L'IMPACT DE LA LANGUE DE FORMULATION D'UN ÉNONCÉ SUR LES DÉMARCHES MISES EN OEUVRE PAR DES ÉLÈVES DANS UNE ACTIVITÉ DE MODÉLISATION ALGÉBRIQUE

Sonia BEN NEJMA[1]
Laboratoire LARINA, Tunisie
Université de Carthage - Faculté des sciences - Bizerte

Résumé. Nous nous intéressons dans cet article à la dimension linguistique des énoncés de problèmes du premier degré. Nous mettons en avant les répercussions de leur langue de formulation sur les démarches mises en œuvre par des élèves de 14-15 ans, dans des activités de modélisation algébrique. Pour cela, nous considérons la transition collège-lycée en Tunisie, caractérisée par un changement de la langue d'enseignement des mathématiques qui passe de l'arabe au français. Nous étudions l'impact de cette *perturbation langagière* sur la dimension sémiotique du travail algébrique de modélisation. En particulier, nous interrogeons les difficultés rencontrées par des élèves pour mobiliser des savoirs acquis dans leur langue maternelle, lorsqu'un énoncé mathématique est proposé dans une autre langue. Cette recherche s'inscrit dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique. Notre méthodologie est basée sur une analyse qualitative et quantitative des productions d'élèves de 9e année de base et de 1re année du secondaire, en réponse à un questionnaire comportant des problèmes identiques formulés dans les deux langues.

Mots-clés. Modélisation algébrique, langue, sémiotique, perturbation langagière.

Abstract. In the Tunisian context, the transition from preparatory school to high school is followed by a change in the mathematics teaching language, which switches from Arabic to French. We study the impact of this language transition on the procedures implemented by 14-15-year-old students in an algebraic modelling activity. To what extent does language formulation of statements of some classical problems influences the strategy to carry out this activity? The articulation of the linguistic and semiotic dimensions of algebraic work makes it possible to question the influence of a linguistic disturbance on student productions. This research is part of the anthropological theory of didactics and is based on a qualitative and quantitative analysis of student productions, in response to a questionnaire containing identical problems, formulated in both languages and intended to 9th year basic and 1st year secondary students.

Keywords. Modeling, language, semiotics, procedures, algebra.

Introduction

On pourrait penser que la langue de formulation d'un problème en mathématiques n'a pas d'impact sur sa résolution. Or mobiliser des concepts dans une autre langue que celle dans laquelle ils ont été appris nécessite de les « identifier », les « redésigner » et les « redéfinir » pour s'engager dans l'activité de résolution. C'est ce que nous nous proposons d'explorer dans cette recherche, dans le contexte institutionnel tunisien, caractérisé par un changement de la langue d'enseignement des mathématiques. Ce système éducatif est formé de trois cycles : l'enseignement de base d'une durée de 9 ans (6 ans d'enseignement primaire et 3 années de collège), l'enseignement secondaire d'une durée de 4 ans et l'enseignement supérieur. L'enseignement du français débute en troisième année de base et dure jusqu'à la fin des études. L'enseignement des mathématiques durant ces 9 années est dispensé en langue arabe qui constitue la langue maternelle des élèves. C'est à partir de la transition vers le cycle secondaire (14-15 ans), que l'enseignement des disciplines scientifiques est dispensé en langue française. En mathématiques, cette transition langagière se révèle difficile pour de nombreux élèves. En effet,

[1] sonianejma@yahoo.com

une grande majorité de lycéens souffrent d'une maîtrise insuffisante de la langue française, malgré le fait que l'enseignement de cette langue seconde commence en troisième année de l'école de base. Dès les premiers chapitres en algèbre et en géométrie, les élèves sont amenés à mobiliser en langue française un lexique acquis en langue arabe, pour réaliser différentes activités proposées dans le manuel officiel. Mais depuis plusieurs années, les performances des élèves tunisiens (14-15 ans) dans les évaluations internationales, en rapport avec la résolution de problèmes ne cessent de chuter. Les résultats obtenus en français et en mathématiques montrent qu'il y a un rapport étroit entre l'activité de lecture et celle de résolution de problèmes, notamment dans des problèmes de modélisation proposés dans les concours internationaux (OCDE, 2017). Certaines recherches soulignent d'ailleurs le lien qui existe entre une maîtrise insuffisante de la langue et la réussite scolaire en mathématiques. Par exemple, Hofstetter (2003) précise que les étudiants réussissent mieux lorsque la langue de rédaction du test correspond à la langue d'enseignement des savoirs, qu'il s'agisse ou non de la langue maternelle. Pour ces raisons, nous avons choisi de centrer notre recherche sur la dimension langagière des apprentissages en mathématiques. En particulier, nous nous intéressons aux effets potentiels du changement de langue qui caractérise la transition au cycle secondaire tunisien sur la modélisation de problèmes classiques du premier degré. De quelle manière cette *rupture langagière* impacte-t-elle l'activité de modélisation algébrique chez des élèves de 1re année du secondaire ? Un changement dans la langue de formulation d'un énoncé a-t-il des effets sur le choix ou sur la nature des démarches mises en œuvre ? les élèves de 1re année du secondaire mobilisent-ils aisément des savoirs appris dans leur langue maternelle, lorsqu'un énoncé mathématique est formulé dans une autre langue ?

Le premier objectif de ce travail est ainsi de fournir, à partir de réflexions théoriques, des éléments permettant d'analyser les liens entre la langue de formulation des problèmes d'arithmétique ou de mise en équations à énoncés verbaux et l'activité de modélisation. Le second objectif est d'attirer l'attention des chercheurs, praticiens et formateurs sur les effets éventuels d'une *perturbation langagière* sur la résolution de problèmes à énoncés verbaux. Dans cette optique, nous articulons les dimensions linguistique et sémiotique du travail algébrique pour analyser les stratégies de résolution mobilisée par des élèves de 9e année de base et des élèves de 1re année du secondaire en fonction de la langue d'enseignement. La première entrée s'appuie sur des études sociolinguistiques (Bernstein, 1971, 1975) qui soulignent le rapport qui peut exister entre la maîtrise de la langue des élèves et leurs performances en mathématiques. Dans notre cas, l'élève est porteur de deux langues, l'usage de chacune d'entre elles répond à des codes culturels et des spécificités sémiotiques. La seconde entrée s'organise autour des rapports entre les registres des deux langues arabe et française pouvant, en partie, expliquer les difficultés des élèves à appréhender des énoncés formulés dans le registre de la langue française (Ben Kilani, 2003 ; Durand-Guerrier, 2004 ; Ben Nejma, 2004). Par ailleurs, la modélisation des relations formulées dans le registre du langage naturel vers le registre des écritures symboliques renvoie à des activités cognitives de conversion (Duval, 1995, 1996, 2001). Aussi, pour identifier la nature des démarches de résolution selon la langue de formulation des énoncés, nous faisons références à des travaux en didactique de l'algèbre (Vergnaud, 1990 ; Gascon, 1995 ; Bednarz & janvier, 1996 ; Grugeon, 1997) qui soulignent entre-autres, les difficultés des élèves à entrer effectivement dans la pensée algébrique et à rompre avec des procédures arithmétiques.

Dans la première partie de cet article, nous présentons un état des lieux relatif aux pratiques langagières dans le contexte institutionnel tunisien ayant motivé cette recherche. Nous explicitons ensuite des éléments du cadre théorique qui ont étayé cette étude. La seconde partie est consacrée à l'expérimentation que nous avons menée. Nous commençons par expliciter notre méthodologie d'analyse avant de présenter les résultats relatifs aux productions d'élèves et au déroulement du questionnaire. Ces tests sont soumis à deux classes de 9e année, pour lesquels la langue de formulation des énoncés correspond à leur langue d'enseignement (ici l'arabe) et deux classes de 1re année secondaire (14-15 ans) pour qui la langue d'enseignement devient le français, langue du test. Les mêmes problèmes sont ainsi proposés pour les deux niveaux d'enseignement mais différent par leur langue de formulation. Nous veillons, par ailleurs, à conserver les mêmes acquis des élèves en algèbre autour des équations du premier degré à une inconnue. Cette étude sera exemplifiée par une analyse *a priori* et *a posteriori* de l'un des problèmes posés, permettant d'illustrer la méthodologie conduite sur l'ensemble des données recueillies.

1. État des lieux

Le niveau d'enseignement concerné par cette étude est celui de la 1re année du secondaire (l'équivalent de la troisième en France). Il s'agit dans le système institutionnel tunisien d'un moment charnière entre deux cycles d'enseignement : l'enseignement de base d'une durée de 9 ans, et le cycle secondaire d'une durée de 4 ans. C'est également le moment où un changement de la langue d'enseignement des disciplines scientifiques survient sans qu'une prise en charge de ce changement ne soit mise en place par l'institution. Les résultats scolaires des élèves appartenant à ce niveau semblent les plus faibles de l'enseignement tunisien. Il s'agit, en effet, d'une année où l'on enregistre le taux le plus élevé d'abandon scolaire avec un pourcentage qui avoisine 18 % de redoublement (Boughzou, 2016). Les spécialistes expliquent ce constat par le fait que cette période transitoire est celle de tous les changements à plus d'un niveau : âge de l'élève, milieu, nouvelles disciplines, langue d'enseignement et nouvel environnement éducatif. Parmi les raisons citées, le changement de langue semble poser un vrai problème aux élèves fraîchement arrivés de l'enseignement de base, avec un lexique des savoirs scientifiques en langue arabe, même si le français, en tant que discipline, leur est dispensé dès la 3e année de base. Cette transition langagière est totalement laissée à leur charge et éventuellement à la charge des enseignants (Ben Nejma, 2018, 2019) sans qu'une pratique langagière de transition ne soit mise en place dans les programmes d'étude ou de formation. Par ailleurs, au niveau des apprentissages, ce moment transitoire entre les deux cycles de l'enseignement est caractérisé par une approche de l'algèbre particulièrement centrée sur la modélisation et la résolution de problèmes (Ben Nejma, 2009).Nous relevons au sein des praxéologies installées dans l'unique manuel officiel de 1re année secondaire, une prolifération d'activités qui mettent en avant la mise en équation, en même temps que l'étude des objets algébriques tels que les équations à une inconnue, les équations à deux inconnues et les systèmes d'équations. Les élèves sont ainsi amenés à remobiliser des connaissances autour du calcul littéral, la manipulation d'expressions algébriques, et les équations du premier degré à une inconnue via la résolution de problèmes, acquises en langue arabe, dans des activités de modélisation qui sont au centre des organisations mathématiques développées dans le manuel.

1.1. Regard critique sur les performances des élèves tunisiens dans les évaluations internationales

Le programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA), placé sous l'égide de l'organisation de coopération et de développement économique (OCDE), évalue les compétences des élèves de 15 ans en lecture, en mathématiques et en sciences. La classe d'âge visée est celle qui correspond à la fin de l'enseignement de base tunisien. Compte tenu de la thématique de notre travail, nous analysons les résultats obtenus aux tests PISA 2013-2015 en rapport avec les mathématiques et la compréhension de l'écrit. L'objectif de ce programme international PISA n'est pas de mesurer le degré d'assimilation d'une matière spécifique du programme d'enseignement, mais

> *d'évaluer dans quelle mesure les jeunes de 15 ans sont préparés à relever les défis de la société de la connaissance, c'est-à-dire à exploiter leurs savoirs et savoir-faire pour affronter les défis de la vie quotidienne (OCDE, 2017).*

Les résultats révèlent que

> *le niveau d'acquisition des apprentissages est faible en Tunisie, et il qu'il y a une diminution récente des résultats d'apprentissage pour cette tranche d'âge qui correspond à l'entrée au lycée.*

Les scores moyens en mathématiques ont diminué de 2012 à 2015, pour ne plus figurer dans le « classement PISA » en 2019. Les analyses mettent en avant le lien qui existe entre les performances des élèves à résoudre des problèmes en mathématiques et leur potentiel à comprendre les énoncés des items proposés. On peut voir, dans le cadre d'évaluation et d'analyse de l'enquête PISA pour le développement, le rapprochement des performances des élèves tunisiens dans les disciplines sciences, mathématiques et français, plus particulièrement, entre l'activité de résolution de problèmes et l'activité de lecture (OCDE, 2017).

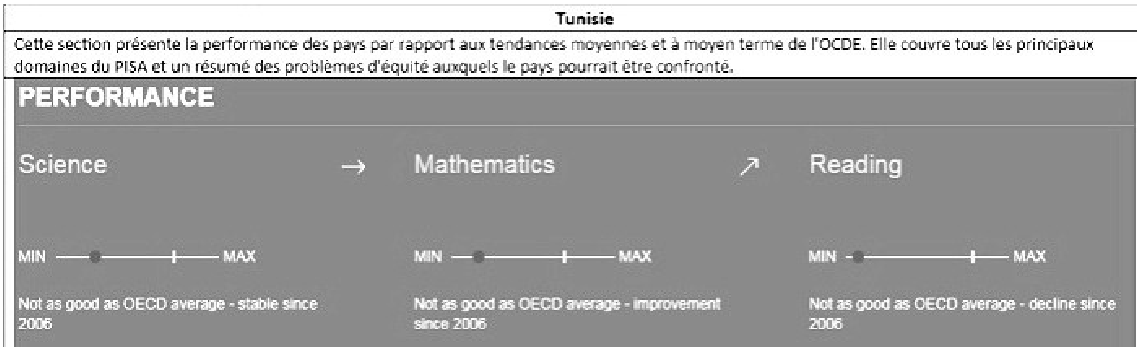

Figure 1 *: Performances des élèves tunisiens en mathématiques, science et lecture (OCDE, 2017).*

Les résultats de l'enquête menée par l'OCDE mettent également en avant une réticence des élèves tunisiens à affronter les problèmes, par manque de confiance dans leur capacité à assimiler des énoncés verbaux. Il apparaît ainsi, qu'une maîtrise insuffisante de la langue détermine pour une large part la réussite ou l'échec des élèves en mathématiques et en sciences. Toutefois, cette enquête PISA se limite à l'évaluation des compétences jugées essentielles par l'OCDE, pour la vie ordinaire de tout élève de 15 ans et la formation générale du citoyen. Elle ne prétend pas évaluer les compétences générales des élèves en mathématiques et il nous paraîtrait réducteur de porter un jugement sur l'enseignement des mathématiques en Tunisie au regard de cette seule enquête.

1.2. Les pratiques d'enseignement et de formation

Les travaux réalisés par Ben Nejma (2018, 2019) soulignent que le changement de langue, laissé à la charge des élèves et des enseignants, représente une contrainte qui pèse sur les pratiques enseignantes dans la mise en place d'une approche de l'algèbre centrée sur la modélisation. L'auteur évoque une réticence didactique des enseignants à aborder la résolution de problèmes à énoncés verbaux par crainte de se trouver dans des situations difficilement gérables. Selon leurs pratiques déclaratives, les situations de modélisation font émerger des difficultés langagières des élèves en rapport avec la compréhension des énoncés qui les empêcheraient d'avancer dans leur cours. Les résultats de cette étude semblent indiquer un détournement des pratiques enseignantes vers des pratiques centrées sur la dimension objet de l’algèbre au détriment de la dimension outil. Les raisons qui expliquent ce phénomène semblent plus en rapport avec les difficultés langagières des élèves qu’avec des choix épistémiques ou culturels des enseignants. Cette étude se confirme par des constats sur le terrain, mis en avant par certaines recherches actions. À titre d’exemple, une étude conduite auprès de l’inspection générale de l’éducation, direction des recherches et des études en Tunisie (Hassayoune, 2004) précise que le changement de langue qui survient lors de cette transition institutionnelle a des répercussions sur la résolution des problèmes du cadre géométrique. Les problèmes qui sont proposés à des élèves de 1re année du secondaire se présentent sous deux formes : des problèmes à énoncés verbaux (texte) et des problèmes dont les énoncés sont accompagnés d’une figure ou d’un schéma illustratif. L’objectif de cette recherche action est de repérer les difficultés de compréhension des énoncés, formulés en langue française dans la conversion du registre du langage naturel vers le registre géométrique. Les résultats obtenus révèlent qu’il est plus facile pour les élèves d’appréhender les informations stipulées dans l’énoncé lorsque l’énoncé est illustré par une figure. Alors que, pour les problèmes à énoncés verbaux et sans figure géométrique à l’appui, les élèves ont du mal à décoder les énoncés et à identifier les savoirs en jeu. Les commentaires évoqués dans le rapport d’inspection générale soulignent un échec notable de la résolution en lien avec les aspects cités, comme nous pouvons le lire sur cet extrait :

Analyse des résultats :

On remarque une sensible différence entre les résultats des deux tests administrés à deux classes de première année secondaire de niveaux pratiquement équivalents.

Les élèves sont en échec presque total dans le test qui comporte des exercices sous forme de textes sans aucune figure ou illustration explicative.

Quant aux trois exercices du deuxième test, ils sont proposés à l’aide d’un petit nombre de phrases courtes et des figures comportant toutes les données en distinguant les différents cas possibles. Un succès notable des élèves est enregistré avec cette façon de présenter les choses, malgré, toutefois, quelques échecs minimes dus à des difficultés d’ordre coginitif.

Exercice 1 :

La deuxième question est posée dans le premier test d’une façon très générale, ce qui rend les données et les consignes relativement floues ; de plus, le vocabulaire utilisé (« on obtient toujours », « on obtient parfois », « on n’obtient jamais »...) n’est pas très significatif pour des élèves de première année de niveau linguistique modeste et peu habitués aux raisonnements logiques. Les élèves ont donc échoué dans cette question formulée de cette façon alors qu’ils l’ont réussie lorsque la formulation est simplifiée, les différents cas sont présentés et les figures d’appui précisées.

Figure 2 *: Extrait du rapport de l’inspection générale de l’éducation.*

La composante langagière paraît ainsi comme une partie intégrante du processus de résolution des problèmes. Une maîtrise insuffisante de la langue française semble avoir, dans le cadre de cette recherche action, des effets notables sur l’activité cognitive de conversion et de traitement (Duval, 1995). La conclusion du rapport d’inspection souligne la nécessité de développer chez les élèves des stratégies de lecture des textes mathématiques et des pratiques favorisant des dialectiques entre les registres du langage naturel et celui des figures géométriques.

Conclusion :

Le texte mathématique en français pose un grand problème pour les élèves de la première année de l'enseignement secondaire. Ces élèves se trouvent généralement incapables de traduire ces textes en langage mathématique correct ou sous forme d'une figure qui permet l'exploration des données et la résolution des problèmes posés. Pour ce niveau, il est recommandé d'accompagner les énoncés par des illustrations susceptibles d'éviter les blocages et facilitant l'appropriation des situations proposées et la dévolution des problèmes. Le rôle des enseignants est d'habituer leurs élèves à lire les énoncés et à traduire les données par des modèles mathématiques adéquats.

***Figure 3** : Conclusion du rapport de l'inspection générale de l'éducation.*

2. Cadre théorique et références épistémologiques

Notre recherche se situe dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1989) qui modélise toute activité humaine ou sociale en termes de praxéologie. Celle-ci permet de décrire et d'analyser toute activité en la décomposant en un quadruplet (tache, technique, technologie, théorie). Cette décomposition en praxéologies permet de modéliser l'activité mathématique pour en favoriser l'analyse. Dans le cadre de cette étude, ce modèle permet d'analyser les praxéologies développées dans la modélisation d'un problème, en prenant en compte les moyens écrits, graphiques et matériels qui instrumentent l'activité mathématique et en conditionnent le développement. Nous prenons en compte le développement des connaissances algébriques construites par les élèves de 1re année du secondaire, au regard de ce qui leur a été enseigné depuis l'école primaire, dans leur langue maternelle. Nous cherchons à dégager, à travers les démarches mises en place, les techniques de résolution qu'ils mobilisent de façon prégnante lorsque la langue de formulation de l'énoncé change. La mise en œuvre d'une technique se traduit par une manipulation d'ostensifs réglée par des non-ostensifs. Les ostensifs constituent la partie perceptible de l'activité, c'est-à-dire ce qui, dans la réalisation de la tâche, se donne à voir, aussi bien à l'observateur qu'aux acteurs eux-mêmes. Toutefois, la présence d'un non-ostensif dans une pratique déterminée ne peut être qu'induite à partir des manipulations d'ostensifs institutionnellement associés. Selon Bosch et Chevallard (1999), c'est au niveau technologique qu'il est possible de situer les concepts et notions permettant de comprendre et de contrôler l'activité mathématique, et tout discours technologique se réalise concrètement par la manipulation d'objets ostensifs, en particulier discursifs et écrits, qui permettent de matérialiser les explications et justifications nécessaires au développement de la tâche. Bosch et Perrin-Glorian (2011) précisent le rôle du langage dans cette théorie comme partie intégrante du système d'ostensifs mobilisés dans une activité mathématique :

> *La TAD postule l'existence d'un discours nécessaire à la description et à la justification de toutes pratiques. Elle conçoit que le langage est pris dans l'activité mathématique, qu'il en fait partie et souligne tout comme la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) le caractère instrumental de la langue en l'intégrant dans le système d'ostensifs activé (Bosch & Perrin-Glorian, 2013, p 273).*

Par ailleurs, les techniques mobilisées par les élèves peuvent être de nature arithmétique ou algébrique, ce qui renvoie en partie à la nature des problèmes proposés dans l'enseignement. En réalité, les activités de modélisation qui figurent dans les manuels ne présentent pas souvent une véritable activité de construction de modèles mathématiques (Coulange, 2001). Les énoncés de problèmes « concrets » proposés aux élèves sont souvent des modèles « pseudo-concrets » quasi-mathématiques, entrepris par le biais de problèmes arithmétiques de type « partage » ou de type « trouve un nombre... » que les élèves tentent de résoudre de manière « intuitive », soit par des représentations discursives (par des segments désignant par exemple les parts respectives de chacune des parties en question), soit par des essais successifs jusqu'à trouver les valeurs correspondantes aux énoncés. Chevallard (1989) puis Gascon (1995) caractérisent l'activité algébrique à partir du rôle central de la modélisation pour symboliser des relations entre données et indéterminées d'un problème et de la variété des problèmes algébriques dans des domaines intra-mathématiques (systèmes de nombres, géométrie) ou extra-mathématiques, beaucoup plus vastes que ceux de l'arithmétique. L'activité de symbolisation et l'usage réglé de systèmes de signes à travers une pluralité coordonnée de registres sémiotiques sont deux éléments essentiels qui amènent à distinguer l'algèbre de l'arithmétique. La technique arithmétique s'élabore en cherchant les inconnues auxiliaires, puis en organisant progressivement des opérations, qui en fin de parcours mènent au résultat recherché, dans un raisonnement qui part du connu vers l'inconnu. Par exemple, pour des problèmes de partage, des démarches de type *« essais-erreurs »*, *« partage inégal-répartition des différences »* (Julo,1999), « fausse position » ou encore « substitution arithmétique » peuvent être identifiées. Ces stratégies de nature arithmétique ne sont généralement pas explicitées dans l'enseignement contrairement à la technique algébrique qui se présente sous forme de types de tâches à accomplir :

T_c : Choisir une inconnue (ou les inconnues).

T_m : Mettre le problème en équation(s).

T_r : Résoudre l'équation (ou éventuellement le système d'équations).

T_v : Vérifier et interpréter les résultats obtenus.

La réalisation des types de tâches T_c et T_m est loin d'être naturelle et soulève de nombreuses difficultés en lien avec la compréhension des énoncés. Certains travaux en didactique des mathématiques ont mis en évidence les obstacles linguistiques souvent rencontrés par les élèves (14-15 ans) dans la lecture des textes mathématiques (Laborde, 1992 ; Bouchard, 2007). D'autres ont souligné le rôle du langage dans l'activité mathématique (Conne, 1989), en particulier, dans l'activité de modélisation (Bednarz & Janvier, 1996) et les enjeux cognitifs de la conversion entre le registre du langage naturel et celui des écritures symboliques. (Duval 1993, 1996, 2001). Dans le cadre de cette étude, nous nous centrons sur les aspects linguistiques et sémiotiques de ce travail algébrique en tenant compte de la rupture épistémologique entre l'arithmétique et l'algèbre dans la mise œuvre des démarches de résolution. Ce travail souligne l'importance de prendre en compte la spécificité du contexte tunisien, caractérisé par un changement de la langue d'enseignement des mathématiques, à un moment de transition entre deux cycles d'enseignement : l'enseignement de base et l'enseignement secondaire, dans les recherches sur le langage et dans l'élaboration des curricula. Nous émettons l'hypothèse que les difficultés rencontrées par les élèves de 1re année du secondaire pour modéliser algébriquement des problèmes classiques du premier degré, sont aggravées par cette perturbation langagière.

2.1. La dimension linguistique

L'approche linguistique permet de cerner certains aspects relatifs à l'appréhension d'un problème dont l'énoncé est un texte mathématique. La compréhension des informations évoquées dans ce texte est souvent considérée comme une tâche difficile pour une majorité d'élèves, qu'ils soient unilingues ou bilingues. Toutefois, cette tâche devient plus complexe lorsque la langue de formulation de l'énoncé ne correspond pas à la langue maternelle de l'élève. Ce résultat a été mis en avant par plusieurs travaux, dans des champs de recherche variés (Arnéton, 2010 ; Durand-Guerrier & Ben Kilani, 2004 ; Goldschmidt,1999 ; Moschovich, 2005). En effet, les langues peuvent être perçues comme des codes culturels permettant la communication, l'échange d'informations et de savoirs. Ces codes sont construits en référence à un système de liens entre les concepts qui sont transmis au moyen de signifiants, de symboles. Les sciences du langage utilisent souvent la notion de registre de langue (qui ne revoie pas à la notion de registre sémiotique au sens de Duval (1996) : langue vivante 1, langue vivante 2, voire langue vivante 3 (Cenoz, 1997). Dans ce cadre, les sujets bilingues apprennent une langue en tant que natifs en milieu écologique, puis une autre langue dans un cadre plus institutionnel et/ou scolaire. Arnéton (2010), dans le cadre de son travail sur les élèves migrants, souligne que les élèves martiniquais avaient des résultats inférieurs à ceux de leurs condisciples métropolitains en français, mais les écarts entre les deux populations sont encore plus importants en mathématiques. L'auteure souligne que

> *l'apprentissage des concepts mathématiques dans une autre langue pourrait être plus difficile, dans ce cas, les difficultés dans l'acquisition du vocabulaire et des procédures mathématiques se juxtaposeraient aux difficultés de la maîtrise de la langue d'apprentissage (Arnéton, 2010).*

Bouchard (2007) évoque toute une série de compétences langagières nécessaires à la réussite scolaire dans la quasi-totalité des disciplines linguistiques ou non linguistiques. Ces compétences langagières (transdisciplinaires ou spécifiques à chaque discipline) doivent être rencontrées à l'école. Il s'agit entre autres de compétences scripturales : lecture et interprétation d'un document écrit comme l'analyse d'énoncés de problèmes mathématiques ordinaires, telles que décrites par Bouchard et Cortier (2004). Dans un système bilingue comme celui du système institutionnel tunisien, les élèves ont en leur possession deux langues : l'arabe qui est leur langue maternelle et le français langue seconde qui devient par la suite la langue d'enseignement des disciplines scientifiques. Des travaux (Durand-Guerrier & Ben Kilani, 2004) réalisés dans ce contexte se sont intéressés à l'impact des différences de structure grammaticale des énoncés mathématiques sur les apprentissages mathématiques selon la langue d'instruction. Les enjeux liés à la différence de construction de la négation entre le français et l'arabe seront évoqués dans la suite de l'article. Ainsi, bien que des réserves sur l'intrication des variables linguistiques soient émises, les études évoquées dans ce paragraphe ont pour ambition de fonder une réflexion sur les effets éventuels du changement de langue spécifique dans la transition collège/lycée sur la compréhension d'un texte mathématique via une activité de modélisation. Plus précisément, quels sont les enjeux d'une « rupture langagière » dans une discipline scientifique, telle que les mathématiques, sur la mobilisation de connaissances acquises dans une langue, lorsqu'un énoncé est formulé dans une autre ?

2.2. La dimension sémiotique

Duval (1995) définit les registres de représentation sémiotiques qui permettent d'accomplir les trois activités cognitives fondamentales de la pensée : représentation, traitement et conversion. Plus précisément il s'agit de :

> *- Constituer une trace ou un assemblage de traces perceptibles qui soient identifiables comme une représentation de quelque chose dans un système déterminé.*
>
> *- Transformer les représentations par les seules règles propres au système de façon à obtenir d'autres représentations pouvant constituer un apport de connaissance par rapport aux représentations initiales.*
>
> *- Convertir les représentations produites dans un système en représentations d'un autre système, de telle façon que ces dernières permettent d'expliciter d'autres significations relatives à ce qui est représenté (Duval, 1995, p. 21).*

Selon nous, la conversion des représentations sémiotiques constitue l'activité cognitive la moins spontanée et la plus difficile à acquérir chez la plupart des élèves. La conversion dépend du degré de non-congruence entre les deux représentations de départ et d'arrivée.

Pour déterminer si deux représentations sont congruentes ou non, il faut commencer par les segmenter en leurs unités signifiantes respectives, de telle façon qu'elles puissent être mises en correspondance (Duval, 1995, p. 47).

Ainsi, deux représentations sémiotiques différentes d'un même « contenu » sont congruentes si elles vérifient les principaux critères : la correspondance sémantique, l'univocité sémantique et la correspondance d'ordre. Si au moins l'un des trois critères n'est pas vérifié, les deux représentations sémantiques ne sont pas congruentes.

Duval (2001) précise les démarches nécessaires pour parvenir à passer d'un énoncé écrit (en mots) à sa modélisation sous forme d'équation(s). Selon nous, ces démarches deviennent plus complexes dans la mise en équation d'énoncés non congruents, dans la mesure où, il n'est pas possible de mettre directement en correspondance l'énoncé du problème et l'équation à écrire. Toujours selon nous, les obstacles à franchir dans cette activité sont de deux types : « la redésignation fonctionnelle d'objets » qui consiste à choisir une inconnue et à exprimer les objets évoqués dans l'énoncé en fonction de cette inconnue et *« l'explicitation d'une relation d'équivalence »* (Duval, 2001) qui amène à établir une équivalence entre des quantités connues et inconnues, exprimées sous forme d'expressions algébriques. Par ailleurs, dans l'activité de modélisation algébrique, il est nécessaire qu'il y ait une coordination entre le registre du langage naturel et celui des écritures algébriques. Cette coordination n'est pas naturelle :

On peut observer à tous les niveaux un cloisonnement des registres de représentation chez la très grande majorité des élèves. Ceux-ci ne reconnaissent pas le même objet à travers les représentations qui en sont données dans des systèmes sémiotiques différents : l'écriture algébrique d'une relation à partir d'un énoncé ou la description d'une situation et sa mise en équation... (Duval, 2001, p. 52).

Cette problématique de conversion peut se poser à l'intérieur d'un même registre discursif, celui du langage naturel. Dans celui-ci peuvent cohabiter deux registres de langue chez un élève de 1[re] année, le registre de la langue maternelle R1 (l'arabe) et le registre de la langue seconde R2 (le français). L'interférence entre les deux langues à un moment de transition langagière peut renvoyer à une conversion intra-registre. Et l'on peut se demander si, pour certains élèves, les connaissances acquises dans R1 sont d'emblée mobilisables ou non dans R2 et s'il y aurait des facteurs linguistiques qui entreraient en jeu dans la conversion d'un registre à l'autre. Par ailleurs, la redésignation des objets (Duval, 2001), leurs définitions, le sens de certains termes ou notions dans R2 passent dans le registre symbolique. Cette conversion inter-registres soulève à son tour des phénomènes sémiotiques, que nous développons dans ce qui suit.

La conversion inter-registres

La résolution d'un problème à énoncé verbal (texte) requiert le passage du registre de la langue naturelle (Duval, 1993) vers le registre symbolique. Pour que cette conversion soit possible chez les élèves, il faut qu'il y ait, d'une part, une maîtrise de chacun des registres, et, d'autre part, une coordination entre les systèmes de représentations qui pose souvent des problèmes de non-congruence sémantique entre les représentations de départ et d'arrivée. Ce facteur constitue, pour de nombreux élèves qui s'en tiennent à une lecture linéaire de l'énoncé et la convertissent ensuite en une écriture symbolique, une source de difficultés. Celles-ci conduisent souvent à un échec de la résolution, comme l'illustre l'exemple suivant : pour convertir l'énoncé « Un homme a 23 ans de plus que son fils, 31 ans de moins que son père. La somme des âges des trois personnes est 119 ans. Calculer les âges des trois personnes. » Les élèves peuvent procéder de la manière suivante : Si x désigne l'âge du père et y celui du fils, la première équation peut s'écrire de deux manières : $x-23=y$ exprimant que l'âge du père moins 23 est égal à l'âge du fils ou $x=y+23$

exprimant que l'âge du père est égal à l'âge du fils plus 23 ans. On peut constater que la paraphrase des deux équations n'est pas congruente à la phrase de l'énoncé, cependant, l'équation $x+23=y$ qui est évidemment fausse lui est sémantiquement congruente mais pas référentiellement équivalente. Duval (2002) souligne qu'en raison de cette congruence, cette équation risque de s'imposer comme la transcription algébrique évidente de la phrase. Ce problème de conversion est particulièrement sensible dans la résolution algébrique des problèmes. L'auteur précise que :

> *la conversion d'un énoncé en une équation, ou en un système d'équations, et la conversion inverse, c'est-à-dire la description en « langage » ordinaire de l'équation ou du système, ne se retrouvent que rarement et de manière accidentelle. Cela tient au fait que la « traduction » de l'énoncé se heurte très souvent à d'importants phénomènes de non-congruence, que l'enseignant évite instinctivement quand il explique, c'est-à-dire quand il fait la conversion inverse (Duval, 2001).*

La conversion intra-registre

La lecture d'un énoncé dans une langue donnée est la première étape qui aboutira à son appréhension. La forme du texte, une complexité du vocabulaire, et la présence de certains mots techniques non maîtrisés peuvent avoir des effets sur la résolution de problèmes. On peut supposer qu'un élève ayant été confronté à un changement de langue peut être amené à une traduction plus ou moins conscientisée de l'énoncé. En effet, passer d'une langue à une autre consiste à transposer des unités linguistiques (phonétiques, morphologiques, syntaxiques, sémantiques) d'un système linguistique à l'autre. Toutefois, les rapports entre les registres des langues arabe et française semblent présenter des effets de non-congruence sémantique susceptibles d'influencer la compréhension d'un énoncé. Les linguistes s'accordent pour dire que les deux langues arabe et française sont chacune le fondement d'un système sémiotique ayant ses propres règles de signifiance et de fonctionnement. La traduction de l'une vers l'autre représente un véritable changement entre registres de représentation sémiotique. Par exemple, l'ordre selon lequel tous les linguistes s'accordent pour formuler une phrase verbale en langue arabe est V.S.O. (V : verbe, S : sujet et O : objet), l'ordre S.V.O est toléré chez certains alors qu'en langue française, c'est l'ordre S.V.O qui est d'usage ; ainsi, si une phrase en arabe est convertie en langue française, l'ordre n'est plus maintenu. La traduction d'une phrase de la langue arabe à la langue française met en jeu des facteurs de non-congruence sémantique. La traduction des unités signifiantes se fait généralement mot à mot de l'arabe au français, ensuite l'auxiliaire s'intercale entre le sujet et l'objet, en référence aux règles de la langue française. Durand-Guerrier (2013) souligne l'écart qu'il peut y avoir entre la langue usuelle et la langue utilisée lors de l'activité mathématique. Les travaux conduits par cette Durand-Guerrier et Ben Kilani (2004) ont mis en évidence les difficultés engendrées par la différence de construction de la négation entre le français et l'arabe, Ben Kilani (2003) évoque par exemple la structure de la négation d'une phrase universelle exprimée dans le registre sémiotique de la langue arabe qui est « laisaquollou... ». Celle-ci exprimée dans le registre sémiotique de la langue française, selon les linguistes français, est « tous... ne... pas... ». La coïncidence du sens de la négation des phrases universelles exprimées dans la langue arabe avec celles exprimées dans la langue française entraîne la non-validité du troisième critère de Duval. En effet, la structure d'une phrase niée selon les règles de la langue arabe et sémantiquement équivalente à la même phrase niée selon, les règles de la langue française, ne permet pas d'appréhender dans le même ordre les unités signifiantes dans les deux représentations sémiotiques arabe et française. D'autres facteurs langagiers peuvent également apparaître, par exemple, dans une omission de la copule : l'arabophone transpose en français la structure de la phrase nominale arabe qui ne contient pas l'unité « être », par exemple « L'étudiant sérieux » : « الطالب الجاد » au lieu de « l'étudiant est sérieux », ou encore une inversion des deux constituants dans l'ordre. L'arabophone a tendance à transposer en français la structure de la phrase verbale arabe qui commence par un verbe, tel que « le garçon va à l'école » : « يذهب الصبي إلى المدرسة », ici la traduction mot à mot donnera « il va le garçon à l'école ». Selon Houyel (2010), les adjectifs qualificatifs relatifs à la taille et à l'âge des personnes sont parfois sources de confusions dans le passage de l'arabe au français : « petit » (taille), en français « court », en arabe : « قصير » ou « grand » (taille) en français « long », en arabe : « طويل » ou encore, « âgé », en français « grand », en arabe : « كبير ».

Les registres des deux langues arabe et française mettent ainsi en évidence des phénomènes de non-congruences sémantiques, dans la conversion d'un registre à l'autre, à plus d'un niveau. Ces considérations soulèvent de nouvelles questions : les élèves ont-ils recours à leur langue naturelle pour tenter de résoudre un problème qui leur est proposé dans une autre langue seconde ? Dans une activité de modélisation, la conversion d'un registre de langue à un autre aurait-elle des répercussions sur la conversion vers le registre symbolique ?

3. Expérimentation

3.1. Méthodologie

Nous avons réalisé un questionnaire comportant huit problèmes classiques du premier degré, de partage inéquitable, du cadre numérique et celui des grandeurs géométriques. Nous avons conçu et soumis des problèmes qui valorisent des raisonnements algébriques chez les élèves (14-15 ans) — sans que la tâche de mise en équations soit explicitée — en vue d'analyser les démarches mises en œuvre sur la base des productions des élèves. Nous avons choisi des énoncés à texte qui possèdent des données numériques et des relations de types additif et multiplicatif. Nous avons élaboré deux versions identiques de ces problèmes, une version rédigée en arabe, destinée à deux classes de 9^e^ (68 élèves) de base, et une version rédigée en langue française, pour des élèves de 1^re^ année de secondaire (deux classes de 64 élèves en tout). Nous avons choisi de faire passer ce questionnaire en deux fois étant donnée le nombre de problèmes proposés. Pour les collégiens, ce test a eu lieu à la fin de l'année. Pour les élèves de 1^re^ année, ce questionnaire leur a été proposé au début de l'année. Nous souhaitons comparer les performances de ces élèves à résoudre des problèmes classiques semblables à ceux qui sont généralement proposés dans leurs manuels officiels de 9^e^ année et de 1^re^ année, en veillant à mobiliser les mêmes acquis en algèbre autour de la mise en équation et la résolution des équations du premier degré à une inconnue. Il a été convenu avec les professeurs des deux niveaux d'enseignement concernés que la durée approximative de chaque test est d'une heure mais qu'il est possible de prolonger la séance si cela s'avère nécessaire. Nous avons choisi d'être présente lors de la passation du test en compagnie des enseignants afin de recueillir, éventuellement, des informations sur les conditions du déroulement et de passation du test. En particulier, nous cherchons à recueillir des informations sur le temps consacré par les élèves à la réalisation des tâches proposées et sur les échanges éventuels entre les élèves. Nous avons convenu avec les enseignants qu'il s'agit d'un travail individuel, sans aucune aide de leur part, les discussions entre les élèves pouvant influencer les résultats des analyses aussi bien qualitatives que quantitatives.

3.2. Les caractéristiques du questionnaire

Les problèmes choisis sont à énoncés verbaux. Certains comportent un vocabulaire spécifique tels que *« consécutifs »*, *« impairs »*, *« le carré de »*, *« volume d'un cube »* qui sont disponibles chez les élèves en langue arabe et des termes relationnels comme *« de plus que »*, *« de moins que »*, *« deux fois plus que »*, qui traduisent des liens entre les données du problème. Nous avons mené une analyse *a priori* de ces problèmes aux niveaux linguistique, sémiotique et au niveau des stratégies de résolution (nature de la démarche arithmétique ou algébrique). Sur le plan linguistique, nous mettons en avant certains effets éventuels de traduction du lexique ou des termes relationnels sur la compréhension des énoncés. Sur le plan sémiotique, nous mettons en avant des effets éventuels de conversion intra-registre ou inter-registres qui se donneraient à voir à travers les procédures mobilisées par des élèves de 1re année du secondaire, en particulier, dans l'écriture des relations en jeu dans les problèmes posés. Nous analysons ensuite les différentes stratégies de résolutions pour modéliser les problèmes proposés. L'analyse quantitative permet de percevoir les pourcentages d'échec et de réussite de la modélisation pour chaque niveau et en fonction des types de démarches mises en place. L'analyse qualitative permet de voir des difficultés d'élèves au niveau des relations modélisant les problèmes posés, qui seraient éventuellement d'ordre lexical ou sémantique en rapport avec la compréhension des énoncés. Nous résumons les principales caractéristiques des problèmes posés (nous conservons ici le lexique français) dans le tableau suivant :

	Types de problèmes	**Caractéristiques linguistiques**
Pb 1	Problème de partage	Termes relationnels de nature additive : « de plus que », « de moins que »
Pb 2	Problème de partage	Termes relationnels de nature multiplicative : « deux fois plus que »
Pb 3	Problème de partage	Termes relationnels de nature additive et multiplicative : « de plus que », « de fois moins que »
Pb 4	Problème numérique	Lexique : le carré d'un nombre
Pb 5	Problème de grandeurs	Lexique : proportionnels
Pb 6	Problème de grandeurs	Lexique : aire, volume
Pb 7	Problème numérique	Lexique : consécutifs, impairs

***Tableau 1** : Caractéristiques linguistiques des problèmes proposés aux élèves.*

Pour exemplifier la méthodologie d'analyse suivie, nous présentons le premier problème de cette liste, le problème *« Cailloux »* (Pb 1) proposé dans les deux versions arabe et française.

3.3. Le problème « Cailloux » : analyse *a priori* du problème et de son énoncé

Il s'agit d'un problème de partage semblable à ceux proposés dans les manuels officiels de 9e et de 1re année. La version arabe est une traduction dans un langage conforme à celui utilisé dans le manuel de mathématiques de 9e année de l'enseignement de base. Nous commençons par présenter quelques éléments d'une analyse *a priori* du problème.

Version en langue française	Version en langue arabe
On a trois tas de cailloux. Le premier tas contient 30 cailloux de plus que le troisième. Le deuxième contient 6 cailloux de moins que le troisième. Il y a 150 cailloux en tout. Quel est le nombre de cailloux dans chaque tas ?	لدينا ثلاثة أكوام من الحصى. تحتوي الكومة الأول على *30* حصاة أكثر من الثالثة. تحتوي الثانية على *6* حصى أقل من الثالث. هنالك *150* حصاة في الجملة ما هو عدد الحصى في كل كومة؟

Figure 4 *: Énoncé du problème « Cailloux » dans les deux langues.*

Une analyse linguistique et sémiotique

Une analyse de l'énoncé selon les dimensions considérées permet de mettre en avant certains points. D'abord, les deux versions arabe et française en se conformant à la traduction officielle paraissent sémantiquement non congruentes. En effet, cela apparaît déjà dans la structuration des phrases : « sujet + verbe + complément » pour l'énoncé formulé en langue française et « verbe + sujet + complément » pour la version arabe. Cependant, cette permutation dans l'ordre des unités signifiantes qui représente un facteur de non-congruence sémantique entre les registres des deux langues n'a que peu d'influence sur la structure du problème lui-même, contrairement à la question de comparaison. En effet, l'explicitation des relations dans le problème, via les relations additives de comparaison, peut générer des difficultés de conversion du registre de la langue française vers le registre symbolique. Ces difficultés peuvent être liées au fait que les relations entre inconnues ne sont pas une transcription mot à mot des phrases du texte (non-congruence sémantique entre texte et écriture algébrique). La conversion s'appuie sur une modélisation en langage algébrique des relations de comparaison « de plus que » et « de moins que » formulées dans le registre du langage naturel. La représentation faite de ces termes peut renvoyer pour certains élèves, à un emploi systématique des opérateurs « + » et « –». Dans ce cas, la conversion peut conduire à des écritures algébriques erronées du problème, telles que $x+30=z$ et $y-6=z$, (x, y et z désignant intuitivement chez l'élève le nombre de cailloux respectifs des premier, second et troisième tas). Cette opération cognitive de conversion peut s'avérer moins problématique dans la version arabe, dans la mesure où l'interprétation des termes « أكثر من » et « أقل من » traduisant ces liens renvoient plutôt au sens de « augmenté de » ou « diminué de », ce qui pourrait éviter certaines erreurs de conversion. C'est le cumul de non-congruences sémantiques entre les deux versions qui peut être une source de difficultés pour des élèves de 1[re].

Stratégies de résolution attendues

Le problème posé est une situation de partage à données numériques de type additif. Il met en jeu trois inconnues connaissant leur somme mais des ponts peuvent facilement être établis entre les données (inconnues). De plus les relations mises en jeu ici sont de nature additive (addition ou soustraction) ce qui permet de prévoir une résolution du problème par des procédures arithmétiques par certains élèves, sans passer par une modélisation algébrique. Nous pouvons donc nous attendre à obtenir éventuellement ce type de démarche chez des élèves de 9[e] année.

Des démarches arithmétiques

Une démarche par « substitution arithmétique »

Si l'on retranche 30 à 150, et l'on rajoute 6, on obtient trois fois le nombre de cailloux du deuxième tas (le « plus petit »). En divisant le résultat 126 par 3, on trouve le nombre de cailloux du troisième tas, soit 42. Nous trouvons dès lors 72 et 36, nombres qui correspondent respectivement aux cailloux des 1er et 2e tas. Cette procédure arithmétique pourrait s'appuyer sur un modèle de type barre ou segment comme il est modélisé ci-dessous.

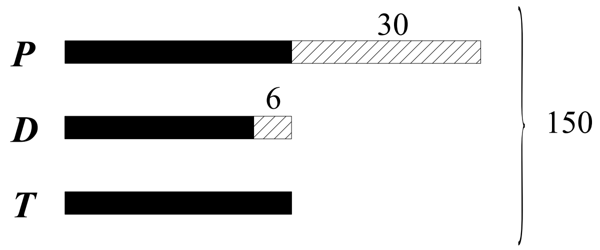

Figure 5 *: Représentation du problème à l'aide de barres.*

D'autres démarches s'appuyant sur le référent « deuxième tas de cailloux » ou « troisième tas de cailloux » sont possibles.

Une démarche du type essais-erreurs

Si on pose le nombre de cailloux, contenus dans le troisième tas comme étant égal à 40, alors celui contenu dans le second tas est donné par : $40-6=34$ et celui contenu dans le premier est : $40+30=70$. On a $40+34+70=144$. C'est trop peu. On répète l'opération en posant 44 le nombre de cailloux du troisième tas. Le résultat est 158, c'est beaucoup plus que les 150 attendus. On répète de nouvelles valeurs. Le coût d'application d'une telle démarche avec les données numériques choisies peut entraîner des erreurs ou son abandon.

Une démarche du type partage égal/répartition des différences

Le nombre de parties étant égal à 3, on divise 150 par 3 pour obtenir 50. Comme $30-6=24$ et $24\div3=8$, le troisième tas contient alors : $50-8=42$. D'où les parts correspondantes respectivement au 2e et 1er tas.

Démarche algébrique : mise en équation à une inconnue

Trois grandeurs inconnues étant en jeu dans l'énoncé, le choix de l'inconnue peut se révéler problématique pour certains élèves de 9e année. Désignons par exemple par x le nombre de cailloux du troisième tas, un choix qui peut se révéler assez naturel étant donné que celui-ci fait le lien entre les deux autres inconnues du problème. Dans ce cas, la conversion de l'énoncé ne présente pas de problème de congruence sémantique que ce soit en arabe ou en français. On obtient l'équation $(x+30)+(x-6)+x=150$. Il suffit de suivre l'ordre des données. Cependant, si l'on choisit comme inconnue x le nombre de cailloux du 2e tas, nous obtenons l'équation : $[30+(x+6)]+(x+6)+x=150$. Dans ce cas l'ordre des données est important. De même, si l'on choisit x le nombre de cailloux du 1er tas, on obtient l'équation suivante : $x+[(x-30)-6]+(x-30)=150$.

Dans les deux derniers cas, il n'y a pas de congruence sémantique avec l'énoncé ; la mise en équation est périlleuse car elle fait intervenir la mise en place de parenthèses enchâssées, source potentielle d'erreurs.

Mise en équations à trois inconnues

Nous pouvons prévoir également l'usage implicite d'un système de trois équations à trois inconnues dont la résolution n'est pas connue par les élèves pour les deux niveaux concernés. Ce n'est qu'à la fin de la 1re année du secondaire que les élèves auront un chapitre qui est consacré à l'étude des systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues. Toutefois, la modélisation du problème peut conduire à ce choix des inconnues et à la mise en équations suivante où on note P le premier tas, D le second et T le troisième :

$$\begin{cases} P = T + 30 \\ D = T - 6 \\ P + D + T = 150 \end{cases}$$

Les élèves peuvent tenter de résoudre ce système en le ramenant à une équation du premier degré à une inconnue par des substitutions triviales.

3.4. Recueil des données

Comme nous l'avons prévu dans l'analyse *a priori*, les productions d'élèves font apparaître des démarches de résolution arithmétique et algébrique. Il est vrai que l'effectif des élèves concernés par l'expérimentation est relativement faible, mais nous avons choisi de présenter les résultats obtenus en pourcentages pour permettre des comparaisons. Le tableau ci-dessous met en avant les pourcentages de réussite et d'échec de la résolution du problème, selon le type de démarche mise en œuvre, pour les deux niveaux d'enseignement.

	Démarche arithmétique		**Démarche algébrique**		**Résolution du problème**	
	Réussite	Échec	Réussite	Échec	Réussite	Échec
9e année de base	0 %	20,59 %	20,59 %	58,82 %	20,59 %	79,41 %
1re année du secondaire	13 %	24 %	33,67 %	29,33 %	46,67 %	53,33 %

Tableau 2 *: Pourcentages de réussite et d'échec de la résolution du problème, selon la nature des démarches mises en œuvre en 9e et en 1re.*

Nous pouvons constater tout de même une évolution dans la résolution de ce problème qui passe de 20,59 % en 9e année à 46,67 % en 1re année. Cela laisse supposer qu'entre le début de l'année scolaire et le moment du déroulement du test, des éléments de résolution de problèmes ou des connaissances en algèbre auront pu être travaillés en classe, ce qui expliquerait en partie cette évolution. Par ailleurs, on peut remarquer qu'un nombre important d'élèves (37 %) de 1re continuent tout de même à mettre en œuvre des démarches arithmétiques, alors que 20,59 % d'élèves de 9e année ont opté pour ce type de stratégie. Ce constat nous a conduit en premier lieu à identifier la nature des stratégies arithmétiques développées par les élèves pour les deux niveaux concernés, à travers une analyse quantitative et qualitative des données recueillies.

	Démarche arithmétique				**Démarche algébrique**			
	Partage égal / répartition des différences		Essais-erreurs		Mise en équation à une inconnue		Mise en équation à trois inconnues	
	Réussite	Échec	Réussite	Échec	Réussite	Échec	Réussite	Échec
9e année de base	0 %	16,18 %	0 %	4,41 %	20,58 %	58,82 %	0 %	0 %
1re année du secondaire	0 %	14,67 %	13 %	9,33 %	24,34 %	5,33 %	9,33 %	24 %

Tableau 3 *: Pourcentages de réussite et d'échec selon la nature des démarches arithmétiques et algébriques.*

On peut remarquer que les élèves de 1re année qui ont procédé à des résolutions par essais-erreurs ou par partage inégal/répartition des différences, ont du mal à aboutir à la solution, ce qui renvoie au caractère purement intuitif de leurs démarches. Ils procèdent par tâtonnement tentant de trouver une solution au problème posé, comme le révèle la production d'Amine :

> *Si le nombre de cailloux du 3e tas est par exemple 40, alors le nombre de cailloux du 2e tas est $40-6=34$ et le nombre de cailloux du 1er tas est $40+30=70$; $70+34+40=144$ différent de 150. Si le nombre de cailloux du 3e tas est 42, alors le nombre de cailloux du 2e tas est $42-6=36$ et le nombre de cailloux du 1er tas est $42+30=72$. On a $72+36+42=150$. ok.*

Maroua, élève de 1re, procède également de manière à diviser d'abord la somme totale par le nombre de parts (ici 3) puis ajoute et retranche des différences sans aucune justification de la démarche : « $x=150/3=50$; $50+30=80$ ».

Ces constats interrogent les raisons profondes qui ont conduit des élèves de 1re à mobiliser ce type de démarche, alors que celle-ci caractérise plutôt un enseignement pré-algébrique, souvent dispensé dans l'enseignement primaire. Il est possible que le recours à ces stratégies arithmétiques soit en lien avec des difficultés de compréhension de l'énoncé formulé en langue française. On peut également supposer que ce genre de pratique est en rapport avec des difficultés de conversion du registre de la langue française vers celui des écritures algébriques.

Par ailleurs, pour les élèves ayant échoué à modéliser algébriquement ce problème, nous nous sommes interrogés sur l'étape de la modélisation qui a été la plus problématique (choix de(s) (l')inconnue(s) ? mise en équation(s) ? résolution ? vérification ?). Afin d'apporter quelques éléments de réponse à cette question, nous avons analysé les productions d'élèves ayant adopté ce type de démarche après avoir déterminé les taux de réussite et d'échec de l'étape de mise en équation(s).

	Démarche algébrique			
	Conversion en équation du premier degré à une inconnue		Conversion en système d'équations	
	Réussite	Échec	Réussite	Échec
9e année de base	85,18 %	14,82 %	0 %	0 %
1re année du secondaire	42 %	8 %	18 %	32 %

Tableau 3 *: Pourcentage de réussite et d'échec de la modélisation algébrique.*

Pour la version en langue arabe, les analyses révèlent que la plupart des élèves de 9e année ayant opté pour une démarche algébrique ont abouti à une écriture correcte de l'équation traduisant les relations entre les données. La plupart des erreurs retrouvées dans leurs productions se situent au niveau du traitement des équations propres au registre algébrique. Nous avons eu l'occasion de retrouver des traces écrites d'élèves qui se sont même engagés dans un premier temps dans des procédures arithmétiques puis qui ont abandonné leurs démarches, constatant par un retour au texte, que les écarts entre les parts ne sont plus respectés. C'est le cas par exemple de Ridha, élève de 9e qui écrit en arabe (traduction faite ici en français) :

> *Si x est le nombre de cailloux dans chaque tas alors : $x=150/3$*
> *Le nombre de cailloux dans le premier tas est $50+30=80$*
> *Le nombre de cailloux dans le second tas est $50-6=44$*
> *Le nombre de cailloux dans le troisième tas est $150-(80+44)=26$*

Puis on observe une équation qui traduit les données du problème mais dont la résolution a été conduite de manière erronée :

$$\begin{aligned}
&150 = x + x + 30 + x - 6\\
&150 = 3x + 24\\
&150 - 3x + 24 = 0\\
&\;\;174 - 3x \;\;= 0\\
&\;\;\;\;\;3x = 174\\
&x = 174/3 = 58
\end{aligned}$$

Nous avons aussi constaté à partir des équations établies que l'activité de conversion du registre de la langue française vers le registre algébrique a posé un problème pour environ 30 % d'élèves de 1re, ce qui explique, pour une large part, que 40 % d'élèves de 1re n'ont pas abouti à une modélisation algébrique du problème. Comme nous l'avons prévu dans l'analyse *a priori*, une analyse des démarches réalisées montre les difficulté des élèves de 1re à traduire algébriquement les relations entre les données. Des interprétations détournées des termes relationnels qui figurent dans l'énoncé comme *« de plus que »* et *« de moins que »* semblent justifier en quelque sorte l'échec de la résolution. Ces extraits de productions illustrent quelques erreurs commises par les élèves de 1re année, pour passer d'un registre de représentation à un autre. Aymen, élève de 1re, écrit :

> *x nombre de cailloux dans tas 3 on a* $30+6+x=150$; $x=150-30-6$; $x=150-36$ *donc* $x=114$.

Les liens entre les données du problème, comme nous pouvons le constater aussi sur la copie de Firas en 1re, ont été convertis dans le registre symbolique comme s'il s'agissait de relations de comparaison entre trois inconnues de type multiplicatif : *«* $30x+6y+z=150$ *».*

On retrouve aussi le même type d'erreurs chez Mehdi qui traduit séparément des relations qui ne semblent pas avoir de rapport avec les liens stipulés dans l'énoncé. Certaines renvoient à des confusions dans la conversion des relations de comparaison en langage algébrique tels que : « 30 cailloux de plus » est converti en « 30 fois plus » et « 6 cailloux de moins » par « 6 fois moins ». L'extrait suivant illustre ces confusions dans l'activité de conversion :

$$\begin{aligned}
&6y - 30x = 114\\
&30x + 6y = 150
\end{aligned}$$

Nadine, élève de 1re, écrit dans sa copie les relations suivantes en transcrivant mot à mot l'énoncé. On peut percevoir les effets de non-congruence sémantique entre le registre de la langue naturelle et celui des écritures symboliques, qui apparaissent au niveau de l'équation établie. Nous n'avons pas, par ailleurs, observé cette écriture chez des élèves de 9e année :

$$\begin{aligned}
&(6-x)+(30+x)=150\\
&6-x+30+x-150=0\\
&36+2x-150=0\\
&114+2x=0\\
&2x=114\\
&x=114/2 \text{ donc } x=57
\end{aligned}$$

Nous pouvons également remarquer qu'aucun contrôle explicite du résultat obtenu n'est effectué par certains élèves de 1re. Le retour au texte pour une validité des solutions n'apparaît pas au niveau de leurs pratiques. C'est la conversion inverse du registre des écritures symbolique vers le registre discursif (de la langue) qui est remise en question et qui soulève de nouvelles questions en rapport avec la décontextualisation et la compréhension du sens des expressions algébriques. Par ailleurs, certains élèves de 1re ont eu recours à l'écriture de trois relations en conservant trois inconnues, en tant que nombre de parties impliquées dans le problème, ce qui les a conduits implicitement à un système de trois équations à trois inconnues. Cette démarche de modélisation mise en œuvre est vouée à l'échec, certains sont parvenus à écrire seulement une relation entre deux inconnues comme l'illustre la production de Mehdi :

Soit x le nombre dans le premier tas, soit y le nombre dans le deuxième tas, soit z le nombre dans le troisième tas ; $z=x+30,\ y=\ldots$

4. Bilan des analyses et éléments de discussion

L'exemple présenté dans cet article a notamment servi à illustrer notre méthodologie d'analyse des productions, en réponse au questionnaire constitué de huit problèmes. Ce questionnaire a été destiné à des élèves de 9e année de base, pour qui la langue de formulation du test correspond à leur langue d'enseignement des mathématiques, ici la langue arabe, et des élèves de 1re année du secondaire, pour lesquels les problèmes sont formulés en langue française qui devient la langue véhiculaire de cette discipline dans l'enseignement secondaire tunisien. Nous avons, par ailleurs, veillé à conserver les mêmes acquis en algèbre pour ces deux niveaux d'enseignement. Les résultats obtenus à partir de cette recherche ont permis d'éclairer certains aspects relatifs à notre problématique. Dans ce qui suit, nous reviendrons sur les deux principaux aspects abordés lors de la présentation des résultats : les procédures mobilisées et les difficultés rencontrées, aussi bien au niveau des productions qu'au niveau du déroulement du test. L'analyse des productions d'élèves met en évidence l'impact des conversions inter-registres et intra-registres sur l'activité de modélisation. Parmi les éléments relevés, nous identifions la compréhension des relations, la construction et la manipulation des écritures algébriques ou des équations. Pour la version française, nous pouvons souligner quelques effets probables du choix de lexique présent dans les énoncés sur la réussite ou l'échec de la résolution. La présence de certains termes relationnels tels que *« de plus que »* ou *« de moins que »*, a engendré des difficultés relativement importantes, chez des élèves de 1re année. Celles-ci sont apparues notamment, au niveau de la modélisation algébrique des relations données formulées dans le registre de la langue naturelle. En effet, à certains moments, les élèves de 1re donnent l'impression d'avoir « compris » les relations parce qu'ils les ont explicitées, mais les productions écrites qui en témoignent ne sont parfois que le résultat d'une transcription directe de l'énoncé, (qui se heurte à des effets de non-congruence sémantique) tels que nous l'avions observé pour le problème des cailloux. Toutefois, l'explicitation des relations n'est pas garante d'une compréhension du problème. Il pourrait également s'agir de difficultés de conversions d'un registre à l'autre dues en partie à une non-congruence sémantique inter-registres. Mais fort est de constater que, dans certains problèmes, des mots utilisés dans les énoncés ont été l'objet de confusions. Le terme *« carré »* a été traduit par $2x$, le terme *« aire »* a été confondu avec le *« périmètre »*, le terme *« consécutif »* n'a pas été compris par plusieurs élèves les conduisant à un échec de la résolution, le terme *« de plus que »* a été confondu dans certains cas, avec *« fois plus que »*. Ces constats peuvent paraître comme des confusions classiques qui peuvent s'observer même dans un contexte unilingue. Toutefois, les difficultés rencontrées sont probablement aggravées par le changement de langue. Le cumul des non-congruences sémantiques associé à une forme de *« surcharge cognitive »*, au moins dans certains cas, semble expliquer pour une large part les résultats obtenus, d'autant plus que ce phénomène a rarement été observé chez les élèves de 9e année. Pour ces derniers, la plupart des difficultés rencontrées semblent se placer au niveau du traitement des expressions algébriques et de la résolution des équations modélisant les problèmes. La compréhension du problème formulé dans une langue seconde nous semble ainsi dépendre en partie du vocabulaire utilisé dans l'énoncé. Ce lexique, qui est disponible chez la plupart des élèves dans leur langue maternelle, n'est pas d'emblée mobilisable lors de l'activité de modélisation des problèmes posés. Toutefois, les marques linguistiques ne sauraient être les seuls facteurs impliqués dans la résolution de problèmes. La survivance des stratégies arithmétiques en 1re année du secondaire soulève de nouvelles questions : l'outil algébrique n'est-il pas encore suffisamment maîtrisé ? Cette forme de *« surcharge cognitive »* dans un contexte de transition langagière n'aggrave-elle pas ces difficultés ? Pourtant les élèves ont déjà rencontré de manière formelle des problèmes de partage inégal ou de comparaison entre grandeurs depuis la 8e année de base. Y aurait-il eu une déperdition d'apprentissages entre la fin d'une année scolaire et le début de la suivante, aggravée par le changement de langue ? Pour quelles raisons les élèves mobiliseraient-ils des démarches arithmétiques qui n'ont probablement jamais été rencontrés dans leur cursus scolaire ? Le recours à ce type de stratégies pour tenter de trouver une réponse au problème posé ne serait-il pas en lien avec des difficultés de compréhension de l'énoncé ? Les difficultés des élèves de 1re à appréhender les énoncés formulés dans la langue seconde (difficultés langagières) peuvent-elles les conduire à se réfugier dans ce type de démarche ? En ce sens, une piste pour le chercheur serait de profiter des démarches de ce type pour tenter d'identifier les conceptions des élèves qui les amèneraient à mettre en œuvre des pratiques décalées par rapport à ce qui est institutionnellement attendu.

Le second constat à soulever dans cette recherche concerne l'observation du déroulement du test. Pour les élèves de 9e année, le questionnaire s'est déroulé dans des conditions normales, nous n'avons rien relevé de particulier. Les élèves semblaient s'approprier le test comme s'il s'agissait d'un contrôle continu, alors que pour ceux de 1re, nous avons constaté une agitation des élèves en classe. Quelques-uns tentaient de s'échanger certaines informations, malgré les directives de l'enseignant de ne pas travailler collectivement. Nous avons, par la même occasion, observé des échanges langagiers en langue arabe, certains traduisaient à leurs camarades des termes techniques présents dans les énoncés, tels que, *« consécutifs »*, *« aire »*, *« impair »*, sinon ils se retrouvaient bloqués pour résoudre le problème proposé. Pour cette raison, nous pouvons faire l'hypothèse que, pour certains problèmes, les pourcentages de réussite ou d'échec de la résolution auraient pu être influencés par ces échanges. Toutefois, ces observations conduisent à l'hypothèse qu'une traduction des énoncés amenait des élèves de 1re à mettre plus de temps que ceux de 9e, pour qui la langue de formulation de l'énoncé correspond aussi bien à leur langue maternelle qu'à leur langue d'enseignement. Ce constat se rapproche en quelque sorte des travaux d'Arnéton (2010), qui souligne que l'aspect cognitif du bilinguisme pourrait par exemple être illustré par des différences de temps de traitement d'énoncé de problèmes en mathématiques entre élèves bilingues et unilingues. L'auteur souligne que les premiers sont souvent amenés à effectuer une traduction préalable avant de s'engager dans la démarche de résolution du problème et donc mettraient plus de temps que les seconds dispensés de l'étape de traduction préalable. Ce type de piste explicative nous a semblé intéressante à envisager dans ce travail. Cependant, cette étape nous semble permettre d'étudier de manière plus approfondie, le passage du niveau mobilisable de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques (Robert, 1998) en langue maternelle (ici l'arabe) au niveau disponible dans une formulation en langue seconde (ici le français). Cela reste encore à explorer. Quoiqu'il en soit, la langue de formulation d'un énoncé contribue dans une certaine mesure à la réussite ou l'échec de l'activité de modélisation et nous faisons l'hypothèse qu'elle peut conduire à privilégier une procédure plutôt qu'une autre.

Conclusions et perspectives

Notre objectif dans cette recherche a été de mettre en avant l'impact de la *perturbation langagière* liée au changement de langue d'enseignement sur l'activité de modélisation algébrique. Nous avons mené une analyse comparative des conditions de passation et de réalisation d'un test destiné à des élèves de 9e année de base et à des élèves de 1re année du secondaire. Ce test comporte des problèmes identiques mais qui se différencient par la langue de formulation des énoncés. Cette étude a permis de relever des effets de cette perturbation langagière sur la dimension sémiotique du travail algébrique, en particulier sur les conversions inter-registres et intra-registre qui ne sont pas toujours faciles à repérer à partir des seules traces écrites par les élèves ou des observations du déroulement du test. Une analyse qualitative plus fine des productions d'élèves permettrait d'étayer l'hypothèse de l'influence de tel ou tel facteur (linguistique, sémiotique, ...). On pourrait également se demander ce qu'auraient été les résultats si les problèmes posés avaient été proposés dans deux langues différentes mais à deux populations d'élèves de 1re année de lycée. Pour mettre en avant ce phénomène, il conviendrait de procéder à des observations de classes en début d'année afin de mettre en avant les adaptations opérées par les élèves pour mobiliser des connaissances mathématiques. Il serait aussi intéressant d'analyser les pratiques langagières effectives des enseignants et leur gestion des connaissances mathématiques en algèbre, compte tenu de cette perturbation langagière. Ce double point de vue sémiotique/linguistique amorcé dans cette recherche pour appréhender les difficultés liées à l'activité de modélisation algébrique, lors d'une transition langagière, nous semble ouvrir des pistes de recherche particulièrement riches dans l'espace mathématique francophone. La diversité linguistique et culturelle des contextes constitue une ressource à exploiter dans ce sens et permet d'envisager des analyses comparatives et des perspectives de recherche interdisciplinaire entre la didactique d'une langue et la didactique des mathématiques. On pourrait contribuer à améliorer à la fois l'apprentissage des mathématiques et celui de la langue seconde véhiculant cette discipline en veillant à la coordination inter-disciplines.

Références bibliographiques

Arnéton, M. (2010). *Bilinguisme et apprentissage des mathématiques : Etudes à la Martinique*. Thèse de l'Université Nancy 2.

Bednarz, N. & Janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (éds). *Approaches to algebra, perspectives for research*.

Ben Kilani, I. (2003). La congruence des énoncés universels entre les registres sémiotiques de la langue arabe, la langue française et le langage logico-mathématique, *Actes du colloque EMF 2003* (cédérom), Tozeur. G1, 1-8.

Ben Nejma, S. (2004). *La mise en équations en première année de l'enseignement secondaire tunisien : transition collège/lycée*. Mémoire de DEA, Université de Tunis.

Ben Nejma, S. (2009). *D'une réforme à ses effets sur les pratiques enseignantes. Une étude de cas : l'enseignement de l'algèbre dans le système scolaire tunisien*. Thèse : Université Paris Diderot, Paris 7 et Université de Tunis.

Ben Nejma, S. (2018.) Analyse des pratiques enseignantes en rapport avec les praxéologies de mise en équations à l'entrée au lycée : une étude de cas dans le contexte Tunisien. In Abboud, M (éds). *Mathématiques en scène, des ponts entre les disciplines*. EMF 2018. IREM, Paris. ISBN. 978-2-86612-391-8, 944-952.

Ben Nejma, S. (2019). Les difficultés langagières au centre des pratiques algébriques : l'exemple de la transition collège/lycée en Tunisie. In Mastafi, A et al (éds). *Formation et enseignement des mathématiques et des sciences. Didactique, TIC et innovation pédagogique*. Ouvrage collectif. CIFEM (2018). Casablanca-Settat. ISBN. 978-2-9567638-0-2, 102-113.

Bernstein, B. (1971/1975). *Langage et classes sociales, codes sociolinguistiques et contrôle social*. Paris, Minuit.

Bouchard, R. & Cortier, C. (2004). Français de scolarisation, interactions de classe et responsabilité didactique et éducative. Le cas des mathématiques et de l'histoire/ géographie. *Colloque : Les enjeux sociaux de la linguistique appliquée*.

Bouchard, R. (2007). Du Français fondamental à la compétence scolaire en passant par le Français de scolarisation. Dans Cortier & Bouchard (éds). Pratiques et représentation de l'oral en classe de Fles, cinquante ans après le français fondamental, le français dans le monde. *Recherches et applications, 43*, 127-143. CLE international.

Boughzou, L. (2016). L'abandon scolaire en Tunisie. Etat des lieux, caractéristiques et perspectives. *L'éducation en débats : analyse comparée*. ISSN. 1660-7147.7, 47-58.

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique, *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(1), 77-123.

Bosch, M. & Perrin-Glorian, M.-J. (2013). Le langage dans les situations et les instituions. In Bronner et al (éds), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*, 267-302.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques : Didactique des mathématiques 1970-1990*. La Pensée Sauvage.

Cenoz, J. (1997). L'acquisition de la troisième langue : bilinguisme et plurilinguisme au pays basque. *Aile : Acquisition et interaction en langue étrangère, 10*, 159-175. https://journals.openedition.org/aile/612 (consulté le 03/05/20).

Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. 2e partie : perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x, 19*, 43-72.

Conne, F. (1989). Invitation à une réflexion sur le rôle du langage dans l'enseignement des mathématiques. *Petit x, 20*, 67-83.

Coulange, L. (2001). Evolutions du passage arithmétique algèbre dans les manuels et les programmes du 20ème siècle. Contraintes et espaces de liberté pour le professeur. *Petit x, 57*, 61-78.

Durand-Guerrier, V. & Ben Kilani, I. (2004). Négation grammaticale versus négation logique dans l'apprentissage des mathématiques. Exemple dans l'enseignement secondaire tunisien. *Les cahiers du Français contemporain, 9*, 29-55.

Durand-Guerrier, V. (2013). Quelques apports de l'analyse logique du langage pour les recherches en didactique des mathématiques. In Bronner, A et al (éds). *Questions vives en didactique des mathématiques :problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*. La pensée Sauvage. Grenoble.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 5*, 37-65. IREM de Strasbourg.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Berne, Peter Lang.

Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherches en didactique des mathématiques, 16*(3), 349-382.

Duval, R. (1998). Ecarts sémantiques et cohérence mathématique. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 1*, 7-25.

Duval, R. (2001). L'apprentissage de l'algèbre et le problème cognitif de la désignation des objets. *SFIDA, 13*. IREM de Nice.

Gascon, J. (1995). Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'arithmétique généralisée. *Petit x, 37*, 43-63.

Goldschmidt, G. (1999). Importance of Middle School Mathematics on High School Students' Mathematics. *The journal of Educational Research, 97*(1), 3-17.

Grugeon, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques, 17*(2), 167-210.

Hassayoune, S. (2004). *Jonction deuxième cycle de l'enseignement de base-enseignement secondaire. Recherche action*. Inspection générale de l'éducation. Direction des recherches et des études. Ministère de l'éducation. Tunisie.

Hofstetter, C. (2003). Contextual and Mathematics accommodation test effects for English-language learners. *Applied Measurement in Education, 16*, 159-188.

Houyel, T. (2010). *La problématique des interférences langagières entre l'arabe et le français*. Document proposé par le Lycée français de Jérusalem (AEFE zone Europe du Sud-est) et validé par M. Neyreneuf, IA-IPR d'arabe, le 15 juin 2010.

Julo, J. (1999). Aide à la représentation ou aide à la modélisation ? Le cas des problèmes de partage inégal. *Fascicule de didactique des mathématiques et de l'E.I.A.O., 6*, 1-14. Institut de recherche mathématiques de Rennes (IRMAR).

Laborde, C. (1992). Lecture de textes mathématiques par des élèves (14-15ans) : une expérimentation. *Petit x, 28*, 57-90.

Moschovich, J. (2005). Using two languages when learning mathematics. *Educational studies in mathematics, 64*, 121-144. Springer.

OCDE (2017). *Cadre d'évaluation et d'analyse de l'enquête PISA pour le développement. Compétences en compréhension de l'écrit en mathématiques et en sciences*. https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D

%20Framework_PRELIMINARY%20version_FRENCH.pdf (consulté le 03/05/20).

Robert, A. (1998). Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques, 18*(2), 139-190.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques, 10*(2-3), 133-170.