ANALYSE DIDACTIQUE D'UN JEU VIDÉO ÉLABORÉ POUR L'APPRENTISSAGE DES FRACTIONS.

Pierre ZARPAS[1]

Lycée Aubanel, Avignon

Résumé. Cet article propose une analyse didactique d'un jeu vidéo à visée éducative sur le thème des fractions. Nous nous placerons dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) et de la T4TEL, T4 symbolisant le quadruplet praxéologique (Type de tâches, Technique, Technologie, Théorie) et TEL étant l'acronyme de Technology Enhanced Learning. Nous utiliserons un modèle praxéologique de référence (MPR) afin, d'une part de pouvoir établir une cartographie des types de tâches et des techniques travaillés dans ce jeu vidéo et d'autre part de pouvoir analyser la cohérence de la progression de ces types de tâches qui y est proposée. Nous indiquerons la fréquence d'apparition des types de tâches et nous montrerons qu'il n'y a pas d'incohérence dans la dynamique praxéologique du jeu.

Mots-clés. Jeu vidéo didactique, modèle praxéologique de référence, T4TEL, dynamique praxéologique.

Abstract. The purpose of this article is to propose a didactic analysis of a serious game based on the fraction theme. We will place ourselves in the framework of the TAD (Anthropological Theory of Didactics) and the T4TEL (praxeological quadruplet (Type of tasks, Technic, Technology, Theory) and Technology Enhanced Learning) and we will elaborate a MPR (Praxeological Reference Model) in order to be able to establish a cartography of the types of tasks and technics worked in this video game on the one hand and to be able to analyze the coherence of the proposed progression in the game of these types of tasks on the other hand. We will show the frequency of apparition of certain types of tasks and show that there is no inconsistency in the praxeological dynamics of the game.

Keywords. Serious game, praxeological model, T4TEL, praxeological dynamic.

Introduction

Avec le numérique apparaissent de nouveaux outils pour les enseignants et pour les élèves (Fluckiger, 2019). Les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH) offrent en particulier de nombreuses possibilités pour enrichir des situations d'apprentissage (Grandbastien & Labat, 2006). Parmi les EIAH, les *jeux sérieux* apportent de nouvelles perspectives aux possibilités d'apprentissage par le jeu (Brougère, 2012).

Pour ne pas céder à une mode « technologique » qui pourrait être renforcée par des intérêts mercantiles (Fluckiger, 2019), il est important de pouvoir évaluer scientifiquement l'apport du numérique dans les jeux en termes d'apprentissages.

Dans le but de déterminer en quoi une pratique peut être pensée comme un jeu, Brougère (2012) propose deux critères principaux : le second degré et la prise de décision, ainsi que trois critères associés : la frivolité, l'existence d'un système de décision et l'incertitude. Le second degré est le « faire semblant », le « pour de faux », il est associé à la frivolité qui incarne la minimisation des conséquences. Le critère de prise de décision fait référence aux choix du joueur (de commencer à jouer, de terminer le jeu, d'opter pour telle ou telle action au cours du jeu), ce critère est associé à l'existence d'un système de décision (les règles du jeu) et à la nécessité d'incertitude.

[1] pierre.zarpas@ac-aix-marseille.fr

Les jeux vidéo s'appuient sur un support virtuel et bénéficient d'un réalisme graphique et sonore qui valorise l'imaginaire. Ils offrent de plus la possibilité de rejouer à loisir et proposent une dimension aléatoire. En cela, ils remplissent pleinement les critères de second degré, de frivolité ainsi que d'incertitude. Par ailleurs les actions permises au joueur ainsi que les interactions qu'elles peuvent générer avec l'univers du jeu constituent le *Game Play* (Michaud & Alvarez, 2008). Tout jeu vidéo est conçu avec un *Game Play*, ce qui permet de vérifier les critères de prise de décision et de système de décision.

Parmi les jeux vidéo, les *jeux sérieux* se distinguent cependant par leur objectif utilitaire, qui peut concerner, entre autres, « la défense, la formation, l'éducation, la santé, le commerce, la communication », et qui est établi dès leur conception (Alvarez & Djaouti, 2012, p. 11). Ils sont donc porteurs, par nature, de tensions entre la frivolité du jeu et le sérieux de l'activité, ainsi qu'entre la liberté de la prise de décision et le cadre restrictif de l'emploi du jeu (Brougère, 2012 ; Lavigne, 2016). *A fortiori*, les *jeux sérieux* dédiés à l'apprentissage semblent ne pouvoir déroger à ces contradictions. Toutefois, Zarpas et Gardes (2019) ont montré qu'une collaboration entre des didacticiens et des concepteurs de jeux vidéo pouvait permettre de dépasser ces apparents paradoxes et de créer ce que les auteurs ont dénommé Jeu Vidéo Didactique (JVD) :

> *Nous appelons ainsi jeu vidéo didactique un jeu vidéo sérieux avec les critères suivants :*
>
> *- les situations d'apprentissage et les situations de jeu sont conçues ensemble, intégrées dans un même Game Play ;*
>
> *- les situations d'apprentissage sont pensées à partir d'analyses didactiques a priori des contenus et des actions possibles du joueur (Zarpas & Gardes, 2019, p. 21).*

Dans cet article, nous allons nous intéresser à un jeu conçu pour l'apprentissage des fractions : Math Mathews Fractions (*MMF*). Ce jeu vidéo a été mis au point conjointement par une équipe de créateurs de jeux vidéo, Kiupe, et une équipe de didacticiens, du CNRS et de l'Université Lyon 1, dont le travail s'est appuyé sur la Théorie des Situations Didactiques. L'intention des concepteurs[2] était de s'adresser aux enfants de neuf à douze ans et de couvrir le programme de cycle 3 (année scolaire 2016/2017) sur le thème des fractions.

Zarpas et Gardes (2019) ont montré que *MMF* peut être qualifié de JVD.

Le but de cet article est de proposer une analyse didactique détaillée de ce jeu vidéo. Dans un premier temps, nous exposons nos questions de recherche et nous précisons le cadre théorique (T4TEL) dans lequel elles trouvent leur place. Dans un second temps, nous présentons la méthodologie de recherche avec la construction d'un Modèle Praxéologique de Référence (MPR) sur l'enseignement des fractions au cycle 3. Dans un troisième temps, nous analysons *MMF*, *sur un exemple concret*, à l'aide de ce MPR, dans le cadre de la T4TEL. Le quatrième temps est consacré à la présentation et la discussion des résultats.

1. Cadre théorique et problématique

L'objectif est de faire une analyse didactique détaillée des contenus du jeu *MMF*. L'algorithme de ce jeu propose de manière aléatoire de nombreuses valeurs de variables didactiques pour diversifier les tâches mathématiques que ce JVD propose. Il nous a donc semblé pertinent de nous inscrire dans le cadre théorique de la T4TEL qui permet d'associer les notions de variables

---

[2] Nous avons eu un entretien avec les concepteurs et nous avons consulté le « document pour l'enseignant » proposé sur le site du jeu à l'adresse : https://kiupe.com/media/2018/02/MMF_doc_enseignants_190318.pdf (consulté le 24/10/20).

didactiques et de types de tâches (Chaachoua, 2007).

La T4TEL est née de la nécessité de modéliser *« des connaissances et des savoirs et leurs représentations informatiques »* (Chaachoua, 2018) lors de travaux autour du logiciel Aplusix (Croset, 2010).

La T4TEL a pour but de *« structurer un ensemble de types de tâches relatifs à un objet de savoir à enseigner et rendre calculable cette structuration »* (Chaachoua & Bessot, 2016, p. 8) en incorporant la notion de variable dans la TAD à l'aide de la notion de générateur de type de tâches : *« Les variables d'un générateur de type de tâches prennent des valeurs dans un domaine d'une discipline. Ces valeurs engendrent des types de tâches plus spécifiques que le type de tâches T »* (*ibid.*, p. 9).

Ainsi, un type de tâches *T* est associé à une liste de variables $V_1, \ldots, V_n$ et à l'ensemble de leurs valeurs. Cette liste et ces valeurs peuvent être affectées par l'institution dans laquelle *T* est proposée et par les possibilités de contrôle didactique du professeur.

Le système $T(V_1, \ldots, V_n)$ est appelé générateur de type de tâches, c'est une fonction définie sur l'ensemble des valeurs des variables $V_1, \ldots, V_n$, à valeurs dans l'ensemble des parties de *T*, c'est-à-dire dans l'ensemble des sous-types de tâches de *T* (*ibid.*).

Pour répondre à la question *« De quoi est faite une technique donnée ? »* (Bosch & Chevallard, 1999), la T4TEL représente une technique comme une succession (l'ordre pouvant être important) de types de tâches (Chaachoua, H., Ferraton, G. & Desmoulins, 2017). Une tâche instanciée d'un type de tâches particulier peut être accomplie par une ou plusieurs techniques (Chevallard, 1999), à ce titre les types de tâches composant une technique accomplissant une tâche doivent être vus comme des ingrédients potentiels de sa résolution.

« Les types de tâches qui existent en dehors des techniques et peuvent être prescrits institutionnellement aux élèves » (Chaachoua, 2018, p. 13) sont appelés types de tâches extrinsèques alors que *« les types de tâches qui n'existent qu'à travers la mise en œuvre des techniques de certains autres types de tâches »* (*ibid.*, p. 13) sont appelés types de tâches intrinsèques. On qualifiera enfin d'élémentaire un type de tâches pour lequel « l'institution ou le chercheur du domaine considère qu'il n'est pas nécessaire d'expliciter la ou les techniques pour ce type de tâches » (ibid., p. 14).

La dynamique praxéologique d'une étude proposée par une institution est la considération chronologique de la présentation des différents types de tâches apparaissant dans cette étude. La T4TEL rend possible le contrôle de la cohérence logique de toute dynamique praxéologique : pour tout type de tâches *T*, on peut dégager l'ensemble des types de tâches composant une technique permettant la réalisation de *T* dans le cadre technico-théorique considéré et vérifier alors si ces types de tâches ont bien été travaillés en amont.

Un Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain (EIAH) peut créer de manière automatique certains types de tâches en fonction du choix des variables qu'il proposera. La connaissance des variables et de la manière dont l'EIAH choisi ses valeurs se révèle donc fondamental pour la conception comme pour pour l'analyse didactique de cet EIAH.

Dans ce cadre, nous tenterons de mener une analyse de la praxéologie rencontrée dans *MMF*, en nous posant les questions de recherche suivantes :

QR1 : Quelles sont les praxéologies présentes dans le jeu ?

QR2 : La progression des types de tâches et des techniques proposée est-elle pertinente au regard de la succession cohérente ou non des ingrédients des techniques ?

Nous allons maintenant préciser la méthodologie choisie pour analyser *MMF* et pour répondre à ces questions de recherche dans le cadre théorique de la T4TEL.

2. Méthodologie

Pour Bosch et Gascon (2004), la notion de praxéologie de la TAD permet de créer une *« unité d'analyse de processus didactique »* en construisant une organisation mathématique (OM) incluant *« les contraintes issues des différentes étapes de la transposition didactique »* (*ibid.*, p. 11). Cette OM, qui sera appelée MPR (modèle praxéologique de référence), proviendra d'une étude des OM à enseigner, OM enseignée et OM apprise, confrontée à un point de vue épistémologique (*ibid.*). Chaachoua et al (2017) considèrent ainsi que l'élaboration d'un MPR dans le cadre de la T4TEL passe par une étude des programmes et des manuels confrontée à une étude épistémologique, cognitive et didactique.

Pour créer un MPR sur le domaine des fractions, nous avons commencé par une étude didactique. Comme en témoigne une littérature très riche, il existe de nombreux aspects des fractions (Kieren, 1976 ; Behr et *al.*, 1983 ; Douady & Perrin-Glorian, 1986 ; Brissiaud, 1998 ; Fandiño Pinilla, 2007 ; Brousseau, 2009 ; Coché et *al.*, 2009 ; Allard, 2015 ; Alahmadati, 2016). Ces chercheurs ont chacun retenu un nombre différent de concepts, ce qui montre que ces aspects sont articulés et non cloisonnés.

Pour déterminer les aspects qui structurent le MPR, nous avons confronté cette étude aux programmes de cycle 3 de l'Éducation Nationale en vigueur en 2017, aux préconisations de l'institution pour enseigner ces programmes (MEN, 2016) et à quatre collections de manuels correspondants à ces programmes : *J'apprends les maths CM1-CM2* (Retz) ; *Cap Maths CM1-CM2* et *Dimensions Mathématiques 6^e* (Hatier) ; *Les Nouveaux Outils pour les Maths CM1-CM2* et *Delta maths cycle 3-6^e* (Magnard) ; *Le Nouvel À portée des maths CM1-CM2* et *Mission Indigo cycle3-6^e* (Hachette).

Ce rapport à l'empirie nous a amené à organiser notre MPR selon trois secteurs (au sens de la TAD) : la r*eprésentation*, la *comparaison* et le *calcul*.

Le secteur *représentation* prend en compte tous les types de tâches relatifs aux changements de registre de représentation et considérera les registres suivants : ensemble géométrique, symboles numériques (numérateur, dénominateur) et barre de fraction, symboles numériques et virgule (écriture sous la forme d'un nombre à virgule), symboles numériques et arithmétiques (entier plus fraction inférieure à un), symbole numérique et symbole « % » (pourcentages), point sur une demi-droite graduée. L'ensemble géométrique (tant l'ensemble de points que la surface équi-partagée) étant un registre de représentation, nous pouvons ranger les tâches de partages géométriques dans le secteur *représentation*.

Le secteur *comparaison* réunit tous les types de tâches relatifs aux comparaisons de nombres que ce soit pour l'inégalité, l'ordre de grandeur ou l'égalité.

Le secteur *calcul* réunit tous les types de tâches relatifs aux calculs et inclut ceux relatifs aux proportions.

Notre étude empirique nous a également permis d'intégrer ce MPR dans la T4TEL en regroupant les types de tâches relatifs au même générateur de type de tâches, en précisant les variables et leurs valeurs envisageables, ainsi que les techniques réalisant chaque type de tâches.

Nous en présentons ci-dessous (tableau 1) une version simplifiée, à savoir la liste des générateurs de type de tâches, sans considérer les variables ni leurs valeurs. Ces générateurs de type de tâches sont regroupés par thèmes et par secteurs.

Secteurs	Thèmes	Générateurs de type de tâches	Nomenclature
Représentation	Partage géométrique	Écrire une fraction représentant un partage.	Trep1
		Représenter une fraction avec un partage.	Trep2
	Demi-droite graduée	Écrire une fraction correspondant à l'abscisse d'un point.	Trep3
		Placer un point tel que son abscisse soit égale à une fraction.	Trep4
	Langage naturel	Écrire avec des nombres une fraction proposée en langage naturel.	Trep5
		Écrire en langage naturel une fraction proposée sous forme canonique[3].	Trep6
	Forme mixte[4]	Écrire la forme canonique d'une fraction donnée sous forme mixte.	Trep7
		Écrire la forme mixte d'une fraction donnée sous forme canonique.	Trep8
	Fraction décimale	Écrire une fraction sous forme de fraction décimale.	Trep9
	Nombre décimal	Écrire un nombre décimal sous forme de fraction.	Trep10
		Écrire une fraction (décimale) sous forme d'un nombre décimal.	Trep11
	Pourcentage	Écrire un pourcentage sous forme de fraction.	Trep12
		Écrire une fraction sous forme de pourcentage.	Trep13
Comparaison	Ordre de grandeur	Comparer une fraction avec 1.	Tcomp1
		Encadrer une fraction avec deux entiers successifs.	Tcomp2
		Encadrer une fraction avec deux décimaux et une précision donnée.	Tcomp3
		Trouver une fraction comprise entre deux nombres décimaux.	Tcomp4
	Inégalité	Comparer des fractions.	Tcomp5
	Egalité	Reconnaître des fractions équivalentes.	Tcomp6
		Simplifier une fraction.	Tcomp7
		Déterminer une fraction équivalente à une fraction donnée.	Tcomp8

[3] On appellera « forme canonique » l'écriture classique d'une fraction (irréductible ou non) à l'aide de son numérateur et de son dénominateur.

[4] On appelle « forme mixte » l'écriture d'une fraction comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Calcul	Addition	Additionner ou soustraire des fractions.	Tcalc1
	Multiplication	Multiplier ou diviser un entier par une fraction.	Tcalc2
		Trouver la fraction qui multipliée à un entier b donne. un entier a.	Tcalc3
	Proportion	Compléter un tableau de proportionnalité.	Tcalc4
		Déterminer un coefficient de proportionnalité.	Tcalc5
		Déterminer une proportion, une fréquence.	Tcalc6

***Tableau 1** : Générateurs de type de tâches.*

Chaque générateur de type de tâches détermine, dans son secteur, une ou plusieurs organisations mathématiques ponctuelles (OMP) regroupant technique(s), technologie(s) et théorie(s) lui étant associées (Chaachoua et *al.*, 2017).

À l'aide de ce MPR, nous allons pouvoir recenser les différents types de tâches apparaissant dans le jeu *MMF* : cela nous permettra de répondre à notre première question de recherche (quelle praxéologie est présente dans le jeu ?). L'analyse des variables de *MMF* ainsi que de leurs valeurs va nous permettre d'analyser finement tous les types de tâches proposés dans le jeu. Notre MPR nous permettra alors d'identifier si certains de ces types de tâches font partie des ingrédients de technique nécessaires à la résolution d'autres types de tâches présents dans le jeu, ce qui nous servira pour répondre à notre deuxième question de recherche (la progression proposée des types de tâches et techniques est-elle pertinente au regard de la succession cohérente ou non des ingrédients des techniques ?).

Par souci de lisibilité, nous ne pouvons pas décrire l'ensemble des OMP ni l'ensemble des variables et de leurs valeurs. Toutefois nous allons en faire apparaître sur quelques exemples à l'occasion de l'analyse d'un module du JVD étudié.

3. Analyse du jeu à l'aide du MPR

3.1. Présentation du jeu *MMF*

Les auteurs de *MMF* ont créé un jeu vidéo situé dans un univers fictionnel de pirates. Dans *MMF*, le joueur, par le biais de son avatar, se confronte à des problèmes mathématiques qu'il doit résoudre[5].

Le joueur rencontre au fur et à mesure de son évolution dans le jeu des épreuves mathématiques, appelées modules, portant sur les fractions. Le Jeu *MMF* propose en tout treize modules différents qui apparaissent tout au long de douze niveaux de jeu. Le moteur du jeu intègre des variables didactiques dont les valeurs sont choisies aléatoirement de manière à offrir à l'utilisateur un parcours progressif en termes de difficulté (la difficulté pouvant être due au nombre et/ou à la variété des données à traiter et également aux techniques contraintes par les valeurs des variables).

Nous n'analysons que 12 modules sur les 13 car nous ne considérons pas le premier module rencontré par les joueurs comme une épreuve mathématique. De notre point de vue, l'objectif de

[5] Une vidéo de présentation est disponible sur le site des concepteurs à l'adresse : https://kiupe.com/games/math-mathews-fractions/

ce module (*Rouages brisés*) est de permettre aux joueurs d'entrer dans l'univers et le mécanisme du jeu, ce qui nous a été confirmé par les concepteurs du jeu lors d'un entretien.

Proposons, à titre d'illustration, deux modules de *MMF* : Le module *Passage piégé* (figure 1) et le module *Guerriers* (figure 2). Dans l'exemple du module *Passage piégé* (figure 1), le joueur doit correctement placer sur la droite graduée les trois fûts correspondant aux fractions $\frac{2}{6}$, $\frac{6}{6}$ et $\frac{12}{6}$. Le joueur doit alors tenter de traverser le passage mais, en cas d'erreur, il brûlera en passant sur tout emplacement incorrect et perdra alors une vie.

Figure 1 *: Module « Passage piégé ».*

Figure 2 *: Module « Guerriers ».*

Dans l'exemple du module *Guerriers* (figure 2), le joueur doit sélectionner un partage géométrique correspondant à la fraction $\frac{14}{10}$ avant d'actionner le levier. Pour cela, il dispose des touches « +/– » pour faire apparaître un deuxième corps de guerriers (un seul étant présent par défaut) puis il doit appuyer sur sept des carreaux constituant les corps des guerriers.

Une bonne réponse fera abaisser la passerelle et il pourra poursuivre le jeu.

Dans ces exemples, le nombre de partages de la droite graduée, les formes et les valeurs des fractions sont des variables didactiques gérées par l'algorithme qui génère, pour chaque rencontre d'un module par l'utilisateur, un type de tâches particulier en fixant des valeurs pour ces variables. Chaque module du jeu peut ainsi être présenté comme un générateur de type de tâches. Nous avons rencontré ici des sous-types de tâches du générateur *« placer un point tel que son abscisse soit égale à une fraction »* pour le module *Passage piégé* (figure 1) et du générateur *« représenter une fraction avec un partage »* pour le module *Guerriers* (figure 2).

3.2. Analyse praxéologique du module *Guerriers*

Nous avons analysé chaque module en identifiant, dans notre MPR, le générateur de type de tâches correspondant à l'épreuve mathématique ainsi que les variables didactiques et leurs différentes valeurs apparaissant dans le module. Cela nous a permis de répertorier chaque type de tâches pouvant être engendré par ce module. Examinons en détail l'analyse du module *Guerriers* (figure 2).

Dans l'OMP de notre MPR correspondant au générateur de type de tâches Trep2 : « exprimer une fraction à l'aide d'un partage géométrique » nous avons identifié, *a priori*, huit variables.

- V_1 : topologie de la représentation de l'unité. Valeurs : continue ; discret.
- V_2 : existence d'une surface de référence. Valeurs : avec ; sans.
- V_3 : existence du partage de la surface. Valeurs : non existant ; existant non égal ; existant égal ; existant non égal, mais possédant un sous ensemble égal.
- V_4 : nature de la figure et du partage éventuel. Valeurs : polygone régulier (invariance par rotation) ; triangle isocèle, cercle, trapèze isocèle (invariance par symétrie) ; cercle, rectangle (justification par la mesure) ; autres (justification avec Thalès).
- V_5 : relations entre *Np* (le nombre de partages de la figure) et *b* (le dénominateur de la fraction). Valeurs : $b=Np$; $b=kNp$; $Np=kb$; $b\wedge Np=1$.
- V_6 : forme de la fraction. Valeurs : $\frac{a}{b}$; $q+\frac{r}{b}$; $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}$.
- V_7 : comparaison entre *a* et *b*. Valeurs : $a<b$; $a>b$.
- V_8 : possibilité de simplifier la fraction. Valeurs : oui ; non.

Analysons l'instanciation de type de tâches généré à partir de Trep2 à l'aide de valeurs particulières des variables proposées dans le cas particulier de la figure 2.

Dans cet exemple (figure 2), nous avons $V_1=$ continue ; $V_2=$ avec ; $V_3=$ existant égal ; $V_4=$ polygone régulier ; $V_5=(b=kNp)$; $V_6=\frac{a}{b}$; $V_7=(a>b)$; $V_8=oui$.

Appelons T' le type de tâches :

$$T\left(\text{continue}, \text{avec}, \text{existant égal}, \text{polygone régulier}, b=kNp, \frac{a}{b}, a>b, \text{oui}\right).$$

T ' est donc un sous-type de tâches de *T* qui peut s'énoncer ainsi : « dans un partage géométrique égal d'un polygone régulier et avec surface de référence, représenter une fraction réductible et supérieure à 1 dont le dénominateur est un multiple du nombre de partages de la surface ».

Ici (figure 2) *MMF* nous propose donc la tâche : construis et colorie $\frac{14}{10}$ d'un pentagone régulier donné, partagé de manière égale.

Il existe plusieurs techniques pour accomplir *T '*.

La première, τ'_1 peut se décomposer ainsi :

- vérifier que le partage de la surface est égal ;
- comparer le dénominateur de la fraction et le nombre de partages ;
- déterminer une fraction équivalente (afin que le dénominateur soit égal au nombre de partages) ;
- faire apparaître un nombre suffisant de surfaces partagées afin qu'il y ait un nombre de parts total supérieur au nouveau dénominateur ;
- sélectionner un nombre de parts égal au numérateur de la nouvelle fraction.

Nous remarquons que la troisième étape de la technique est un type de tâches intrinsèque au cycle 3 en cela qu'il apparaît au détour d'exemples et d'exercices, mais qu'il n'est pas travaillé comme tel (il le sera au cours des trois dernières années de collège (cycle 4) et deviendra alors un type de tâches extrinsèque).

Ainsi pour accomplir la tâche de la figure 2 à l'aide de la technique τ'_1, il s'agira de constater que les cinq triangles formés par le partage du pentagone sont égaux. Ensuite il faudra comparer le dénominateur de la fraction (10) et le nombre de partages de la surface (5), déterminer la fraction $\frac{7}{5}$ équivalente à $\frac{14}{10}$ et présentant un dénominateur égal au nombre de surface, puis faire apparaître un nouveau pentagone partagé identique pour pouvoir enfin sélectionner sept parties de $\frac{1}{5}^{\text{e}}$ de surface.

La seconde technique, τ'_2, peut se décomposer ainsi :

- vérifier que le partage de la surface est égal ;
- comparer le dénominateur de la fraction et le nombre de partages ;
- effectuer (ou imaginer) un découpage supplémentaire de la figure ;
- faire apparaître un nombre suffisant de surfaces nouvellement partagées afin qu'il y ait un nombre total de nouvelles parts supérieur au dénominateur ;
- sélectionner un nombre des nouvelles parts égal au numérateur.

Pour accomplir la tâche de la figure 2 à l'aide de la technique τ'_2, il s'agira, aussi, de constater que les cinq triangles formés par le partage du pentagone sont égaux, puis de comparer le dénominateur de la fraction et le nombre de partages de la surface. Ensuite il faudra imaginer ou réaliser un nouveau découpage régulier du pentagone (en prolongeant chaque rayon pour faire apparaître les axes de symétries par exemple dans le cas présent). Ce dernier se trouvant partagé en dix parties égales, il suffira alors de le dupliquer puis de sélectionner quatorze parties de $\frac{1}{10}^{e}$ de surface.

Nous remarquons que la quatrième étape des techniques τ'_1 et τ'_2 peut donner lieu à des variations avec la division euclidienne par exemple, ce qui aboutirait à autant de techniques supplémentaires. Les possibilités peuvent devenir trop nombreuses pour être listées, toutefois elles peuvent être gérées informatiquement.

Les technologies qui justifient les techniques τ'_1, τ'_2 sont les suivantes :

- propriété d'égalité de deux fractions : $\forall k \in \mathbb{N}, \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b}$;
- propriétés des polygones réguliers ;
- propriétés de la symétrie orthogonale ;
- additivité de l'aire.

Les théories qui justifient ces technologies sont la théorie des nombres rationnels et la théorie de la géométrie euclidienne.

En associant un unique générateur de type de tâches à chaque module retenu, nous venons de montrer comment notre MPR peut être utilisé pour analyser précisément les organisations mathématiques proposés par le JVD sur les fractions en fonction des valeurs des variables didactiques choisies par leurs concepteurs.

Comme nous l'avons montré sur un exemple, chaque module de *MMF* propose un générateur de type de tâches et que les valeurs des variables de chaque module sont choisies aléatoirement en fonction du niveau atteint dans le jeu. La connaissance des valeurs possibles de ces variables va donc nous permettre, grâce à la T4TEL, de déterminer exactement l'ensemble des types de tâches qu'un joueur rencontrera. Nous utiliserons cet inventaire des types de tâches pour chaque niveau et chaque module pour obtenir la dynamique praxéologique à laquelle sera soumis un utilisateur.

3.3. Analyse des types de tâches générés dans le module *Guerriers* en fonction des niveaux

Poursuivons, à titre d'exemple, l'analyse du module *Guerriers* (figure 2) de *MMF*, en précisant les valeurs des variables présentes afin de détailler l'ensemble des types de tâches qu'il propose en fonction des niveaux.

Nous proposons, dans le tableau 2 ci-dessous, une vision d'ensemble des variables de ce module ainsi que de leurs valeurs en fonction des niveaux.

Niveaux → Variables ↓	N3	N4, N5	N7, N8	N8, N9	N11
Np = nombre de partages de la surface[6]	4	2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8

[6] *Np* étant, rappelons-le, le nombre de parties égales que présente la surface d'un guerrier.

Registres de représentations différentes pour la fraction	forme canonique	forme canonique	forme canonique	forme mixte	somme canonique[7]
Relation dénominateur b et Np	$b=Np$	$b=Np$	$b=k.Np$	$b=Np$	$b=Np$
Fraction supérieure à 1	non	oui	oui	oui	oui
Fraction simplifiable	non	non	oui	non	non

Tableau 2 *: Variables du module « Guerriers » de MMF.*

L'exemple de la figure 2 nous montre un module *Guerriers* provenant du niveau 7 de *MMF*. Nous avons alors $Np=5$ (pentagone partagé en cinq parties égales), une fraction présentée sous la forme canonique $\frac{14}{10}$, une relation $b=5\times Np$ et une fraction supérieure à 1.

La forme géométrique de la surface rencontrée et du partage dépend de *Np*. Pour les valeurs 2, 4 et 8 nous avons un rectangle séparé à l'aide de médianes et éventuellement d'axes de symétrie des rectangles ainsi créés (effet « barre et tablette de chocolat »). Pour les valeurs 5 et 6, nous avons un polygone régulier avec un partage faisant apparaître l'invariance par rotation. Pour la valeur 3, nous avons un trapèze isocèle partagé en deux parallélogrammes formant ainsi 3 triangles identiques.

Au cours des 8 niveaux du jeu dans lesquels le module *Guerriers* se rencontre, les différentes valeurs des variables peuvent donc générer de nombreux types de tâches $T(V_1, \ldots, V_8)$ de notre MPR :

- la variable V_4 (nature de la figure et du partage éventuel) prenant les valeurs : rectangle (quand *Np* est égal à 2, 4 ou 8), trapèze isocèle (quand *Np* est égal à 3) et polygone régulier (quand *Np* est égal à 5 ou 6) ;
- la variable V_5 (relation entre le nombre de partage de la figure, *Np*, et le dénominateur de la fraction *b*) prenant les valeurs $b=Np$ et $b=kNp$;
- la variable V_6 (forme de la fraction) prenant les valeurs $\frac{a}{b}$ (forme canonique), $q+\frac{r}{b}$ (forme mixte) et $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}$ (somme canonique) ;
- la variable V_7 (comparaison entre le numérateur et le dénominateur de la fraction) prenant les valeurs $a<b$ (fraction non supérieure à 1) et $a>b$ (fraction supérieure à 1) ;
- la variable V_8 (possibilité de simplifier la fraction) prenant les valeurs oui et non.

Il s'avère clairement que la somme de fractions apparaît de manière informelle puisqu'il n'y a qu'une représentation géométrique du résultat. Pour les types de tâches dont la variable « dénominateur » présente la valeur : « dénominateur égal à un multiple du nombre de partages », une technique de résolution du type de tâches sera d'utiliser le type de tâches « Reconnaître l'équivalence entre deux fractions ».

[7] Nous appellerons « somme canonique » une somme de fractions ayant le même dénominateur et présentées sous forme canonique.

Nous venons de montrer comment nous avons établi une cartographie des types de tâches (Croset & Gardes, 2019) présents dans le JVD Math Mathews Fractions. Cette cartographie va nous permettre de répondre à notre première question de recherche par comparaison avec notre MPR. Par ailleurs, nous avons tiré profit du fait que le jeu est une succession de modules, niveaux après niveaux. Nous avons pu établir une frise linéaire de tous les modules apparaissant dans l'ordre chronologique au cours du jeu (du début jusqu'à la fin). À l'aide de l'étude des variables et des types de tâches générées, nous l'avons transformé en une frise chronologique des types de tâches rencontrés. L'analyse des techniques associées à ces types de tâches permettra alors de savoir s'il existe un problème logique dans la progression et de répondre ainsi à notre deuxième question de recherche, à savoir la demande d'utilisation d'un type de tâches comme composante d'une technique avant la rencontre de ce type de tâches en tant que type de tâches élémentaire. On parlera de dynamique praxéologique cohérente en cas d'absence de problème logique.

4. Résultats et discussion

4.1. À propos de l'analyse praxéologique du jeu *MMF*

L'analyse du bloc de la praxis module par module de *MMF* nous permet de porter un jugement didactique sur son contenu.

Pour répondre à la première question de recherche, il nous paraît nécessaire d'adopter un niveau de granularité qui permette de dégager les praxéologies principales présentes dans le jeu. Évaluons pour cela la fréquence d'apparition des générateurs de type de tâches de notre MPR dans le jeu : pour cela nous allons recenser chacune des apparitions d'un générateur que nous allons reporter au nombre total de module[8] (133).

N° générateur de type de tâches	Nombre d'apparitions dans *MMF*	Fréquence d'apparition par rapport aux 133 modules du jeu
Trep1	22	0,17
Trep2	20	0,15
Trep3	14	0,11
Trep4	12	0,09
Trep5	0	0
Trep6	0	0
Trep7	0	0
Trep8	0	0
Trep9	0	0
Trep10	0	0

[8] Rappelons que nous ne prenons pas en compte le module *Rouages brisés* et précisons qu'un module peut apparaître plusieurs ou zéro fois dans un niveau.

Trep11	0	0
Trep12	0	0
Trep13	0	0
Tcomp1	0	0
Tcomp2	0	0
Tcomp3	0	0
Tcomp4	0	0
Tcomp5	13	0,10
Tcomp6	35	0,26
Tcomp7	0	0
Tcomp8	0	0
Tcalc1	0	0
Tcalc2	12	0,09
Tcalc3	0	0
Tcalc4	0	0
Tcalc5	0	0
Tcalc6	5	0,04

Tableau 3 *: Fréquence d'apparition des générateurs de type de tâches.*

Nous constatons que les générateurs de type de tâches de certains thèmes du MPR ne sont pas du tout abordés, il s'agit de ceux de langage naturel (nommer et écrire les fractions), de forme mixte, de fraction décimale, de nombre décimal, de pourcentage et d'ordre de grandeur. Précisons que cela ne signifie pas que certaines techniques utilisant des types de tâches de ces thèmes ne peuvent pas être utilisées dans certains modules. Nous discuterons de ce point dans l'étude de la dynamique praxéologique. Cela signifie que les modules ne font pas travailler des types de tâches appartenant à ces thèmes.

De plus, nous constatons que les générateurs de type de tâches Tcomp7 : « simplifier une fraction », Tcomp8 : « déterminer une fraction équivalente », Tcalc3 : « trouver la fraction qui multipliée à un entier *b* donne un entier *a* », Tcalc5 : « déterminer un coefficient de proportionnalité » sont absents.

Nous faisons l'hypothèse que les concepteurs ne pouvaient pas faire apparaître tous les générateurs des types de tâches pour plusieurs raisons, tout d'abord à cause de leur trop grand nombre pour un simple jeu, ensuite pour des raisons de conception de JVD. Certains générateurs de type de tâches, comme ceux du thème « langage naturel », sont difficiles à intégrer dans une situation de jeu compte tenu du public visé (enfants de neuf à douze ans) ; d'autres, comme Tcalc3, sont difficiles à intégrer dans une situation de jeu par nature à cause du risque de dissociation des phases de jeu et des phases d'apprentissage (Lavigne, 2016). *MMF* a été conçu comme un JVD et les contraintes de conception d'un produit ludique dans lequel sont intégrées des situations d'apprentissages, à destination d'un certain public, expliquent leur absence dans le jeu.

Le générateur de type de tâches Tcomp6 : « reconnaître l'équivalence entre deux fractions » est le plus représenté, le générateur de type de tâches Tcalc6 : « déterminer une proportion » est le moins représenté.

Le générateur de type de tâches Tcalc6 apparaissent dans des énigmes qui ne sont proposées qu'en fin de niveau. Dans chaque niveau, un même module peut apparaître plusieurs fois (avec des variables ayant potentiellement des valeurs différentes du fait de leur choix aléatoire) sauf le module énigme qui n'apparaît qu'une seule fois. La sous-représentation du générateur de type de tâches associé est donc due à la conception du JVD.

Il est difficile d'expliquer la grande représentation de Tcomp6 à partir des intentions des concepteurs de *MMF* et des contraintes du JVD : il semble donc que cela soit le témoignage d'un choix ou d'un problème de calibrage.

Notre MPR nous a donc permis de répondre à notre première question de recherche en montrant précisément quels types de tâches sont travaillés dans le JVD *MMF* et a permis également de mettre en lumière les différentes fréquences d'apparition des types de tâches.

4.2. À propos de l'analyse de la dynamique praxéologique du jeu *MMF*

Le jeu *MMF* laisse à l'utilisateur une certaine liberté dans le choix des modules en proposant des modules cachés et donc potentiellement non traités par l'utilisateur. Considérons un générateur de type de tâches T proposé par un module. Pour toute valeur des variables disponibles dans ce module, nous avons vu que l'on obtient un type de tâches T' généré par T. Ce type de tâches T' est accompli par une technique qui est elle-même exprimable comme une succession de types de tâches $T'_1, T'_2, \dots, T'_n$.

Pour montrer que *MMF* possède une dynamique praxéologique cohérente, il s'agit d'établir qu'un utilisateur du jeu, quels que soient les choix qu'il adopte, ne rencontrera pas de module faisant spécifiquement travailler un des T'_i après avoir rencontré un module faisant spécifiquement travailler T.

Étudions l'exemple du type de tâches Tcomp8 : « déterminer une fraction équivalente à une fraction donnée » qui apparaît comme ingrédient d'une des techniques (τ'_1)de résolution du type de tâches du module *Guerriers* (cela correspond à considérer la fraction $\frac{7}{5}$ équivalente à $\frac{14}{10}$ dans l'exemple de la figure 2 que nous avons détaillé dans la partie 3.2.).

Commençons par préciser que Croset et Chaachoua ont montré les décalages éventuels entre les techniques personnelles utilisées par les élèves et celles attendues par l'institution (Croset & Chaachoua, 2016). Entre les différentes techniques institutionnelles envisageables et les techniques personnelles potentielles des élèves, il paraît donc délicat de prévoir exactement la technique utilisée par l'élève dans un module du jeu.

Ceci étant, si on examine les possibilités offertes au joueur dans le module *Guerriers*, on s'aperçoit qu'il n'est guère aisé de redécouper les surfaces et que cette particularité du milieu amène plutôt à attendre une réponse institutionnelle utilisant le type de tâches « déterminer une fraction équivalente ». Les possibilités offertes par le jeu permettent tout de même de conjecturer les techniques choisies par les élèves. En particulier ici nous pouvons considérer qu'un élève qui rencontre le module *Guerriers* sera amené à utiliser la technique τ'_1 quand le dénominateur de la fraction sera un multiple du nombre de partage de la surface.

Pour préserver la cohérence de sa dynamique praxéologique, le jeu *MMF* doit donc avoir abordé un module faisant travailler le type de tâches Tcomp8 : « déterminer une fraction équivalente à une fraction donnée » avant l'apparition du type de tâches « dans un partage géométrique égal d'un rectangle ou d'un cercle et avec surface de référence, exprimer une fraction réductible et supérieure à 1 dont le dénominateur est un multiple du nombre de partages de la surface » dans le module *Guerriers*. Ces types de tâches interviennent dans le module *Guerriers* à partir du niveau 7 du jeu. Or dès le niveau 5 apparaissent des modules (*Coffre*, *Fossé*) associés au type de tâches Tcomp8.

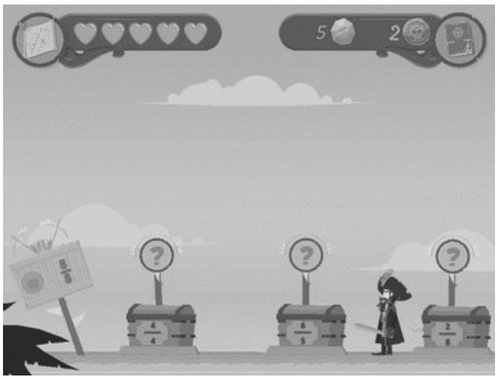

Figure 3 *: Module « Coffre ».*

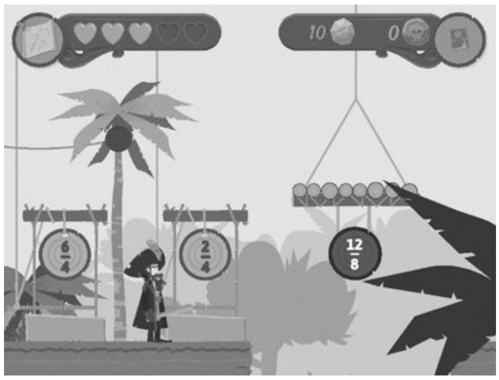

Figure 4 *: Module « Fossé ».*

Les modules *Coffre* (figure 3) et *Fossé* (figure 4) proposent à l'utilisateur de sélectionner la fraction équivalente à la fraction proposée (dans le panneau gauche pour *Coffre*, sous les rondins suspendus pour *Fossé*). Ces deux modules mettent donc en scène le générateur de type de tâches Tcomp6 : « reconnaître des fractions équivalentes ».

Par ailleurs, il n'y a pas ici d'interaction entre l'utlisateur et l'environnement numérique autre que la sélection de la bonne réponse. Le jeu encourage donc l'utilisation d'une des deux techniques suivantes : « simplifier une fraction » ou « déterminer une fraction équivalente à une fraction donnée », qui sont les générateurs de type de tâches Tcomp7 et Tcomp8. Comme Tcomp7 peut être considéré comme un cas particulier de Tcomp8, on peut estimer que l'utilisateur a forcément travaillé Tcomp8 en amont de sa rencontre comme ingrédient d'une technique de résolution du type de tâches « dans un partage géométrique égal d'un rectangle ou d'un cercle et sans surface de référence, exprimer une fraction réductible et supérieure à 1 dont le dénominateur est un multiple du nombre de partages de la surface » présent dans le module *Guerriers* (exemple 2, figure 2), ne génèrant ainsi aucune incohérence en termes de dynamique praxéologique. Il a été montré de la même manière, en utilisant notre frise chronologique des types de tâches rencontrées et des techniques associées, que pour tout type de tâches proposé dans *MMF*, il n'y a pas de technique de résolution qui puisse avoir comme ingrédient un type de tâches apparaissant ultérieurement et non précédemment dans le jeu (Zarpas, 2018) ; nous pouvons donc répondre à notre deuxième question de recherche en affirmant que les dynamiques praxéologiques envisageables dans *MMF* ne présentent pas de problèmes logiques.

Conclusion et perspectives

L'utilisation de la T4TEL nous a permis de mener une étude didactique du jeu *MMF*.

Nous avons pu établir quels sont les types de tâches proposés par ce JVD et nous avons également montré que la progression d'un utilisateur à travers le jeu (changements de modules et de niveaux) ne souffre pas de contradictions logiques dans sa dynamique praxéologique.

Le problème de l'analyse de l'activité de l'élève dans un environnement numérique reste un point à explorer. L'observation en classe n'étant pas aisée dans son ensemble (Zarpas & Gardes, 2019), il semble important de prévoir lors de la conception d'un JVD la possibilité d'enregistrer les activités de l'élève afin de pouvoir donner au didacticien un outil l'aidant à interpréter les praxéologies personnelles des élèves (Declerq & Zeyringer, 2018). Cela permettrait, en outre, de pouvoir considérer le JVD à l'aune des dynamiques praxéologiques effectives des élèves qui pourraient être évaluées précisément à l'aide de l'analyse du choix de leurs techniques.

Il est apparu au cours de cette étude que la T4TEL est aussi un outil d'analyse didactique de la conception de JVD. En effet, elle permet d'analyser le contenu et la progression d'un jeu vidéo en considérant les apprentissages mathématiques comme dynamiquement structurés. Ce genre d'étude peut également être reproduite pour évaluer des manuels scolaires, des contrôles de connaissances. Une piste de recherche serait d'établir des critères de représentativité afin de disposer d'un outil d'analyse quantitative des types de tâches, ce qui permettrait de juger de la pertinence du matériel analysé.

Notre étude suggère enfin que la T4TEL pourrait être un outil de conception pour les créateurs d'un jeu vidéo didactique afin d'automatiser le choix des variables et des modules en fonction du niveau escompté, tout en respectant une dynamique didactique cohérente.

Références bibliographiques

Alahmadati, A. A. (2016). *Au tour du concept de fraction à l'école primaire en France*. Lumière Lyon 2.

Allard, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. Paris 7.

Alvarez, J. & Djaouti, D. (2012). *Introduction au Serious Game*. Paris : Questions Théoriques.

Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational Number Concepts. In R. LESH & M. Landau (Eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 91-125). New York: Academic Press.

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques, 19*/1, 77–124.

Bosch, M. & Gascon, J. (2004). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In La pensée sauvage (Ed.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (pp. 1-15).

Brissiaud, R. (1998). Actes du XXV^e^ colloque Inter-Irem des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres. *Évolution de l'enseignement Des Mathématiques et de La Formation Des Maîtres* (pp. 147-172).

Brougère, G. (2012). Le jeu peut-il être sérieux ? Revisiter Jouer/Apprendre en temps de serious game. *Australian Journal of French Studies, 49*(2), 117-129.

Brousseau, G. (2009). *Ingénierie didactique des curriculums (2). Rationnels et Décimaux*. Cours de Sao Paolo.

Chaachoua, H. (2007). La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Étude de cas : la modélisation des connaissances des élevés. In *Note de synthèse pour une Habilitation à Diriger des Recherches*.

Chaachoua, H. (2018). T4TEL un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. *Pré-Actes Du Séminaire de Didactique Des Mathématiques, January* (pp. 5–22).

Chaachoua, H. & Bessot, A. (2016). La notion de variable dans le modèle praxéologique. In año (Ed.), *El paradigma del cuestionamiento del mundo en la investigación y en la enseñanza. V congreso internacional de la TAD*.

Chaachoua, H., Ferraton, G., & Desmoulins, C. (2017). Utilisation d'un modèle praxéologique de référence dans un EIAH. In T.A. (Ed.), *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société* (pp. 301-324). https://citad4.sciencesconf.org

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques, 19*(2), 221-266.

Coché, F., Gabriel, F., Carette, V., Content, A. & Rey, B. (2009). Étude de l'apprentissage des nombres rationnels et des fractions dans une approche par compétences à l'école primaire. In *Communauté française de Belgique,* vol. 126, issue 7.

Croset, M.-C. (2010). *Modélisation des connaissances des élèves au sein d'un logiciel d'algèbre. Études des erreurs stables inter-élèves et intra-élève en termes de praxis-en-acte*. Université Joseph Fourier, Grenoble.

Croset, M.-C. & Chaachoua, H. (2016). Une réponse à la prise en compte de l'apprenant dans la TAD : la praxeologie personnelle. *Recherches En Didactique Des Mathématiques, 36*(2), 161-196.

Croset, M.-C. & Gardes, M. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherches En Didactique Des Mathématiques, 39*(1), 51-96.

Declerq, C. & Zeyringer, M. (2018). Analyse de l'activité des élèves dans l'environnement PixelArt pour l'apprentissage de la séquence et de la répétition au cycle 3. ETIC3, Juin 2018, Paris

Douady, R. & Perrin-Glorian, M.-J. (1986). *Nombres décimaux (Brochure n°62)*. Paris : IREM Paris 7.

Fandiño Pinilla, M. I. (2007). Fractions: conceptual and didactic aspects. *Acta Didactica Universitatis Comenianae, 7*, 23–45.

Fluckiger, C. (2019). *Une approche didactique de l'informatique scolaire*. Presses Universitaires de Rennes.

Grandbastien, M. & Labat, J. (2006). Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain. Lavoisier.

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop* (pp. 101-144). ERIC/SMEAC. Columbus.

Lavigne, M. (2016). Les faiblesses ludiques et pédagogiques des serious games. In P. universiatires de Nancy (Ed.), Numérique & éducation : dispositifs, jeux, enjeux, hors jeux (pp. 71-82). Editions Universitaires de Lorraine.

Michaud, L. & Alvarez, J. (2008). *Serious games: advergaming, edugaming, training*. Montpellier : IDATE.

Zarpas, P. (2018). *Élaboration d'une praxéologie de référence sur les fractions pour une analyse didactique du jeu vidéo Math Mathews Fractions*. Université de Montpellier, ENS Lyon.

Zarpas, P. & Gardes, M. (2019). Un jeu vidéo pour l'apprentissage des fractions. *RMé, 231*, 20-29.

MEN (2016). *Fractions et nombres décimaux au cycle 3*. http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/RA16_C3_MATH_frac_dec_doc_maitre_V2_681601.pdf (consulté le 23/10/20).