
LES QUADRILATÈRES PARTICULIERS DANS LA FORMATION DES PROFESSEURS DES ÉCOLES : DIFFICULTÉS ET LEVIERS

Maha ABBOUD¹

LDAR, INSPÉ de Versailles

Caroline GIRARDOT²

INSPÉ de Paris

Cécile KERBOUL³

INSPÉ de Versailles

Marie-Noëlle LAMY⁴

INSPÉ de Paris

Résumé. Partant des difficultés des professeurs des écoles stagiaires relatives à la géométrie et notamment aux quadrilatères particuliers, cet article présente la conception de deux scénarios et leur mise en place en formation initiale. Ces scénarios s'appuient sur une ressource institutionnelle, publiée sur le site du ministère de l'Éducation Nationale, comprenant une tâche à effectuer dans un environnement de géométrie dynamique. L'analyse de l'activité des professeurs stagiaires pendant le déroulement des scénarios en général et la réalisation de cette tâche en particulier, permettent d'envisager des leviers pour pallier les difficultés observées.

Mots-clés. Professeurs des écoles, formation initiale, géométrie dynamique, quadrilatères, propriétés, définitions.

Introduction

L'étude présentée dans cet article trouve son origine dans une ressource institutionnelle portant sur l'enseignement des quadrilatères particuliers avec le logiciel de géométrie dynamique *GeoGebra*, disponible sur le site *Éduscol* (du Ministère de l'Éducation Nationale, MEN) et destinée aux enseignants du premier degré. Nous l'avons repérée au cours d'une recherche bibliographique relative aux travaux menés par notre groupe IREMS engagé dans la production de ressources TICE⁵ pour l'enseignement et la formation⁶. Après avoir analysé cette ressource, nous l'avons testée avec des élèves de cycle 3 de l'école élémentaire. Nous avons alors projeté

¹ maha.abboud-blanchard@cyu.fr

² caroline.girardot@inspe-paris.fr

³ cecile.kerboul@cyu.fr

⁴ marie-noelle.lamy@ac-paris.fr

⁵ TICE : Technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement

⁶ Les autrices de l'article font partie d'un groupe de travail de l'Institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques et des sciences (IREMS) de Paris.

d'utiliser cette ressource et les retours d'expérience en classe pour construire un scénario de formation initiale de professeurs des écoles autour de la notion de quadrilatères particuliers. La mise en place d'un premier scénario (SF1) nous a permis de mettre en évidence d'une part que les professeurs des écoles stagiaires (PES) ont des connaissances non stables concernant les définitions et les propriétés des quadrilatères particuliers et d'autre part qu'ils ont tendance à rester comme leurs élèves dans une géométrie perceptive (avec usage du dessin comme support de raisonnement et de validation) et ont du mal à s'engager dans une démarche plus déductive. Ceci nous a amenées à concevoir et mettre en place un deuxième scénario de formation (SF2) exploitant la ressource du MEN cette fois-ci comme révélatrice des difficultés des PES, et à leur proposer des activités et des apports théoriques les aidant à y remédier.

Cet article propose une réflexion sur la conception et la mise en œuvre de cette formation et de ses effets, accompagnée d'analyses didactiques à destination particulièrement des formateurs. L'expérimentation s'est déroulée sur deux années et a engendré nombre de données et d'analyses que nous ne reprenons pas dans leur totalité dans cet article. Nous avons choisi de dérouler notre propos de façon à suivre la chronologie du travail effectué afin de montrer notre cheminement, pratique et analytique, dans l'exploitation de cette ressource institutionnelle pour la formation.

Après avoir exposé les préalables théoriques qui guident nos analyses, nous présentons la ressource et des possibilités de son exploitation en formation. Nous exposons ensuite successivement les deux scénarios que nous avons conçus pour la formation initiale des professeurs des écoles ainsi que les analyses des déroulements de ces scénarios. Nous concluons sur ce que ces analyses permettent de révéler des conceptions initiales des PES sur les quadrilatères particuliers et leur enseignement, ainsi que sur certaines évolutions de ces conceptions au cours de la formation.

1. Préalables théoriques

Les recherches sur l'apprentissage et l'enseignement de la géométrie sont très nombreuses dans la littérature et en abordent différents aspects, que ce soit la nature des connaissances (spatiales/géométriques), le rôle des représentations (dessins/figures) ou encore le raisonnement (argumentations/démonstrations). Les questions traitées par la recherche en didactique relatives à ces thématiques sont variées et sans cesse renouvelées (Perrin-Glorian & Salin, 2010 ; Mathé *et al.*, 2020), particulièrement avec l'installation des environnements de géométrie dynamique (EGD) dans le paysage avec leurs contraintes et leurs potentialités.

Plusieurs cadres théoriques servent de support à ces recherches, notamment en lien avec la transition école-collège, les continuités et surtout les ruptures que cette transition représente pour les élèves et leurs enseignants (Perrin-Glorian *et al.*, 2013). Parmi ces cadres théoriques, nous en citons en particulier deux. Les différents paradigmes de géométrie introduits par Houdement et Kuzniak (1999) qui distinguent : la géométrie naturelle (GI), la géométrie axiomatique naturelle (GII) et la géométrie axiomatique formaliste (GIII). Les problèmes de GI portent sur des objets matériels ou matérialisés, traces graphiques sur le papier ou traces virtuelles sur l'écran d'ordinateur. L'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif s'exercent sur ces objets grâce à la perception ou la mise en œuvre d'expériences. Quant à GII, la source de validation y est fondée sur les lois hypothético-déductives dans un système axiomatique précis. La relation avec la réalité y subsiste encore, « *dans la mesure où elle s'est constituée pour organiser les connaissances géométriques issues de problèmes spatiaux* » (Houdement & Kuzniak, 2006, p. 181). Le passage de GI à GII est identifié comme difficile à mettre en œuvre en classe, alors

qu'il est décisif pour l'apprentissage des élèves. De plus, même si les élèves arrivant en cycle 3 ont certaines connaissances sur des propriétés et des définitions géométriques, ils ne font pas nécessairement le lien entre les constructions et les propriétés qui les justifient. Dans ses travaux, Van Hiele (1984) distingue cinq niveaux dans le développement de la pensée géométrique chez l'enfant, allant du niveau 0 « la visualisation » au niveau 4 « la rigueur ». Parzysz (2002) précise que c'est le niveau 2 « déduction informelle » qui constitue le niveau-charnière dans lequel la théorie se met en place chez l'élève en se construisant contre la perception, jusque-là acceptée. C'est le moment où apparaît le plus clairement le conflit entre le su et le perçu (Parzysz, 1989). D'ailleurs les programmes en vigueur de l'école primaire⁷ (en 2023) soulignent le besoin d'une progressivité dans l'enseignement de la géométrie en précisant que les activités proposées en cycle 3 doivent permettre aux élèves de passer d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont essentiellement contrôlés par la perception à une géométrie où le recours à des instruments devient déterminant, pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation s'appuie sur le raisonnement et l'argumentation.

Ces dernières décennies, la littérature de recherche a aussi reflété l'importance de la notion de définition dans l'enseignement des mathématiques en général (Ouvrier-Buffet, 2003) et de la géométrie en particulier. Ces recherches ont traité à la fois de la compréhension du processus de définition et du besoin de définitions dans le développement de la pensée géométrique (de Villiers *et al.*, 2009). Selon Tall et Vinner (1981), la définition d'un concept correspond à un énoncé verbal utilisé pour spécifier ce concept, en l'expliquant de manière précise. Ces auteurs ont identifié deux types de définitions d'un concept, une définition formelle qui correspond à celle qui est acceptée par la communauté mathématique en général et une autre personnelle qui correspond à une « *description discursive que l'apprenant utilise pour sa propre explication de son image conceptuelle*⁸ évoquée » (Tall & Vinner, 1981, p. 152). Les auteurs précisent que la définition personnelle d'un concept peut être équivalente à la définition formelle, ou en désaccord et, par conséquent, être incomplète ou erronée. Par exemple, même si un élève est capable de donner une définition formelle d'un parallélogramme comme un quadrilatère avec deux paires de côtés opposés parallèles, il peut ne pas considérer les carrés et les losanges comme des parallélogrammes, parce que l'image conceptuelle qu'il en a est que toutes les mesures des angles ou celles des longueurs des côtés ne peuvent pas être égales. Du fait de ce genre de conflit entre deux types de définitions, certaines études ont montré que nombre d'élèves rencontrent des difficultés avec la définition des quadrilatères et par conséquent avec leur classification inclusive (Monaghan, 2000) et que ces difficultés semblent persister, dans une certaine mesure, chez les futurs enseignants du primaire (Miller, 2018).

Il est à noter que le potentiel des EGD dans le développement de la compréhension des définitions a également été exploré dans plusieurs études, dont certaines relatives aux quadrilatères particuliers. Ces études ont montré que les élèves ont pu développer des images conceptuelles plus robustes et dynamiques que les images prototypiques traditionnelles, qui tendent à empêcher les définitions inclusives (Sinclair *et al.*, 2016). Ceci rejoindrait par exemple ce qui est dit plus haut concernant le losange ou le carré qui sont difficilement reconnus comme parallélogrammes en papier-crayon. Le déplacement des sommets d'un parallélogramme en EGD, avec affichage des mesures des angles et des côtés, peut ainsi permettre cette reconnaissance.

⁷ <https://eduscol.education.fr/document/50990/download>

⁸ Les auteurs introduisent l'image conceptuelle comme étant la structure cognitive associée au concept, qui comprend toutes les images mentales et les propriétés et processus associés.

Les recherches sur les professeurs des écoles au sujet de l'enseignement de la géométrie ont montré de leur côté plusieurs difficultés relevées notamment en formation initiale (cf. par exemple Houdement, 2013). Les connaissances géométriques avec lesquelles les futurs enseignants arrivent en formation ne sont pas suffisantes pour promouvoir le développement de la pensée géométrique chez leurs futurs élèves (Font *et al.*, 2018). Par exemple Lowrie *et al.* (2024) relèvent que les enseignants se concentrent en priorité sur la précision des dessins géométriques plutôt que sur la validité des constructions géométriques ou le raisonnement sur ces constructions. Houdement (2013) parle de « déficits » des étudiants en géométrie en termes de faiblesse conceptuelle et de conception d'enseignement de la géométrie. À ce propos, Kuzniak et Rauscher (2003, 2004) utilisent une double approche qui croise paradigmes géométriques et niveaux de Van Hiele pour étudier les conceptions et connaissances des étudiants préparant le concours de professorat des écoles. Ils montrent qu'une majorité de ces étudiants gardent de leurs études un souvenir des propriétés qu'ils utilisent pour travailler en GI et justifier leurs réponses ; peu d'entre eux se situent en GII ou à la transition entre les deux. Le dessin en géométrie semble finalement plus ou moins considéré comme l'objet réel de leurs investigations et questionnements.

Les formateurs sont confrontés à ces difficultés et se retrouvent à faire des choix quant aux aspects prioritaires à mettre en œuvre dans la formation professionnelle étant donné le manque de temps dont ils disposent pendant les deux années de formation initiale. Nous observons dans nos INSPÉ⁹ que, souvent, sont mis en avant les aspects relatifs aux différents types de connaissances en jeu dans l'apprentissage de la géométrie, les différentes tailles d'espace et les types de tâches géométriques, par ailleurs soulignés par les programmes, ainsi que les variables didactiques correspondantes, incluant l'usage des instruments. Depuis quelques années sont venus se rajouter des problèmes de restauration de figures et la réflexion sur leur participation à la compréhension des différentes dimensions en jeu dans la construction et la compréhension des objets géométriques du plan (Duval & Godin, 2006). Nous constatons aussi que le travail sur les définitions et propriétés des figures géométriques se retrouve souvent cantonné en formation en termes de rappels. L'observation des pratiques de classe montre que beaucoup de ces futurs enseignants favorisent la mémorisation des noms des figures et de certaines de leurs caractéristiques en restant dans un processus de vérification perceptive identique à celui utilisé par leurs élèves lors de l'identification de figures géométriques (Font *et al.*, 2013). Toutefois, les recherches portant sur les connaissances des futurs enseignants en matière de définitions géométriques sont rares et mettent surtout en évidence leurs difficultés, en particulier lorsqu'il s'agit de définir des concepts géométriques complexes, impliquant un aspect inclusif, tels que les quadrilatères ou les polygones (Fujita & Jones, 2007 ; Miller, 2018).

Sur la base de ces constats et résultats, l'objectif que nous poursuivons est d'investiguer les représentations des PES en ce qui concerne les propriétés et définitions des quadrilatères particuliers et de leur proposer une formation qui prend en compte leur difficultés et besoins en termes de connaissances mathématiques et didactiques.

2. Une ressource institutionnelle : analyse et mises en œuvre

Comme nous le disions plus haut, une ressource institutionnelle, disponible en ligne, est à l'origine de notre questionnement. Celle-ci est présentée comme exemple d'une situation d'apprentissage à la fin du document d'accompagnement des programmes « Espace et géométrie

⁹ INSPÉ : Institut national supérieur du professorat et de l'éducation.

au cycle 3 » (MEN, 2018). L'objectif annoncé est « *de renforcer la connaissance des définitions et propriétés des quadrilatères usuels* ». Dans cette partie, nous analysons d'abord succinctement la tâche proposée dans la ressource. Nous présentons ensuite comment les étudiants en formation initiale en deuxième année de master MEEF¹⁰ premier degré à l'INSPÉ s'en emparent et l'effectuent dans les deux scénarios de formation qui ont été mis en place et que nous détaillerons plus en avant dans les parties 3 et 4 suivantes.

2.1. La ressource et son analyse

D'après l'introduction de la ressource, cette activité, *a priori* destinée aux élèves de cycle 3, peut aussi être proposée au cycle 4. Sa mise en œuvre s'effectue dans un environnement *GeoGebra*. Un fichier est disponible en ligne dans lequel huit polygones ont été construits : un carré, un rectangle, un losange, un parallélogramme, un trapèze rectangle, un trapèze, un quadrilatère quelconque et un pentagone. La tâche proposée consiste à déterminer, en déplaçant les sommets, la nature de chacun des huit polygones puis à écrire « sa nature » dans un tableau, chaque nom de polygone ne devant apparaître qu'une fois (figure 1). À noter qu'à l'ouverture du fichier, tous les polygones semblent être des carrés en position non prototypique, l'élève doit donc utiliser la souris pour déformer les polygones afin de découvrir les propriétés qui ont été utilisées pour les construire et déterminer la nature de chacun¹¹.

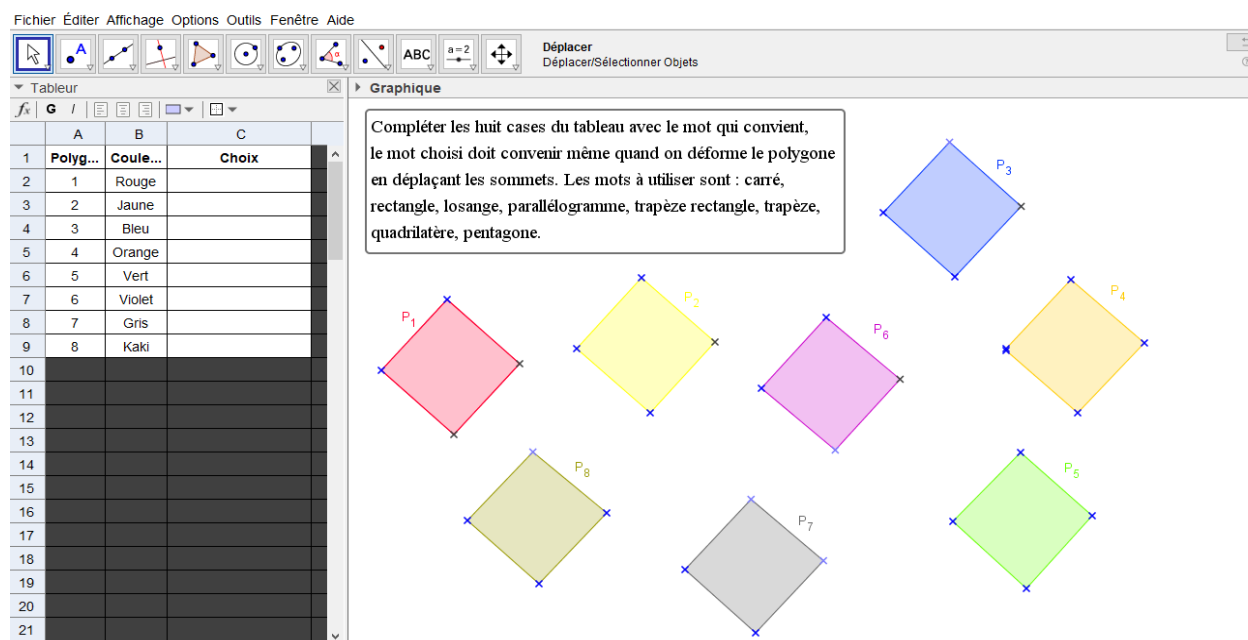


Figure 1 : Copie d'écran à l'ouverture du fichier GeoGebra.

À la lecture de la consigne (cf. encadré dans la zone graphique de *GeoGebra* de la figure 1), plusieurs biais parasitent l'activité de l'élève. Ils lui permettent de répondre en faisant une identification perceptive et de procéder par élimination (étant donné que chaque nature n'apparaît qu'une seule fois).

¹⁰ Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation.

¹¹ P_1 est un carré, P_2 est un parallélogramme seulement, P_3 est un rectangle seulement, P_4 est un pentagone, P_5 est un quadrilatère quelconque, P_6 est un losange seulement, P_7 est un trapèze rectangle seulement, P_8 est un trapèze quelconque.

Nous ne nous attardons pas ici sur l'analyse des formulations utilisées (figure 1)¹², nous relevons juste à ce propos un implicite fort qui est que l'élève devrait comprendre que « le mot » qu'il doit sélectionner pour chaque polygone correspond à l'identification de « la nature » du polygone en question. Dans une séance de classe on peut supposer que l'enseignant lèvera cet implicite lors de la relecture de la consigne. Nous nous penchons plutôt sur l'analyse des procédures qu'un élève peut mettre en œuvre pour répondre correctement à la question posée. Trois procédures semblent possibles pour des élèves de cycle 3 :

- Procédure 1 : recherche de la nature du polygone P_1 qui apparaît en premier dans le tableau à remplir, en déplaçant ses sommets de manière à vérifier (ou pas) que c'est un carré (première nature proposée dans la liste), puis un rectangle et ainsi de suite... Le tableau est complété en suivant l'ordre qu'il suggère.
- Procédure 2 : essai de déplacement des sommets sur toutes les figures afin de reconnaître une figure usuelle connue (dans une position prototypique) avant de se prononcer sur la nature de ces figures. Le tableau est rempli dans l'ordre dans lequel les natures des polygones sont trouvées.
- Procédure 3 : la procédure 1 est d'abord utilisée. En cas de difficulté à reconnaître certains polygones (pris donc dans l'ordre de leur apparition dans le tableau), la recherche passe à une autre figure, de préférence en position prototypique, que l'élève pense pouvoir identifier.

Dans toutes ces procédures, l'élève utilise le déplacement dans *GeoGebra* des sommets des figures (certains ne sont pas déplaçables car ils sont liés par construction à d'autres). Le déplacement des sommets des différentes figures permet de déterminer leurs natures respectives plutôt par perception visuelle qu'en mobilisant une définition ou des propriétés géométriques. Soulignons l'aspect dynamique qui permet de positionner toutes les figures en position prototypique, ce qui peut alors inciter à rester dans la reconnaissance perceptive.

De plus, nous notons qu'il n'y a aucune incitation à utiliser les fonctionnalités de *GeoGebra* (pourtant disponibles ici) pour permettre la vérification des propriétés perçues, a minima la fonctionnalité « relation entre deux objets ». Cette dernière permettrait par exemple de savoir/vérifier si deux segments ont même longueur, s'ils sont parallèles ou perpendiculaires. En offrant la possibilité aux élèves d'utiliser cette fonctionnalité (en fonction bien entendu de leur familiarité avec le logiciel), on peut espérer qu'ils mobilisent des propriétés des quadrilatères particuliers pour les caractériser et atteignent ainsi l'objectif fixé dans le document. L'usage de la géométrie dynamique devrait pouvoir faire basculer l'activité dans un raisonnement déductif : émission de conjectures sur la nature des polygones à partir de la connaissance de propriétés géométriques observées grâce à l'aspect dynamique et non plus seulement sur une reconnaissance simplement globale (comme en papier-crayon) puis utilisation des fonctionnalités du logiciel pour les vérifier.

Ainsi, on entrevoit que, telle qu'elle est proposée dans ce document institutionnel, l'élève peut réussir la tâche en se plaçant uniquement dans une approche guidée par la perception, malgré l'objectif affiché de mobiliser des propriétés géométriques et des définitions favorisant le recours à un raisonnement déductif qu'il soit encore en Géométrie I ou préparant l'entrée dans la Géométrie II, en fin de cycle 3.

¹² Pour une analyse plus détaillée de cette situation, nous renvoyons le lecteur au document pour la formation produit par le groupe IREMS : http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/documents_pour_la_formation_des_enseignants_cahiers_bleus/IPS22002.pdf

Une fois cette analyse faite, nous avons voulu explorer la manière dont des élèves de cycle 3 s'en emparent effectivement. Nous avons légèrement adapté le fichier *GeoGebra*, en restreignant le nombre des polygones proposés et en nommant les sommets des polygones afin de faciliter la formulation des justifications attendues par l'enseignant. Nous avons observé les élèves en activité et avons sélectionné quelques extraits vidéos d'échanges élève-professeur¹³ où le professeur demande à l'élève de justifier sa réponse. Ces extraits nous ont servi dans l'élaboration des scénarios de formation.

2.2. Analyse des stratégies et connaissances mobilisées par les PES

Les deux scénarios de formation (SF1 et SF2) commencent par la découverte de la ressource en ligne¹⁴ puis la réalisation et l'analyse *a priori* de la tâche. Les PES travaillent en binômes pendant ce temps de recherche. Nous analysons ici leurs productions.

Scénario de formation SF1 : premières analyses

La séance se déroule en début d'année (mois d'octobre) dans un groupe de 17 PES, en salle informatique. Depuis la rentrée, les quelques séances de mathématiques proposées n'ont pas porté sur le domaine géométrique. Les PES ont déjà utilisé *GeoGebra* l'année précédente en M1 (logiciel *a priori* utilisé au collège/lycée). L'annexe 1 leur est distribuée.

Tous les PES commencent par déplacer les sommets des polygones. Seul un binôme cherche ensuite à vérifier, pour quelques polygones, certaines propriétés en utilisant des outils de *GeoGebra* et se place ainsi en géométrie instrumentée. Ce binôme se contente d'une reconnaissance visuelle pour les polygones P_4 , P_5 , P_8 . Les procédures et les justifications qu'il donne pour les autres polygones sont présentées dans le tableau 1 ci-dessous. Nous observons que ce binôme n'utilise à aucun moment l'outil « relation entre deux objets » (outil vraisemblablement non connu) et que, dans ses justifications écrites, le mot « quadrilatère » n'est jamais mentionné (« ça se voit à l'écran que le polygone a 4 côtés »).

Polygone	Procédures observées	Justification donnée pour la nature du polygone
P_1	• déplacement des sommets ; • tracé des deux diagonales avec l'outil « segment » ; • mesure des longueurs des 4 côtés et des deux diagonales (outil « distance ou longueur ») ; • mesure des 4 angles du polygone (outil « angle »).	« Carré car il a 4 côtés égaux, 4 angles droits et ses diagonales de même longueur ». [La propriété des diagonales étant ici redondante pour conclure.]
P_2	• déplacement des sommets ; • mesure des 4 angles du polygone (outil « angle »).	« Parallélogramme : il a ses angles opposés de même mesure, et donc ses côtés parallèles 2 à 2 ».

¹³ Nous décrivons et analyserons ces extraits plus loin dans l'article à l'occasion de leurs utilisations dans les scénarios SF1 et SF2.

¹⁴ La suite des scénarios sera présentée dans les parties 3 et 4 de ce texte.

P_3	• déplacement des sommets ; • mesure des longueurs des 4 côtés (outil « distance ») ; • mesure des 4 angles du polygone (outil « angle »).	« Rectangle : 2 côtés égaux 2 à 2 et 4 angles droits ». [La formulation « 2 côtés égaux 2 à 2 » sera questionnée lors de la mise en commun].
P_6	• déplacement des sommets ; • tracé des deux diagonales (outil « segment ») ; • mesure des longueurs des diagonales (outil « distance »).	« Losange : diagonales perpendiculaires, non égales et côtés parallèles 2 à 2 ». [Perpendicularité des diagonales et parallélisme des côtés constatés perceptivement].
P_7	• déplacement des sommets ; • mesure des 4 angles du polygone (outil « angle »).	« Trapèze rectangle : 2 angles droits ».

Tableau 1 : Procédures et justifications données pour les polygones P_1 , P_2 , P_3 , P_6 et P_7 .

Les autres binômes identifient d'abord de manière visuelle les figures géométriques et cherchent ensuite à lister quelques propriétés qui permettraient de justifier leurs réponses, restant ainsi dans une approche perceptive.

Ainsi pour le carré (P_1), il ressort, dans la majorité des réponses, les quatre côtés de même longueur et les quatre angles droits, ce qui est encourageant, car les deux critères définissant le carré sont présents. Un des binômes y ajoute cependant une propriété relative aux diagonales (superflue ici) : « 4 angles droits, 4 mêmes côtés, diagonales se coupent en leur milieu » (on peut s'interroger sur la formulation « 4 mêmes côtés »). Un autre binôme répond « 4 côtés de même longueur, 3 angles droits et des diagonales de même longueur ». La mention de « 3 angles droits » sera discutée lors de la mise en commun et certains PES auront besoin d'être convaincus que cela suffit en effet. Enfin, un dernier binôme mentionne « 4 côtés égaux, diagonales perpendiculaires ». Lors de la mise en commun, certains PES mettent en évidence que cela est insuffisant pour caractériser le carré.

Pour le parallélogramme (P_2), la plupart des PES indiquent le parallélisme des côtés opposés ainsi que le fait qu'ils ont la même longueur (non nécessaire ici). Les propositions « C'est un quadrilatère dont les côtés opposés sont de la même longueur » et « 2 côtés parallèles deux à deux. Pas d'angle droit » sont par la suite questionnées en collectif¹⁵ et permettent en plus d'aborder la notion de contre-exemple.

Concernant le rectangle (P_3), les PES mentionnent la présence de quatre angles droits. Deux binômes y ajoutent « 2 côtés opposés de même longueur » ou « 2 côtés de même longueur 2 à 2 » (formulations qui seront questionnées dans la mise en commun). Un troisième binôme propose « Les côtés sont parallèles 2 à 2, de même longueur 2 à 2 plus 4 angles droits ».

¹⁵ Difficulté liée à l'idée de l'inclusion des sous-familles de parallélogrammes particuliers dans la famille des parallélogrammes.

Enfin, pour le losange (P_6), tous, à l'exception d'un binôme¹⁶, mentionnent les quatre côtés de même longueur. Certains y ajoutent d'autres caractéristiques relatives au parallélisme des côtés opposés et/ou aux diagonales (perpendiculaires et/ou se coupant en leur milieu).

À travers toutes ces procédures et ces formulations écrites, nous constatons l'existence d'une confusion générale chez ces PES relative à la conception de la définition d'une figure géométrique. Pour eux, définir un objet géométrique s'apparenterait le plus souvent à produire une liste (exhaustive) de propriétés, qu'elles soient correctes ou non, et parfois ajoutent des propriétés permettant d'exclure certaines sous-familles. Bien que leurs procédures relèvent de la Géométrie naturelle GI, les PES fournissent des justifications sous forme de propriétés ou d'axiomes relevant de la géométrie axiomatique naturelle GII, se souvenant, semble-t-il, des attentes de leurs enseignants du secondaire.

Ces constats nous ont incitées à étudier les échanges oraux des PES lors de la réalisation de la tâche afin d'approfondir notre analyse des connaissances qu'ils mobilisent. C'est l'objet des analyses qui suivent.

Scénario de formation SF2 : premières analyses

La séance se déroule en salle informatique, au mois d'avril, avec des PES d'un INSPÉ autre que celui du SF1. Les PES sont invités à réaliser la tâche proposée, puis à justifier oralement les connaissances mobilisées/savoirs mathématiques qui leur ont permis de justifier la nature des quadrilatères. Nous les enregistrons à l'aide de dictaphones.

Nous observons que, dans un premier temps, les PES restent dans une géométrie perceptive. En effet, ils se basent sur le seul déplacement des sommets mobiles des polygones et ne font aucune vérification en termes de mesures (angles ou longueurs) pourtant possible avec le logiciel, bien que ces critères soient bien présents dans les arguments qu'ils formulent (se situant ainsi au niveau 1 de Van Hiele, où les figures sont porteuses de leurs propriétés). C'est seulement lorsque la formatrice leur demande comment justifier les égalités de longueur et de mesure d'angle, que les PES utilisent les fonctionnalités connues de *GeoGebra* pour faire apparaître sur les objets concernés soit les mesures des longueurs des côtés, soit les mesures des angles. C'est en fait cette nouvelle indication sur la valeur des mesures qui permet aux PES de comprendre qu'avec leur démarche précédente, ils n'avaient pas justifié leurs réponses initiales. Il semble que les PES prennent ici conscience des limites de la simple perception visuelle pour justifier leurs réponses. Cette étape permet le passage de la géométrie perceptive à la géométrie instrumentée via le logiciel *GeoGebra*.

Nous constatons aussi que certains PES prennent conscience de la difficulté de vérifier le parallélisme avec *GeoGebra*. Comment par exemple vérifier les propriétés utilisées sans construction supplémentaire, comme l'énoncé : « *deux droites sont parallèles s'il existe un écart constant entre elles* », ou alors « *deux droites sont parallèles si elles sont toutes deux perpendiculaires à une même troisième* » ?

L'analyse de certains enregistrements audio retraçant leur propos permet de relever les éléments suivants.

Pour un premier binôme de PES, le trapèze rectangle est caractérisé comme étant « *un quadrilatère avec deux côtés opposés parallèles et un autre côté perpendiculaire aux deux* »

¹⁶ Ce binôme se contente de dire que P_6 est un losange parce que « *les diagonales sont toujours perpendiculaires* » bien qu'elles ne soient pas tracées sur leur écran.

autres ». Une autre formulation est proposée en mobilisant la notion d'angle droit à la place « de droites perpendiculaires » ; changement de formulation dont l'équivalence semble être une évidence pour les deux PES du binôme. Le binôme s'accorde pour donner comme définition du trapèze « *un quadrilatère avec deux côtés opposés parallèles* ». Il se questionne ensuite sur la caractérisation du rectangle et propose : « *un trapèze particulier avec deux côtés opposés parallèles et les deux autres perpendiculaires de même longueur* ». D'une façon générale, nous observons qu'après avoir défini un quadrilatère, ces PES se demandent systématiquement si un autre peut être caractérisé par la définition retenue. En effet, lorsqu'elles s'accordent sur une définition en minimisant les critères de caractérisation, elles semblent vouloir caractériser un nouveau quadrilatère par simple ajout de critères supplémentaires. Nous faisons l'hypothèse qu'elles mobilisent ici implicitement une connaissance relative aux critères d'inclusion des quadrilatères particuliers.

Un second binôme dit « *rechercher la simplicité* » dans ses justifications. Il formule alors les énoncés suivants pour caractériser les polygones de la ressource (pour le rectangle, une proposition a été faite par chacun des membres du binôme).

Carré : 4 côtés de même longueur et 1 angle droit.

Rectangle : carré de côtés opposés de même longueur.

Rectangle : côtés opposés 2 à 2 de même longueur et 1 angle droit.

Pentagone : 5 côtés.

Losange : 4 côtés de même longueur.

Trapèze rectangle : 2 côtés opposés parallèles et 1 angle droit.

Nous questionnons ici le sens du terme « simplicité » employé et observons que le rectangle a été caractérisé comme un carré particulier (ce qui révèle une méconnaissance de la classification des quadrilatères particuliers). Cela signifie-t-il qu'ils pensent qu'il devrait y avoir une hiérarchie lors de l'enseignement des quadrilatères particuliers ?

Pour un troisième binôme, une discussion s'engage afin de pouvoir comprendre comment énoncer efficacement la définition du carré et celle du rectangle, en utilisant le moins de critères possibles. Ceci révèle apparemment une confusion entre les conditions nécessaires et suffisantes pour caractériser une figure. Pour l'un des membres du binôme, seule la notion d'angle droit est nécessaire pour caractériser le carré alors que pour l'autre il faut y ajouter la longueur des côtés.

Un carré, c'est quatre angles droits.

Non, ça fait rectangle.

Non, rectangle, c'est... C'est quatre angles droits.

Un carré, c'est quatre angles droits et quatre côtés de même longueur et le rectangle c'est au moins trois angles droits.

Avec l'aide de la formatrice, qui présente collectivement l'existence des fonctionnalités mesure d'angle et mesure de longueur de côté dans *GeoGebra*, le binôme vérifie si l'existence des trois angles droits et de quatre longueurs de côté identiques permet de justifier la nature du quadrilatère « carré ». Lors de cette vérification, le binôme s'accorde pour conclure que seuls trois angles droits, et non quatre, sont nécessaires pour justifier que le quadrilatère est un rectangle, alors qu'il est indispensable d'ajouter l'égalité des longueurs de côtés pour caractériser le carré.

Plus généralement, nous constatons que, lors des deux expérimentations SF1 et SF2, les PES caractérisent les quadrilatères en mobilisant leurs connaissances mathématiques qui relèvent de

leur scolarité antérieure au collège, mais que leurs connaissances ne sont pas stabilisées. Lorsqu'il leur est demandé de justifier leur propos, ils prennent conscience qu'en géométrie, et en général en mathématiques, les réponses ne deviennent valides qu'après avoir été prouvées dans un système axiomatique aussi précis que possible (GII). De plus, l'activité dans l'environnement du logiciel *GeoGebra* leur permet d'effectuer des vérifications instrumentées qu'ils n'effectuent que lorsqu'ils y sont invités, voire obligés.

Par ailleurs, lorsqu'ils sont sollicités pour situer leurs réponses par rapport aux contenus des programmes et attendus de fin de cycle 3 sur les quadrilatères, ils se sentent démunis. Cela illustre d'une part leur méconnaissance du curriculum, et d'autre part, le fait que peut-être, comme les élèves, ils restent dans une Géométrie naturelle (GI) et se basent sur des reconnaissances visuelles sans pour autant savoir formuler convenablement les justifications nécessaires de validation.

3. Expérimentation du scénario SF1

3.1. Description

Ce scénario a été mis en place lors d'une séance de formation¹⁷ de PES de trois heures et demie. Les objectifs de la formation sont les suivants :

- mathématique : réactiver des connaissances sur les polygones (quadrilatères particuliers) ;
- didactique : savoir analyser l'activité de l'élève, le rôle de l'enseignant ; questionner l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique et son apport pour l'apprentissage ;
- gestes professionnels : savoir s'approprier une ressource institutionnelle ; savoir l'analyser.

Les différentes phases prévues pour la mise en place sont les suivantes :

- Phase 1 : découverte de la ressource du MEN. Analyse *a priori* de la tâche (procédures possibles des élèves, éléments de savoirs en jeu, difficultés et erreurs prévisibles des élèves) puis mise en commun ;
- Phase 2 : analyse du fichier GeoGebra modifié¹⁸ proposé aux élèves et des choix justifiant ces modifications ;
- Phase 3 : analyse de vidéos d'élèves ;
- Phase 4 : bilan de la séance de formation concernant l'utilisation de ressources institutionnelles ; les différents modes de validation des élèves en géométrie ; le rôle de l'enseignant dans la séance ; les difficultés rencontrées par les élèves et l'enseignant ; l'usage et l'intérêt d'un logiciel de géométrie dynamique.

3.2. Analyses des échanges et des productions des PES

Pour l'analyse du déroulement de la phase 1, nous renvoyons à la partie 2.2. Nous présentons ici brièvement la phase 2 et nous nous centrons ensuite plutôt sur l'analyse de la phase 3 du scénario.

¹⁷ Les données relatives à cette expérimentation sont : des enregistrements des mises en commun, les différentes productions écrites des PES, ainsi que des photographies de leurs écrans d'ordinateur.

¹⁸ http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/documents_pour_la_formation_des_enseignants_cahiers_bleus/Fichiers%20Geogebra%20en%20Ligne-20221121T093019Z-001.zip

Analyses relatives à la phase 2

Lors de la mise en commun de cette phase, il apparaît clairement que la possibilité d'apporter des adaptations à une ressource institutionnelle questionne encore certains étudiants à ce stade de la formation : en ont-ils le droit ? Sont-ils légitimes pour le faire en débutant dans le métier ? Émanant du ministère, cette ressource répond sûrement aux attentes à un niveau de classe donné, donc pourquoi la modifier ? Les échanges montrent ainsi que les étudiants ont besoin à la fois :

- d'une réflexion en formation visant à développer leur capacité à évaluer des ressources pour leurs élèves et pour leur enseignement,
- d'outils, tel que l'analyse *a priori* de la tâche de l'élève, pour adapter les ressources afin de répondre aux besoins diversifiés des élèves.

Concernant les modifications apportées dans le fichier, les étudiants indiquent le nombre de figures à étudier plus restreint, le fait que les sommets des polygones soient nommés (sans en voir toujours l'intérêt, notamment lors des échanges oraux). Dans l'ensemble, ils sont sensibles à la formulation de la consigne, plus concise, ne proposant plus une liste de polygones possibles, mais encore faut-il comprendre l'expression « nature d'un polygone ».

Par ailleurs, seul un binôme (sur huit) s'intéresse aux fonctionnalités de *GeoGebra* laissées à disposition dans les fichiers et émet l'hypothèse que ces dernières permettent peut-être aux élèves de passer d'une reconnaissance perceptive globale à une reconnaissance soutenue par l'usage de l'instrument. Ceci confirme nos observations sur le manque de familiarité pour les PES avec la géométrie dynamique et de l'intérêt de l'utilisation d'un logiciel de géométrie pour favoriser la compréhension de certains concepts géométriques, comme déjà souligné dans la partie 1.

Analyses relatives à la phase 3

Les vidéos de classe ont été proposées à l'étude par les binômes de PES. Ces derniers devaient répondre à quatre questions pour chaque vidéo dont trois relatives à l'activité de l'élève et une à celle de l'enseignant :

- Comment l'élève élabore-t-il sa réponse ? Sur quel type d'argument base-t-il sa réponse ?
- Quelles sont les propriétés mathématiques que mobilise l'élève pour justifier sa réponse ?
- Les propriétés que l'élève mobilise sont-elles suffisantes pour justifier sa réponse sur la nature de la figure ?
- Quel(s) moyen(s) l'enseignante utilise-t-elle pour mobiliser les connaissances des élèves sur les définitions et propriétés des quadrilatères ?

Pour l'ensemble des réponses données, on observe que les PES restent dans un registre descriptif. Ils décrivent/répètent ce que disent l'élève et l'enseignante dans les vidéos visionnées. Très peu vont au-delà pour donner une interprétation ou avancer des éléments d'analyse. Ce fait est en particulier très présent en réponse à la question relative à l'enseignante puisque tous les PES transcrivent seulement ce que l'enseignante a dit. Lorsqu'ils ajoutent un commentaire, il s'agit de noter que l'enseignante pose plusieurs questions afin de guider l'élève ou bien afin de l'aider.

On peut supposer ici que ces PES, en début d'année de M2, sont encore loin d'une posture réflexive sur la pratique de l'enseignant, n'ayant pas encore assez de pratiques de stage en responsabilité leur permettant d'avoir un regard analytique sur les gestes professionnels mis en œuvre par l'enseignante lors de ses échanges avec les élèves.

Nous allons donc, à titre d'exemple, nous attarder plutôt sur ce que répondent les PES concernant l'analyse de l'activité de certains élèves, en commençant par l'élève EM.

Présentation de l'extrait relatif à EM et analyse des réponses des PES le concernant : manipuler et se fonder uniquement sur la perception peut installer le doute

Dans cette vidéo, on voit à l'écran l'élève EM qui déplace les sommets du quadrilatère $ABCD$ (trois des sommets sont déplaçables) et déclare que c'est un carré (cf. figure 2a). L'enseignante lui demande comment il sait que c'est un carré, il répond : « *il a quatre angles droits* ». Après relance de la part de l'enseignante et un temps de réflexion, EM rajoute « *il a des côtés parallèles* ». L'enseignante le reprend pour qu'il précise que les côtés sont parallèles deux à deux. Elle valide et lui demande si les côtés ont quelque chose de particulier. EM répond qu'il lui semble qu'il y a deux côtés qui sont plus grands que les deux autres et en déduit que c'est un rectangle. L'enseignante lui demande alors de bouger les points pour agrandir la figure pour être sûr qu'il y a des côtés plus grands que les autres (cf. figure 2b). Elle lui demande ensuite s'il pense toujours que c'est un rectangle et il répond « *non, c'est un carré* ».

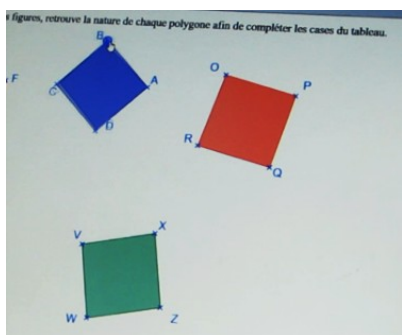


Figure 2a : Deux captures de l'écran d'EM qui déplace le sommet B — agrandit et réduit ABCD — avant de conclure que puisque les angles restent droits, alors c'est un carré.

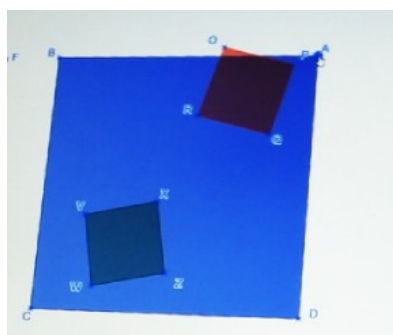
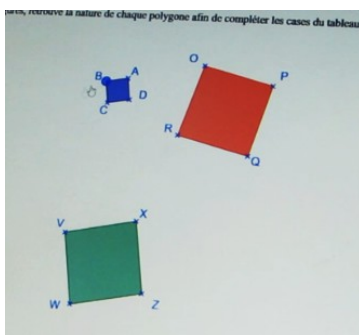


Figure 2b : EM agrandit ABCD pour mieux voir le rapport de longueurs entre les côtés.

Concernant la question sur les propriétés que l'élève mobilise dans sa réponse, les PES retranscrivent les propos de l'élève sans se prononcer sur leur exactitude. À la question de savoir si ces propriétés sont suffisantes pour justifier la nature de la figure, uniquement deux binômes de PES répondent qu'il manque la propriété sur l'égalité des longueurs des quatre côtés. Certains répondent que « *oui, les propriétés citées sont suffisantes* », d'autres ne répondent pas à cette question ou se contentent de dire « *non* ». Enfin, lorsqu'il s'agit d'analyser la procédure utilisée par l'élève pour répondre, les PES se cantonnent à décrire sommairement ce qu'ils voient (« *il fait bouger les points* », « *il vérifie tous les sommets* »). C'est d'ailleurs le cas pour toutes les réponses données à cette question pour l'ensemble des vidéos analysées. Seuls quelques-uns parlent d'une démarche « *par manipulation* » ou « *visuelle* » pour relever le fait que les élèves restent ici dans une géométrie perceptive et par exemple n'utilisent pas les fonctionnalités du logiciel pour vérifier les propriétés qu'ils énoncent pendant leurs échanges avec l'enseignante.

Nous allons ci-après détailler l'analyse des réponses relatives à l'élève ERR et à l'échange correspondant avec la formatrice lors de la mise en commun.

Présentation de l'extrait relatif à ERR et analyse des réponses des PES le concernant : un losange est vu comme deux triangles accolés

Dans cette vidéo d'échange entre l'enseignante et l'élève ERR, on voit l'élève justifiant que le quadrilatère $VWZX$ est un losange car il a la forme de deux « *triangles collés* » par la base

(approximativement horizontale) (cf. figure 3). Quand l'enseignante lui pose la question si pour la figure $ABCD$, qu'il avait reconnue comme étant un carré, il y a possibilité de voir des triangles, il déplace les sommets au hasard puis répond que « *non, on ne peut pas mettre deux triangles* ».

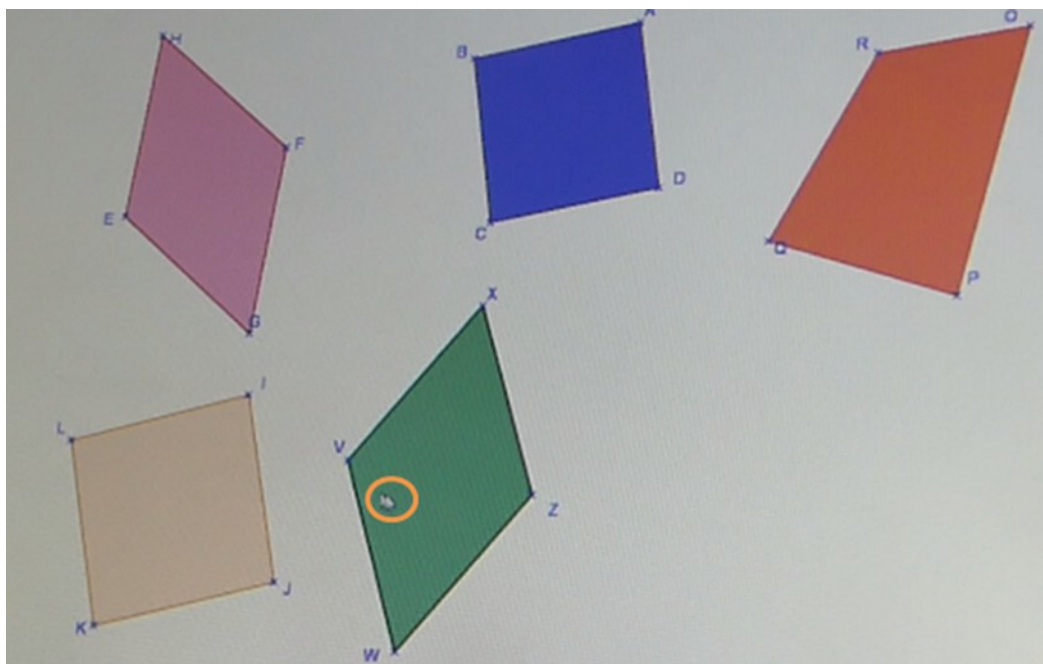


Figure 3 : ERR qui montre à l'enseignante (voir position du pointeur de la souris, entouré) qu'on peut imaginer qu'il y a « une séparation dans le losange », en montrant un segment imaginaire entre V et Z .

Certains PES déclarent que l'élève ERR utilise ses connaissances sur les propriétés des quadrilatères, d'autres qu'il ne mobilise aucune propriété et seul un PES écrit que l'élève se base sur le « *visuel* » pour argumenter. Les PES notent que l'enseignante reformule ce que l'élève énonce sur un ton interrogatif et essaye de l'interroger sans succès sur le carré sans pour autant aller plus loin dans leur analyse de la démarche de l'enseignante.

Lors de la mise en commun en fin de la phase 3, PES et formatrice sont revenus sur cette vidéo. La formatrice essaye d'amener les PES à émettre une hypothèse sur les raisons pour lesquelles ERR pense à deux triangles accolés :

Formatrice : *Quelle hypothèse peut-on émettre sur le fait que cet élève voit le losange comme deux triangles accolés, parce que c'est sa vision vraisemblablement du losange ?*

PES-K : *Il ne connaît pas les propriétés, il fait de la géométrie perceptive.*

Formatrice : *Pourquoi le losange ce serait deux triangles accolés et pas le carré ?*

PES-C : *C'est comme si on coupait le losange en deux, et ça fait deux triangles.*

Formatrice : *Mais si j'ai mon carré, je peux aussi le couper en deux par une diagonale et j'aurai deux triangles.*

PES-P : *Oui mais, là c'est plus flagrant.*

Formatrice : *Pourquoi c'est plus flagrant ?*

PES-R : *Pour lui c'est plus visible, parce que si on trace une ligne dans la petite diagonale, eh bah ça fait deux grands triangles [...] Alors que dans le carré, c'est deux triangles, mais de la même taille euh et c'est un angle droit.*

On constate à travers ce premier échange que les PES restent sur des explications d'ordre descriptif (ce que voit l'élève) et n'essayent pas de faire un pas de côté pour évoquer les formes prototypiques des quadrilatères particuliers qui sont connues comme une des difficultés des élèves lorsqu'il s'agit de reconnaître des figures géométriques. Ils ne font pas non plus référence aux difficultés des élèves à voir les critères d'inclusion : le carré est un losange particulier, donc une propriété sur le losange s'appliquerait aussi sur le carré. Ceci rejoint ce que nous avons exposé dans la partie 1 sur les difficultés persistantes, chez les futurs enseignants du primaire, concernant la classification inclusive des quadrilatères.

La formatrice poursuit la discussion et on relève en particulier l'échange suivant avec une PES (MS) :

Formatrice : *Et sinon ? Est-ce qu'il peut y avoir d'autres hypothèses possibles ?*

PES-MS : *Qu'il n'a pas de côtés parallèles.*

Formatrice : *Qu'il n'y a pas de côtés parallèles ! Qui n'a pas de côtés parallèles ?*

PES-MS : *Le losange... Le triangle n'a pas de côtés parallèles.*

Formatrice : *Mais est-ce que le losange a des côtés parallèles ?*

[Au milieu d'un brouhaha inaudible] : *« forcément oui », « des côtés égaux ».*

Formatrice : *En tous cas, le losange a des côtés opposés parallèles.*

Cet échange semble illustrer que les connaissances de la PES ne sont pas tout à fait stabilisées lorsque ce qu'elle voit entre en conflit avec ce qu'elle sait (cf. partie 1). En fait, il semble qu'elle ait du mal à voir le parallélisme des côtés du losange lorsqu'il est dans une position prototypique. En effet, elle a dû plus fréquemment, au cours de sa scolarité, rencontrer la caractérisation du losange à travers ses côtés tous égaux, ou la position relative de ses diagonales, sans probablement passer par le parallélisme des côtés.

En fin de séance (phase 4), les PES soulignent que les objectifs (annoncés) de la ressource en ligne ne peuvent pas être atteints sans la présence de l'enseignante. Le rôle de cette dernière est essentiel pour amener les élèves à « *développer ce qu'ils observent* » car « *d'une manière générale, ils ne connaissent pas très bien les propriétés* » et pour ceux qui les donnent « *ils n'en sont pas sûrs* ».

3.3. Analyse d'une évaluation différée et ajustements du scénario

L'objectif annoncé de la ressource étant de « *renforcer la connaissance des définitions et propriétés des quadrilatères usuels* » (MEN, 2018), nous avons souhaité évaluer les PES deux mois après la mise en place de SF1 en proposant un exercice ciblant en particulier le rectangle (définition et analyse de productions d'élèves, cf. figure 4). Seize étudiants ont répondu.

(D'après CRPE interne exceptionnel, épreuve d'admissibilité, mai 2023).

Un enseignant de CM1 demande à ses élèves de définir ce qu'est un rectangle.

Voici les propositions de trois élèves :

- Élève 1 : « Un rectangle est un polygone à quatre côtés avec les côtés opposés qui ont la même longueur ».
- Élève 2 : « Un rectangle est un polygone qui a quatre côtés et quatre angles droits et avec des côtés plus longs que les autres sinon ça serait un carré ».
- Élève 3 : « Un rectangle est un polygone qui a quatre angles droits ».

1) Expliquer pourquoi chacune des trois réponses proposées ne convient pas mathématiquement pour définir un rectangle.

2) Proposer une définition du rectangle qui pourrait être notée dans les cahiers des élèves.

Figure 4 : Texte de l'évaluation proposée deux mois après le SF1.

Dans l'ensemble, il apparaît que les étudiants ont des difficultés à invalider les propositions des élèves, ce qui questionne quant à leur capacité à réagir « à chaud » en classe (cf. annexe 2). De l'étude des productions, nous relevons ce qui suit.

Sept PES réussissent à montrer que la proposition de l'élève 1 ne peut convenir. Ils font appel à un contre-exemple (« *parallélogramme* » ou « *losange* »), ou mentionnent la nécessité d'angles droits. Parmi les réponses non valables, on trouve des contre-exemples non appropriés (« *le trapèze* »), des propriétés manquantes telles que les côtés opposés parallèles, ou encore les diagonales qui se coupent en leur milieu ou qui ont la même longueur, mais rien concernant les angles droits.

Six PES expliquent que la proposition de l'élève 2 ne peut pas être retenue car un carré est un rectangle. Les autres mentionnent qu'il faudrait préciser que « *les côtés opposés sont égaux* », ou encore « *parler aussi des diagonales* », ce qui n'est en fait pas suffisant.

Cinq PES pointent que la proposition de l'élève 3 n'est pas acceptable, qu'il faudrait préciser « *polygone à 4 côtés* » ou « *quadrilatère* ». Parmi les réponses erronées, certains mentionnent qu'il faudrait ajouter « *des côtés opposés de même longueur* », voire « *parallèles deux à deux* » ; d'autres avancent, à tort, le carré comme contre-exemple.

Enfin, lorsque nous examinons leurs propositions de définition du rectangle en cycle 3, on relève les éléments suivants.

Seuls deux PES écrivent une définition du rectangle mathématiquement correcte, l'une étant adaptée au cycle 3 (« *quadrilatère ayant ses 4 angles droits* »), l'autre pas (« *quadrilatère ayant des diagonales qui se croisent en leur milieu et qui a un angle droit* »).

Neuf PES proposent une définition que nous qualifierons de surabondante (ce qui correspond au niveau 1 de Van Hiele¹⁹), consistant en une liste de propriétés correctes, la première énoncée pouvant être relative aux quatre angles droits (suffisante donc pour caractériser le rectangle) ou pas, la (les) autre(s) étant relative(s) aux propriétés des côtés opposés (même longueur et éventuellement parallèles) ou encore aux propriétés des diagonales. Comme par exemple :

2) Le rectangle est un polygone qui a quatre côtés et quatre angles droits. Ses côtés sont parallèles deux à deux. Ses côtés opposés sont de même longueur. Ses diagonales se coupent en leur milieu.

Figure 5a : Définition surabondante proposée par un étudiant.

Cinq PES énoncent une définition incorrecte, formulant des propriétés incorrectes (par exemple, les diagonales perpendiculaires), ou mettant en évidence que l'inclusion carré/rectangle n'est pas maîtrisée.

¹⁹ À ce niveau, les figures sont porteuses de leurs propriétés. Une litanie de propriétés sans lien les unes avec les autres sont associées aux figures.

2) Un rectangle est un carré qui a ses côtés opposés deux à deux, les diagonales qui se croisent en leur milieu.

Figure 5b : Définition incorrecte proposée par un étudiant.

La mise en place de SF1 et de l'évaluation qui a suivi ont mis en évidence que de nombreux PES ont des difficultés persistantes à mobiliser les connaissances adéquates relatives aux quadrilatères particuliers. Face à ce constat, nous avons décidé de réajuster notre scénario de formation en mettant l'accent sur les notions de définitions et de propriétés en géométrie tout en gardant une part conséquente pour l'analyse de productions d'élèves.

4. Expérimentation du scénario SF2

4.1. Description

Pour ce nouveau scénario de formation de trois heures, cinq phases ont été envisagées, soit une de plus que celles prévues au SF1. Cette phase supplémentaire (phase 2 du SF2) vise d'une part à questionner la compréhension des PES relative aux termes « définition » et « propriété », et d'autre part à leur apporter des éléments théoriques.

Les deux premiers objectifs, mathématique et didactique, de la formation restent inchangés par rapport à ceux du SF1. Au troisième objectif, nous avons ajouté des éléments supplémentaires en lien avec le métier d'enseignant :

- gestes professionnels : s'approprier et analyser des ressources institutionnelles ; être capable d'identifier les compétences de l'enseignante observée mobilisées lors des échanges avec les élèves et lors de l'évaluation des traces écrites.

Les différentes phases prévues pour cette mise en place sont ainsi les suivantes :

- phase 1 : présentation de la ressource du MEN ; analyse en binômes de la tâche à partir d'un questionnement portant sur l'objectif d'apprentissage visé annoncé dans la ressource, les éléments de savoirs mathématiques en jeu pour résoudre la tâche ; mise en commun et orientation de la discussion afin de différencier la définition des propriétés en géométrie des figures ;
- phase 2 : apports institutionnels et théoriques portant sur la notion de définition²⁰ ; lecture d'extraits de la ressource « Espace et géométrie au cycle 3 »²¹ ;
- phase 3 : analyse (en binômes) de productions écrites issues d'une évaluation en M2, en milieu d'année, sur les définitions du rectangle et du losange (cf. annexe 3) ;
- phase 4 : réflexion autour des définitions des quadrilatères au cycle 3 sous forme de tableau à remplir (cf. annexe 4) ; mise en commun des définitions fournies par les PES, en appui sur la ressource institutionnelle « Espace et géométrie au cycle 3 - Les polygones »²² ;

²⁰ Cf. Ouvrier-Buffet (2003).

²¹ <https://eduscol.education.fr/document/16516/download>

- phase 5 : projection et analyse de trois extraits vidéo d'échanges (grille d'analyse à compléter, cf. annexe 5) ; mise en commun portant sur les stratégies/difficultés des élèves et les gestes professionnels d'étayage de l'enseignante.

4.2. Analyses des productions et échanges

Pour l'analyse du déroulement de la phase 1, nous renvoyons à la partie 2.2. Nous présentons ici brièvement la phase 3 et nous nous centrons ensuite plutôt sur l'analyse des phases 4 et 5 du scénario.

Nous constatons en cette fin d'année de formation que les PES, enseignant en responsabilité de classe pendant l'année, ont développé des gestes professionnels en lien avec la compétence « évaluer ». Ils posent plutôt un regard d'évaluation sur les productions des M2 qui leur sont proposées à la phase 3. Ils relèvent en particulier les fautes d'orthographe et de syntaxe, alors que c'est une analyse des productions en termes de contenus mathématiques qui est attendue. Est-ce le résultat d'un manque de connaissances des définitions des quadrilatères particuliers qui ne permet pas de réaliser la tâche demandée ? En effet, les PES lors de leurs pratiques professionnelles ont fréquenté les formes géométriques élémentaires au regard du curriculum, avec pour objectif d'apprentissage : reconnaître et nommer des figures, sans nécessité de les caractériser par des propriétés clairement formulées.

Analyses relatives à la phase 4

Nous nous penchons maintenant sur l'analyse de l'évolution des conceptions du mot « définition » au cours de la mise en œuvre du SF2. Nous distinguons deux entrées d'analyse pour ce qui a été produit pendant cette phase.

La compréhension de la notion de définition

La conception initiale de ce qu'est une définition pour les PES consiste en une liste de propriétés connues associées à un objet géométrique, avec parfois un souci d'exhaustivité. L'objectif de ces PES semble être de montrer l'éventail de leurs connaissances en lien avec cet objet, et non pas de le caractériser de façon minimale, malgré les apports didactiques effectué lors de la phase 2 sur la différence entre « définition » et « propriété » selon l'institution et la recherche²³. Par exemple, les quadrilatères de la ressource ne sont visibles que par leurs côtés, or les PES utilisent leurs connaissances en lien avec les diagonales sécantes en leur milieu, ou perpendiculaires, ou de même longueur (sans pour autant les tracer) pour déterminer leur nature. De plus, les énoncés proposés ne respectent pas les préconisations institutionnelles : « Une définition est une affirmation qui consiste à donner un nom à un objet vérifiant certaines propriétés ; elle se formule généralement en employant le verbe être »²⁴.

Un des objectifs de la séance de formation est d'amener les PES à identifier dans leur liste de propriétés géométriques celles qui permettent de définir un objet et celles qui sont superflues. Autrement dit, il s'agit de viser comme objectif d'apprentissage le caractère minimaliste de la définition.

²² https://cache.media.education.gouv.fr/file/Geometrie/40/7/RA16_C3_MATH_Espace-geometrie_polygones_897407.pdf

²³ Propos fondés en particulier sur les travaux d'Ouvrier-Buffet (2003, pp. 17-22).

²⁴ <https://eduscol.education.fr/document/16516/download>

Nous observons, à la fin de cette phase 4, que les définitions des quadrilatères particuliers posent toujours certaines difficultés aux PES. Celle du carré est globalement la mieux réussie. Celles du losange et du parallélogramme sont moins disponibles, mais pour les PES qui en formulent, elles sont généralement correctes (cf. figure 6). En revanche, lorsqu'il s'agit du rectangle, les formulations sont majoritairement incorrectes (cf. figure 7) et les différents échanges pour s'accorder sur une définition acceptable au cycle 3 ne permettent pas de lever les incompréhensions de certains PES.

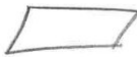
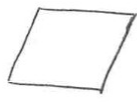
Pour le carré	un carré est un quadrilatère avec ses 4 ^{es} côtés de même longueur et ses angles droits. quatre	
Pour le parallélogramme	un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés 2 à 2 parallèles	
	Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.	
Pour le losange	un losange est un quadrilatère avec 4 ^{es} côtés de même longueur.	

Figure 6 : Exemples de définitions minimalistes correctes rédigées en une phrase.

Pour le rectangle	c'est une figure géométrique c'est une figure géométrique qui est composée de 4 côtés. Ses côtés opposés sont de même longueur. Il possède 4 angles droits	
-------------------	---	---

Figure 7 : Exemple d'une définition non minimaliste du rectangle.

Enfin, nous observons à la fin du SF2, à travers les propos des PES, qu'ils ont compris que la formulation d'une définition doit respecter les deux éléments suivants : l'énoncé et son contenu dépendent du niveau d'enseignement et évoluent au cours du temps ; l'énoncé doit être explicite, minimaliste et formulé de la façon la plus simple possible.

Les difficultés de formulation et les implicites dans la formation et dans l'enseignement

Au cours de la phase 1, certaines formulations des PES sont laissées sous forme d'implicites. En effet, l'expression « les quadrilatères » apparaissant dans le titre de la ressource, l'ensemble des PES ne caractérisent pas l'objet géométrique étudié comme étant un quadrilatère. Cela n'engendre aucun malentendu dans la compréhension des propos justificatifs.

Cependant, nous avons observé des maladresses dans les formulations des PES, soit pour énoncer les éléments de savoirs en jeu dans la caractérisation de l'objet géométrique étudié, soit pour rédiger une définition. Lors des échanges oraux, ces formulations parfois imprécises en termes de rigueur mathématique sont globalement acceptées tant par les PES que par la formatrice. Néanmoins, cela a donné lieu à des discussions pendant les mises en commun. Citons

par exemple, l'expression « *côtés opposés parallèles* » utilisée par les PES pour signifier « côtés 2 à 2 parallèles » qui a fini par être acceptée comme telle par le groupe.

D'autres points ont été plus discutés. Par exemple, comment comprendre l'expression : « côtés opposés (parallèles/égaux) » dans une qualification de quadrilatère, s'agit-il d'une paire de côtés opposés (parallèles/égaux) ou de deux paires de côtés opposés (parallèles/égaux) ? De la même façon, pour définir le losange, suffit-il de dire « *un losange est un quadrilatère qui a ses côtés de même longueur* » pour comprendre qu'il s'agit de tous les côtés ?

De ce fait, des questions ont été soulevées lors des interactions sur le rôle de l'enseignant et les aides qu'il peut apporter : doit-il quantifier le nombre de côtés concernés pour clarifier ses propos ? L'absence de quantificateur dans les formulations utilisées lors des temps d'institutionnalisation permet-elle aux élèves la construction des connaissances visées ? Au regard des malentendus générés par ces pratiques langagières contenant de l'implicite et des difficultés d'interprétation qu'elles peuvent engendrer, il a été conclu collectivement qu'au cycle 3, les enseignants doivent être explicites dans leur propos et dans les écrits de référence et qu'il est donc préférable de proposer des formulations où le nombre de côtés/le nombre d'angles est précisé.

Lors de la synthèse, la formatrice et les PES se sont accordés sur la nécessité de reformuler systématiquement les propos en utilisant les expressions les plus adaptées. Par exemple, l'expression « côtés égaux » a été reformulée « côtés de même longueur ». Une question est cependant restée ouverte : cette rigueur mathématique est-elle indispensable dans l'enseignement de la géométrie en cycle 3 ?

Analyses relatives à la phase 5

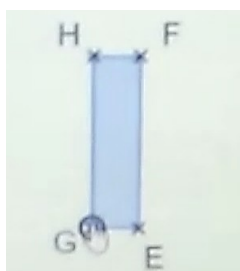
Même si elles ont été légèrement reformulées, les quatre questions qui guident l'analyse des extraits vidéo sont identiques à celles posées en SF1. Concernant l'activité de l'élève, les questions visent à repérer les méthodes que l'élève utilise pour déterminer la nature du quadrilatère et les connaissances qu'il mobilise pour argumenter et justifier. Les PES doivent aussi se prononcer sur la validité et la suffisance de ces arguments. Concernant l'enseignante, le focus est mis sur les gestes d'étayage utilisés. Nous donnons ci-après une synthèse des 17 grilles d'analyse rendues quant à l'analyse des extraits vidéo.

Présentation de l'extrait relatif à EO et analyse des réponses des PES le concernant : difficultés à justifier qu'un quadrilatère est bien un rectangle

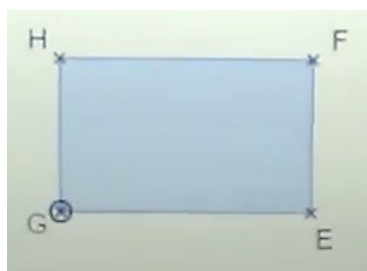
Dans la vidéo correspondante, on voit l'élève EO faisant bouger le quadrilatère *EFHG* (qui est un rectangle) et disant qu'il s'agit d'un rectangle. L'enseignante essaye de lui faire justifier sa réponse.

Les PES ont tous relevé que EO commence par répéter que c'est un rectangle « *parce que je le sais* » et que c'est à travers les questions successives de l'enseignante qui insiste sur le besoin de donner des arguments pour la convaincre (« *explique-moi pourquoi* », « *explique-moi avec des mots* », « *tu le sais grâce à quoi ? Moi je ne vois pas* »), qu'il finit par donner un argument quasi mathématique : « *les côtés du haut et du bas sont parallèles* » (cf. figure 8c). Toutefois, nous notons que cet argument reste insuffisant pour conclure sur la nature du quadrilatère. Tous les PES mettent en avant qu'EO est dans une géométrie perceptive puisqu'il se fonde sur ce qu'il voit à l'écran pour affirmer sa solution. Il n'y a qu'une seule PES qui souligne que l'élève a placé le quadrilatère dans la position prototypique (sur un des côtés, cf. figures 8a et 8b), ce qui

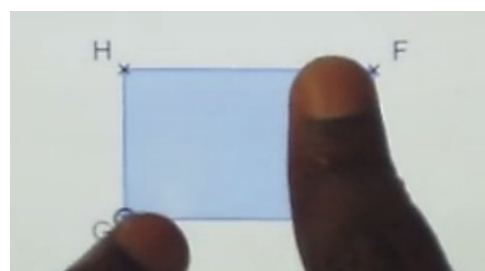
peut laisser supposer qu'il tente un raisonnement lors des échanges avec l'enseignante qui l'amène à parler du parallélisme des côtés.



8a



8b



8c

Figures 8 : Captures successives de l'écran de EO lors de l'échange avec l'enseignante.

L'ensemble des PES concluent que l'argument donné n'est pas suffisant pour affirmer que c'est un rectangle. Certains ajoutent que ce seul argument donne un trapèze, d'autres proposent des propriétés supplémentaires (angles droits/égalité des côtés) pour affirmer que le quadrilatère est bien un rectangle.

Présentation de l'extrait relatif à EX et analyse des réponses des PES le concernant : arguments insuffisants pour justifier qu'un quadrilatère est bien un rectangle

Dans la vidéo correspondante, l'élève EX déplace le sommet J de $IKJL$ (qui est un rectangle) et explique à l'enseignante qu'il a reconnu un rectangle : « *parce qu'il a deux côtés égaux [sic] mais pas de même longueur* » (cf. figure 9). Les PES relèvent cette phrase et notent que l'argument utilisé n'est pas suffisant pour affirmer que c'est un rectangle. Ils essaient d'interpréter la difficulté, soit par un problème de formulation (absence de la mention « côtés opposés »), soit par une confusion entre parallélisme et égalité de longueur des côtés. Une PES rajoute qu'il « *manque la connaissance des côtés perpendiculaires et des côtés consécutifs* » et seules deux PES font mention de l'absence d'angles droits.

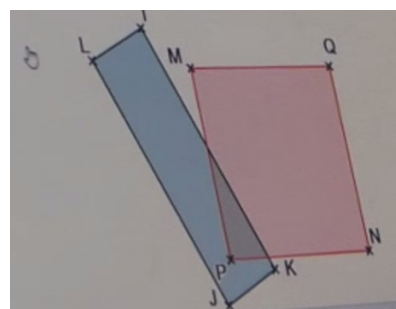
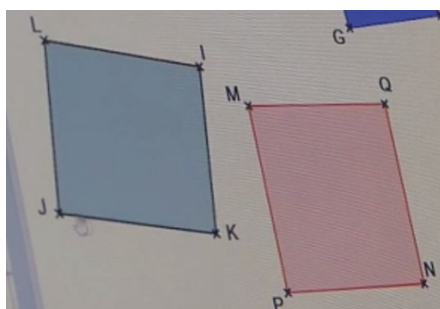


Figure 9 : Captures successives de l'écran de EX lors de l'échange avec l'enseignante.

Présentation de l'extrait relatif à EE et analyse des réponses des PES le concernant : difficultés à admettre qu'un quadrilatère puisse être quelconque

Dans la vidéo correspondante, l'élève EE n'arrive pas à déterminer la nature du quadrilatère (quelconque) $OPQR$, il hésite entre losange et trapèze et finit par modifier la position du quadrilatère afin de reconnaître une configuration dont une représentation mentale peut être associée à un nom connu. En effet, rendre les quatre côtés égaux perceptivement est plus difficile que visualiser deux côtés parallèles (cf. figure 10).

Les PES soulignent tous que l'élève passe beaucoup de temps dans la manipulation et déduisent qu'il est dans une stratégie de reconnaissance perceptive pour déterminer la nature du quadrilatère. Certains ajoutent qu'il confond trapèze et losange, d'autres affirment au contraire qu'il sait que le losange a quatre côtés de même longueur, d'autres encore disent qu'il reste dans la manipulation des sommets du support mais qu'il ne donne aucune justification. Aucun ne relève qu'il s'agit ici d'un simple quadrilatère et qu'une interprétation plausible de la démarche de l'élève est qu'il essaie de trouver quand même un cas particulier, facilité par le déplacement des points permis par le logiciel. Après avoir tranché son dilemme entre losange et trapèze, EE place la figure en position prototypique, ne la modifie plus et donne une justification correcte à l'enseignante « *deux côtés parallèles, les deux autres ne le sont pas* ». Ce passage vidéo, où l'on voit plutôt les modifications de l'objet géométrique à l'écran sans trop entendre l'élève, pose plus de difficultés d'analyse aux PES que les deux extraits précédents. Ainsi, très peu de PES proposent une analyse de la logique d'action de l'élève fondée sur ce qu'on voit sur l'écran, ou suite aux relances de l'enseignante.

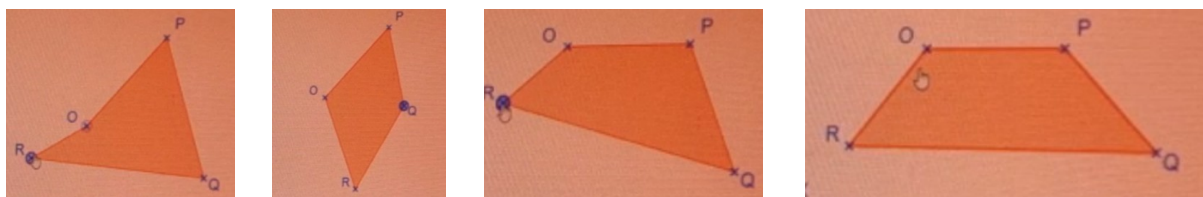


Figure 10 : Captures successives de l'écran de EE.

Commentant l'activité de l'enseignante, les PES retranscrivent uniquement ses propos, à savoir : quand EE marque qu'il s'agit d'un « losange/trapèze », l'enseignante lui demande successivement « *Comment on peut savoir lequel des deux c'est ?* », « *Alors un trapèze, c'est quoi ?* », « *À quelles conditions ce serait un trapèze ?* » ; quand l'élève met le trapèze dans une position prototypique (les deux bases à l'horizontale) et dit que (RQ) et (OP) sont parallèles mais que ce n'est pas le cas pour les deux autres côtés, l'enseignante pose la question « *Est-ce que le losange c'est la même chose que le trapèze ?* ». Les PES se contentent alors de souligner que l'enseignante guide l'élève. Ils ne relèvent pas le fait que l'enseignante cherche à diagnostiquer la difficulté de l'élève, puis à la traiter par étapes : d'abord éliminer le fait que la figure puisse être à la fois un losange et un trapèze et ensuite demander des propriétés justifiant l'un ou l'autre. D'ailleurs on l'entend à la fin de l'extrait revenir vers l'élève pour lui demander s'il s'agit d'un losange ou pas.

Ainsi, le SF2 semble avoir atteint partiellement certains de ses objectifs. La formulation de certaines définitions reste toutefois floue et l'analyse de productions d'élèves reste à un niveau plutôt descriptif malgré le fait que ce scénario ait eu lieu en fin de deuxième année de formation ! Concernant les pratiques enseignantes, les PES ne se positionnent pas dans une posture d'analyse de l'activité de l'enseignante, mais restent dans le registre de la description de ce qu'ils visionnent sans pouvoir identifier les enjeux des feedback oraux dans les pratiques langagières de l'enseignante.

Conclusion

L'analyse de la ressource du MEN, la conception et la mise en œuvre des deux scénarios de formation et l'analyse de ces mises en œuvre ont été d'une grande richesse pour nous, formatrices. Elles nous ont, d'une part, permis de confirmer des résultats que nous avons relevés lors de notre revue bibliographique (mais aussi à travers notre propre expérience dans la

formation), sur les difficultés des enseignants en formation et, d'autre part, de penser et tester des leviers pour y remédier.

D'abord, les connaissances des sur les quadrilatères des PES avec lesquels nous avons travaillé semblent encore confuses. En effet, elles correspondent essentiellement à de lointains souvenirs (de leur scolarité au collège) et se manifestent souvent sous forme de listes exhaustives de propriétés de ces quadrilatères, se révélant parfois complètes/incomplètes, correctes/incorrectes. L'utilisation que nous avons faite de la ressource dans nos scénarios (Phase 1) nous a permis de confirmer ces constats. En revanche, même si l'objectif annoncé de la ressource est « *de renforcer la connaissance des définitions et propriétés des quadrilatères usuels* » (MEN, 2018), on constate que cela n'a pas été le cas pour l'ensemble des PES ayant suivi l'un ou l'autre des scénarios de formation.

De plus, l'utilisation de la géométrie dynamique est supposée faciliter le recours au contrôle instrumenté (via les fonctionnalités du logiciel). Or les PES observés sont restés le plus souvent dans un contrôle perceptif des arguments qu'ils avançaient. Le recours au contrôle instrumenté a eu lieu dans la majorité des cas sur incitation des formatrices. Nous faisons l'hypothèse qu'un accompagnement réfléchi, planifié et régulier en formation de ce passage de la géométrie perceptive à la géométrie instrumentée permettra à ces PES d'entrer dans une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par l'argumentation et le raisonnement (qu'il soit théorique ou appuyé sur l'utilisation des instruments). Par ailleurs, l'intégration dans la formation d'un travail sur la structuration de la géométrie, en particulier les niveaux de Van Hiele et/ou les paradigmes GI-GII, permettrait de clarifier les connaissances des PES et d'enrichir leur compréhension. Cela devrait leur permettre d'affiner leur propre conception de la géométrie et d'avoir une vision précise de la géométrie qu'ils doivent enseigner à leurs élèves (Houdement & Kuzniak, 1999).

Ensuite, la confusion entre la définition d'un quadrilatère et l'énoncé de ses propriétés a été mise en évidence lors de nos observations. Elle génère souvent chez les PES des définitions « personnelles » incomplètes ou erronées. Ce n'est qu'après des confrontations entre leurs conceptions initiales des définitions et les apports didactiques précis lors du SF2 que les PES se sont posés la question de la distinction entre ces termes et ont évolué vers une compréhension plus précise de la notion de « définition formelle ». Ils semblent également avoir pris conscience qu'une définition peut évoluer au cours du temps en fonction des cycles et des niveaux de classe. Au vu de ces résultats, une intervention explicite en formation des PES sur la notion de définition nous paraît indispensable pour lever cette confusion, sans quoi elle persistera et engendrera nécessairement des malentendus dans leur propre enseignement de la géométrie.

Enfin, nous avons, dans les deux scénarios, intégré un temps d'analyse des activités d'élèves via des extraits vidéos. Nous remarquons que les PES, que ce soit en début (SF1) ou en fin d'année (SF2), restent la plupart du temps dans un registre descriptif et non analytique de l'activité des élèves, malgré le travail fait sur l'analyse de la tâche en phase 1 de chacun des scénarios. Nous pensons cependant que l'articulation dans un même scénario d'un travail réflexif sur les difficultés des PES eux-mêmes et une observation des difficultés des élèves sur une même tâche peut représenter un levier possible pour dépasser cette approche descriptive. Ce dépassement n'a certes pas été probant dans nos scénarios, sans-doute parce que les objectifs que nous visions étaient nombreux (faute de temps suffisant pour la formation en géométrie). Mais nous sommes convaincues que cela représente une piste prometteuse qui devrait être exploitée souvent en formation initiale, voire continue.

Pour conclure, comme nous le disions dans l'introduction de cet article, nous avons souhaité que le lecteur, en particulier s'il est formateur, nous accompagne dans notre cheminement, dans nos questionnements successifs, dans nos hypothèses, nos analyses et nos choix. Nous ne pensons pas avoir répondu à toutes les questions que nous nous étions posées, loin de là. Notre ambition est d'avoir apporté un regard réflexif sur le travail du formateur entre conception et mise en place de formations. Il part d'un germe d'idée/question, il le traite en s'appuyant sur les acquis de la recherche et des documents professionnels pour concevoir un scénario de formation et le faire évoluer au service de la formation des enseignants et par conséquent de l'apprentissage des élèves. Nous poursuivons notre travail et accueillons avec plaisir tout retour d'enseignant ou de formateur qui exploiterait cet article à son tour comme germe d'idée pour de nouvelles séquences et de nouveaux scénarios !

Références bibliographiques

- De Villiers, M., Govender, R. & Patterson, N. (2009). Defining in geometry. Dans T. V. Craine & R. Rubenstein (éds.), *Understanding geometry for a changing world* (pp. 189-203). National Council of Teachers of Mathematics.
- Duval, R. & Godin, M. (2006). *Les changements de regard nécessaires sur les figures*, *Grand N*, 76, 7-27.
- Font, V., Godino, J. D. & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82-1, 97-124.
- Fujita, T. & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1&2), 3-20.
- Kuzniak, A. & Rauscher, J.-C. (2004). Processus de formation de PE1 et anamnèse géométrique. Dans *Actes du XXX^e colloque COPIRELEM, Aignon, mai 2003* (pp. 231-248). IREM de Marseille.
- Kuzniak, A. & Rauscher, J.-C. (2003). Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école. Dans *Actes du XXIX^e colloque COPIRELEM, La Roche sur Yon, mai 2002* (pp. 256-275). IREM des Pays de la Loire.
- Houdement, C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Note de synthèse pour l'obtention d'une HDR, Université Paris-Diderot.
- Houdement, C. & Kuzniak, A. (1999). Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maîtres. *Grand N*, 64, 65-78.
- Houdement, C. & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 175-193.
- Lowrie, T., Gutiérrez, A. & Emprin, F. (éds.) (2024). *Proceedings of the 26th ICMI Study Advances in Geometry Education*. URCA, Reims.

- Mathé, A.-C., Barrier, T. & Perrin-Glorian, M.-J. (2020). *Enseigner la géométrie élémentaire. Enjeux, ruptures et continuités*. Académia-L'Harmattan.
- Miller, S. M. (2018). An analysis of the form and content of quadrilateral definitions composed by novice pre-service teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 50, 142-154.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children views of the difference between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196.
- Ouvrier-Buffet, C. (2003). Construction de définitions / construction de concept : vers une situation fondamentale pour la construction de définitions en mathématiques. [Thèse de Doctorat, Université Joseph-Fourier - Grenoble I].
- Parzysz, B. (1989). Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir. [Thèse de doctorat. Université Paris 7].
- Parzysz, B. (2002). Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1. Dans *Actes du XXVIII^e colloque de la COPIRELEM, Tours., mai 2001* (pp. 107-125). Irem d'Orléans-Tours.
- Perrin, M.-J., Mathé, A.-C. & Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? *Repères-Irem*, 90, 5-41.
- Perrin-Glorian, M.-J. & Salin, M.-H. (2010). Didactique de la géométrie. Peut-on commencer à faire le point ? Dans *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (pp. 47-81). IREM de Paris.
- Sinclair, N., Bartolini Bussi, M. G., de Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A. & Owens, K. (2016). Recherches récentes sur l'enseignement de la géométrie : un rapport de l'équipe d'enquête ICME-13. *Enseignement mathématique ZDM*, 48(5), 691-719.
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Van Hiele, P. (1984). A child's thought and geometry, in English translations of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele. Dans D. Geddes, D. Fuys & R. Tischler (éds.), *Research in Science Education Program of the National Science Foundation* (USA).

Référence institutionnelle

- MEN (2018). *Espace et géométrie au cycle 3. Les quadrilatères - activité avec GeoGebra*.
http://cache.media.education.gouv.fr/file/Geometrie/41/1/RA16_C3_MATH_Espace-geometrie_quadrilateres_897411.pdf

Annexe 1

Document distribué en phase 1 (scénario SF1)

	Nature du polygone	Éléments de savoirs mathématiques en jeu pour déterminer la nature du polygone
P1		
P2		
P3		
P4		
P5		
P6		
P7		
P8		

Annexe 2

Productions d'étudiants (évaluation - scénario SF1)

Voici quelques exemples de réponses erronées (ou partiellement erronées) à la question 1 de l'évaluation.

Réponse « globale » :

1) Les 3 réponses ne conviennent pas mathématiquement pour définir un rectangle.
 Il faut d'abord montrer que c'est un quadrilatère donc un polygone fermé qui a quatre côtés et dont les diagonales se coupent en leur milieu. Ensuite, il faut montrer que les diagonales sont de même longueur, sans être perpendiculaires (ce qui montre que ce n'est ni un losange, ni un carré) et donc un rectangle.
 Aussi, car des côtés opposés qui ont la même longueur peut être un losange et "quatre angles droits" peut représenter un carré. Les côtés opposés dans un rectangle sont de même longueur deux à deux. Une réponse est incomplète.

Réponses relatives à la proposition de l'élève 1 :

1) La réponse de l'élève 1 ne convient pas car la figure. Il ne précise pas que la figure a 4 angles droits. Elle peut donc être un trapèze.

1) L'élève 1 énonce le fait que le rectangle est un polygone qui a 4 côtés avec les côtés opposés de même longueur mais il oublie le fait que les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Réponses relatives à la proposition de l'élève 2 :

Elle de l'élève deux ne convient pas car elle ne précise pas que les côtés opposés sont égaux.

L'élève 2, n'évoque pas cette idée de parallélisme et doit préciser que les côtés opposés sont de même longueur deux à deux. Il ne doit pas oublier de parler des diagonales.

élève 2 : un rectangle n'est pas un carré, mais un carré est un rectangle. il a oublié de dire que les côtés opposés ont de longueurs différentes et 2 à 2 m longueur.

Réponses relatives à la proposition de l'élève 3 :

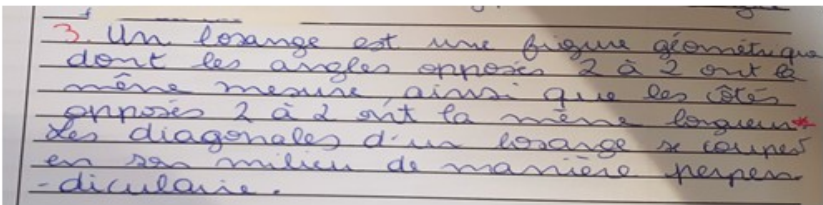
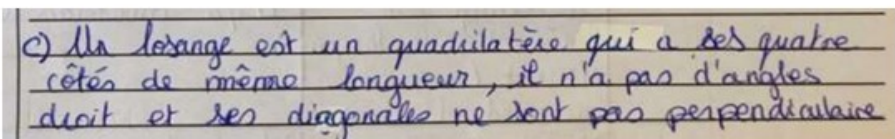
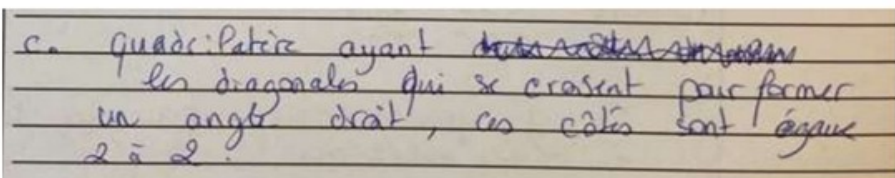
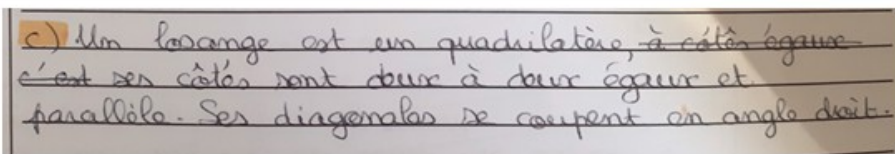
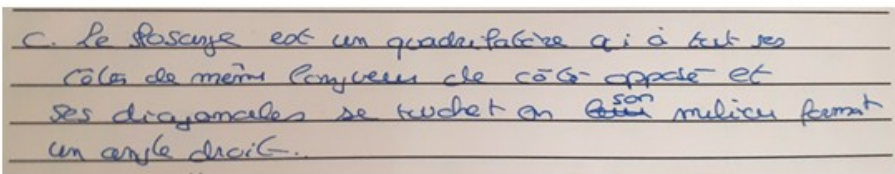
Élève 3 : réponse fautive car le rectangle n'est pas le seul polygone à avoir quatre angles droits, il y a aussi le carré.

La définition de l'élève 3 ne convient pas car il ne précise pas que les côtés opposés sont parallèles, et de même longueur deux à deux.

différences avec un rectangle. En fait, cela est mal exprimé. Pour l'élève 3, l'affirmation parle seulement de quatre angles droits. Comme pour l'élève 1, il manque des informations sur les longueurs, les côtés et les diagonales. Ainsi, l'affirmation de cet élève peut être donnée au polygone nommé carré. De plus, si l'élève avait donné toutes les caractéristiques, il aurait pu parler d'angle.

Annexe 3

Document distribué en phase 3 (scénario SF2)

Productions	Analyses
	
	
	
	
	

Annexe 4

Document distribué en phase 4 (scénario SF2)

Nom de l'objet géométrique	Une définition	Une illustration à main levée de la définition donnée

Annexe 5

Document distribué en phase 5 (scénario SF2)

	Activité de l'élève			Activité de l'enseignante
	Comment l'élève élabore-t-il sa réponse ? Sur quel type d'argument base-t-il sa réponse ?	Quelles sont les savoirs et connaissances mathématiques mobilisés par l'élève pour justifier sa réponse ?	Est-ce suffisant pour justifier sa réponse sur la nature de la figure ?	Quel(s) étayage(s) l'enseignante utilise-t-elle pour aider les élèves ?
Elève 1				
Elève 2				
Elève 3				