CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES POUR ENSEIGNER AU PREMIER DEGRÉ - ANALYSE D'UNE PROPOSITION EN PREMIÈRE ANNÉE DE LICENCE PLURIDISCIPLINAIRE

Fabien EMPRIN[1]
Université de Reims, CEREP, IREM de Reims

Résumé. Cet article propose un partage de pratiques pour la formation mathématique des étudiants se destinant au professorat des écoles. Nous nous appuyons sur trois hypothèses pour construire une proposition d'enseignement en première année de licence en sciences de l'éducation, parcours pluridisciplinaire : le fait que les étudiants de ce parcours ont un rapport assez négatif aux mathématiques, l'idée que des connaissances spécifiques sont nécessaires pour enseigner les mathématiques et que les étudiants sont plus enclins à reproduire des pratiques qu'ils ont vécues. Nous proposons donc, ici, un choix de dispositif de formation ainsi que l'analyse de ses effets sur les connaissances des étudiants et leur rapport à la discipline.

Mots-clés. Connaissances pour enseigner, primaire, rapport aux mathématiques, formation.

Introduction

L'objectif de cet article est de contribuer à la réflexion sur la formation des enseignants du premier degré à un moment où est en discussion la création de licences spécifiques accueillant les étudiants se destinant à cette profession. Dans le cadre d'une L1 de licence pluridisciplinaire mention sciences de l'éducation et de la formation, nous avons dû concevoir un enseignement de mathématiques adapté à ce public. Il s'agit, ici, de présenter nos choix de formation et les raisons qui les justifient *a priori* puis d'interroger leur impact.

La première question que nous nous sommes posée est la suivante : « que faut-il savoir, en mathématiques, pour enseigner en primaire ? ». Le référentiel de compétences des enseignants (MEN, 2013) comporte quatorze compétences communes à tous les professeurs et personnels d'éducation et cinq compétences communes à tous les professeurs (du premier comme du second degré avec une précision pour le premier degré lié à la polyvalence). Sur ces dix-neuf compétences, on peut repérer des connaissances et les savoirs dans quatre d'entre elles : connaître les élèves et les processus d'apprentissage, maîtriser la langue française à des fins de communication, maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique, maîtriser la langue française dans le cadre de son enseignement. La question des savoirs et connaissances mathématiques dont l'enseignant doit disposer se décline dans le référentiel par : *« connaître de manière approfondie sa discipline ou ses domaines d'enseignement. En situer les repères fondamentaux, les enjeux épistémologiques et les problèmes didactiques »* (*ibid.*). La question qui nous intéresse ici est plus spécifiquement de comprendre ce que peut être *« connaître de manière approfondie sa discipline »* dans le cas des mathématiques. Quelles mathématiques les enseignants du primaire doivent-ils connaître pour enseigner ?

[1] fabien.emprin@univ-reims.fr

D'un point de vue de chercheur, Paquay, dès 1994, proposait un cadre pour concevoir un référentiel de compétences des enseignants mettant en avant six paradigmes : le maître instruit, le technicien, l'acteur social, la personne, le praticien artisan et le praticien réflexif. Le paradigme du maître instruit correspond à *« maîtriser et expliciter des savoirs disciplinaires et interdisciplinaires, des savoirs didactiques et épistémologiques, des savoirs pédagogiques, psychologiques, philosophiques »* (Paquay, 1994, p. 32). Sous cet angle, notre questionnement ne porte que sur les savoirs disciplinaires.

Le concours du CRPE (Concours de recrutement des professeurs des écoles) définit « en creux » ce qu'un enseignant doit savoir en mathématiques pour devenir enseignant (réussir le concours) :

> *Les connaissances attendues des candidats sont celles que nécessite un enseignement maîtrisé de ces programmes. Il est attendu du candidat qu'il maîtrise finement et avec du recul l'ensemble des connaissances, compétences et démarches intellectuelles du socle commun de connaissances, compétences et culture, et les programmes des cycles 1 à 4* (MEN, 2024).

En mathématiques plus spécifiquement, il est précisé que, outre les programmes du cycle 4 le concours porte sur :

> *partie « Nombres et calculs » du programme de mathématiques de seconde générale et technologique (BOEN spécial n° 1 du 22 janvier 2019). Les notions traitées dans ces programmes doivent pouvoir être abordées avec le recul nécessaire à l'enseignement des mathématiques aux cycles 1, 2 et 3* (MEN, 2024).

Mais qu'est-ce que la maîtrise fine ou encore le recul nécessaire à l'enseignement ? Si les mathématiques nécessaires pour enseigner sont celles du collège (avec quelques éléments de la seconde), pourquoi faut-il les recontrôler au travers d'un concours en Master alors que tous les étudiants ont obtenu le baccalauréat ? Quels enseignements de mathématiques proposer aux étudiants se destinant aux métiers de l'enseignement ? Ceux du collège ? Comment justifier, en Master ou en licence des enseignants, de mathématiques de niveau collège ?

Pour apporter des éléments de réflexion sur ces questions, nous nous appuyons sur une expérimentation menée depuis 2020 lors de la création d'une licence pluridisciplinaire en sciences de l'éducation, visant à accueillir les étudiants se destinant aux métiers de professeur des écoles. Lors de la création de cette licence, s'est posée la question des contenus mathématiques et la façon de les aborder avec ce type d'étudiants souhaitant poursuivre en Master MEEF (Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation) 1er degré et passer le concours du CRPE. Quelle est la spécificité de ce public et quels sont ses besoins ? Nous explicitons dans une première partie les fondements de ce choix puis leur mise en œuvre pratique en partie 2. Dans ce contexte de création d'une nouvelle formation, nous avons voulu nous donner les moyens d'analyser les effets du dispositif, notamment sur le rapport aux mathématiques des étudiants. Pour cela, nous analysons en partie 3 les évaluations des étudiants durant la L1, leurs retours réflexifs sur les unités d'enseignements lors du rapport de stage de L3 ainsi qu'un questionnaire de positionnement vis-à-vis des mathématiques dont la passation se fait à plusieurs moments de la licence.

1. Fondements de nos choix de formation

Nous avons réalisé nos choix de formation sur trois grandes hypothèses : la nécessité de penser les contenus mathématiques en relation avec le métier que les étudiants visent, la volonté de travailler en même temps le rapport à la discipline et l'idée que les étudiants pourront plus facilement reproduire des pratiques qu'ils ont vécues. Ces trois hypothèses sont fondées sur des recherches que nous présentons dans cette partie.

1.1. Travaux de recherche sur les types de connaissances pour enseigner

Les travaux de Shulman (1986) s'intéressent aux connaissances et savoirs des enseignants (Teacher's knowledge) sachant que le terme knowledge ne permet pas de distinguer savoir et connaissance. Nous indiquons les deux termes dans ce premier paragraphe et préciserons la distinction au suivant. Ces travaux ont été prolongés par ceux de Loewenberg Ball, Thames et Phelps (2008) (*cf.* figure 1) et adaptés en Suisse par Clivaz (2012). Ils fournissent un cadre conceptuel pour définir ce qu'un enseignant doit savoir pour enseigner. Ils permettent ainsi de distinguer ce qui relève spécifiquement de ce qui est enseigné : le sujet, pour nous les mathématiques, des connaissances pédagogiques mais différencient également à l'intérieur de chacune de ces catégories les types de connaissances.

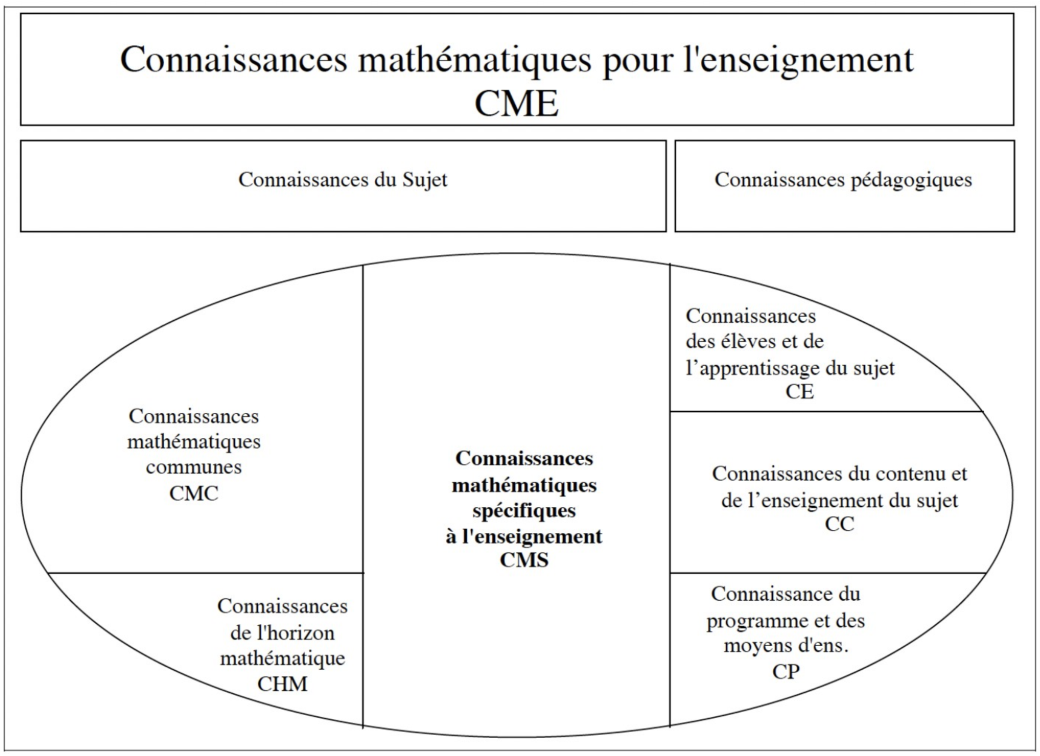


***Figure 1** : Connaissances mathématiques pour l'enseignant traduit de Ball* et al. *(2008, p. 403).*

On peut remarquer que ce cadre théorique n'est pas en opposition avec l'analyse en termes de compétences de Paquay (1994) ou du référentiel de compétences des enseignants français. Dans ce cadre, notre questionnement porte sur les **connaissances mathématiques communes (CMC)** et les **connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement (CMS)**.

En s'appuyant sur le cadre de Loewenberg Ball, Thames et Phelps (2008), Ma (2010) met en évidence une différence entre les connaissances approfondies des mathématiques fondamentales — CAFM (Profound understanding of fundamental mathematics - PUFM) — et les « connaissances de haut niveau » travaillées dans la scolarité et qui permettent de résoudre des problèmes mathématiques spécifiques (fonctions, intégration, équations différentielles, rédaction de démonstrations formelles, etc.). En comparant les enseignants chinois, qui possèdent des CAFM, et les enseignants américains, qui ont des connaissances de haut niveau, Ma (*ibid.*) montre que ce sont les CAFM qui permettent d'améliorer l'enseignement.

Selon Ma (2010),

> *Teachers with PUFM display mathematical attitudes and are particularly aware of the « Simple but powerful basic concepts and principles of mathematics » (e.g. the idea of an equation). This means that teachers encourage children to explore the ideas in relation to a problem as opposed to simply calculating the solution. This will mean their learning and understanding of the subject will be more in depth* (Ma, 2010, p. 122).

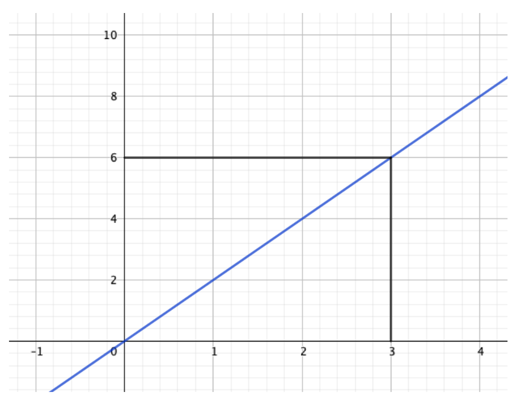
que l'on peut traduire par :

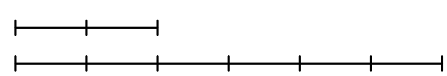
> *Les enseignants ayant des CAFM affichent des attitudes mathématiques et sont particulièrement conscients des « concepts et principes de base simples, mais puissants des mathématiques » (par exemple, l'idée d'une équation). Cela signifie que les enseignants encouragent les enfants à explorer les idées liées à un problème plutôt que de se contenter de calculer la solution. Cela signifie que leur apprentissage et leur compréhension du sujet seront plus approfondis* (traduction libre).

Comme pour les programmes du concours qui indiquent qu'il faut une maîtrise fine et un recul, il faut préciser ce qui caractérise ces CAFM.

Davis et Renert (2013) remplacent le terme « *fundamental* » par le terme « *emergent* » pour soutenir l'idée que les connaissances mathématiques des enseignants ne sont pas seulement *« un ensemble de bases bien définies et bien connectées […], mais plutôt vastes, complexes et évolutives »* (Davis & Renet, 2013, p. 247 [traduction libre]). Ils illustrent leur propos sur le concept de multiplication. Leur proposition se base sur une démarche spécifique de formation, l'étude des concepts (*concept study*), que nous ne développons pas ici, mais qui met en évidence que la compréhension personnelle d'un concept mathématique naît du tissage complexe de ces éléments expérientiels et conceptuels. Avec ce type d'analyse, 2×3 peut être vu comme :

- $2+2+2$;
- $3+3$;
- l'aire d'un rectangle de 2 sur 3 ;
- la réalisation de 3 bonds de 2 sur la bande numérique partant de zéro ;
- la réalisation de 2 bonds de 3 sur la bande numérique partant de zéro ;
- l'image de 3 par la fonction $f : x \longmapsto 2x$;
- l'image de 3 sur la représentation graphique ci-contre ;
- l'agrandissement proportionnel de la longueur de bande de 2 par le coefficient de proportionnalité 3 ;
- …





Bien évidemment, ces aspects se recoupent et on peut voir le dessin ci-dessus comme trois fois la barre de 2, mais il permet d'illustrer l'idée que l'accès aux CAFM passe par :

> *[…] des définitions formelles (par exemple, la multiplication est un regroupement itéré), des algorithmes (par exemple, effectuer une multiplication par addition itérée), des métaphores (par exemple, la multiplication est une mise à l'échelle), des images (par exemple, la multiplication illustrée comme un saut le long d'une ligne numérique), des applications (par exemple, la multiplication utilisée pour calculer une surface), des gestes (par exemple, la multiplication exécutée dans un mouvement ascendant)* (*ibid.*, p. 252 [traduction personnelle]).

Au travers du travail de ces auteurs, on peut comprendre que le travail sur les CAFM ou CAME (« fondamental » étant remplacé par « émergent ») nécessite une analyse fine des concepts mathématiques et un travail permettant aux étudiants de mettre en relation les différents aspects du concept sans en privilégier un par rapport aux autres.

Ainsi, Sayac (2012, p. 121), qui adapte également ce modèle pour définir les savoirs de formation, remplace-t-elle les CMC par *« D1 : savoirs relatifs aux connaissances mathématiques pures et aux savoirs épistémologiques »*. Les CMS sont remplacées par *« D3 : savoirs relatifs à la didactique des mathématiques »*. Dans cette seconde adaptation, notre sujet se limite donc à D1 puisque le cadre de cette unité d'enseignement est identifié comme un enseignement disciplinaire de mathématiques.

Mais pour effectuer ce travail, encore faut-il que les étudiants soient prêts à s'engager et ne se considèrent pas comme incapables d'accéder à ces concepts. Cela nous amène à la question du rapport aux mathématiques des étudiants de L1.

1.2. Constats sur le rapport aux mathématiques des étudiants

Un constat de formateurs est que les étudiants de licences en sciences de l'éducation ont, pour beaucoup, des *a priori* négatifs vis-à-vis des mathématiques. Nous n'avons pas trouvé de recherches concernant ce public mais ce constat semble confirmé par les recherches dans différents pays tels que le Canada (Theis *et al.*, 2006), Chypre (Philippou & Christou, 1998 ; 2002), les États-Unis (Foss & Kleinsasser, 1996) ou encore l'Australie (Geller, 2000, p. 258) qui montrent en fonction des approches qu'une partie des futurs enseignants ont un rapport difficile aux mathématiques (sans toujours quantifier cette proportion, mais cela peut concerner au moins un quart des répondants dans certaines études). En Suisse, Cherix *et al.* (2010) ont obtenu des résultats contrastés quand ils analysent certaines visions des mathématiques :

> *Les étudiants, dont nous rappelons que la plupart sont de futurs instituteurs, n'ont pas une vision des mathématiques qui se réduit aux seuls aspects de rigueur et de logique et leur accordent assez majoritairement une place dans la société, pour développer l'esprit critique, résoudre des problèmes. Une tendance à réduire l'enseignement des mathématiques à des taches techniques se dégage, mais pas de façon nette ni réductrice* (*ibid.,* p. 62).

Notre constat et ces études, principalement basées sur des questionnaires demandant d'évaluer l'accord avec certaines affirmations révélatrices du rapport aux mathématiques, nous invitent à pousser plus loin l'analyse.

Rapport aux mathématiques, anxiété mathématique, affects

Pour obtenir un outil de recueil et de suivi du rapport aux mathématiques, nous devons faire un premier choix de définition de ce que nous voulons analyser. Nous avons, jusqu'à présent, parlé de rapport aux mathématiques sans le définir plus avant. Theis *et al.* (2006) regardent par exemple le rapport aux mathématiques suivant six dimensions : la situation personnelle par rapport aux mathématiques, le rapport au sujet des mathématiques, au sujet de l'apprentissage des mathématiques, au sujet de l'enseignement des mathématiques, les buts de l'enseignement des mathématiques, la situation personnelle par rapport à l'enseignement des mathématiques. Cherix *et al.* (2010) analysent trois types d'opinions : sur les mathématiques en tant que savoir savant (16 questions), sur l'enseignement des mathématiques (15 questions), sur comment il faut enseigner ou comment on apprend en général ou en mathématiques en particulier (16 questions).

Dans notre contexte (cours de mathématiques de L1), les questions portant sur l'enseignement des mathématiques nous semblent prématurées et nous nous sommes tournés vers la relation personnelle aux mathématiques. Le terme d'anxiété mathématique est largement répandu dans la littérature, notamment anglo-saxonne. mathematic **+** anxiety renvoie à 1744 réponses dans la base de données ERIC (eric.gov.ed) contre 1216 pour attitude **+** toward **+** mathematic et182 pour mathematic **+** affect.

> *L'anxiété est sans doute la mesure la plus répandue et l'on trouve déjà, chez Dreger et Aiken (1957) l'inclusion de trois items spécifiques aux maths dans une échelle évaluant l'anxiété de manière générale. En 1972, Richardson et Suinn publient un instrument unidimensionnel, la Mathematics Anxiety Rating Scale (MARS), qui sera repris par différentes autres équipes de recherche* (Genoud & Guillod, 2014, p 140).

Pour autant, il nous a semblé réducteur de nous limiter à cette émotion négative, ce qui nous a amené à adapter un test destiné aux élèves conçu par Genoud et Guillod (2014). Ce dernier permet d'analyser la relation socioaffective avec les mathématiques en croisant huit dimensions.

La relation socioaffective

Nous définissons la relation socio-affective des étudiants vis-à-vis des mathématiques au travers du test QASAM (Questionnaire des Attitudes Socio-Affectives en Maths) qui *« est un instrument qui évalue des attitudes globales sans entrer dans la labilité de croyances, ressentis ou comportements spécifiques à des tâches données »* (Genoud & Guillod, 2014, p 149). Il permet d'analyser 8 dimensions dans quatre registres :

Dans le registre cognitif, on analyse la perception de l'utilité, la fonction utilitaire perçue dans l'apprentissage des mathématiques ; le sentiment de compétence, l'évaluation que l'étudiant fait de sa capacité à réussir ses apprentissages mathématiques ; la contrôlabilité, le fait que l'étudiant estime avoir une influence plus ou moins forte sur le résultat de ses apprentissages.

Dans le registre affectif, on analyse les affects positifs et négatifs, mais aussi la régulation affective c'est-à-dire si l'étudiant se sent capable de réguler ses affects, par exemple au cours d'une évaluation.

L'analyse, dans le registre comportemental, porte sur l'évaluation par l'étudiant de son investissement dans ses apprentissages en mathématiques.

Une mesure normative est également ajoutée ; elle concerne la masculinité, qui a pour objectif d'évaluer le degré de croyance selon lequel les garçons seraient naturellement plus doués pour les mathématiques.

Nous prenons donc pour base ce test que nous appelons *Maths et affect*, en ajoutant des questions permettant de recueillir des variables indépendantes : le genre, l'âge, l'année de diplôme et le site de formation. Ces variables nous permettent de prendre en compte notamment le fait que la licence se déroule sur deux sites de formation distincts (Châlons-en-Champagne et Charleville-Mézières) avec des cours magistraux mutualisés et des TD communs assurés par deux enseignants différents.

Pour pouvoir utiliser ce test initialement prévu pour des élèves, nous avons dû adapter les formulations de certaines questions. Le test (*cf.* annexe 1) est implémenté dans la plateforme de questionnaire de l'Université de Reims. Nous avons fait le choix d'un questionnaire anonyme, mais pour que les étudiants puissent connaître leur positionnement, lors de la passation ils sont invités à imprimer leurs réponses et à calculer eux-mêmes leurs scores dans les différents domaines (*cf.* grille de calcul en annexe 1). Ils peuvent ainsi comparer le résultat du test avec ce qu'ils pensaient obtenir et se comparer avec la moyenne de l'ensemble du groupe qui, elle, est fournie par l'enseignant. Ce test peut donc aussi être utilisé comme un outil de formation.

My mind goes blank

Le dernier phénomène sur lequel nous nous basons est parfois appelé *« my mind goes blank »* (Siety, 2004). Littéralement, il s'agit du fait que, lorsqu'une personne est confrontée aux mathématiques, son cerveau se vide. Ce blocage lié aux mathématiques est illustré par le problème suivant :

> *Un sultan possède un bassin magique. Lorsque ce bassin se remplit, le volume d'eau qu'il contient à un instant donné est le double de ce qu'il contenait à la minute précédente. Il faut une heure au bassin pour se remplir complètement. En combien de temps est-il à moitié plein ?*

La plupart des gens répondent une demi-heure alors que la bonne réponse est 59 minutes. En effet, puisque le volume d'eau double toutes les minutes, à 60 minutes il est plein, donc à la minute précédente le volume d'eau est de moitié du réservoir.

On peut rapprocher ce phénomène des conséquences de l'anxiété mathématique qui limite les performances des élèves (Núñez-Peña, Suárez-Pellicioni & Bono, 2013), mais aussi d'autres, liées aux effets de contrats comme dans le problème de « l'âge du capitaine » :

> *[…] à l'origine, une équipe de l'I.R.E.M. de Grenoble pose des problèmes absurdes, en situation de classe, à des élèves de l'école élémentaire — problèmes numériques du type : sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres, quel est l'âge du capitaine ? — Une proportion importante d'enfants prennent au sérieux ce problème et ne se préoccupent pas de la pertinence des données par rapport à la question posée* (Ortolland, 1989, p 82).

Au moment où les étudiants considèrent que ce sont de mathématiques, leur « bon sens » disparaît et ils cherchent à donner une réponse en se conformant à ce qu'ils pensent être les attentes de l'enseignant. Ainsi, pour le problème du bassin magique, ils peuvent cherchent une équation, une fonction, une formule donnant l'évolution du volume du bassin en fonction de temps ou cherchent simplement un calcul à faire donnant un résultat.

Un de nos objectifs va donc être d'amener nos étudiants à prendre conscience de ces phénomènes, à leur montrer qu'ils sont capables de faire des mathématiques, à savoir ce qu'ils savent… Mais nous gardons également en tête que ce sont de futurs enseignants et, dans notre démarche, nous allons chercher à leur montrer que l'on peut faire des mathématiques autrement que ce qu'ils ont pu vivre dans leur scolarité, notamment en raison de l'importance de la reproduction des pratiques.

1.3. La reproduction des pratiques

Nous partons du constat de l'étude ICMI (1998) :

> *[…] it is well known that teachers tend to reproduce in their profession the same models they experienced when they were students, regardless of subsequent exposure to different points of view [Il est bien connu que les enseignants ont tendance à reproduire dans leur profession les mêmes*

modèles que ceux qu'ils ont connus lorsqu'ils étaient étudiants, même s'ils ont été exposés à des points de vue différents par la suite] (ICMI, 1998, p. 344 [traduction personnelle]).

Barrantes et Blanco (2006) complétés par Khattab (2020) montrent, grâce à une étude sur les pratiques en géométrie pour les premiers et l'algèbre pour le second que le premier facteur influençant les pratiques des enseignants apparaît être ce qu'ils ont vécu en tant qu'élèves (*cf.* tableau 1).

Notre choix de formation est donc de nous appuyer sur le potentiel de reproduction des pratiques pour faire vivre aux étudiants, durant leur formation aux mathématiques, des situations d'apprentissage des mathématiques variées, permettant une approche riche des concepts mathématiques et donnant une image positive de la discipline.

Type d'influence	**Fréquence**	**Pourcentage**
Reproduire les pratiques vécues en tant qu'élève.	46	41,07 %
Mettre en œuvre des pratiques différentes de celles vécues comme élève.	29	25,89 %
Autres influences		
La compréhension des réactions des élèves et de leurs difficultés.	8	7,14 %
Influence sur la poursuite d'une spécialisation en mathématiques ou d'une carrière dans l'enseignement	3	2,68 %
Pas d'influence décrite	26	23,21 %

Tableau 1 *: Quantification de l'influence déclarée sur les pratiques en algèbre traduite de Khattab (2020).*

En nous basant sur ces différentes recherches, nous retenons pour la formation en L1 trois objectifs principaux : fournir les connaissances de base en mathématiques pour enseigner en primaire, ramener les étudiants qui ne le seraient pas dans un rapport positif aux mathématiques et faire vivre aux étudiants des types de pratiques qu'ils pourraient ensuite reproduire dans leur enseignement sans pour autant entrer dans une analyse didactique des situations.

2. Conception d'un programme pour la L1

2.1. Présentation générale de la formation élaborée

Les deux éléments constitutifs (EC), un par semestre, sont contraints par le cadrage des licences. Ils doivent comporter chacun 10 heures de cours magistraux mutualisés entre les deux sites dans lesquels cette licence est ouverte ainsi que 12 heures au premier semestre et 16 heures au second de travaux dirigés (en groupe des 46). Une partie de ces heures peut être assurée en formation à distance après accord des responsables de la licence. Les modalités de contrôle de connaissances sont un contrôle continu qui compte pour 50 % de la note totale et un écrit terminal donne les 50 % restants. Ces deux évaluations sont d'une durée d'une heure chacune.

Une plateforme de cours Moodle accompagne cette formation (les deux EC) ; elle comporte un espace par TD avec les documents de cours, les liens vers les activités à réaliser en direct et des prolongements (liens, documents, activités, vidéos…). L'intégralité de la plateforme est disponible dès le début de l'année et les étudiants ont donc accès à tous les documents, à tout moment. Il s'agit de les amener à se détacher de la copie, de tout ce que le professeur dit au profit d'une réelle prise de notes et de l'activité mathématique. Pour cela, l'enseignant met à disposition des documents partagés qui sont remplis tantôt en cours en direct, tantôt de façon autonome par les étudiants (avec une vérification *a posteriori* de l'enseignant). La plateforme se veut conviviale et chaque TD est repéré par un dessin humoristique.

Les tableaux en annexe 2 donnent une vue synthétique des deux EC. Ce sont ceux fournis aux étudiants.

Nous décrivons les situations les plus représentatives de cette programmation tout en restant succinct dans la mesure où elles ont, pour la plupart, été empruntées à des dispositifs de formation ou d'enseignement qui ont fait l'objet de publications accessibles. Nous les avons regroupées par type d'enjeu en référence à nos choix de formation.

2.2. Les TD qui travaillent le contrat didactique et la dédramatisation

L'EC commence par trois TD et non un CM de façon à poser le contrat didactique avec les étudiants et à les faire réfléchir sur leur représentation des mathématiques avant d'apporter des contenus sous la forme de cours néanmoins interactifs.

Comprendre son rapport aux mathématiques

Le premier TD, intitulé *My mind goes blank* sans que cela ne soit expliqué aux étudiants, permet de présenter les enjeux du cours, le matériel nécessaire pour les TD de géométrie (règles, équerre, compas, mais aussi des ciseaux, de la colle et du scotch, pour un TD spécifique de la pâte à modeler…).

Dans un premier temps, les étudiants répondent au questionnaire *Maths et affect* et réalisent leur positionnement individuel. Le profil de la classe est calculé en direct et les étudiants peuvent se positionner par rapport à leurs collègues. Il est alors possible de discuter sur la différence entre ce que les étudiants auraient imaginé comme positionnement et ce que le test leur renvoie.

À l'issue de ce travail, les étudiants ont plusieurs exercices à résoudre pour déclencher une réflexion par rapport au phénomène *« my mind goes blank »* : l'exercice du bassin du sultan décrit plus haut et celui de la batte et de la balle :

> *Une batte de baseball et une balle coûtent 1,10 dollar. La batte coûte un dollar de plus que la balle. Combien coûte la balle ?*

Les réponses des étudiants, une demi-heure au premier exercice, 1 $ pour la batte et 10 cents pour la balle, confirment les résultats des études sur le phénomène *« my mind goes blank »*. Ainsi, ils se rendent compte de leurs capacités, parfois inhibées uniquement par le fait d'être en mathématiques.

L'activité suivante permet de relever les représentations des étudiants en évitant les biais liés aux connaissances des attendus des enseignants de mathématiques. Il s'agit d'un dispositif que nous nommons *« Question contraposée »* (Emprin & Jourdain, 2010). On demande aux élèves de répondre à la négation de la question à laquelle on souhaite qu'ils répondent :

> *Comment faire pour échouer en math dans ma licence ?*

Ils doivent, avec des *Post-it*, formuler des idées de réponses, puis les classer et enfin inverser les réponses pour répondre finalement à la question « comment réussir en maths dans ma licence ? ».

La figure 2 montre le résultat de ce travail réalisé en ligne avec des *Post-it* virtuels sur un document partagé. On voit apparaître, en inversant, qu'il faut être présent en cours, ne pas rendre de copie blanche durant les examens, écouter en cours et s'entraîner. Il s'agit d'une vision relativement réductrice de l'activité mathématique. Il y a de plus trois *Post-it* que les étudiants ne parviennent pas à classer et qui révèlent des points d'appui pour le formateur : « Ne pas essayer », « Il faut se précipiter et ne pas réfléchir » et « ne pas chercher à comprendre le cours ».

Il s'agit ensuite pour le formateur de faire le lien entre les premiers éléments d'analyse et cette façon de voir les mathématiques.

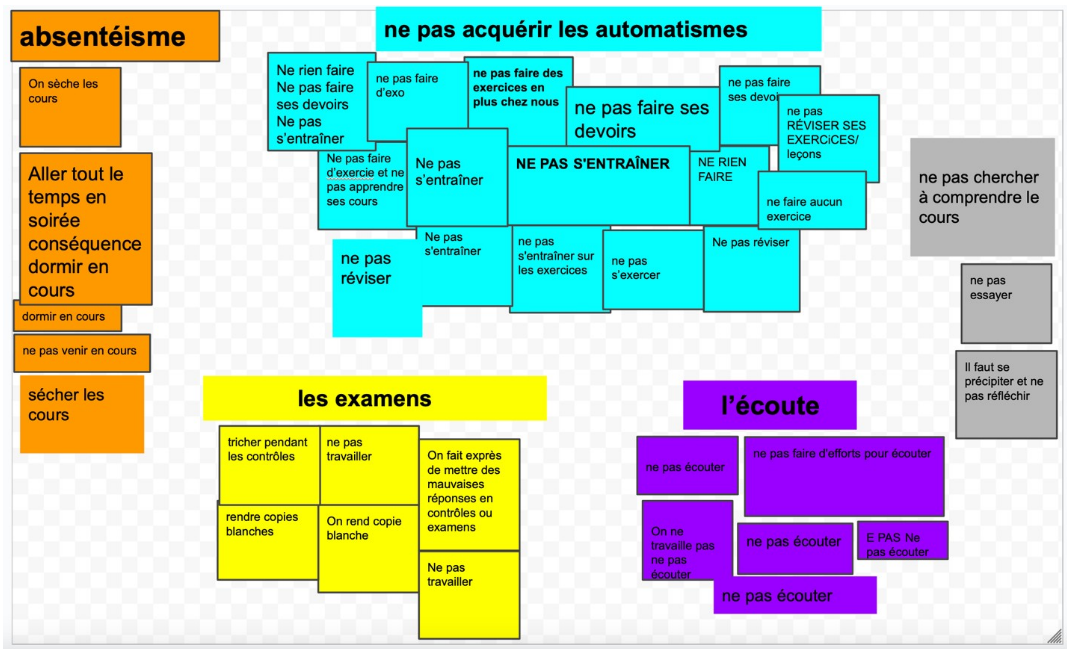


***Figure 2** : Résultat de la contraposée en ligne sur un document collaboratif.*

Réfléchir au rôle des mathématiques

Les activités suivantes, durant ce premier TD, visent à questionner le rôle des mathématiques.

Tout d'abord, les mathématiques permettent d'éviter de se faire piéger. La question posée est :

> *Vaut-il mieux avoir 30 % de réduction sur son panier ou obtenir le troisième produit gratuit, remboursé sur la carte du magasin ?*

Les étudiants pensent majoritairement qu'avoir un produit gratuit est toujours plus intéressant « parce que c'est gratuit » ; ceux qui calculent disent que cela fait 33 % de réduction alors qu'en réalité le gain, dans le meilleur des cas n'est que de 25 %. En effet, en imaginant qu'il y ait 3 produits identiques (de toute façon le produit le moins cher serait remboursé), par exemple à 10 €, il faut acheter 3 produits et payer 30 € puis récupérer 10 € sur la carte du magasin et revenir acheter un 4e produit. De ce fait, on aura 4 produits pour 30 € au lieu de 40 €.

Ensuite, calculer juste ne suffit pas à résoudre un problème. L'activité proposée, *la vache et le paysan*, est documentée dans Petitfour *et al.* (2002), mais comme situation de formation pour les enseignants. Le problème est le suivant :

Un paysan se rend au marché, il achète une vache 5000 €, puis il la revend 6000 €. Se ravisant, il la rachète 7000 €. Il la revend finalement 8000 €. A-t-il gagné de l'argent, si oui, combien ? A-t-il perdu de l'argent, si oui combien ? ou n'a-t-il ni gagné, ni perdu ?

À l'issue de la recherche, les étudiants trouvent 4 types de réponses, toutes obtenues à partir de calculs corrects : ni gain ni perte, gain de 1000 €, gain de 2000 € ou gain de 3000 €. À la suite d'une mise en commun, la démarche visant soit à simuler la situation en imaginant le porte-monnaie du paysan ou un tableau recettes/dépenses permet de convaincre tous les étudiants de la bonne solution.

La conclusion de ce travail revient sur le fait que réaliser un calcul correct avec les nombres donnés n'est pas suffisant et que le retour à la situation est une garantie.

D'autres TD visent à travailler les différents aspects des concepts mathématiques.

2.3. Les TD qui travaillent les aspects des concepts mathématiques

Nous avons fait le choix de présenter le travail sur les concepts en regroupant les situations également par démarche : transposition de situation d'apprentissage par résolution de problèmes, problèmes ouverts ou cours inversés et non en fonction des thèmes mathématiques abordés.

Des problèmes pour travailler différents aspects d'un concept

Nous nous basons sur la théorie des situations didactiques (TSD) (Brousseau, 1998) pour travailler les notions mathématiques visées. Pour cela, nous exploitons les travaux en didactiques, notamment les ingénieries didactiques qui ont permis de construire et de valider des problèmes permettant d'aborder ces notions.

Pour la notion de cercle, les travaux de recherche mettent en évidence plusieurs aspects chez les élèves (Artigue & Robinet, 1982). Nous en retenons deux pour les étudiants. Le cercle comme ensemble des points équidistants d'un point donné nommé le centre, ce qui impose qu'ils comprennent que tout point à cette distance du centre est sur le cercle et que tout point du cercle est à la distance donnée du centre. Le cercle comme figure de courbure constante. Nous transposons alors deux situations qui exploitent ces aspects : *Même distance à coup sûr* (ERMEL, 2006) et *Circuit* (Douaire *et al.*, 2020).

Dans *Même distance à coup sûr*, les étudiants ont une première feuille sur laquelle apparaît un nuage de points (une dizaine au début puis plus de 50 sur une deuxième feuille), et un point marqué *A* sur la première feuille et *B* sur la seconde. Ils doivent trouver tous les points à 6 cm du point *A* puis tous ceux à 8 cm de *B*. Aucune indication sur le matériel à utiliser n'est fournie ; ils savent juste qu'ils doivent avoir leur matériel de géométrie pour tous les TD. Sur la première feuille, les étudiants utilisent tous la règle et mesurent les distances. Pour la deuxième feuille, ils commencent tous à mesurer puis quelques-uns se mettent à fouiller dans leur sac pour extraire un compas. D'autres continuent avec la règle avant de se rendre compte que leur voisin a sorti son compas. Rares sont les étudiants qui persistent avec la règle. À l'issue de ce travail, une mise en commun permet de demander aux étudiants ce qui s'est passé dans cette situation. Ils explicitent que la mesure les a induits vers la règle puis que spontanément ou en s'inspirant des autres, ils ont trouvé que le fait de tracer le cercle permettait d'avoir la solution.

Les étudiants doivent ensuite donner une définition du cercle par écrit. Là encore, une mise en commun permet de discuter sur les formulations et aboutit à une définition correcte.

Concernant l'aspect, « courbure constante », les étudiants possèdent des quarts de cercles (deux tailles différentes) et d'ellipses. Ils doivent construire le maximum de figures différentes possibles puis identifier les cercles. Ensuite, ils doivent identifier parmi des lots de morceaux de cercle différents, ceux qui viennent du même cercle. Une seconde définition est alors écrite et validée collectivement.

Nous utilisons d'autres situations basées sur des problèmes tels que *Concertum* (Péault & Butlen, 1995), *Napperons* (Guille-Biel Winder & de Kocker, 2015) et *Attrape* (ERMEL, 2006) ou *Communiquer le solide* et *Boucher le trou* (ERMEL, 2006) pour travailler respectivement la division euclidienne, la symétrie axiale ou le concept de patron.

Dans la première situation, les étudiants sont par groupe de trois. Ils possèdent chacun les étiquettes-nombre allant de 0 à 9. L'enseignant donne un nombre et, sans se parler, les étudiants doivent lever chacun une étiquette pour que la somme de leurs trois étiquettes soit le nombre donné. Pour cela, l'enseignant leur laisse le temps de trouver une stratégie avant de donner le nombre à atteindre. Après plusieurs essais, les étudiants doivent écrire leur stratégie, puis la communiquer à un autre groupe pour qu'il l'applique. Les procédures sont ensuite discutées publiquement. On voit sur la gauche de la figure 3, que les procédures de types si …, alors sont privilégiées par les étudiants. Enfin, l'enseignant annonce que, cette fois, toute la classe va jouer, ce jour-là à 38 et non plus à 3. La stratégie doit être écrite. Certains étudiants commencent à faire des cas… un ou deux groupes proposent la division euclidienne comme indiqué sur la droite de la figure. Dans cette situation, c'est le passage d'un groupe de 3 à un groupe de 38 qui amène les étudiants à changer de procédure.

En termes de bilan, l'enseignant réinstitutionnalise la division euclidienne.

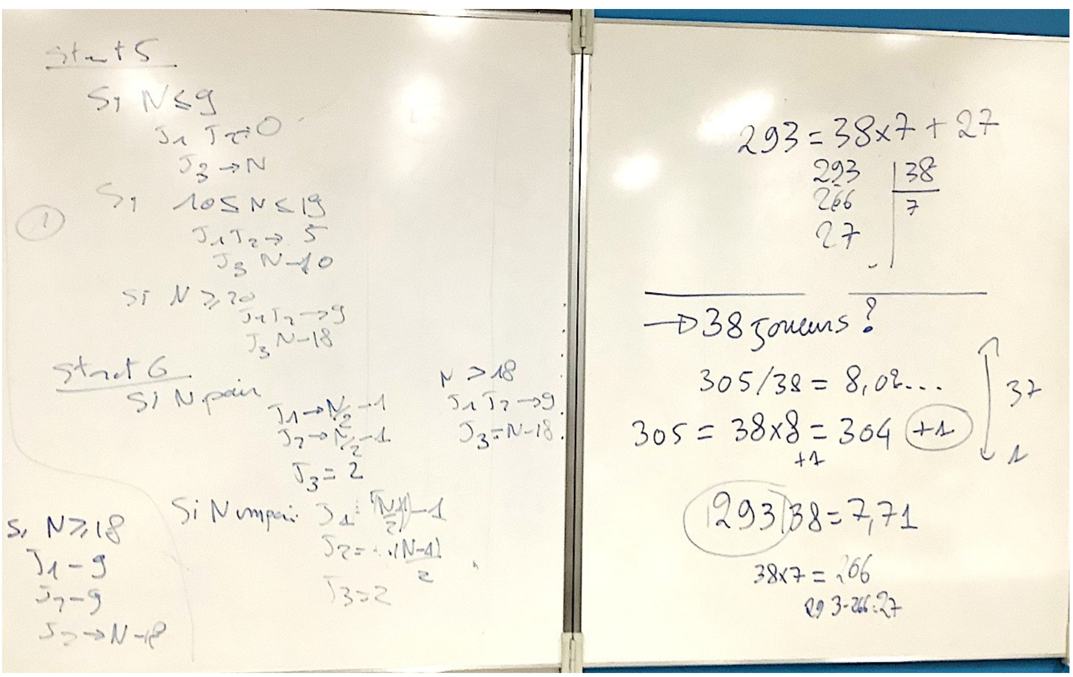


***Figure 3** : Photographie du tableau avec les procédures des étudiants (situation* Concertum*).*

Concernant le concept de symétrie, la situation *Le napperon* (Peltier, 2001) demande aux étudiants de trouver le pliage nécessaire avant découpe pour réaliser des napperons (*cf.* figure 4.).

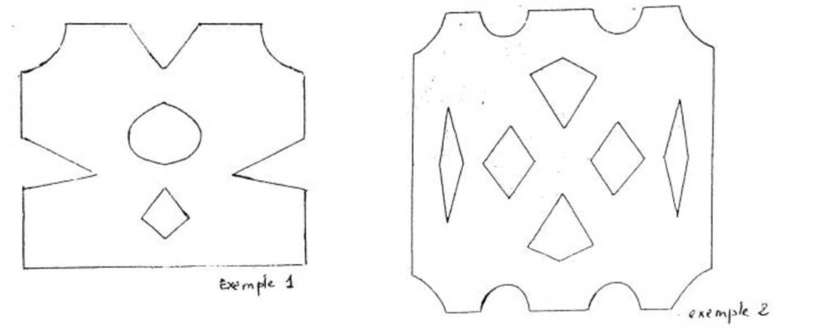


Figure 4 *: Exemple de napperons à réaliser (Peltier, 2001).*

Pour poursuivre ce travail, nous utilisons une version numérique de la situation *Attrape*, dans laquelle un point et son image dans un géomiroir doivent se superposer. Dans cette version numérique[2] il faut tracer, « à souris levée », le symétrique d'une figure par rapport à une droite ou un point dans *GeoGebra*. La validation est réalisée par utilisation du mode « trace » de *GeoGebra* en déplaçant un point sur la figure initiale. Le symétrique se trace grâce à la primitive symétrique du logiciel. Ce travail permet de remettre en évidence les représentations erronées des étudiants : influence de l'horizontalité (*cf.* figure 5a), non-conservation de la taille par symétrie (*cf.* figure 5b), difficulté à voir le rôle du point d'intersection entre la droite à symétriser et l'axe de symétrie (*cf.* figures 5c et 5d, avec un retour en arrière quand l'étudiant arrive à l'axe de symétrie).

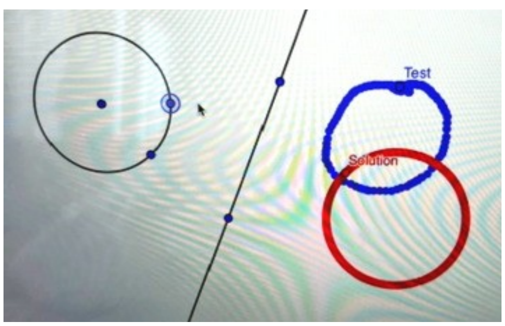


Figure 5a

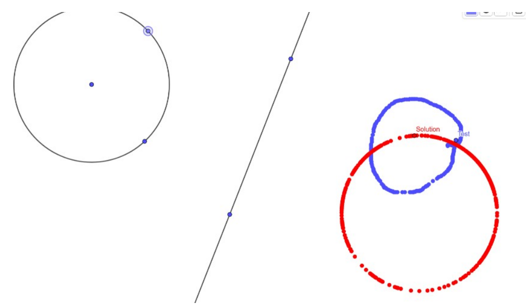


Figure 5b

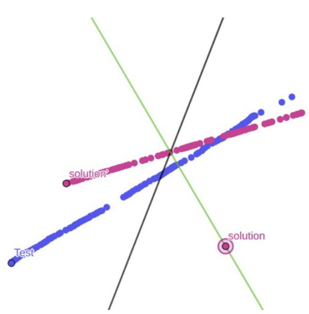


Figure 5c

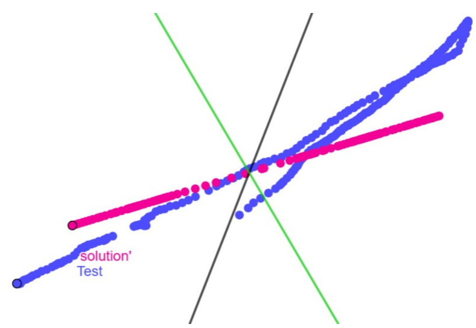


Figure 5d

Figure 5 *: Exemples de productions de L1 : tracer « à souris levée » le symétrique de la figure.*

[2] https://www.geogebra.org/m/c8upgkwq et https://www.geogebra.org/m/vadsu4kx par exemple.

La conclusion de ce travail est la réalisation par les étudiants (dans un document partagé) d'une liste de connaissances sur la symétrie, techniques de réalisation, points de vigilance comme : « il faut faire attention, le symétrique n'est pas toujours à l'horizontale ou la verticale ».

Enfin, les situations sur le concept de solide commencent par une communication de solides dans un sac opaque. Un étudiant touche le solide sans le voir, et le communique à ses collègues qui doivent le réaliser en pâte à modeler. À chaque essai, on change de solide, d'émetteur et de type de communication : sans parler ni dessiner (uniquement par mime), puis uniquement par la parole, uniquement par le dessin et enfin par questions fermées du récepteur. Les solides sont des blocs de plâtre informes dans lesquels on a imprimé en creux un cylindre, ou un cône, ou une pyramide, … ; l'inclinaison des solides empreintes est variée. Il s'agit donc de repérer cette singularité pour la communiquer à ses camarades. La situation se poursuit en essayant de déterminer dans le sac quel est le cube dans un lot de « quasi-cubes » (cubes légèrement déformés de 10 % sur une ou plusieurs de leurs dimensions). Ainsi, les étudiants travaillent la définition du solide en relation avec ses singularités et ses propriétés géométriques. La situation *Boucher le trou*, également décrite pour la formation dans Emprin *et al.* (2009), permet de définir le concept de patron. Elle demande aux étudiants de fabriquer un assemblage de solides (*cf.* figure 6) laissant apparaître un trou. Ils doivent dessiner à main levée le patron d'un solide qui bouche le trou (en réalité un octaèdre régulier). Une mise en commun (*cf.* figure 6) entraîne un débat sur les critères permettant de dire qu'un dessin est ou non le patron d'un solide et du solide manquant. La liste de critères donne une définition du patron d'un solide : « d'un seul tenant, même nombre de faces et même nature de face que le solide, pliable, fermé quand il est plié, on obtient le solide en pliant ». Après la mise en commun, les étudiants peuvent reprendre le patron pour le rectifier. Ainsi à la fin de la séance, tous les étudiants possèdent un solide correct. L'enjeu est bien le travail du concept de patron et non la réalisation du solide mais cette « réussite de tous » est néanmoins un point important en lien avec la mise en confiance des étudiants.

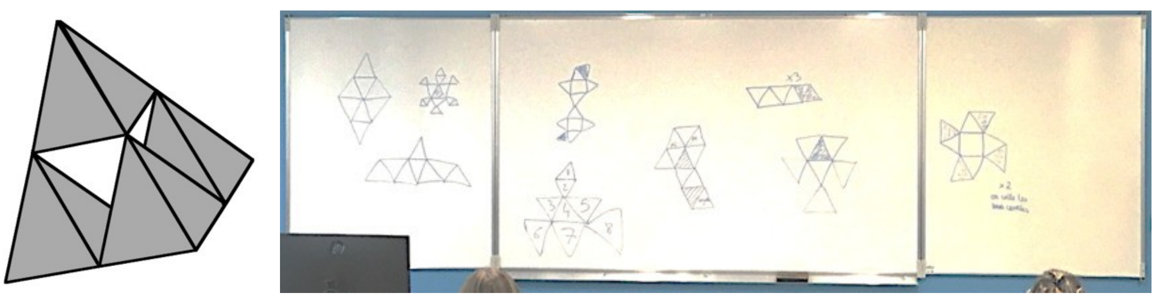


Figure 6 *: solide avec le trou « à boucher » et les dessins à main levée des patrons par les étudiants de L1.*

À l'issue de ces situations, les étudiants ont donc acquis des définitions concernant plusieurs aspects des concepts mathématiques conformément à notre recherche des CAFM. Ils ont vécu des situations d'apprentissage permettant de remettre en cause leurs conceptions erronées, ce qui pourrait constituer une expérience personnelle favorisant une reproduction de ces pratiques en classe.

Des problèmes ouverts pour revenir sur les connaissances acquises

D'autres situations, plus ouvertes, sont aussi proposées à la fois pour fournir une nouvelle expérience et pour permettre une mise en fonctionnement des connaissances mathématiques acquises dans le cursus antérieur. Nous ne considérons pas que les étudiants ne savent rien, bien au contraire, nous souhaitons qu'ils prennent conscience de ce qu'ils savent.

La première situation, *Tous les quadrilatères*, est reprise à l'identique de la situation ERMEL (2006), mais en attendant des étudiants des définitions plus approfondies qu'en cycle 3. Elle se déroule en 4 temps : durant 5 premières minutes individuelles, les étudiants tracent à main levée sur une feuille blanche « tous les quadrilatères différents qu'ils peuvent dessiner » ; puis par groupes de 4, ils dessinent sur une feuille tous les quadrilatères différents que le groupe a trouvés ; la mise en commun qui suit permet de récolter tous les quadrilatères différents que la promotion a trouvés et enfin les étudiants rédigent collectivement un cours sur la définition des quadrilatères et des quadrilatères particuliers. Lors de la première étape se pose, comme pour les élèves, la question de ce que sont deux quadrilatères différents : un grand carré et un petit carré sont-ils bien deux carrés différents ? Deux quadrilatères symétriques sont-ils des quadrilatères différents ? La question se résout dans le temps de travail par groupes de 4 puisque si la taille ou l'orientation entrent en jeu, les étudiants sont confrontés à une infinité de dessins possibles. D'ailleurs, ils interpellent souvent l'enseignant à ce sujet, ce qui conduit généralement à la reformulation suivante : « tous les types de quadrilatères différents que vous pouvez dessiner ». Lors de la phase 3, la classe a produit 10 affiches (une par groupe de quatre). Dans la perspective de leur futur métier, l'enseignant leur demande de trouver un moyen de mettre en commun ces productions. Les étudiants proposent de les afficher et se rendent compte que la tâche est irréalisable, car ils se retrouvent face à environ 100 dessins à comparer, classer… L'enseignant propose alors de réaliser au tableau la fiche de la classe en demandant à un groupe d'aller dessiner un quadrilatère au tableau, puis à un second groupe d'aller dessiner un type de quadrilatère qui n'est pas présent, puis un troisième réalise un autre dessin… Ainsi on compare le nouvel arrivant avec ceux qui sont déjà présents. En rendant visible cette technique de gestion de la mise en commun, on met les étudiants dans une posture double : étudiant et futur enseignant. La trace écrite collective permet d'institutionnaliser que ce sont les propriétés qui permettent de distinguer les quadrilatères et que le dessin n'est qu'une « représentation », que le dessin d'une figure n'est donc pas la figure. Les étudiants trouvent aussi des quadrilatères convexes et les croisés apparaissent. Il est arrivé qu'un groupe d'étudiants demande si le fait d'être inscriptible dans un cercle pouvait être une propriété caractéristique, ce qui montre que cette situation amène les étudiants à une réflexion mathématique (la réponse à cette question est oui puisque pour être inscriptible dans un cercle un quadrilatère convexe est caractérisé par le fait que ses angles opposés soient supplémentaires). Un travail s'appuyant sur un article de l'APMEP est ensuite proposé autour des quadrilatères particuliers dessinés à main levée (Fromentin, 1999). Les étudiants doivent identifier des quadrilatères à partir de propriétés données sur le dessin[3] comme sur la figure 7.

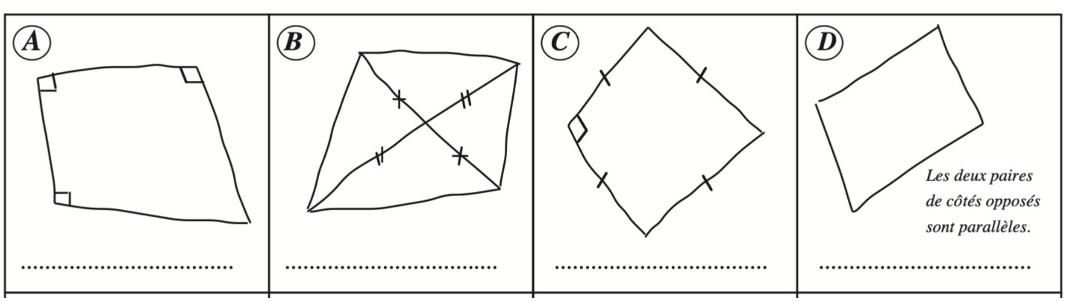


***Figure** 7 : Exemple de quadrilatères à nommer.*

[3] https://www.apmep.fr/IMG/pdf/AAA99132.pdf

Une typologie des quadrilatères particuliers est alors insérée par les étudiants dans le fichier de cours collaboratif.

Le problème ouvert *Paver le plan* poursuit le travail en raisonnant à partir des angles notamment (Picot, 1999). La question posée est la suivante : « quels types de quadrilatères permettent de paver le plan ? ». Des exemples de pavage, par un hexagone régulier et de non-pavage, par un octogone régulier sont donnés. Le déroulement est celui d'un problème ouvert classique (Arsac & Mante, 2007) : temps de recherche individuel, puis par groupe, rédaction d'une affiche et analyse collective des affiches pour trouver la meilleure réponse possible. Cette situation centre l'approche sur les aspects angulaires des propriétés des quadrilatères : la somme des angles d'un quadrilatère est 360 degrés, les spécificités des chevrons et des quadrilatères croisés, mais aussi la définition du plan comme infini. En effet, les étudiants sont perturbés par la « limite » du plan dans la tâche de pavage : « est-ce que cela s'arrête au bord de la feuille ? », « à l'infini est-ce que le bord est droit ? »… Ils perçoivent, en acte, le concept de plan.

Les cours inversés

Nous nous appuyons sur la démarche de cours inversé, développée notamment par Lebrun (2016). Celle-ci nous convient particulièrement, car le savoir est rendu accessible aux étudiants qui doivent s'en emparer pour réaliser quelque chose. Or, dans le cas de nos étudiants, le savoir est déjà disponible depuis plusieurs années puisque les « programmes » des concours recouvrent en grande partie les contenus enseignés au collège. Il s'agit donc d'amener les étudiants à se l'approprier et/ou à se le réapproprier. Dans le cas du travail sur les calculs de périmètre, d'aires et de volumes, il y a bien évidemment certaines connaissances importantes qui occasionnent souvent des obstacles comme le fait que le périmètre et l'aire ne soient pas des grandeurs proportionnelles. Pour autant, de nombreuses formules existent, que l'on peut retrouver par des raisonnements mathématiques, mais aussi largement disponibles sur internet ou dans des ouvrages. Pour amener les étudiants à se constituer leur propre répertoire de formules, il nous a semblé qu'un travail sur leur mise en fonctionnement pourrait créer un ancrage intéressant. Notre démarche s'appuie sur l'application *MathCityMap*[4]. Elle permet de créer des parcours géolocalisés sur téléphone mobile pour lesquels l'élève doit répondre à des questions mathématiques sur les objets de son environnement : calculs exact ou approché, QMC, localisation d'une zone (géolocalisation grâce au GPS du téléphone)…

Pour réaliser un cours inversé, nous avons initié les étudiants à l'application, leur avons montré comment créer des exercices et différentes techniques pour déterminer une aire, un volume, une longueur avec le corps ou des instruments. Cela nous a amenés à définir une mesure comme un intervalle dépendant de l'instrument de mesure et non comme un nombre exact. Nous leur avons alors demandé de créer des épreuves *MathCityMap* dans la ville. Pour cela, ils doivent imaginer les techniques pour résoudre le calcul et mobiliser des formules et outils mathématiques : formules de périmètre, d'aire, de volume… Dès qu'ils ont besoin d'une formule, ils la notent dans un formulaire partagé. En cas de besoin, l'enseignant les aide à trouver la formule. Le répertoire ainsi créé constitue alors le cours sur lequel les étudiants seront évalués ; les épreuves, quant à elles, pourront être envoyées pour validation à l'application et rendues disponibles publiquement dans la ville. Elles seront donc utilisables par des classes, ce qui donne une dimension professionnelle au travail. Les étudiants produisent des épreuves d'un intérêt varié. L'adaptation aux élèves n'est pas un objectif de ce travail, c'est donc à l'enseignant de sélectionner, conseiller et aider à l'adaptation des épreuves pour publication. En fonction des

[4] https://mathcitymap.eu

années, la fiche de recueil de formules est plus ou moins dense mais, là encore, l'enjeu est que les étudiants soient capables de trouver, sélectionner et d'utiliser des formules.

Le second cours inversé porte sur la création d'une vidéo de 5 minutes maximum, sonorisée et portant sur un thème mathématique qui devra interpeller de par sa formulation énigmatique. Voici les exemples de sujet : *Pi, un nombre univers ! Racine de 2 est-il rationnel ? Il y a autant de décimaux que d'entiers ! Il y a autant d'entiers positifs que négatifs ! Le nombre d'or. Le nombre e. Le nombre i. La clef du numéro de sécurité sociale, comment la trouver, à quoi sert-elle ? Pourquoi les ordinateurs additionnent-ils d'abord les plus petits nombres entre eux ?...*

Les productions vidéo sont vérifiées, éventuellement annotées par l'enseignant puis partagées à tous. Les étudiants doivent alors les visionner, ce qui constitue leur cours.

Les TD « pas de côté »

Plusieurs TD reprennent des concepts en réalisant un pas de côté par rapport à un enseignement direct des concepts mathématiques.

Ainsi, pour revenir sur la numération, les étudiants découvrent la numération *Shadock*, font des comparaisons et des calculs avec ces nombres en base 4. Pour introduire cette numération, les étudiants visionnent la vidéo du dessin animé d'origine[5] disponible sur le compte *YouTube* de l'INA (Institut national de l'audiovisuel).

Pour travailler sur les statistiques, les étudiants doivent analyser des graphiques erronés issus des médias ; ils redégagent alors les règles de construction des graphiques telles que la proportionnalité entre les surfaces des représentations et les données. Les étudiants doivent ensuite récupérer des données sur le site de l'INSEE (Institut national de la statistique et des études économiques) et produire des graphiques volontairement erronés montrant une information contraire à la vérité.

Des cours magistraux sont intercalés ou complètent ces TD.

2.4. Les Cours Magistraux Interactifs (CMI)

Nous proposons des Cours magistraux interactifs (CMI) c'est-à-dire qu'ils contiennent des interactions régulières permettant de questionner les représentations des étudiants, de vérifier leur compréhension ou encore de mettre en évidence des faits mathématiques. Ces CM sont en comodal : l'enseignant est dans un des sites de l'académie, les étudiants sont présents dans les sites face à l'enseignant pour certains et en visioconférence pour d'autres. Les interactions sont gérées sur la plateforme *Moodle* du cours, sur *Wooclap* ou des drives en fonction des besoins.

L'enjeu des CMI est de démythifier les mathématiques, d'en comprendre les rouages, mais aussi de comprendre ce qui est attendu des élèves ou encore de transmettre une certaine culture mathématique.

Le contrat avec les mathématiques

Au travers d'un test passé en direct par les étudiants sur *Moodle*, les étudiants sont amenés à réfléchir sur la différence entre mathématiques et autres domaines en termes de logiques. Les questions sont par exemple :

[5] https://youtu.be/lP9PaDs2xgQ?si=RoLxCA0dm1IBCXKF

Est-ce qu'il y a un 14 juillet en Belgique ? Certains mois ont 31 jours ; combien en ont 28 ? Combien d'animaux mangent avec leur queue ? S'il y a 3 pommes et que vous en prenez 2, combien en avez-vous ?

La première question permet de montrer que la réponse peut dépendre du contexte : en mathématiques, le 14 juillet est le jour situé entre le 13 et le 15 juillet, alors que dans un autre contexte cela évoque la fête nationale française. La deuxième question permet d'expliciter le principe de tiers exclu qui régit la logique mathématique et que l'on peut traduire par : « Si non A est faux, alors A est vrai ». Il n'y a pas de troisième possibilité. Puisque l'on ne peut pas dire que le mois de janvier n'a pas 28 jours alors on doit dire qu'il a 28 jours. De même, comme la négation de « manger avec sa queue » est « manger sans sa queue », on peut dire qu'aucun animal n'enlève sa queue pour manger et de ce fait que tous mangent avec leur queue. Le principe de tiers exclu conduit à dire qu'un carré est un rectangle, mais aussi un losange et un parallélogramme…

La dernière question amène à faire réfléchir les étudiants sur le fait qu'il faille répondre à la question que l'on pose et non à celle que l'on croit que l'on pose. Il est alors possible de leur montrer que parfois ce sont les enseignants qui induisent des confusions en concluant leurs problèmes par exemple par : « Peux-tu aider Pierre à savoir combien il a dans son porte-monnaie ? » La réponse devrait être logiquement « Oui je peux l'aider » ou « Non je ne peux pas ». Aucune de ces réponses ne devrait être refusée. Pour autant en général l'enseignant attend des élèves qu'ils fassent un calcul et indiquent combien l'élève a d'argent… ce qui n'est pas ce qu'il demande.

De façon anecdotique, les étudiants ont été amenés à contester un examen par QCM, dans une autre discipline, car l'enseignant demandait « indique la bonne réponse » alors qu'il en attendait plusieurs à certaines questions. Ils ont donc réinvesti cette réflexion sur la question en citant explicitement le cours de mathématiques.

Un travail sur ce qu'est la démonstration en mathématique est l'occasion d'appréhender la différence entre conjecture, théorème et hypothèse ainsi que sur les différentes façons de démontrer : directe, par l'absurde, par la contraposée, par récurrence…

En réalisant un travail sur le problème du nombre de secteurs obtenu par découpage d'un cercle par des cordes, les étudiants sont aussi amenés à réfléchir au fait qu'un seul contre-exemple invalide une hypothèse et qu'il ne faut pas se fier aux motifs que l'on croit détecter (Bouvier, 1981).

Pour cela, les étudiants sont invités à tracer un cercle, à placer 2 points sur le cercle puis à tracer la corde et à répondre à la question : « combien obtient-on de secteurs du cercle ? » Ils rajoutent un point sur le cercle, tracent toutes les cordes possibles puis répondent à la même question.

Un tableau (*cf.* tableau 2) est ensuite réalisé indiquant le nombre de parties en fonction du nombre de cordes.

Les étudiants sont alors incités à conjecturer le nombre de parties obtenues avec 6 points. Les étudiants conjecturent que le nombre de parties sera alors 32 puis ils vérifient et se rendent compte qu'ils comptent 31 parties. Ainsi le comptage met en échec la conjecture.

Nombre de points	Nombre de parties
2	2
3	4
4	8
5	16

Tableau 2 *: 5 premières réponses au problème des cordes du cercle.*

La culture mathématique

En relation avec le travail sur la différence théorème/conjecture, les étudiants travaillent sur la conjecture de Syracuse, l'histoire de la démonstration du théorème de Fermat…

L'enjeu réside dans le fait que les étudiants connaissent quelques théorèmes célèbres, quelques conjectures ainsi que des mathématiciens et mathématiciennes.

Pour questionner leurs préjugés et leurs représentations, ils doivent dire, sur photo uniquement si la personne représentée est un mathématicien ou non. Le test comporte 10 mathématiciens et non-mathématiciens (mais parfois des acteurs jouant des rôles de mathématiciens) ainsi que 10 mathématiciennes et non-mathématiciennes.

L'analyse est réalisée avec les étudiants. La base du travail est que s'ils n'avaient pas de préjugés, ils devraient se tromper une fois sur deux. Or on voit que sur certaines photos comme celle d'Hedy Lamarr (*cf.* figure 8), plus de 95 % des étudiants se trompent.

Figure 8 *: Hedy Lamarr dans* The Heavenly Body*, film MGM (1944) - Domaine public.*

On regarde alors en direct avec les étudiants s'ils pensent plus souvent que les hommes peuvent être des mathématiciens que les femmes ou s'ils se trompent plus sur les femmes que sur les hommes. Cette dernière différence peut être attribuée au fait que les hommes sont plus connus que les femmes. Dans les trois dernières années, il s'est avéré qu'effectivement les étudiants se trompaient plus sur les femmes que sur les hommes et considéraient bien plus souvent que les hommes pouvaient être mathématiciens que les femmes, mais sans que l'on puisse garantir que notre lot de photos ne comporte pas de biais ou que ces différences soient statistiquement significatives. L'enjeu est d'amener les étudiants, qui sont essentiellement des étudiantes, à se questionner sur leur biais personnel lié au genre.

À la fin de ces cours, les étudiants ont, en travail personnel, à visionner les bandes annonces des films parlant de mathématiciens et de mathématiciennes : Les *figures de l'ombre* de la 20th Century Fox sur l'histoire notamment de Katherine Johnson, *Las Vegas 21* de Columbia Picture en 2008 inspiré de l'histoire de la MIT Blackjack Team, *Imitation game* de Black Bear Pictures et Ampersand Pictures sur l'histoire d'Alan Turing, … Il est aussi indiqué aux étudiants que cela fait partie du cours et que ces connaissances seront testées à l'évaluation.

Démythifier les notes en mathématiques

En partant de l'idée que les étudiants ont pu être confrontés à ce qu'ils appellent de « mauvaises notes » en mathématiques, l'enjeu est de montrer que cette façon d'attribuer une valeur à l'élève est relative. Cette partie commence par une présentation de résultats de docimologie montrant les variations de notes intercorrecteurs, liées à l'ordre des copies, liées aux informations que le correcteur a sur l'élève… Ensuite il s'agit de faire réfléchir les étudiants sur le sens d'une note. Pour cela, ils réalisent un test comportant 20 phrases à compléter par « a » ou « à ». Une fois leur note personnelle obtenue, ils doivent donner une appréciation à des élèves qui ont 19/20, 11/20, 9/20 et 1/20. Les étudiants donnent des réponses du type : « celui qui a 19 a tout compris, celui qui a 1 n'a rien compris, celui qui a 11 est moyen et celui qui a 9 n'a pas tout compris, mais doit être encouragé ».

Ensuite ils sont invités à réaliser un exercice équivalent en russe (si un étudiant parle cette langue, nous lui proposons un test en grec…). Les notes sont alors collectées dans un tableau et un histogramme du nombre d'étudiants par note est tracé automatiquement (*cf.* figure 9).

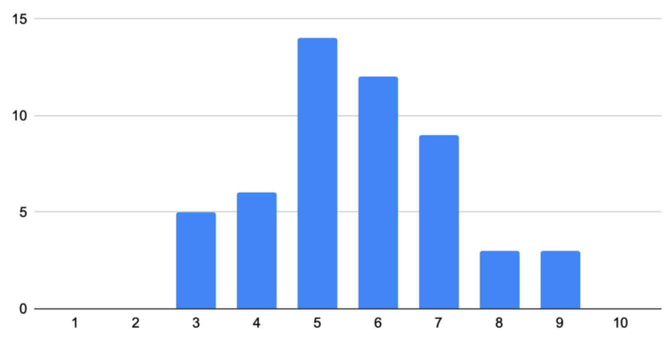


Figure 9 *: Répartition des notes des étudiants sur un exercice donné en russe.*

Les étudiants se rendent compte que les notes 4/10, 5/10 et 6/10 sont celles que l'on obtient en répondant au hasard. Ensuite, pour obtenir 1/10, il faut avoir systématiquement tout inversé. Ainsi, l'élève qui a eu 1/20 au test de français est bien capable d'identifier un verbe et une préposition, mais il met un accent au verbe. Il a donc bien mieux compris qu'un élève qui a 11/20 dont les réponses sont indiscernables du hasard.

Ce travail est destiné à faire évoluer les étudiants sur plusieurs aspects de leur représentation des mathématiques, notamment le registre cognitif avec l'utilité des mathématiques, le sentiment de compétence et la contrôlabilité.

2.5. Les évaluations

Le choix des modalités d'évaluation fait partie intégrante de notre réflexion. Le premier semestre vise à ce que les étudiants se rendent compte de leur capacité à faire des mathématiques. La question contraposée (*cf.* figure 2) montre que, pour eux, faire des mathématiques, c'est acquérir des automatismes, mais ils ne citent ni les connaissances, ni la culture mathématique, ni la compréhension. Nous choisissons donc une épreuve en deux parties : une première partie « connaissances et culture » et une seconde partie « exercices à résoudre » comportant 8 exercices. Seuls les 4 exercices les mieux réussis sont notés. De ce fait, les étudiants peuvent tenter les 8 exercices, essayer des choses sans risque.

La partie « connaissances et culture » vise des connaissances factuelles issues des CM, mais aussi des travaux personnels comme le visionnage des vidéos de pairs ou des bandes-annonces de films.

La partie « exercices à résoudre » vise le réinvestissement des connaissances acquises dans des contextes ouverts. Nous utilisons par exemple des exercices libérés de PISA (exemple en annexe 3), des problèmes de rallyes (exemple en annexe 4) …

Lors du second semestre, nous attendons des étudiants qu'ils sachent ce qu'ils savent (en lien avec la contrôlabilité et le sentiment de compétence). La première partie est conservée, mais dans la seconde partie, s'il y a toujours 8 exercices c'est à l'étudiant d'indiquer les 4 exercices que l'enseignant doit corriger. Cela signifie qu'il doit identifier les exercices qu'il sait faire.

Nous avons exposé des exemples significatifs de la démarche que nous proposons et nous souhaitons aller plus loin en essayant de trouver des indices pour analyser si elle porte les fruits que nous visons.

3. Analyse des données

Nous avons recueilli, de façon parfois systématique et parfois opportuniste, des données dont l'analyse peut nous apporter des informations sur l'évolution des connaissances et des représentations des étudiants. Le premier type de données est issue de la plateforme de cours qui recueille, durant les CMI, les réponses des étudiants. Le deuxième est issu des évaluations pour lesquelles nous avons conservé des statistiques de réponse. Ensuite, lors du rapport de stage de L3, les collègues responsables de l'EC demandent aux étudiants de revenir sur leurs apprentissages, durant les 3 années, EC par EC. Ainsi nous disposons d'une analyse réalisée *a posteriori* par les étudiants. Enfin, la dernière source d'information provient du test *Maths et affect* que nous avons fait passer aux étudiants en fin de L2 et de L3.

3.1. Les CMI

Dans le contexte nouveau des CMI, nous avons voulu analyser l'impact de cette mise en œuvre particulière sur les résultats des étudiants, mais aussi sur leur participation au cours, les réponses des étudiants aux activités proposées en cours et leur perception de la qualité du travail mené. Des questionnaires ont été mis en place, ainsi que l'enregistrement de certains cours relevant de différentes modalités : enseignant et étudiants à distance chez eux ou dans une salle mise à disposition, enseignant présent dans un des sites de formation et les étudiants présents en visioconférence dans l'autre site, enseignant présent dans un des sites de formation et étudiant assistant à distance à leur convenance chez eux ou dans une salle dédiée. Ces données ont été analysées à des fins de pilotage de la formation que nous ne présentons pas ici, mais elles nous fournissent également un outil pour repérer si les modalités de cours proposés permettent de conserver un engagement des étudiants durant les cours.

Nous avons donc un synopsis des interactions prof-élève durant 3 CMI lors de l'année 2022-2023 et le nombre d'étudiants ayant participé à l'activité quand il s'agit d'une activité en ligne. Notons que cette participation ne fait l'objet d'aucune évaluation de la part de l'enseignant et toutes sont anonymisées (seuls les diagrammes de réponses sont utilisés en cours) quand elles ne sont pas anonymes au départ. Les graphiques de la figure 11 montrent le pourcentage de répondants par rapport à l'effectif global théorique en fonction de temps écoulé dans chaque CMI. Les interactions non finalisées par une activité en ligne ne sont pas indiquées, car nous n'avons pas de données de participation.

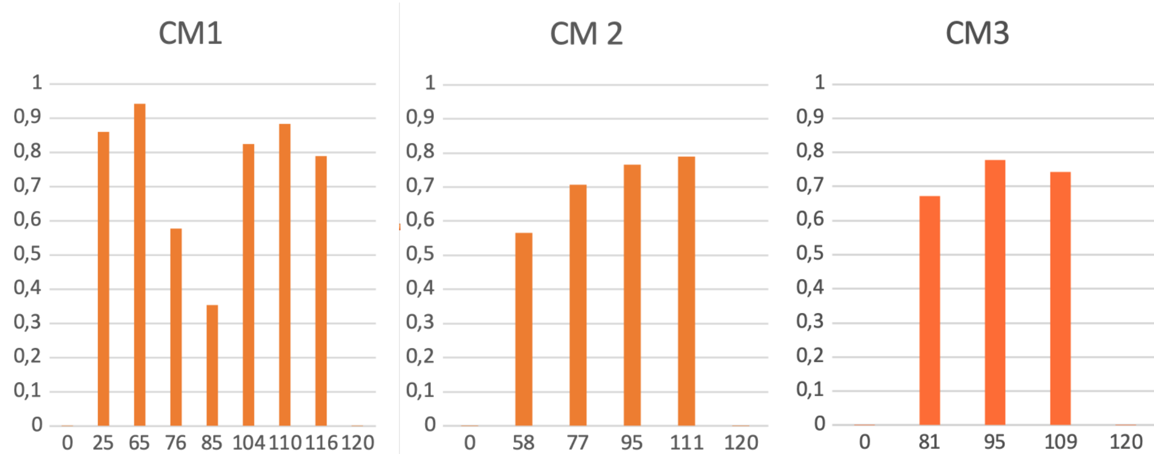


Figure 11 *: Pourcentage de répondants aux interactions en ligne en fonction du temps de cours.*

Les trois graphiques montrent que la participation des étudiants ne se perd pas au fil des cours. Nous pouvons donc émettre l'hypothèse que la modalité et les contenus choisis dans les CMI sont adaptés au public.

3.2. Les évaluations

Les évaluations, contrôle continu (CC) et terminal (CT), sont pour nous également un indicateur important pour comprendre l'évolution du rapport aux mathématiques des étudiants durant l'année. En effet, elles représentent 4 jalons : milieu du premier semestre pour le CC1, janvier pour le CT1, mars pour le CC2 et mai pour le CT2. Elles sont construites de façons identiques, telles que présentées en partie 2.5., avec une partie sur les connaissances de cours et la culture puis une partie avec 8 exercices. Seuls 4 exercices sont retenus dans cette seconde partie : les 4 meilleurs au semestre 1 (que ce soit en CC ou CT) et les 4 choisis par l'étudiant en semestre 2.

Nous choisissons d'extraire deux indicateurs de ces évaluations : le nombre d'exercices réalisés pour mesurer la capacité des étudiants à tenter de résoudre et le taux de réussite à des exercices nécessitant de dépasser des difficultés types mises en évidence en cours (*My mind geos blank*, recherche d'un calcul à faire sans se représenter l'énoncé, lecture sur un dessin à main levée). Nous élaborons une typologie des réponses pour exploiter ce dernier indicateur : la réussite à l'exercice montre que la difficulté a été repérée et évitée, une erreur de type A montre que l'étudiant a répondu en faisant l'erreur attendue, enfin d'autres erreurs comme les erreurs de calcul sont catégorisées erreurs de type B.

En calculant la moyenne du nombre d'exercices tentés au semestre 1 en CT par les étudiants de la promotion 2023-2024 d'un des deux sites de l'académie nous évaluons l'influence de notre démarche sur leur propension à « essayer ». En moyenne, 5,6 exercices sont faits par les étudiants avec une médiane à 6 exercices. Cela signifie pour nous que l'objectif d'amener les étudiants à tenter des choses est atteint.

Ensuite, les étudiants ont notamment à résoudre les exercices *Mélodie Nelson* (*cf.* annexe 4), *Circuit* (*cf.* annexe 3) et *Dessin à main levée* (*cf.* annexe 5). Chacun de ces exercices vise à mettre en défaut une représentation erronée. Pour *Mélodie Nelson*, ce qui est mis en défaut est le fait de prendre les nombres présents dans l'énoncé et d'appliquer un calcul sans réfléchir au sens (ce qui a été travaillé dans le problème de *La vache et le paysan*). Les étudiants lisent qu'une saison dure 3 mois, que *Mélodie Nelson* n'a vécu que 14 automnes et 15 étés, ils effectuent le calcul $14\times3+15\times3$ et trouvent 7 ans et 3 mois. On note cette erreur « erreur de type A ». D'autres erreurs, notées « erreurs de type B », peuvent venir du fait que les étudiants ne parviennent pas à trouver la durée maximale. Pour *Circuit*, l'erreur de type A correspond au choix du circuit qui ressemble à la courbe, c'est-à-dire le circuit E. D'autres erreurs d'analyse fine des accélérations et freinages en fonction des virages seront notées comme des erreurs de type B. Pour *Dessin à main levée*, les étudiants peuvent mesurer sur le dessin, pensant que ce dernier donne la réponse (erreur de type A). Ils peuvent aussi mal interpréter le codage et penser que les 8 cm correspondent à la réponse (erreur de type B).

Nous ne pouvons évidemment pas proposer ces mêmes problèmes en fin d'année, mais nous continuons de questionner, notamment, ce rapport aux mathématiques avec l'exercice *Les 9 carrés* (*cf.* annexe 6). Là encore, il ne faut pas se fier à l'apparence du dessin et considérer que, puisqu'il n'y a que des carrés, *ABCD* est un carré.

Nous avons recueilli, avant le rendu des copies, les résultats à ces quatre exercices emblématiques de la démarche que nous souhaitons mettre en place, ils sont récapitulés dans le tableau 3.

Moment	**Exercice**	**Nombre d'étudiants ayant choisi l'exercice**	**Bonnes réponses**	**Erreur de type A**	**Erreur de type B**
Contrôle continu	*Mélodie Nelson*	33/38	4 (13 %)	12	16
	Circuit	34/38	21 (66 %)	3	8
	Dessin à main levée	34/38	27 (79 %)	5	2
Écrit terminal	*Les 9 carrés*	27/37	5 (19 %)	22	0

Tableau 3 *: Analyse des réponses des L1 2023-2024 au contrôle continu n°1 semestre 1 et contrôle terminal.*

La valeur scientifique de cette analyse est clairement faible dans la mesure où de nombreux biais peuvent intervenir comme la nature des autres exercices et ceux réalisés en cours. De plus, la comparaison entre les exercices du contrôle continu et du contrôle terminal est difficile : est-ce que l'exercice sur *Les 9 carrés* est plus proche de *Mélodie Nelson* ou de *Circuit* ? Nous avons néanmoins souhaité présenter ces données pour illustrer l'état du rapport des étudiants à la résolution de problèmes mathématiques. En fin d'année, 22 étudiants, ayant choisi cet exercice, donc pensant l'avoir réussi, proposent la réponse « *ABCD* est carré » et seuls 5 répondent qu'il s'agit d'un rectangle en déduisant les longueurs des 9 côtés des carrés que $AB=32\,cm$ et

$AD=33\,cm$. En revanche, les étudiants semblent bien gérer les informations qu'ils peuvent déduire d'un dessin à main levée après le travail mené notamment sur les parallélogrammes illustré figure 7. Ces données sont donc encourageantes pour certains aspects, mais montrent que le travail de prise de recul est encore à approfondir.

3.3. L'analyse réflexive dans les rapports de stage de L3

En L3, les étudiants réalisent un rapport de stage dont une des parties est un retour sur leur formation. Le cahier des charges stipule que les étudiants doivent faire un retour réflexif sur chacun des EC de leur formation. Précisons que les enseignants de mathématiques ne font pas partie des évaluateurs de ce travail.

Nous avons extrait des rapports des L3 ayant participé au cours en 2021 les extraits concernant les EC de mathématiques de L1.

Nous avons classé ceux qualifiant le ressenti : positif (ça m'a plu, j'ai appris, …) et négatif (déçu, frustré, je n'ai pas appris, …). Nous avons ensuite identifié pour chaque commentaire l'idée générale motivant le ressenti et enfin si certaines parties du cours étaient ciblées dans le texte.

Avis	Nombre d'étudiants	Pourcentage
Positif	48	91 %
Négatif	5	9 %

Tableau 4 *: Analyse du ressenti des étudiants sur les EC de mathématiques de L1.*

Idée générale	Avis	Nombre de citations	Pourcentage
Apprendre le travail en groupe.	+	1	1 %
Comprendre le fonctionnement.	+	1	1 %
Connaissances de base.	+	58	55 %
Intéressant.	+	1	1 %
Révision.	+	1	1 %
Transforme la vision des maths.	+	34	32 %
Perturbé par la méthode pédagogique.	–	2	2 %
Attendait des connaissances plus poussées.	–	8	8 %

Tableau 5 *: Analyse des idées dominantes dans les écrits des étudiants sur les EC de mathématiques de L1.*

Les avis positifs évoquent souvent une relation initiale difficile des étudiants aux mathématiques (l'orthographe et la syntaxe d'origine sont conservées) comme l'illustrent ces extraits (des exemples complets sont disponibles en annexe 7) :

Au cours de mon parcours scolaire, j'ai très peu aimé les mathématiques, mais au cours de ma première année de licence ma vision des mathématiques a changé.

Les cours de mathématiques nous suivent depuis note plus jeune âge, je ne vais pas mentir… les mathématiques, je détestais ! En revanche, Monsieur X a utilisé une technique particulière pour nous faire aimer les mathématiques, […] j'ai apprécié venir lors des CM.

Cet EC m'a permis un retour aux maths en douceur, après deux années conflictuelles avec les maths et une pratique en terminale douloureuse. […].

Cet EC de mathématiques m'a particulièrement étonnée. Je déteste les matières scientifiques et je me trouvais « nulle » en mathématiques,[…].

Alors de mon point de vue les maths ont toujours été mon calvaire quotidien, mais grâce à cette EC […].

Le vocabulaire utilisé laisse peu de place au doute quant au rapport initial aux maths de ces étudiants (« peu aimé », « conflictuel », « douloureuse », « déteste », « calvaire ») mais est suivi d'une opposition avec ce qu'ils ont vécu dans cet EC. D'autres étudiants, ayant un rapport positif aux mathématiques, décrivent également un ressenti de cet EC positif :

Avec mathématiques comme matière majeure, j'ai retrouvé un goût différent de cet enseignement. De plus, j'ai vu un aspect assez rare qui regroupait différents phénomènes qui se passe pour un enfant. Autrement dit, nous avons révisé certaines bases des mathématiques, tout en mettant en parallèle certaines situations qui nous ont permises de réapprendre à se mettre à la place d'un élève, et réapprendre la simplicité des explications, et les points de vue parfois évidents qu'avec les années nous avions oubliés.

Les avis négatifs, peu nombreux, sont exclusivement issus d'étudiants qui se considèrent comme « bons en mathématiques » et qui n'ont pas adhéré à la démarche, pensant qu'ils avaient acquis les connaissances :

Les mathématiques lors de ce semestre m'ont semblé très simples, je n'ai pas trouvé de réel enjeu. La pédagogie était bonne, mais les contenus simplistes et déjà connus, je n'ai donc rien appris dans cette discipline à ce semestre.

C'est un EC qui est important et qui a permis de réellement solidifier mes apprentissages, mais encore une fois je ne suis pas admiratrice de la méthode d'enseignement mis en place, c'est je pense ce qui m'a le plus freiné.

Élément du cours cité	Nombre de CM_TD
CM ce que l'on aurait dû vous dire avant.	1
CM histoire numération.	2
CM my mind goes blank.	1
CM preuve.	4
Cours inversé culture.	2
Manipulations.	1
MathCityMap.	8

Tableau 6 *: Situations citées par les étudiants.*

Par rapport à nos objectifs initiaux, qui étaient de redonner une vision positive des mathématiques et de donner aux étudiants de connaissances approfondies des fondements des mathématiques (CAFM), on voit que ce sont bien les deux premiers éléments décrits par les étudiants dans ce que nous avons regroupé en « connaissances de base » et « transformation de la vision des mathématiques », pour correspondre au plus près des formulations des étudiants. Les étudiants qui n'ont pas apprécié la démarche n'ont pas repéré la différence entre les CAFM et les contenus académiques déjà vus.

Alors que l'on est en fin de L3, certains contenus ont marqué quelques étudiants comme l'utilisation de l'application *MathCityMap*, citée par 8 étudiants ou le CM sur la preuve évoqué par 4 d'entre eux :

> *De même, j'ai été agréablement surprise de découvrir l'application MathsCityMap qui est un logiciel permettant de travailler les maths tout en y alliant des déplacements dans la vie réelle. J'espère à l'avenir pouvoir réutiliser pourquoi pas cette application avec une classe.*

En conclusion de cette analyse, nous avons réalisé une analyse lexicométrique du corpus grâce au logiciel *IRaMuTeq* (logiciel du laboratoire LERASS). Nous proposons un graphique d'analyse des similitudes sur texte permettant de rendre compte des cooccurrences des mots dans le texte (*cf.* figure 12).

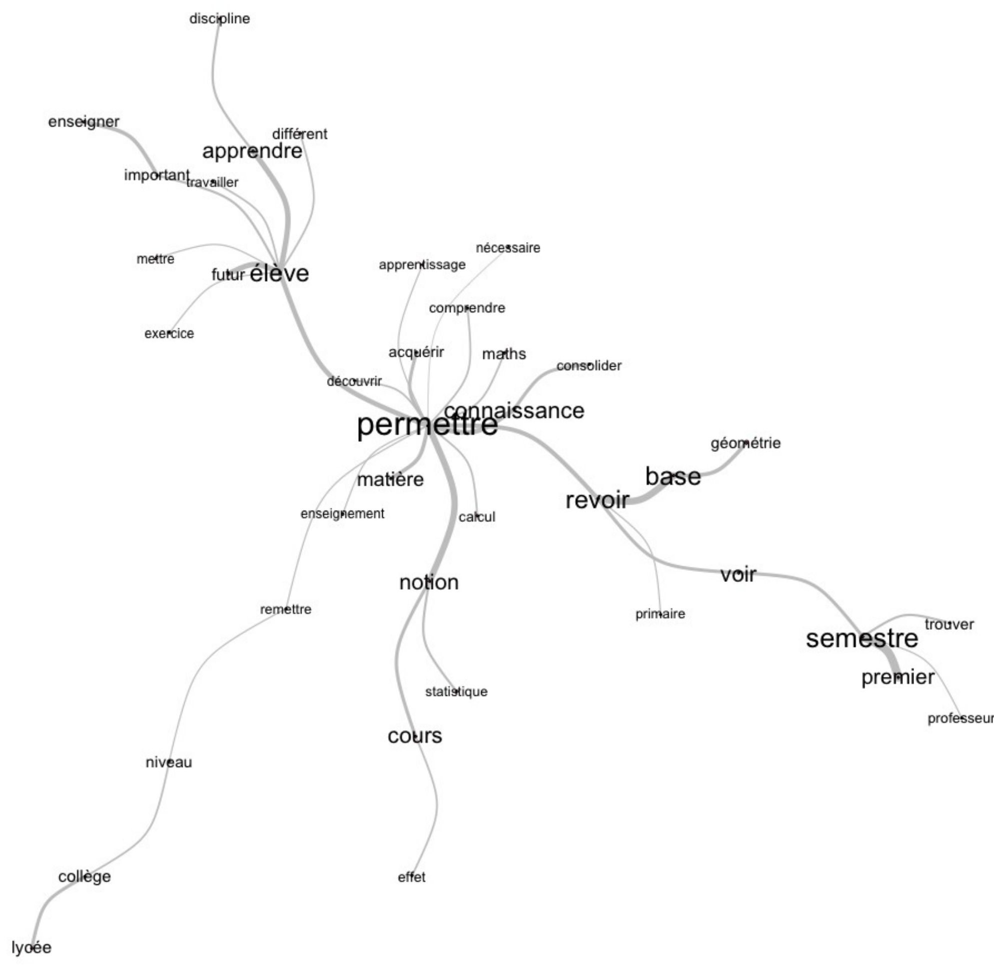


Figure 12 *: Graphe des similitudes sur l'ensemble des textes produits par les étudiants sur les EC de mathématiques.*

Cette analyse est réalisée après lemmatisation du corpus qui permet de regrouper les mots quelques soit leur forme : « permet », « permettent », « permettons », « permettre » sont regroupés sous l'infinitif du verbe par exemple. Ce graphe fait apparaître au centre le verbe « permettre », qui montre que les étudiants ont décrit ce que leur avait apporté l'EC. Quatre branches principales se dégagent : la première, qui montre que cet EC les a conduits à se projeter dans le métier : « élève - futur - apprendre - discipline », la deuxième autour de la remise à niveau de leur connaissance : « remettre - niveau - collège-lycée », la troisième concernant les notions revues « calcul - statistique » et la quatrième portant sur l'acquisition des connaissances de base « revoir - voir - base - géométrie ».

On retrouve bien, dans ce graphique, les idées présentes dans les textes des étudiants et notamment la mise en évidence de ce que nous relions aux CAFM.

3.4. Le test *Maths et affect*

À des fins d'analyse des effets et en plus de la passation en formation pour laquelle tous les étudiants de L1 ont passé le test *Maths et affect* en septembre lors du premier cours, nous les avons resollicités en juin de leur L1 puis en juin de L2 et de L3. Notre objectif est de savoir si le travail réalisé peut avoir influencé certains aspects testés. Nous avons donc comparé les réponses des étudiants en septembre et celles obtenues en juin des autres années en utilisant des tests statistiques inférentiels pour évaluer si les différences observables sont significatives statistiquement (donc peuvent être attribuées à autre chose que le hasard à un risque choisi de 5 %). Pour cela, nous utilisons le logiciel *JASP*[6].

Le tableau suivant présente les questionnaires recueillis. Pour la promo de L1 2021-2022, la première passation a eu lieu en septembre 2021 (L1sept21), la deuxième à l'issue de la formation en juin 2022 (L1juin22), la troisième en juin 2023 (L2juin23). La seconde promotion de L1 2022-2023 a deux passations (L1sept22, L1juin23) nous avons également une passation pour la promotion de L1 2020-2021 qui a passé le test en L3 en juin 2023 (L3juin23).

Promo	Période de passation	Nombre de questionnaires remplis
L1 2020-2021	L3juin23	34
L1 2021-2022	L1sept21	73
	L1juin22	25
	L2juin23	18
L1 2022-2023	L1sept22	46
	L1juin23	34
L1 2023-2024	L1sept23	65
	Total	295

***Tableau** 7 : Nombre de questionnaires recueillis pour le test* Maths et affect *par passation.*

Nous avons testé la normalité de notre échantillon par un test de normalité (*Shapiro-Wilk*) qui montre des résultats significatifs suggérant une déviation de la normalité. Ainsi, nous ne pouvons pas utiliser de tests statistiques demandant, pour être valides, une distribution suivant la loi normale. Comme la passation des tests est anonyme, nous traitons les données comme non

[6] https://jasp-stats.org

appariées. En effet, nous ne pouvons pas associer les réponses de juin avec celles de septembre. Nous définissons l'hypothèse H0 : « les moyennes des tests passés en septembre de la L1 sont égales à celles de ceux passés en juin de L1, L2 et L3 » que nous testons. Nous utilisons des *tests t* pour échantillons indépendants non paramétriques ne demandant pas de satisfaire à une courbe de distribution particulière : le test de *Welch* et celui de *Mann-Whitney*. Chaque ligne correspond à un des items du test présenté en partie 1.2. *La relation socioaffective* : le sentiment d'utilité et la valeur de l'activité mathématique (utilité), le fait de se sentir capable de réussir en mathématiques (compétence), si l'étudiant estime avoir eu une influence (plus ou moins forte) sur sa réussite ou son échec (contrôlabilité), l'affect positif et négatif vis-à-vis de la discipline (affect positif, affect négatif), le fait de se sentir capable de gérer l'anxiété durant la résolution d'un exercice et donc penser pouvoir contrôler ses affects (régulation), la volonté d'apprendre (investissement) et le degré d'adhésion au fait que les hommes seraient plus naturellement doués en mathématiques (masculinité).

Le tableau 8 montre que la régulation, l'affect positif et le sentiment de compétence ont significativement augmenté ($p<0,05$), ce qui montre que l'hypothèse H0 est rejetée pour ces aspects. Ces augmentations ne peuvent donc pas être attribuées au hasard, ce qui est un résultat positif. La question que nous pouvons nous poser est de savoir si cela peut être attribué à notre formation ou si cette perception évolue par exemple avec l'âge ou simplement la fréquentation de l'université. Pour cela, nous appliquons le même test entre les réponses de L2 et de L3.

Item	**Test**	**Comparaison L1 avant et après la formation**	**Comparaisons entre les L2 et le L3**
		p	*p*
Utilité	Welch	0.363	0.496
	Mann-Whitney	0.163	0.628
Compétence	**Welch**	**<.001**	0.527
	Mann-Whitney	**<.001**	0.608
Contrôlabilité	Welch	0.358	0.516
	Mann-Whitney	0.263	0.549
Affect positif	**Welch**	**0.001**	0.074
	Mann-Whitney	**<.001**	0.066
Affect négatif	**Welch**	**0.004**	0.368
	Mann-Whitney	**0.002**	0.479
Régulation	**Welch**	**<.001**	0.086
	Mann-Whitney	**<.001**	0.081
Investissement	Welch	0.061	0.523
	Mann-Whitney	0.060	0.969
Masculinité	Welch	0.999	0.419
	Mann-Whitney	0.294	0.575

Tableau 8 *: Test t d'échantillons indépendants entre les réponses d'entrée en L1 et celle après la formation et entre les passations L2 - L3 (valeurs significatives grisées).*

On voit, dans le tableau 8 également (colonne de droite : comparaison entre L2 et L3), que, d'une part, l'hypothèse testée : « les moyennes sont égales », ne peut pas être rejetée ($p > 0{,}05$ pour tous les items), et que, d'autre part, les réponses des L2 et des L3 ne changent pas significativement durant les années après nos deux EC de Mathématiques, alors même que les étudiants continuent à faire des mathématiques. Il n'y a pas non plus de régression des aspects qui avaient évolué positivement à la fin de l'année de L1.

Nous pouvons donc conclure que les changements obtenus durant l'année de L1, même s'ils ne concernent pas tous les aspects de la relation aux mathématiques, sont durables et liés à ce qui a eu lieu en L1.

Pour compléter cette analyse, nous avons réalisé une *analyse des correspondances multiples* (ACM) grâce au logiciel *R* (package *Factoshiny*).

Le premier axe factoriel est décrit par les variables quantitatives suivantes :

	Corrélation	**p.value**
Affect +	2.322E-01	5.853E-05
Compétence	2.273E-01	8.413E-05
Régulation	2.266E-01	8.844E-05
Affect −	-1.828E-01	1.645E-03

Tableau 9 *: Variables quantitatives décrivant l'axe 1 de l'ACM.*

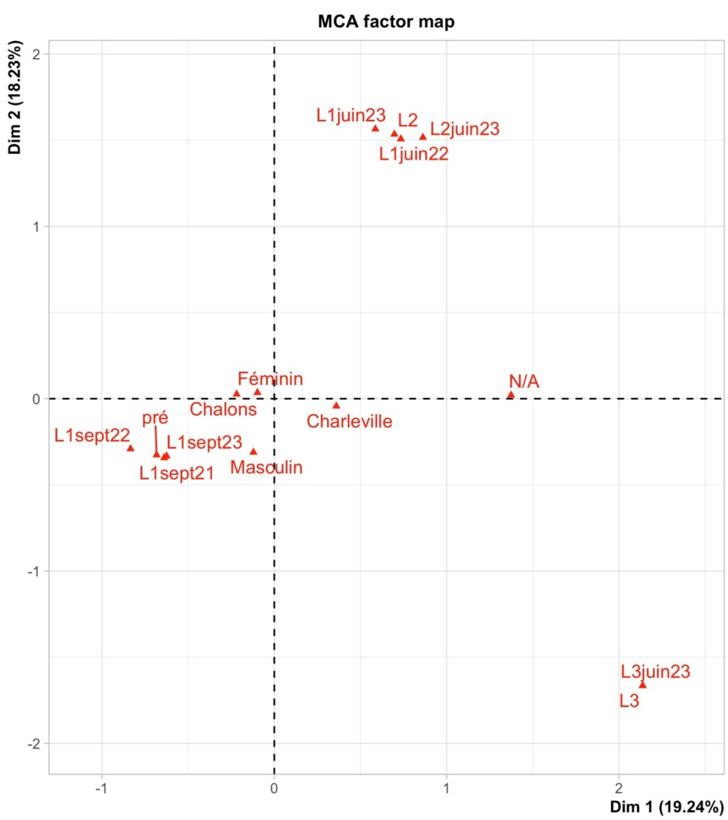


Figure 13 *: Représentation des données de l'ACM en fonction des moments de passation, sites de formation et genre.*

L'ACM donne plusieurs informations : l'axe 1 (Dim 1) oppose les passations avant et après la formation. Cela confirme que les effets observés sur l'affect, le sentiment de compétence et la capacité de régulation sont bien attribuables à la formation puisqu'à partir de juin de L1, c'est-à-dire la fin de la formation, les réponses ont une caractéristique différente, mais qui n'évolue plus. On remarque de plus que toutes les passations sont groupées en fonction des années, par exemple les L1 de septembre de 21, 22 et 23 sont regroupées, mais également les L1 et les L2 de juin de toutes les années. On peut en déduire que les représentations des étudiants sont homogènes quelles que soient les années et qu'elles ne varient plus durant l'année de L2. On remarque une singularité des réponses des L3, elles sont bien du même côté de l'axe des abscisses, mais opposées par le deuxième axe factoriel (Dim 2). Ce deuxième axe factoriel n'est caractérisé par aucune variable quantitative, c'est-à-dire que cette opposition n'est pas liée aux différences dans la relation aux mathématiques.

Ce résultat montre bien un impact de notre formation sur le rapport socioaffectif aux mathématiques.

Discussion et conclusion

Notre objectif est de partager une expérience de formation basée sur une réflexion centrée sur les connaissances nécessaires pour enseigner les mathématiques à l'école primaire et sur la nécessité de restaurer, chez ces futurs enseignants, un rapport positif aux mathématiques. Pour aller au-delà du simple partage, nous avons cherché à croiser des données pour objectiver les effets de cette démarche. En effet, nous disposons des travaux des étudiants en cours, d'éléments issus de leurs évaluations, d'un test de positionnement concernant l'affect lié aux mathématiques et d'une analyse réflexive réalisée en dernière année de licence.

Malgré le croisement de ces différentes données, nous devons rester modestes quant aux conclusions à tirer de cette expérience, notamment parce que nous sommes à l'origine de l'analyse du besoin, de la conception du dispositif de formation et du test de positionnement, de la mise en œuvre des cours et des TD sur un site de formation, du recueil des données et de leur analyse. Pour limiter les biais, nous avons utilisé des tests statistiques permettant d'identifier les évolutions significatives statistiquement.

D'autre part, on parle ici de mathématiques nécessaires pour enseigner, ce qui signifie qu'au-delà de ce premier biais, pour mesurer réellement l'effet du travail mené en L1, il faudrait aller regarder si les étudiants devenus enseignants proposent d'autres façons d'enseigner les mathématiques aux élèves que s'ils n'avaient pas eu cet enseignement. Cela voudrait dire comparer un groupe témoin avec un groupe expérimental, tout en étant capable d'identifier si les résultats obtenus ne sont pas imputables à d'autres enseignements suivis durant les différentes années ou disciplines. Enfin, si ces différences d'enseignement mises en œuvre par les étudiants existent, elles pourraient être caractérisées grâce au travail de Ma (2010), mais il faudrait encore se questionner sur le fait qu'elles produisent un effet positif sur les élèves. On voit bien que ce type d'analyse serait extrêmement complexe à mener. C'est pourquoi nous avons fait le choix de considérer les effets de nos choix d'enseignement au regard de trois facteurs principaux : le fait que les étudiants aient une meilleure compréhension de l'activité mathématique lorsqu'ils résolvent par exemple des exercices issus de l'étude PISA (exercice en annexe 3), par leur investissement dans les activités des cours pour lesquelles nous pouvons recueillir cette information et au travers de la perception des mathématiques et de l'enseignement reçu.

L'accès aux résultats des étudiants reste partiel : ces derniers sont positifs pour certains aspects travaillés explicitement en cours comme la compréhension du statut du dessin à main levée, mais moins quand il s'agit de traiter des dessins considérés comme précis ou de prendre en compte tous les aspects d'un énoncé.

Pour la partie analyse de l'investissement en cours, les données recueillies lors des CM interactifs indiquent une participation continue et soutenue (environ 70 % des étudiants) durant les deux heures de cours. Même si cette participation aux activités proposées ne garantit évidemment pas la compréhension, elle montre l'implication des étudiants dans la formation.

L'analyse du test socioaffectif permet, grâce à une passation à plusieurs moments de la scolarité, de montrer avec une fiabilité importante apportée par les tests statistiques deux résultats marquants. Le premier est la grande homogénéité de la relation aux mathématiques des étudiants à l'entrée en L1 Sciences de l'éducation, quelles que soient les années. La seconde est que l'affect lié aux mathématiques évolue bien positivement durant l'année de L1, mais qu'il reste ensuite stable. Notre choix de formation est donc un facteur très probable permettant cette évolution de façon pérenne.

Enfin, le retour réflexif réalisé à l'issue de la L3 et à destination d'un autre enseignant que celui qui a assuré le cours met en évidence des avis positifs à plus de 90 %. Les étudiants font état de leur prise de conscience, durant ces cours, de leur relation aux mathématiques et de sa transformation vers un rapport plus positif. L'aspect déclaratif de ces données loin d'être un biais négatif est pour nous un indicateur de la prise de recul des étudiants par rapport à cette perception de la discipline. Si la perception positive du cours est le fait d'étudiants qui se disent en difficultés avec les mathématiques, elle concerne également des étudiants qui disent ne pas avoir de problèmes. Ces derniers évoquent une prise de conscience de la différence entre les mathématiques dans lesquelles ils ont réussi jusque-là et celles qu'il est nécessaire de connaître pour enseigner. Cette mise en évidence des CAFM correspond bien à notre objectif initial et à notre recherche des différents aspects des concepts mathématiques. Les perceptions négatives ne sont le fait que d'étudiants qui se considèrent comme bons en mathématiques et qui n'ont vu dans les enseignements proposés que des connaissances de niveau primaire ou collège et non des CAFM.

Une première hypothèse était que les étudiants avaient majoritairement un rapport conflictuel aux mathématiques et qu'il fallait d'abord restaurer cette relation à la matière. Les analyses précédentes laissent penser que cet aspect de notre dispositif a atteint son but.

Concernant l'objectif de mettre en place des enseignements visant des CAFM, il semble partiellement atteint tant dans les résultats des étudiants que dans la capacité de certains à les identifier de façon explicite.

Nous avions également la volonté de nous appuyer sur l'effet de reproduction des pratiques pour amener les étudiants à mettre en place des dispositifs d'enseignement différents. Bien évidemment, puisque nos premiers étudiants ne sont pas encore enseignants, il n'est pas possible, même de façon imparfaite, de savoir s'ils oseront mettre en place des situations du type de celles vécues en L1 comme les problèmes ouverts, le travail sur les solides, le travail à main levée, l'usage des technologies numériques… En revanche, nous avons des indices positifs comme le fait que, 2 ans plus tard, 11 étudiants évoquent, dans leur analyse réflexive, des dispositifs vécus. Non seulement ils s'en souviennent, mais certains évoquent l'envie de les utiliser en classe quand ils seront enseignants.

La réflexion sur la formation mathématique des enseignants du premier degré reste à approfondir ; d'autres expérimentations sont à mener pour vérifier les hypothèses esquissées, mais également pour les confronter à d'autres choix. Un enjeu important du travail à venir pour les didacticiens des mathématiques est de s'intéresser à la question de ce qu'un enseignant du primaire doit savoir et aussi comment le lui enseigner. Cet article ne questionne pas la formation des enseignants de mathématiques du secondaire. Une réflexion similaire est-elle possible avec notamment la définition de CAFM sur les objets mathématiques qu'ils enseigneront ?

Références bibliographiques

Arsac, G. & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. IREM de Lyon, CRDP, Villeurbanne.

Artigue, M. & Robinet, J. (1982). Conceptions du cercle chez les enfants de l'école élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 3*(1), 5-64.

Bouvier, A. (1981). *La mystification mathématique*. Hermann.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La pensée Sauvage.

Cherix, P.-A., Conne, F., Daina, A., Dorier, J.-L. & Fluckiger, A. (2010). Analyser le rapport aux mathématiques des enseignants peut-il aider à agir contre la désaffection des jeunes pour les études de mathématiques. Dans A. Kuzniak & M. Sokhna (dir.), Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation. *Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone 2009, Revue Internationale Francophone, numéro spécial 2010* (pp. 55-75).

Clivaz, S. (2012). Des mathématiques pour enseigner : une comparaison entre enseignants étatsuniens, chinois et vaudois. *Math-Ecole, 218*, 61-63.

Davis, B. & Renert, M. (2013). Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. *Educational Studies in Mathematics, 82*, 245-265.

Douaire, J., Argaud, H.-C., Emprin, F. & Fremin, M. (2020). *Ermel-géométrie CP/CE1 Éd. 2020 - guide + ressources téléchargeables*. Hatier.

Emprin, F., Douaire, J. & Rajain, C. (2009). L'apprentissage du 3D à l'école, des situations d'apprentissage à la formation des enseignants. *Repères, 77*, 23-52.

Emprin, F. & Jourdain, C. (2010). Les représentations des enseignants sur l'échec scolaire : étude à partir d'une question contraposée. *Congrès international AREF (Actualité de la recherche en éducation et en formation)*.

ERMEL (2006). *Ermel - Apprentissages Géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*. Hatier.

Foss, D. H. & Kleinsasser, R. C. (1996). Preservice elementary teachers' views of pedagogical and mathematical content knowledge. *Teaching and teacher Education, 12*(4), 429-442.

Fromentin, J. (1999). Quadrilatères au Collège. *Bulletin APMEP, 422*, 295-307.

Gellert, U. (2000). Mathematics instruction in safe space: Prospective elementary teachers' views of mathematics education. *Journal of mathematics teacher education, 3*(3), 251-270.

Genoud, P. A., & Guillod, M. (2014). Développement et validation d'un questionnaire évaluant les attitudes socio-affectives en maths. *Recherches en éducation, 20*, 140-156.

Guille-Biel Winder, C. & de Kocker, N. (2015). Analyser Une Ressource De Formation : Exemple De La « Situation Des Napperons ». *Former et se former… Quelles ressources pour enseigner les mathématiques à l'école ?* COPIRELEM, Besançon, France. https://hal.science/hal-02066503

ICMI (1998). Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: Discussion document for an ICMI study. Dans C. Mammana & V. Villani (éds), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI Study* (pp. 337-345). Kluwer Academic Publisher.

Khattab, Y. R. (2020). *Influence of school memories on practicing mathematics teachers' teaching of algebra*. [Doctoral dissertation, American University of Beirut].

Lebrun, M. (2016). *Classes inversées, retour sur un phénomène précurseur (1)*. The Conversation. https://theconversation.com/classes-inversees-retour-sur-un-phenomene-precurseur-1-66062

Loewenberg Ball, D., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education, 59*(5), 389-407.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates.

Núñez-Peña, M. I., Suárez-Pellicioni, M. & Bono, R. (2013). Effects of math anxiety on student success in higher education. *International Journal of Educational Research, 58*, 36-43.

Ortolland, D. (1989). Comprendre ce qui est en jeu en classe de mathématiques : le contrat didactique. *Spirale - Revue de recherches en éducation, 1*(1), 79-90.

Paquay, L. (1994). Vers un référentiel des compétences professionnelles de l'enseignant ? *Recherche & formation, 16*(1), 7-38.

Péault, H. & Butlen, D. (1995) La division en formation initiale. Carnets de route de la COPIRELEM. T. 2. (pp. 277-314).

Peltier, M.-L. (2001). Le napperon - un problème pour travailler sur la symétrie axiale. *Grand N, 68*, 17-27.

Petitfour, É., Tempier, F., Thomas, C., Guille-Biel Winder, C. & Metin, F. (2022). « La vache et le paysan » : une situation de formation sur la résolution de problème. *Actes du 48e colloque COPIRELEM* (pp. 217-233).

Philippou, G. & Christou, C. (1998). The Effects of a Preparatory Mathematics Program in Changing Prospective Teachers’ Attitudes Towards Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 35*, 189-206.

Philippou, G. & Christou, C. (2002). A study of the mathematics teaching efficacy beliefs of primary teachers. Dans *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 211-231). Springer Netherlands.

Picot, M. (1999). Pavage du plan par des quadrilatères. *Repères-IREM, 37*, 5-14.

Sayac, N. (2012). Pratiques de formateurs en mathématiques dans le premier degré. *Recherche et formation, 71*, 115-130.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher, 15*(2), 4-14.

Siety, A. (2004). « My mind goes blank », ou la peur des mathématiques. *La lettre de l’enfance et de l’adolescence, 56*, 77-82.

https://shs.cairn.info/revue-lettre-de-l-enfance-et-de-l-adolescence-2004-2-page-77?lang=fr

Theis L., Morin M-P., Bernier J. & Tremblay Y. (2006). Les impacts des connaissances mathématiques sur l’attitude envers son enseignement des futurs enseignants du primaire. Dans N. Bednarz & C. Mary (dir.), *Actes du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L’enseignement des mathématiques face aux défis de l’école et des communautés »*. [Cédérom]. Sherbrooke : Éditions du CRP.

Références institutionnelles

MEN (2013). *Référentiel des compétences professionnelles et des métiers du professorat et de l’éducation - Bulletin officiel du 25 juillet 2013. Arrêté du 1er juillet 2013, Journal officiel du 18 juillet 2013*.

MEN (2024). *Programmes des concours de recrutement de professeurs des écoles*.

https://www.devenirenseignant.gouv.fr/programmes-des-concours-de-recrutement-de-professeurs-des-ecoles-1160 (consulté le 03/02/2024).

Annexe 1
Test *Maths et affect*

Affirmations

Échelle : 0 (pas du tout d'accord), 1, 2, 3, 4, 5 (tout à fait d'accord).

SQ01 : Je m'implique dans les activités et exercices durant le cours de maths.
SQ02 : Les évaluations de maths sont un défi que j'ai du plaisir à relever.
SQ03 : Je suis anxieux-se durant les cours de maths.
SQ04 : Je maîtrise mon stress durant les évaluations de maths.
SQ05 : Je m'efforce de faire au mieux dans mes devoirs de maths.
SQ06 : Mon travail a une influence sur mes résultats en maths.
SQ07 : Je suis toujours de bonne humeur lorsqu'il y a un cours de maths.
SQ08 : Les garçons sont, à la base, plus doués pour les maths que les filles.
SQ09 : Je réussis bien en maths sans y consacrer beaucoup de temps.
SQ10 : L'apprentissage des maths est une perte de temps.
SQ11 : Quand je résous un exercice de maths, j'arrive à éviter que d'autres pensées perturbent mon travail.
SQ12 : Je suis doué-e en maths.
SQ13 : Mes émotions me perturbent malgré moi durant les cours de maths.
SQ14 : Beaucoup de pensées négatives m'envahissent durant les cours de maths.
SQ15 : En maths, il est surprenant de voir une fille réussir mieux que la plupart des garçons.
SQ16 : Je ressens des symptômes (palpitations, sueurs ou maux de ventre) durant les évaluations de maths.
SQ17 : Les maths permettent de développer d'autres compétences (p.ex. déduction, logique, précision).
SQ18 : J'essaie d'en faire le moins possible pour les maths.
SQ19 : Étudier les maths me rend heureux-se.
SQ20 : Le cerveau des garçons est plus adapté à l'apprentissage des maths.
SQ21 : Les maths sont souvent trop complexes pour moi.
SQ22 : Je fais des efforts pour réussir en maths.
SQ23 : Je suis facilement tendu-e durant les cours de maths.
SQ24 : Par rapport à mes camarades, mes résultats de maths sont bons.
SQ25 : J'ai de la peine à faire le vide pour me concentrer sur un problème de maths.
SQ26 : Mes résultats en maths sont directement en lien avec mon investissement dans cette branche.
SQ27 : Je suis angoissé-e lorsque je fais mes devoirs de maths.
SQ28 : J'ai du plaisir à résoudre des exercices durant les évaluations en maths.
SQ29 : En cours de maths, je n'agis pas, je subis.
SQ30 : Durant les évaluations de maths, mes émotions sont incontrôlables.

SQ31 : J’aime les cours de maths.

SQ32 : Je parviens à gérer mes émotions durant les cours de maths.

SQ33 : Ma compréhension en maths dépend des efforts que je fournis.

SQ34 : Être bon-ne en math donne un avantage considérable pour trouver un emploi.

SQ35 : Ma réussite en maths est surtout une question de chance.

SQ36 : Quand je suis face à mes devoirs de maths, je ne sais pas comment m’y prendre.

SQ37 : Une fille doit travailler plus qu’un garçon pour avoir les mêmes résultats en maths.

SQ38 : Je me fais du souci durant les évaluations de maths.

SQ39 : J’ai beaucoup de potentiel dans le domaine des maths.

SQ40 : Je me réjouis de voir arriver l’heure de maths.

SQ41 : Les maths me seront précieuses dans mon futur (formation et emploi).

SQ42 : Je consacre suffisamment de temps pour mes devoirs en maths.

SQ43 : Mathématiques et féminité peuvent très bien aller ensemble.

SQ44 : Les maths sont incontournables dans tous les domaines professionnels.

SQ45 : Je suis assidu-e et concentré-e durant le cours de maths.

Analyse des items

Cotation (* = item renversé) :

Utilité : 10*/17/34/41/44

Compétence : 09/12/21*/24/36*/39

Contrôlabilité : 06/26/29*/33/35*

Affects positifs : 02/07/19/28/31/40

Affects négatifs : 03/14/16/23/27/38

Régulation affective : 04/11/13*/25*/30*/32

Investissement : 01/05/18*/22/42/45

Masculinité : 08/15/20/37/43*

Annexe 2
Tableaux de répartition des contenus EC 131 et 231 mathématiques L1 pluridisciplinaire

Semestre 1

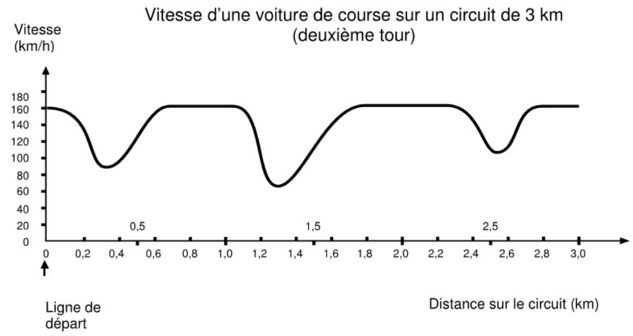
Cours	Modalité	Contenu
TD1	Présentiel	My mind goes blank, réflexion sur votre rapport aux mathématiques. Exercices déclencheurs. Question contraposée. Le troisième produit gratuit.
CM3	EAD - asynchrone	Cours inversé. Vous devez réaliser (en groupe de 2/3) une vidéo de 5 *min*, sonorisée pour présenter un sujet de culture mathématique (à choisir dans la liste présentée sur *Moodle*). Pour cela, vous devez réaliser une recherche documentaire. Ces vidéos, une fois commentées par l'enseignant, font partie du cours.
TD2	Présentiel	La vache et le paysan. Dédramatiser la note : docimologie.
TD3	Présentiel	Géométrie de base : définition du cercle. Les quadrilatères et les quadrilatères particuliers.
CM1	Visio synchrone	Des choses que l'on aurait peut-être dû vous dire sur les math avant ? Le principe de tiers exclus, les stéréotypes sur les mathématiciens et les mathématiciennes.
CM2	Visio synchrone	Démonter, prouver, convaincre, le langage des mathématiques.
TD4	Présentiel	Géométrie de base : définition du cercle. Les quadrilatères et les quadrilatères particuliers.
TD5	Présentiel	Solides et patrons en géométrie. Communication d'un solide touché dans un sac sans la parole.
CM4 + CC 1 h	Présentiel + Visio synchrone	CC + Analyse du CC + retour sur les vidéos EAD.
CM5	Visio synchrone	Connaître les nombres : comprendre les particularités de la numération.
TD6	Présentiel	Les singularités d'un solide. Boucher le trou et définir un patron.

Semestre 2

Cours	Modalité	Contenu
TD1	Présentiel	Réflexion sur la numération : la numération Shadock.
CM2	Visio	Aires/périmètres/volumes… grandeurs/mesures… formules.
CM3	Visio	Maths city map approche des grandeurs, mesure, formules d'aires et de volumes.
TD2	Sortie	(En ville) fabriquer des exercices Math City Map (MCM).
TD3	EAD	Fabrication d'exercices MCM et constitution d'une fiche collaborative sur les aires, les périmètres et les volumes.
TD4	Présentiel	Présentation/correction des exercices MCM/créations de parcours : aires volumes.
CM4	Visio	Proba et stat - Hasard et proba les maths dans les jeux ?
TD5	Présentiel	Statistiques et graphiques erronés. Recueillir les statistiques dans la société et analyser les documents trouvés.
CM5 + CC	Présentiel	CM - fractions et décimaux.
TD6	Présentiel	Retour sur le CC. Fractions et décimaux.
CM1	Présentiel	Nombre entier.
TD7	Présentiel	Approche de la division et des opérations : situation Concertum.
TD 8	Présentiel	Symétrie : Napperons.

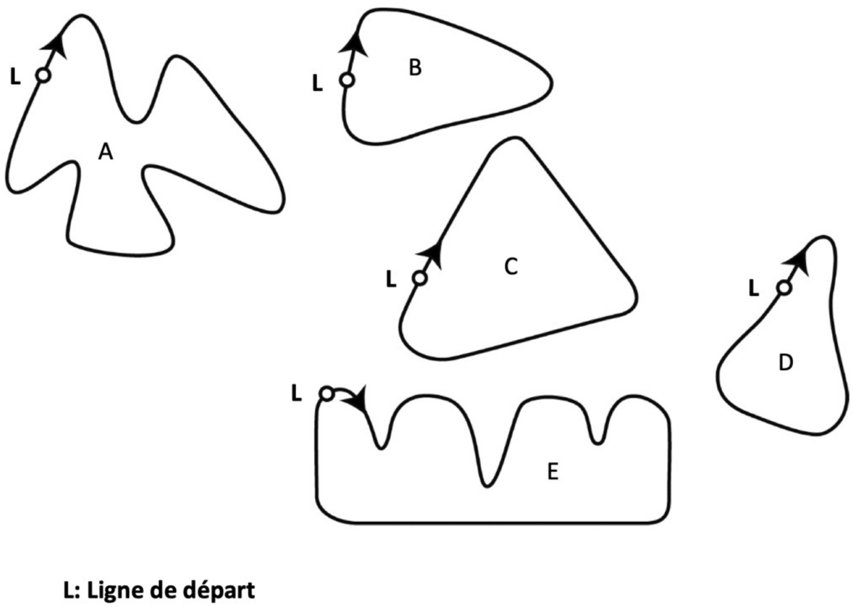
Annexe 3
Exercice extrait de PISA

Ce graphique représente les variations de vitesse d'une voiture de course sur un circuit plat de 3 *km* au cours du deuxième tour.



Ci-dessous vous trouverez le tracé de cinq circuits.

Sur lequel de ces circuits la voiture roulait-elle lors de l'enregistrement du graphique du graphique de vitesse représenté au début de l'exercice ?



Annexe 4
Exercice issu du Rallye mathématique Champagne Ardenne (IREM de Reims)

Voici les paroles de chanson de Serge Gainsbourg : *Ballade de Melody Nelson*.

Ça, c'est l'histoire
De Melody Nelson
Qu'à part moi-même personne
N'a jamais pris dans ses bras
Ça vous étonne

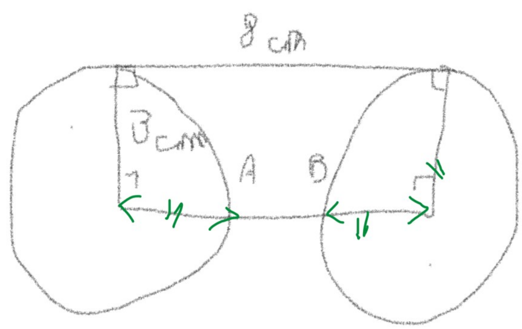
Elle avait de l'amour
Pauvre Melody Nelson
Ouais, elle en avait des tonnes
Mais ses jours étaient comptés
Quatorze automnes
Et quinze étés

Un petit animal
Que cette Melody Nelson
Une adorable garçonne
Et si délicieuse enfant
Que je n'ai connue qu'un instant
[…]

Paroliers : Jean-Claude Vannier/Serge Gainsbourg

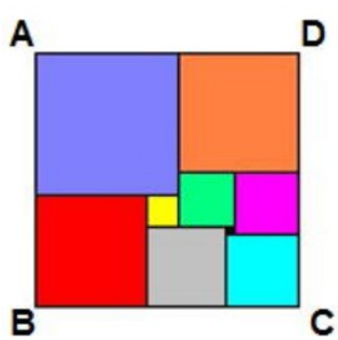
Si on considère qu'une saison dure 3 mois, quelle est la durée maximale de la vie de cette pauvre Mélodie Nelson ? (En années et en mois) ?

Annexe 5
Exercice sur l'analyse d'un dessin à main levée



Sur le dessin à main levée ci-contre, quelle est la longueur du segment [AB] ?

Annexe 6
Les 9 carrés



La figure ABCD ci-contre est constituée de 9 carrés.

Le carré gris a pour côté 10 cm et le noir a pour côté 1 cm.

Quelle est la nature de ABCD ? Justifiez votre réponse.

Annexe 7

Exemples d'avis positifs avec rapport aux mathématiques négatif

Au cours de mon parcours scolaire, j'ai très peu aimé les mathématiques, mais au cours de ma première année de licence ma vision des mathématiques a changé.

Les cours de mathématiques nous suivent depuis note plus jeune âge, je ne vais pas mentir… les mathématiques, je détestais ! En revanche, Monsieur X a utilisé une technique particulière pour nous faire aimer les mathématiques, ce n'était pas seulement de la théorie puis de la mise en application comme on peut le faire au collège, au lycée. Au contraire, il interagissait avec nous dans l'objectif de nous captiver et nous donner l'envie de venir en cours et faire des mathématiques. Et cette technique qu'il a pu utiliser a très bien marché avec moi, j'ai apprécié venir lors des CM.

Cet EC m'a permis un retour aux maths en douceur, après deux années conflictuelles avec les maths et une pratique en terminale douloureuse. J'ai pu découvrir l'histoire de la numération, mais aussi comment on pouvait prouver nos travaux en mathématiques. Cet EC m'a permis d'apprendre à dédramatiser mon rapport aux maths, mais aussi à comprendre le blocage que certains élèves peuvent avoir face à cette discipline. Enfin, j'ai appris qu'il faudrait que moi aussi je dédramatise pour mes élèves les maths afin de les empêcher d'éprouver du stress en travaillant sur cette discipline.

Cet EC de mathématiques m'a particulièrement étonnée. Je déteste les matières scientifiques et je me trouvais « nulle » en mathématiques, mais le professeur dès le premier cours nous a appris que personne n'était nulle. J'ai pu apprendre une autre vision que les mathématiques « classiques » et apprendre à aimer la matière.

Alors de mon point de vue les maths ont toujours été mon calvaire quotidien, mais grâce à cette EC j'ai pu revoir et maitriser des choses oublié de la primaire et du collège cela m'a également appris à me mettre à la place d'un élève de ces niveaux et de pouvoir ainsi palier aux différentes difficulté que ces derniers peuvent rencontrer.

Les cours de mathématiques nous ont permis de désapprendre le fait que nous nous pensions nul en maths.

Exemple d'avis positifs avec rapport aux mathématiques positif

Avec mathématiques comme matière majeure, j'ai retrouvé un goût différent de cet enseignement. De plus, j'ai vu un aspect assez rare qui regroupait différents phénomènes qui se passe pour un enfant. Autrement dit, nous avons révisé certaines bases des mathématiques, tout en mettant en parallèle certaines situations qui nous ont permises de réapprendre à se mettre à la place d'un élève, et réapprendre la simplicité des explications, et les points de vue parfois évidents qu'avec les années nous avions oubliés.

Exemple d'avis négatifs avec rapport aux mathématiques positif

Les mathématiques lors de ce semestre m'ont semblé très simples, je n'ai pas trouvé de réel enjeu. La pédagogie était bonne, mais les contenus simplistes et déjà connus, je n'ai donc rien appris dans cette discipline à ce semestre.

Tous les cours de cet EC m'ont paru longs. J'étais vraiment frustré. Ayant fait une terminale avec spécialité mathématiques, loin d'être performant, j'appréciais chercher à résoudre des problèmes, exercices, assez compliqué pour mon niveau. Alors, quand nous avons revu les programmes de primaires, j'avoue que j'ai été assez frustré. Or, il est nécessaire de passer par cette étape, puisque nous nous destinons à l'enseignement dans le premier degré. Cependant, j'aurais préféré une approche qui ne nous mette pas dans la peau d'élèves de primaire. C'est sans doute un peu caricatural, mais c'est comme cela que je l'ai ressenti.

C'est un EC qui est important et qui a permis de réellement solidifier mes apprentissages, mais encore une fois je ne suis pas admiratrice de la méthode d'enseignement mis en place, c'est je pense ce qui m'a le plus freiné.