l'ouverture interdisciplinaire (troisième étude de cas). Ce travail d'élaboration de documents de cours a nécessairement impliqué une réflexion sur les activités mathématiques, les contenus des programmes et les objectifs pédagogiques.

Revenons sur notre question de recherche. Dans quelle mesure les modifications apportées aux exemples, dans les différentes versions de travail successives des cours, permettent-elles d'identifier un éventuel développement professionnel chez ces futurs enseignants ? Pour explorer le lien entre l'évolution des exemples et le développement professionnel des concepteurs, nous avons construit cinq indicateurs pour caractériser leur développement professionnel.

Ce travail d'élaboration de documents de cours a imposé aux futurs-professeurs faisant partie de notre étude d'explorer des ressources existantes pour choisir, adapter et enrichir des exemples issus de manuels (indicateur I1). Les concepteurs des documents de cours que nous avons analysés ont été amenés à questionner la robustesse mathématique des exemples sélectionnés qui se doivent d'être rigoureux (indicateur I2). Ces futurs enseignants ont dû adapter des exemples existants afin de prendre en compte les spécificités liées au contexte éducatif et au contexte culturel (indicateur I3) et produire des documents de cours mettant en œuvre une pédagogie favorisant la mise en activité des élèves attendue par les encadrants camerounais (indicateur I4). Enfin, en proposant des exemples ayant des fonctionnalités variées, les concepteurs des documents de cours que nous avons étudiés se sont approprié les différentes fonctions des exemples qui structurent et organisent le cours (indicateur I5). L'étude des exemples des documents de cours semble donc avoir permis de relever des traces de développement professionnel chez les concepteurs faisant partie de notre étude.

La question du potentiel des exemples pour éclairer le développement professionnel d'enseignants en formation reste encore largement à explorer. Mais la modalité de formation mise en œuvre dans le projet, en faveur d'un travail de réflexion sur la nature des exemples et de leurs fonctionnalités pour apprendre des mathématiques, pourrait être étendue à d'autres systèmes éducatifs.

Références bibliographiques

Adler, J. (2010). La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In G Gueudet & L Trouche (éds.). *Ressources Vives, Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : INRP, Presses Universitaires de Rennes.

Baheux, C., Galisson, M.-P., Chenevotot, F. & Gelis, J.-M. (2015). Projet d'innovation au Cameroun et développement professionnel. In L Theis (éds.). *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage. Actes du 6e colloque Espace Mathématique Francophone*, 551-565. Alger, Algérie : Faculté de mathématiques.

Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A. & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in Mathematics Education. In J Novotna (éds.). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*. Prague, Czech Republic.

Chenevotot-Quentin, F., Galisson, M.-P., Baheux, C. & Gelis, J.-M. (2018). Formation initiale par la conception de documents de cours : l'expérience d'un projet innovant au Cameroun. *Petit x, 107*, 49-75.

Djeumeni Tchamabe, M. (2015). La formation pratique des enseignants au Cameroun. *Formation et Profession, 23*(3), 169-180.

Gélis, J.-M., Chenevotot, F., Galisson, M.-P. & Baheux, C. (2017). Disséminer la recherche en technologies éducatives dans les pays en voie de développement, une approche issue du projet PReNuM-AC. *Frantice.net, numéro spécial 12-13* (décembre 2016).

Goldenberg, P. & Mason, J. (2008). Shedding light on and with example spaces. *Educational Studies in Mathematics, 69*, 183-194.

Lefeuvre, G., Garcia, A. & Namolovan, L. (2009). *Les indicateurs de développement professionnel. Recherches en éducation, 5*(11), 277-314.

Ouvrier-Buffet, C. (2003). Entrer par l'activité de définition en mathématiques pour revenir sur les notions d'exemples, contre-exemples et non-exemples. In R Kamfour-Armale & L Vivier (éds.). *Les exemples - En Chimie, en Mathématiques, en Physique*, (49-58). Paris : IREM de Paris.

Rissland-Michener, E. R. (1978). Understanding Understanding Mathematics. *Cognitive science, 2*, 361-383.

Uwamariya, A. & Mukamurera, J. (2005). Le concept de « développement professionnel » en enseignement : approches théoriques. *Revue des sciences de l'éducation, 31*(1), 133-155.

Watson, A. & Mason, J. (2002). Extending example spaces as a learning/teaching strategy in mathematics. In A Cockburn & E Nardi (éds.). *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*. Norwich, University of East Anglia.

Watson, A. & Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: learners generating examples*. Mahwah: Erlbaum.

Zodik, I. & Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 69*, 165-182.

Manuel TSM (Terminale Sciences Mathématiques - Terminale C) *Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM)*. France : EDICEF.

Manuel TSE (Terminale Sciences Expérimentales - Terminale D) *Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM)*. France : EDICEF.

Annexe
Composition d'un document de cours

Extrait de la charte du projet PReNuM-AC

Une ressource correspond à un chapitre de cours. Elle est constituée des parties énoncées ci-dessous. Pour chaque partie, des indications sont données quant au contenu. Ces indications seront des critères pour l'évaluation.

Cours détaillé : Indiquer notamment l'objectif du chapitre, la place dans le programme, les prérequis, le schéma pédagogique (place des activités, du cours, des exercices), le déroulement prévu (indication sur le temps consacré à chaque phase), l'activité prévue pour le maître et l'activité attendue des élèves.

Activités pédagogiques : Un chapitre sera détaillé en deux temps différents d'activités : par exemple exposition d'une notion, travail sur une méthode. Les objectifs spécifiques et les travaux demandés aux élèves en classe, éventuellement hors classe, seront indiqués. Des éléments de mise en œuvre à partir du stage pratique des étudiants (conduite pédagogique de la leçon, difficultés et ressenti des élèves...) et une bibliographie des sources utilisées, notamment des travaux de recherche en didactique abordés lors de la formation d'accompagnement, viendront en complément.

Devoirs et corrigés : Proposition de deux devoirs « maison » et d'un devoir surveillé. Chaque devoir est d'une durée de deux heures. On donnera les éléments d'analyse suivants : la place du devoir dans la progression du cours, les objectifs (contrôle des acquisitions, entraînement, recherche)..., la présentation des tâches demandées aux élèves. On indiquera à l'aide de variantes comment les devoirs peuvent être adaptés à différents publics.

Feuille d'exercices : Confectionner une sélection, à partir de la base d'exercices WIMS, d'au moins une trentaine d'exercices, organisés pour une activité des élèves d'environ deux heures. La feuille WIMS sera accompagnée d'un document professeur indiquant les raisons du choix des exercices et les points importants dans la mise en œuvre.

Vidéo : Une vidéo apportera des éléments pour la mise en œuvre du chapitre de cours : film du cours en classe et/ou discussion sur la ressource et/ou présentation par l'un des concepteurs. Idéalement une vidéo d'environ 20 *min* pourrait contenir une présentation de la ressource, un temps collectif en classe et un temps de travail individuel d'élèves. Ce dernier élément est facultatif.

Les logiciels utilisés pour les ressources sont : la base d'exercices en ligne WIMS, OpenOffice pour la rédaction des cours, devoirs et exercices, Casyopée pour la géométrie dynamique et le calcul formel.

D'autres logiciels pourront être utilisés si nécessaire mais, pour des raisons de cohérence des ressources, ils devront être acceptés par le comité scientifique. Tous les logiciels utilisés devront être « libres ».