
LA CONSTRUCTION DE LA MÉMOIRE DIDACTIQUE CHEZ L'ÉLÈVE DE TERMINALE. L'EXEMPLE DE L'ANTISÈCHE LÉGALE

Philippe LE GUEN¹

Professeur de mathématiques, Lycée La Pérouse-Kérichen, Brest
Membre associé au CREAD

Résumé. Cet article étudie un exemple de construction de la mémoire didactique (Matheron, 2001) par l'analyse de la construction d'une antisèche légale en mathématiques chez des élèves de Terminale Économique et Sociale. La dynamique de la mémoire didactique nous aide à analyser les réalisations de trois élèves. Nous montrons comment, par la comparaison de deux méthodes de construction d'une fiche d'aide, les choix de l'enseignant induisent une certaine construction du savoir institutionnel chez l'élève. Nous montrons également comment le couple mémoire ostensive - mémoire pratique (Matheron, 2001) participe à la construction d'une connaissance. Enfin, nous proposons aux enseignants une structuration didactique de la construction de l'antisèche légale qui puisse faciliter la compréhension du sens d'une notion mathématique chez l'élève. Nous ne traitons pas en revanche des liens entre réalisation d'une antisèche légale et réussite en devoir.

Mots-clés. Antisèche légale, mémoire didactique, mémoire ostensive, mémoire pratique.

Abstract. This article studies an example of construction of the pupils' didactic memory (Matheron, 2001) in Terminale Économique et Sociale by analyzing the construction of a legal cheat sheet. The dynamic of the didactic memory helps us to analyze the realisations of three pupils. We show, by the comparison between two methods of making a legal cheat sheet, how the educational choices of the teacher make the pupil increase a construction of the institutional knowledge. We also show how the couple ostensive memory - practical memory (Matheron, 2001) affects the construction of the pupil's knowledge. Finally, we propose to the teachers a didactic structure of making the legal cheat sheet in order to help the pupil's understanding of a mathematical notion. We are not debating, however, the links between the construction of a legal cheat sheet and the success in tests.

Keywords. Legal cheat sheet, didactic memory, ostensive memory, practical memory.

Introduction

Notre étude concerne la construction d'une fiche d'aide utilisable en devoir surveillé par des élèves de Terminale Économique et Sociale d'un lycée français suivant deux méthodes différentes. Pour certaines évaluations, les élèves réalisent une antisèche légale (Brilleaud, 2015), lors d'un travail personnel et autonome (Sirejacob, 2017). Lors de ce travail, ils sont libre de choisir les connaissances qu'ils souhaitent inscrire sur leur antisèche légale. L'étude des fiches construites par les élèves nous permet de comprendre certains mécanismes en jeu lors de la préparation d'une évaluation, travail rarement contrôlé par le professeur. Dans une précédente étude en classe de seconde (Le Guen, 2017a), nous avons montré que la construction d'une antisèche légale sans l'aide du professeur engage parfois l'élève dans une mauvaise direction lors de l'évaluation. En effet, nous avons constaté que la modification du contrat didactique (Brousseau, 1990) par l'introduction d'une fiche d'aide utilisable en devoir incite parfois l'élève à inscrire sur son antisèche légale la correction d'un exercice puis à la recopier sur sa copie, sans l'adapter au contexte. Par cette nouvelle étude, nous souhaitons, en premier lieu, confirmer ou infirmer ce fonctionnement. Nous proposons ensuite de modifier la méthode de construction initiale de l'antisèche légale en imposant des contraintes de réalisation basées sur la mémoire

¹ philippe.le-guen@ac-rennes.fr

didactique (Matheron, 2001) et d'en observer les conséquences sur le travail de l'élève. Dans quelle mesure, alors, la construction imposée de l'antisèche légale peut-elle favoriser une meilleure compréhension d'une connaissance en mathématiques chez l'élève de Terminale ? Notre objectif, pour répondre à cette question, est d'analyser et de comparer les deux méthodes de construction en prenant comme cadre théorique celui développé par Matheron (2001) sur la mémoire didactique.

Nous revenons, en première partie de cet article, sur les objectifs pédagogiques de l'utilisation d'une antisèche légale au sens de Brilleaud (2015), puis sur les liens avec le cadre théorique de la mémoire didactique de Matheron (2001), que nous explicitons. En deuxième partie, nous détaillons le contexte de notre étude, notre méthodologie et les deux méthodes de construction de la fiche d'aide : une méthode libre (M1) suivant la méthode de Brilleaud (2015) et une méthode imposée par le chercheur (M2) dans laquelle nous imposons à l'élève cinq critères de construction à respecter. Ensuite, en troisième partie, à partir des fiches d'aide de trois élèves, nous analysons les deux méthodes de construction M1 et M2. Nous montrons comment l'apport des contraintes de réalisation de l'antisèche légale agit sur la construction et le développement d'une mémoire didactique chez l'élève par des allers-retours entre mémoire ostensive et mémoire pratique (*ibid.*).

Enfin, en conclusion nous discutons et synthétisons les principaux résultats de notre recherche puis, proposons une structuration didactique de la construction d'une antisèche légale utilisable dans l'enseignement des mathématiques au lycée.

1. Antisèche légale, cadre théorique

1.1. Antisèche légale et utilisation pédagogique

Brilleaud (2015) propose à ses élèves d'utiliser une antisèche légale lors des évaluations.

Il s'agit d'une feuille format A4, recto, sur laquelle ils ont eu le droit d'écrire ce qu'ils voulaient pendant la préparation du Devoir Surveillé (DS) à la maison : formules, méthodes, exemples, conseils, et même, de recopier le cours (Brilleaud, 2015).

Cette fiche est rendue avec le devoir au professeur. Le contenu des DS n'est pas limité à un chapitre ou une notion mais récapitule l'intégralité de ce qui a été vu en classe. Pour intégrer les nouvelles connaissances, la fiche d'aide doit donc être reconstruite pour chaque évaluation. Les apports pédagogiques d'une telle fiche sont multiples. Le premier est d'apprendre aux élèves « à structurer leur cours et à en extraire ce qui est important » (*ibid.*). Elle permet également de limiter les stratégies d'évitement et les « fausses excuses comme l'oubli d'une formule » (*ibid.*). Côté professeur, elle est une aide à l'évaluation du travail de l'élève « sur le long terme [pour] des connaissances en constante évolution » (*ibid.*). Les attentes de ce dernier sont cependant plus fortes en termes d'exigences de contenu et de rédaction. La mémorisation n'est plus un objectif, le professeur

*peut exiger d'aller plus loin que la simple énonciation d'un théorème. [...] Il convient de l'énoncer correctement, dans le contexte du problème et avec toutes les notations ad hoc, la rigueur et la précision dans l'expression faisant désormais partie des critères d'évaluation (*ibid.*).*

Enfin, pour l'enseignant, l'antisèche légale s'avère également utile pour « mettre en relation des erreurs commises dans le devoir et la trace écrite sur l'antisèche » (*ibid.*).

Une des fonctions de l'antisèche légale est donc d'inciter l'élève à reprendre le cours

institutionnalisé et de le responsabiliser sur le choix des notions à y faire figurer. La limitation de la taille de la fiche lui impose une sélection. À lui d'organiser ses connaissances, de faire les choix pertinents pour y noter des informations utiles. Sa construction semble alors relever d'une stratégie à mettre en œuvre pour obtenir la meilleure fiche possible pour le devoir à venir. L'antisèche légale peut donc être définie comme un outil d'aide à la mémorisation, mais peut-elle aider à donner du sens aux notions mathématiques ? La nature des informations que l'élève répertorie a-t-elle un effet sur ses apprentissages ? En quoi pourrait-on considérer l'antisèche légale comme outil d'aide à la construction d'une connaissance ? Pour tenter d'apporter des éléments de réponses à ces questions, nous choisissons d'associer l'antisèche au concept de mémoire didactique (Brousseau & Centeno, 1991 ; Matheron, 2001).

1.2. La mémoire didactique

Brousseau et Centeno (1991) ont étudié la mémoire du système didactique composé du triplet (professeur, élève, savoir) en analysant principalement les actions du professeur et les effets de la mémoire de ce dernier sur les apprentissages des élèves lors d'un changement d'enseignant d'une leçon à la suivante. Ils ont montré que

la mémoire du système didactique se manifeste dans le processus d'enseignement par l'utilisation d'informations et de renseignements personnalisés, contextualisés, temporalisés et non universels (ibid.).

Matheron (2001) a développé un modèle de mémoire didactique possédant trois dimensions : la mémoire du savoir, la mémoire ostensive et la mémoire pratique. Ces trois parties sont liées au concept de rapport aux objets en Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1998) : rapport institutionnel (lié au discours de l'institution, pour nous l'Éducation Nationale, dans une temporalité que l'on peut qualifier d'universelle, les objets du savoir n'étant pas liés à un temps didactique particulier), rapport officiel (relatif au discours du professeur qui s'inscrit au contraire dans une temporalité liée au moment de l'institutionnalisation d'une notion) et rapport personnel (concernant le discours de l'élève lui-même lié à un moment didactique particulier). Selon Chevallard, comme tout individu est assujéti à une institution garante du savoir savant, il est indirectement assujéti à ce que Matheron (2001) nomme mémoire du savoir ou mémoire externe. Le professeur en tant que membre de cette institution est responsable de la transmission de ce savoir qu'il adapte par transposition didactique en connaissances à enseigner (Chevallard, 1994). Il devient alors détenteur de la mémoire officielle du savoir transmis. Cette transposition didactique s'appuie sur divers signes, symboles et objets mathématiques, les ostensifs (*ibid.*). Il peut s'agir d'ostensifs discursifs (les mots du discours), graphiques (des schémas, des dessins) ou scripturaux (les écrits et le formalisme). Nous pouvons les compléter par des objets matériels utiles à l'activité (stylos, compas, ...) et les gestes qui donnent à voir les ostensifs gestuels. La mémoire ostensive (Matheron, 2001) est celle qui se « *montre pendant l'étude* » (*ibid.*). Elle s'appuie sur des ostensifs issus de la mémoire officielle du professeur. Elle est donc la mémoire qui se voit, celle qui donne accès au geste. De ces objets visuels découle un geste technique, c'est-à-dire la mémoire du geste ou encore « *mémoire pratique* » (Matheron, 2001). Cette mémoire pratique est celle du rapport personnel de l'élève à la connaissance officielle transmise par l'enseignant, celle qu'il va mobiliser dans son activité mathématique. Elle évolue lors du temps d'apprentissage dans une dialectique ancien-nouveau qui permet l'assimilation de nouveaux processus et autorise l'oubli de pratiques anciennes. La mémoire pratique se mobilise en situation et se construit à partir de la mémoire ostensive pour donner un sens aux connaissances. Un ostensif donné induit chez l'élève un souvenir qui lui permet de « *reproduire des gestes de la pratique antérieurement appris* » (*ibid.*).

La mémoire ostensive est donc issue de la transposition didactique et recouvre la dimension de mémoire officielle du professeur alors que la mémoire du savoir est celle du savoir savant avant la transposition didactique. Enfin, pour cet article, nous considérons comme mémoire pratique celle que l'élève sollicite par un geste pratique associé à un ostensif issu de la mémoire officielle du professeur.

1.3. L'antisèche légale, de la mémoire ostensive à la mémoire pratique

L'antisèche légale est construite par l'élève à la fin d'un apprentissage à partir de notions mathématiques institutionnalisées par l'enseignant. Elle joue le rôle de fiche contenant des « *informations et renseignements personnalisés* » (Brousseau & Centeno, 1991) utilisables par l'élève en devoir surveillé. Détaillons davantage son rôle en la positionnant dans le modèle de mémoire didactique de Matheron (2001).

La fiche d'aide est composée, *a priori*, d'ostensifs issus de l'institutionnalisation du professeur. Nous pouvons donc estimer qu'elle représente une synthèse de la mémoire ostensive officialisée par les écrits de l'enseignant. Peut-elle également couvrir la composante de la mémoire pratique et sous quelle forme ?

Matheron (2001), montre comment « *le jeu d'ostensifs induit simultanément un jeu de mémoire pratique et un jeu du souvenir* » (*ibid.*, p. 234). L'antisèche légale, dans sa fonction de mémoire ostensive, engendre chez l'élève la mise en œuvre de sa « *mémoire personnelle du savoir appris* » (*ibid.*, p. 236). Par sa fonction de mémoire ostensive, elle peut donc être utile pour la mise en œuvre d'une mémoire pratique. Le souvenir d'un signe, d'une formule (ostensifs issus du savoir institutionnel) engendre un geste pratique que l'élève va mettre en œuvre lors du devoir surveillé. Une formule de dérivation, par exemple, par sa présence sur l'antisèche légale va engendrer un geste pratique en situation. Nous savons cependant qu'appliquer une formule ne suffit pas à donner du sens à une connaissance mathématique. Brilleaud (2015) autorise l'élève à noter sur son antisèche des exemples, des méthodes. Ces informations viennent compléter les ostensifs officiels dans une pratique du savoir en situation. Tout dépend alors de la façon dont l'élève s'approprie cet écrit. Recopie-t-il l'exemple dans un souci de respect des règles de construction fixées ? Pense-t-il avoir de meilleurs résultats en recopiant un exemple ou un exercice vu en classe ou s'engage-t-il réellement dans un apprentissage en mobilisant sa mémoire pratique ? Nous pensons que l'antisèche légale, sans intervention de l'enseignant, est uniquement le reflet de la mémoire ostensive du professeur, donc des notions institutionnalisées, soit dans le cours, soit par la correction officielle d'un exercice, et qu'elle ne recouvre pas la dimension de mémoire pratique de l'élève. Notre objectif est de confirmer cette hypothèse et de proposer une méthode de construction de l'antisèche légale liée à la mémoire didactique (Matheron, 2001) qui puisse mettre davantage en exergue la mémoire pratique de l'élève. Nous pouvons alors reformuler notre questionnement initial sur la compréhension et la construction d'une connaissance par l'élève de Terminale vues sous l'aspect mémoire didactique (*ibid.*). En imposant des critères de construction de l'antisèche légale, favorise-t-on chez l'élève de Terminale la construction d'une mémoire didactique ?

2. Contexte et méthodologie

2.1. Contexte

Notre étude se déroule dans une classe ordinaire de Terminale Économique et Sociale (TES) de 32 élèves d'un lycée d'enseignement technologique et général du Finistère. L'enseignante,

Marie, que nous avons suivie, entre octobre 2017 et avril 2018, y enseigne depuis 3 ans après 14 années d'expérience acquise au collège. Nous connaissons Marie depuis plusieurs années suite à divers travaux réalisés ensemble notamment sur l'évaluation de compétences et l'animation de formations en mathématiques. Son dynamisme et son implication dans la réussite de ses élèves nous ont naturellement conduit à la suivre dans l'utilisation d'une antisèche légale, dispositif qu'elle expérimente depuis deux ans en classe de TES.

Elle autorise l'utilisation d'une fiche d'aide lors des évaluations. Chaque fiche est personnelle, construite par l'élève et liée à une seule évaluation. Elle est visée par l'enseignante avant le devoir. Elle est ensuite remise par l'élève avec sa copie. Les élèves ont, dans un premier temps (d'octobre à décembre), construit leurs antisèches légales suivant une méthode M1 puis, à partir de décembre, suivant une méthode M2, détaillées ci-après. Nous nommerons Laura, Maëlle et Adeline les trois élèves que nous avons suivis dans notre étude.

2.2. Méthodes de construction de l'antisèche légale

Les deux méthodes M1 et M2 de construction de l'antisèche légale, respectivement libre et imposée, sont inspirées d'une part de l'article de Brilleaud (2015) et d'autre part de celui de Matheron (2001) sur la mémoire didactique. La mise en œuvre de la première méthode M1 est similaire à celle de Brilleaud. Pour tenter d'améliorer la construction d'un sens pour une notion mathématique, nous avons suggéré à Marie d'en modifier les modalités de construction pour aboutir à la méthode M2, que nous avons imposée aux élèves.

Méthode M1

Cette méthode laisse l'élève libre de choisir les connaissances qu'il souhaite inscrire sur sa fiche d'aide. Son format est limité au recto d'une fiche A5 fournie par Marie. L'antisèche créée par l'élève lui est propre et il a le droit d'y inscrire ce qu'il désire : une formule, une partie de cours, une méthode, la résolution d'un exercice lui posant problème. La construction de la fiche est amorcée en classe sous l'œil de l'enseignante puis terminée à la maison par manque de temps. Cette fiche d'aide est réalisée pour une évaluation « bilan ». Entre deux évaluations bilan, les élèves ont des évaluations de connaissances sans la présence d'une antisèche légale.

Méthode M2

La méthode M2 impose aux élèves cinq critères de construction à respecter. Le choix de ces critères découlent de nos observations lors de la mise en œuvre de la méthode M1 ainsi que des résultats mis en évidence lors de notre précédente étude (Le Guen, 2017a). Nous relient également ces contraintes au concept de mémoire didactique de Matheron (2001) ainsi qu'aux notions d'ostensifs, et plus particulièrement, les ostensifs graphiques et scripturaux (Chevallard, 1994).

Nos possibilités d'observation *in situ* et la progression imposée par le professeur ne nous ont pas permis de choisir les connaissances mathématiques présentes sur la fiche d'aide. Marie les a choisies en fonction de sa progression : convexité et fonction exponentielle. Nous présentons dans le tableau 1 les cinq critères à respecter ainsi que leurs liens avec le modèle de mémoire didactique (Matheron, 2001).

Examinons en premier lieu le parallèle entre l'antisèche légale et les mémoires ostensive et pratique définies par Matheron (2001, p. 238) :

Pour qu'un enseignement puisse être assuré, il est nécessaire de ménager des phases d'institutionnalisation qui indiquent une homogénéisation des pratiques personnelles antérieures

où soit montré la pratique désormais attendue de l'institution. L'institutionnalisation permet d'indiquer les pratiques à retenir et, corrélativement, celles qui peuvent donc être oubliées. À travers cette standardisation des pratiques, un travail, un travail de mémoire, donc de reconstruction du passé, est engagé à un double niveau : public, en ce qui concerne la mémoire didactique ostensive de l'institution, et privé, touchant à la mémoire pratique personnelle.

Nous retrouvons, dans la construction imposée de l'antisèche, cette reconstruction du passé institutionnalisée par l'activation de pratiques personnelles mises en place lors de l'étude du savoir. Elle permet également « un travail de mémoire » (*ibid.*), au niveau public, institutionnalisé par l'enseignant et au niveau privé par l'exemple personnel.

	Forme et fond imposés	Fait appel à...
1	Donner un titre à la notion.	Mémoire ostensive du savoir officiel (scripturale).
2	Expliquer la notion avec ses propres mots.	Mémoire ostensive personnelle de l'élève (scripturale).
3	Créer une image mentale de la notion.	Mémoire ostensive (du professeur ou de l'élève) et mémoire pratique (graphique).
4	Associer la notion à une connaissance ancienne.	Mémoire ostensive (dialectique ancien-nouveau).
5	Inventer un exemple d'application de la notion.	Mémoire pratique et personnelle du savoir appris.

Tableau 1 : Construction de l'antisèche, mise en parallèle des choix du chercheur avec le concept de mémoire didactique (Matheron, 2001).

Détaillons le tableau 1. En premier lieu, une notion doit s'inscrire dans un souvenir rapidement identifiable et être liée au savoir savant. Un titre issu de la mémoire ostensive officielle du professeur doit permettre ce repérage. L'évocation, par exemple, du nom du théorème de Pythagore fait appel à ce type de souvenir. Il est associé à une image mentale (le triangle rectangle) et à une formulation qui vont activer la mémoire pratique de l'élève lors la mise en œuvre de la formule de Pythagore. La difficulté, pour les notions nouvellement transmises par l'enseignant, réside dans les associations que les élèves peuvent mettre en place. Nous savons que le travail sur la technique (Chevallard, 1998) va ancrer le savoir dans une pratique pour faire sens. Cet ancrage prend du temps. Notre choix est donc d'associer à ce titre une explication de la notion par l'élève avec son propre vocabulaire, ses propres mots. Pour cela, l'élève doit faire appel à une formulation personnelle forgée dans la pratique de la notion. Nous savons que cette étape est délicate en raison du degré de maîtrise de l'élève vis-à-vis du savoir. La difficulté réside dans l'explication de la notion, ce qui diffère d'écrire ou de réciter une définition apprise par coeur. Cela fait appel, dans un premier temps, à l'utilisation d'ostensifs discursifs-langagiers puis, dans un second temps, à des ostensifs scripturaux lors du passage à l'écrit. Pour faciliter cette étape et favoriser la compréhension d'une notion, une *image mentale* nous semble être un élément important du travail de construction de l'antisèche légale. Nous entendons par *image mentale* toute illustration synthétisant une connaissance par un schéma, une figure géométrique, un graphique ou un tableau.

Les figures 1 et 2 en sont deux exemples. La figure 1 concerne la convexité et est extraite du cours. Cette image mentale synthétise la notion à l'aide de deux symboles représentant un personnage content ou mécontent associée à la représentation graphique d'une fonction convexe puis concave. Sur la figure 2, extrait de l'antisèche légale de Laura (méthode M1), le signe d'un trinôme du second degré est mis en évidence sur la représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 par les symboles + et/ou - suivant le signe du discriminant. Lorsque le

discriminant est négatif, elle utilise un tableau de signe qui joue alors le rôle d'image mentale.

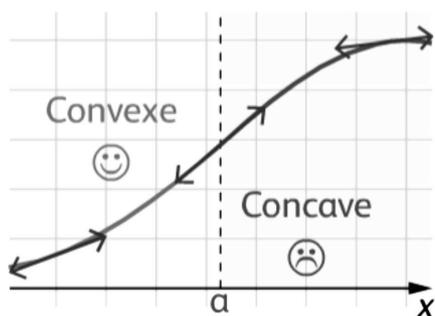


Figure 1 : Exemple d'image mentale associée à la convexité et issue du cours.

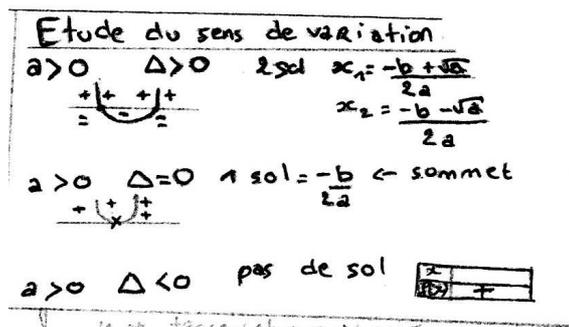


Figure 2 : Extrait d'une antisèche, méthode M1, signe d'un polynôme du second degré et images mentales associées.

En quatrième point, nous demandons à l'élève de relier la notion présente sur l'antisèche légale à une connaissance ancienne. Ce point souligne l'importance de mettre en cohérence les notions mathématiques institutionnalisées à des moments différents et facilite la compréhension de nouvelles notions à partir d'une reconstruction du passé.

Enfin, demander à l'élève d'inventer un exemple contribue, nous semble-t-il, à associer la mémoire ostensive, la mémoire pratique et le sens. Nous pensons que cette mise en œuvre personnelle de la connaissance peut améliorer, chez l'élève, le degré de maîtrise d'un savoir.

Méthodologie

Notre objectif est d'étudier l'appropriation d'un savoir par les élèves à l'aide de la construction d'une antisèche légale. Pour cela, nous avons observé et filmé deux séances de travail en classe sur la construction des antisèches légales, l'une par la méthode M1 (séance 1) et l'autre par la méthode M2 (séance 2). Nous avons mené des entretiens avec deux élèves lors de la séance 1 et avec trois élèves lors de la séance 2. Deux entretiens avec Marie suivent chaque séance. Une séance préparatoire à la séance 1 nous a permis d'échanger sur ses objectifs. Le moment du démarrage de la construction des antisèches est imposé par Marie. L'antisèche légale M1 a été construite la semaine précédant le devoir bilan surveillé 1 (DS1) avec une amorce de construction durant la séance 1. La construction de l'antisèche 2 est un travail fait à la maison onze jours avant le devoir 2 et retravaillé quatre jours avant ce devoir lors de la deuxième séance d'observation. La chronologie imposée par le professeur nous a permis d'obtenir les antisèches M2 avant cette séance d'observation et de préparer les entretiens avec les élèves.

Données recueillies

Les matériaux recueillis sont issus des deux séances d'une heure que nous avons filmées lors du travail de construction de l'antisèche légale par les élèves (M1 et M2). Pour des raisons de suivi des élèves par l'enseignante, ces deux séances se déroulent en demi-groupe. Nos données proviennent des travaux effectués par le même demi-groupe, la première fois en octobre et la seconde en décembre. Lors de ces deux séances, nous avons mené des entretiens individuels d'environ 10 minutes avec trois élèves : Adeline, Laura et Maëlle. Nous avons vu Adeline aux entretiens des deux séances alors que Laura et Maëlle n'ont participé qu'au second. Le choix d'ajouter Laura aux entretiens de la seconde séance découle de la structure de son antisèche M2, alors qu'il est lié, pour Maëlle, à une erreur retrouvée sur sa copie du DS1. Le choix de ces

élèves est également issu de notre demande, qui était d'avoir un panel représentatif des élèves d'une classe ordinaire de TES. Adeline est une élève sérieuse et de bon niveau scolaire. Laura et Maëlle sont deux élèves dont le niveau est qualifié de moyen par l'enseignante. Signalons également que Laura redouble son année de TES (nous l'avons découvert lors de l'entretien de la séance 2). Nous avons transcrit le discours de présentation de l'antisèche aux élèves par l'enseignante lors de la première séance ainsi que les entretiens menés avec cette dernière et les élèves cités. Nous avons également recueilli les copies de tous les élèves et les fiches d'aide associées (M1 et M2) des deux devoirs surveillés.

Données retenues

Pour illustrer la méthode M1, nous retenons les premières antisèches construites par Laura et Maëlle ainsi que leurs copies. Pour la méthode M2, nous retenons les antisèches de Laura et Adeline sur la convexité, ainsi que leurs entretiens, réalisés lors de la séance 2, avant l'évaluation.

3. Analyse des antisèches

3.1. Méthode 1

De la formule au rôle ostensif de l'antisèche

L'antisèche construite par Laura pour l'évaluation 1 (annexe 1) est dense, structurée, réalisée avec rigueur. Elle est découpée en neuf parties possédant toutes un titre sauf l'une d'entre elles. Le titre de chaque partie est basé sur des notions institutionnalisées par l'enseignante : probabilités, dérivées, théorème des valeurs intermédiaires (TVI), second degré, rappel sur les droites. Sous chaque titre, nous trouvons soit des méthodes (trouver les coordonnées de l'intersection de deux droites), soit des formules (probabilités conditionnelles, dérivées des fonctions usuelles), soit la résolution d'un exercice (un exercice de coût, un exercice de probabilité conditionnelle et un exercice sur une fonction polynôme de degré 3 dont on recherche l'expression). Bien que la fiche semble structurée au premier abord, notons que les notions ne sont pas regroupées par thème. Nous retrouvons dans trois cadres différents des notions sur la dérivée : nombre dérivé, tangente et formules de dérivation. Ce constat, associé à la densité des notions figurant sur la fiche de Laura, confirme ce que nous avons observé pendant de la séance 1. Sa méthode de construction consiste à parcourir ses cahiers de cours et d'exercices puis à « piocher » les notions au programme du devoir ou qu'elle maîtrise le moins. En effet, l'exercice de détermination de la fonction polynôme de degré 3 (cadre sans titre) a été retravaillé pendant la séance 1, avant le travail sur l'antisèche légale. Pour l'élève, la fiche est une aide contre l'oubli, oubli d'une formule ou d'une méthode de résolution. Elle s'avère jouer le rôle d'un formulaire. Sans indications spécifiques de la part de l'enseignante, Laura liste les notions, les trie et les note si besoin (Le Guen, 2018).

Lorsqu'une antisèche est constituée d'ostensifs scripturaux, comme les formules et schémas, ils sont issus du savoir institutionnalisé. Ils font donc appel à la mémoire ostensive du savoir savant qui engendre un geste technique. Lorsque Laura écrit une formule de dérivation ou rappelle les formules de calcul des racines d'un trinôme du second degré, elle reprend des notions institutionnalisées officialisées par l'enseignante puis travaillées en contexte. Dans ce cas, la formule permet d'engendrer la mémoire du geste à savoir appliquer la formule. L'antisèche légale apparaît donc comme le reflet de la mémoire officielle transmise par le professeur que l'élève utilise en situation. Qu'en est-il des exemples présents ? Permettent-ils également

Contrairement à l'écrit de Laura (figure 3), celui de Maëlle n'est que partiel (figure 4). De plus, notons la forte ressemblance des deux situations (en devoir et sur l'antisèche), avec une différence fondamentale, le rôle du point B . Sur l'antisèche il permet d'obtenir l'équation $3a+2b+c=0$, que nous trouvons recopiée sur la copie de Maëlle (figure 5) au lieu de l'équation $3a+2b=-4$ découlant des hypothèses de l'exercice du devoir. Seule une bonne compréhension de la notion de nombre dérivé lui permettrait une résolution correcte de l'exercice du devoir, ce qui n'est pas le cas (figure 5). L'absence de sens donné aux notions en jeu la conduit donc à recopier son antisèche sans l'adapter. La fiche d'aide, dans cette situation, ne permet pas à l'élève d'activer convenablement sa mémoire pratique. Une rupture entre mémoire ostensive et mémoire pratique apparaît, dont l'origine est vraisemblablement à rechercher dans le manque de construction de la notion de nombre dérivé. La trace présente sur l'antisèche s'avère alors être inefficace et engage l'élève dans une mauvaise direction.

L'observation des antisèches de Laura et de Maëlle nous montre qu'elle contiennent divers signes et symboles mathématiques, les ostensifs scripturaux, en lien avec la mémoire ostensive du savoir enseigné. Dans certains cas, ces ostensifs engendrent un geste pratique correct. Pourtant, lorsque l'ostensif diffère d'une formule simple à appliquer, il devient inopérant et n'engendre pas chez l'élève un geste pratique cohérent, comme le montre la copie de Maëlle. Dans ce cas, l'antisèche légale ne permet pas la construction d'une mémoire didactique chez l'élève et l'enferme dans un fonctionnement inadapté. Elle ne permet pas à l'élève de construire une connaissance, même s'il a l'impression d'apprendre (Le Guen, 2017a).

3.2. Méthode 2

Pour l'étude de la méthode 2, nous nous appuyons sur les antisèches réalisées par Laura et Adeline lors de l'évaluation 3. Cette méthode modifie-t-elle le comportement de l'élève et permet-elle une meilleure construction des connaissances ? Pour tenter de répondre à ces deux questions, nous allons analyser les définitions et images mentales que Laura et Adeline ont choisi de faire figurer sur leurs antisèches. Nous examinerons ensuite les exemples qu'elles ont proposés.

Définitions et images mentales

Le tableau 2 met en parallèle les définitions et images mentales de Laura et Adeline. Nous y avons ajouté la définition et l'image mentale institutionnalisées par l'enseignante lors d'une séance antérieure.

L'explication personnelle de la notion et l'image mentale associée donnée par l'élève contribuent, selon nous, à la construction d'une mémoire ostensive et à donner du sens aux notions. Sur quels éléments l'élève s'appuie-t-il pour construire son antisèche ? Remarquons, en premier lieu, que les définitions personnelles et images mentales de Laura et Adeline sont différentes. La caractère personnel de leur définition est cependant à nuancer. Reprenons-les une à une en commençant par Laura.

Nom	Définition de la convexité	Image mentale																
Enseignante	<p>Définition :</p> <p>La fonction f est <u>convexe</u> sur l'intervalle I lorsque sa représentation graphique est située entièrement <u>au-dessus</u> de chacune de ses tangentes.</p> <p>La fonction f est <u>concave</u> sur l'intervalle I lorsque sa représentation graphique est située entièrement <u>en dessous</u> de chacune de ses tangentes.</p>																	
Laura	<p>La convexité nous sert grâce à la dérivation. La dérivée seconde qui est la dérivée de la première qui est la dérivée de la fonction de base. La dérivée seconde nous aide à donner les variations de la dérivée grâce à son signe qui nous donne la convexité d'une fonction.</p> <p>Lorsque les tangentes sont situées en-dessous de la courbe, la fonction est dite convexe. Or lorsque les tangentes sont situées au-dessus de la courbe, la fonction est dite concave.</p>																	
Adeline	<p>f est concave sur I si f' est décroissante sur I / si f'' est négative sur I convexe sur I si f' est croissante sur I / si f'' est positive sur I</p>	<table border="1"> <tr> <td></td> <td colspan="3" style="text-align: center;">a</td> </tr> <tr> <td>signe de $f''(x)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td>sens de variation de f'</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">↗</td> <td style="text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td>convexité de f</td> <td style="text-align: center;">convexe</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">concave</td> </tr> </table>		a			signe de $f''(x)$	+	0	-	sens de variation de f'	↗		↘	convexité de f	convexe	-	concave
	a																	
signe de $f''(x)$	+	0	-															
sens de variation de f'	↗		↘															
convexité de f	convexe	-	concave															

Tableau 2 : Définitions et images mentales de Laura et Adeline mises en parallèle avec celles de l'enseignante.

Définition et image mentale proposées par Laura

Laura écrit comme titre : « Convexité » (Annexe 2, p. 122). Le vocabulaire et la tournure des phrases de sa définition mettent en évidence une formulation personnelle (tableau 2). Il ne s'agit pas d'une définition mais d'un texte qui s'appuie sur les propriétés de convexité d'une fonction. Elle décrit une méthode de détermination de la convexité : « La convexité nous sert grâce à la dérivation ». Par ce texte, elle lie la convexité à la dérivation dans une dialectique ancien-nouveau. Elle reprend ensuite comme image mentale celle de l'enseignante, puis donne une définition de la convexité qui semble s'appuyer sur celle institutionnalisée. Pourquoi revenir sur la définition à cet instant alors qu'elle est censée l'avoir donnée avant l'image mentale ? Dans cette définition, elle inverse tangente et courbe, en dessous et au-dessus.

L'écrit de Laura semble adapté de la mémoire officielle de l'enseignante. L'extrait ci-dessous nous apporte les éléments de compréhension de la méthode qu'elle a mise en œuvre :

5. PLG : Comment tu t'y es prise pour expliquer ça ?
6. L : J'ai fait en fonction de mes connaissances, je regarde pas le cours pour ça, sinon je vais faire du copier-coller et c'est pas ce qui est demandé.

...

15. PLG : Avec ces contraintes, réaliser l'antisèche, est que tu penses que ça peut t'aider ? Et quelle aide cela peut t'apporter ?
16. L : Ça, pas forcément, enfin ça dépend pour quel chapitre, la convexité, vu que ça je sais, je sais pas si ça me sert à quelque chose de le mettre, mais je vois pas quel autre schéma mettre pour... pour fixer mon... enfin pour fixer une image à la notion, juste ça, sinon, en soi, les contraintes, si, parce que ça nous sert à savoir si on a compris ou pas, sinon on pourra pas l'expliquer avec nos mots, et après, là, pour savoir si on comprend ou pas ce qu'on écrit ou pas sinon, et si on comprend pas... Ouais, si, pour comprendre surtout, je pense, déjà le cours... Après, l'antisèche en elle même, on la fait si on comprend le cours.
17. PLG : Pour toi, si tu comprends pas le cours...
18. L : ...ça sert à rien de l'écrire.

Laura explique la convexité grâce à ses connaissances acquises. Elle ne « regarde pas le cours » pour ne pas être influencée, « *sinon [elle va] faire du copier-coller* » (TdP 6). Bien qu'elle connaisse la convexité, « *vu que ça je sais* » (TdP 16), elle indique « *ça nous sert à savoir si on a compris ou pas* ». Laura connaît donc suffisamment la notion de convexité et respecte le contrat imposé par l'enseignante. Le travail effectué en amont lui a permis d'assimiler la notion. L'antisèche légale est donc, pour Laura, un moyen de contrôle. Si elle est capable d'expliquer sans regarder le cours, c'est qu'elle a compris, et inversement. Dans cette démarche, Laura fait fonctionner sa mémoire ostensive où l'ostensif engendre un sens.

Le jeu des ostensifs induit un jeu de mémoire pratique [et le] geste d'usage d'un outil fait sens pour celui qui connaît une fonction de cet outil (Matheron, 2001, p. 234).

Ce processus est-il toutefois réversible ? La mémoire pratique re-donnerait-elle accès à la mémoire ostensive (scripturale) ?

Aux TdP 17 et 18, Laura nous explique, « *si tu comprends pas le cours* » alors « *ça sert à rien d'écrire* ». Nous pouvons interpréter le propos de Laura par : « si je l'écris c'est que je connais le cours et si je connais le cours alors je sais l'écrire ». La mémoire ostensive et la mémoire pratique sont intimement liées dans un aller-retour, l'une donnant du sens à l'autre et vice-versa, qui à terme contribue à la construction d'une mémoire didactique personnelle. L'antisèche et la contrainte imposée ne sont là que pour matérialiser le sens de la notion. Nous comprenons donc les raisons du retour de Laura sur la définition après avoir construit l'image mentale liée à la convexité. Le schéma, vu comme un ostensif graphique mais également lié à un geste, lui permet un retour à l'ostensif scriptural associé personnel. Elle reconstruit la définition de la convexité à partir du schéma, d'où les inversions que nous avons constatées. Retrouve-t-on ce schéma de construction en aller-retour entre mémoire ostensive et pratique chez Adeline ?

Définition et image mentale proposées par Adeline

Adeline écrit le titre demandé (annexe 5, p. 125). Elle ne donne pas une définition personnelle de la convexité. Elle regroupe les deux propriétés institutionnalisées de l'enseignante et les écrit sous la forme d'une implication inversée ; la conclusion précède la condition (tableau 2). A-t-elle recopié les propriétés institutionnalisées ou a-t-elle procédé différemment ? L'image mentale qu'elle propose est un schéma de convexité/concavité sous forme de tableau. Cette image n'est pas graphique mais relève déjà d'un travail cognitif de synthèse sur la convexité. L'entretien que nous avons mené met en évidence la démarche qu'elle utilise. Elle commence par construire le tableau de variation de la fonction dérivée puis en déduit sa définition de la convexité :

9. PLG : La première des contraintes, c'était... ré-expliquer avec tes propres mots, est-ce que,

- quand tu parles de la convexité ici, ce sont tes propres mots, ou est-ce que tu t'es inspirée de ce qui avait été vu en classe ?
10. A : Ouais, je me suis inspirée, je ne voyais pas comment expliquer vraiment même avec mes mots, mais vu que je comprends enfin.
 11. PLG : ... Donc comment tu as fait ? tu avais sous les yeux le cours ?
 12. A : Oui, et j'ai... enfin... enfin c'est l'image mentale que je me suis faite, mais du coup, j'ai ça, enfin... j'arrive mieux à retenir avec ça.
 13. PLG : Avec l'image mentale ?
 14. A : Du coup, j'ai essayé de faire à partir de l'image mentale, de ré-écrire avec mes mots, même si c'étaient les mots du cours.
 15. PLG : Donc tu as commencé par construire le tableau, et après tu as essayé d'expliquer à partir du tableau ?
 16. A : Oui.

Adeline « *ne voyai[t] pas comment expliquer [...] avec [ses] mots* » la notion de convexité (TdP 10). Elle fait le choix alors de modifier l'ordre imposé par notre fiche de construction (annexe 5, p. 125). Elle décide de commencer par « *l'image mentale [qu'elle s'est] faite* » (TdP 12). Elle essaye, ensuite, « *à partir de l'image mentale de ré-écrire avec [ses] mots même si c'étaient les mots du cours* » (TdP 14). Signalons que le schéma qui lui sert d'image mentale ne figure pas dans le cours de l'enseignante mais qu'il est utilisé lors de la résolution d'exercices sur la convexité. Adeline s'est, vraisemblablement, construit une image mentale par activation de souvenirs personnels accumulés grâce à un travail sur la technique. Elle s'inspire alors de travaux réalisés ou de corrections d'exercices. Elle s'appuie sur une mémoire collective de la classe, une mémoire mise en œuvre par les choix de l'enseignante.

La mémoire pratique est le produit de l'incorporation personnelle de chaînes opératoires traditionnelles, portées par la collectivité culturelle (Matheron, 2001, p. 233).

Adeline met donc en œuvre sa mémoire pratique pour construire un ostensif que nous pourrions nommer semi-graphique et revenir à ce qu'elle considère comme étant la définition attendue. Ce cheminement nous permet de comprendre sa définition. Elle part du tableau de variation qu'elle construit de manière linéaire : signe de f'' , sens de variation de f' puis convexité de f . Elle reste conforme au contrat didactique épistémique découlant de l'institutionnalisation. Ensuite, pour définir la convexité, elle part de la dernière ligne de son tableau et elle remonte par une succession d'implications logiques qui sont vraisemblablement pour elle des équivalences : convexe sur I implique croissance de f' sur I implique f'' positive sur I .

Nous retrouvons chez Adeline un processus cognitif similaire à celui de Laura. L'activation de la mémoire pratique, par l'utilisation d'une image mentale, permet un retour sur une définition ou une propriété. La mémoire du geste, pour Adeline, implique un ostensif scriptural, la définition qu'elle donne. Contrairement à Laura, Adeline s'appuie sur le vocabulaire institutionnalisé. Nous pouvons cependant considérer que son cheminement est basé sur le travail engagé par la réalisation de l'antisèche.

Exemples

Étudions à présent les exemples donnés par Laura et Adeline. Le tableau 3 récapitule ces exemples et les met en parallèle avec celui de l'enseignante.

Personne	Exemple
Enseignante	$c(x) = 0,05x^3 - 1,05x^2 + 8x + 4$
Laura	$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 4x + 5$
Adeline	$f(x) = x^4 - 24x^2 + 5$

Tableau 3 : Exemples de Laura et Adeline, comparaison avec celui de l'enseignante.

Exemple de Laura

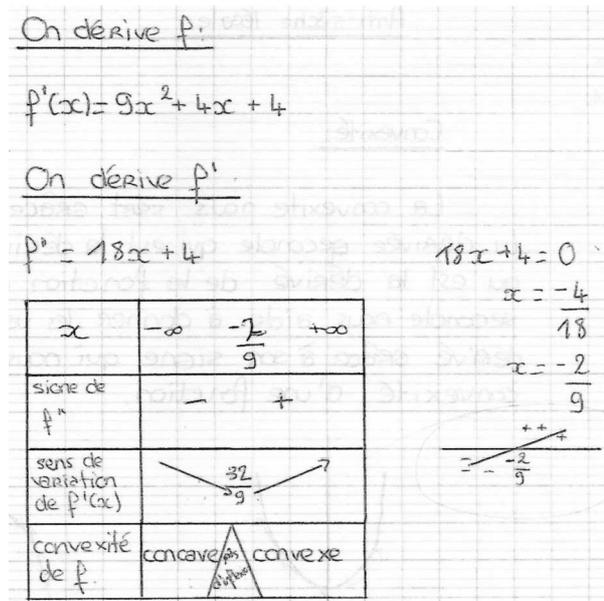


Figure 6 : Exemple de Laura, antisèche légale.

La valeur $-\frac{2}{9}$ obtenue par Laura dans son exemple (figure 6) laisse penser qu'il s'agit d'un exemple personnel. Elle écrit « Calculer la convexité » puis suit un schéma de résolution classique. Elle calcule la dérivée, la dérivée seconde, puis dresse le tableau de variation de la fonction dérivée pour en déduire la convexité de la fonction. Elle met en action sa mémoire pratique. Elle « répète des gestes de pratiques antérieurs appris » (Matheron, 2001, p. 230). Elle insiste sur l'aspect personnel et mnésique de la démarche (annexe 3, p. 123). Cette démarche fait appel à la mémoire collective institutionnalisée par la pratique de répétition, qu'elle s'est appropriée. La caractère personnel de l'exemple permet de confirmer la compréhension globale de la notion de convexité. Elle précise d'ailleurs (annexe 3, TdP 26) « j'ai essayé de faire quelque chose qui reprenait à peu près tout, avec au niveau de la convexité, avec la dérivée, la dérivée seconde, quand la dérivée s'annule, le point d'inflexion ». Exemplifier la notion est donc un élément fondamental de l'apprentissage. Il permet une meilleure compréhension du savoir enseigné. Cet exemple personnel, donné par Laura, contribue à asseoir sa mémoire personnelle (ostensive et pratique).

Exemple d'Adeline

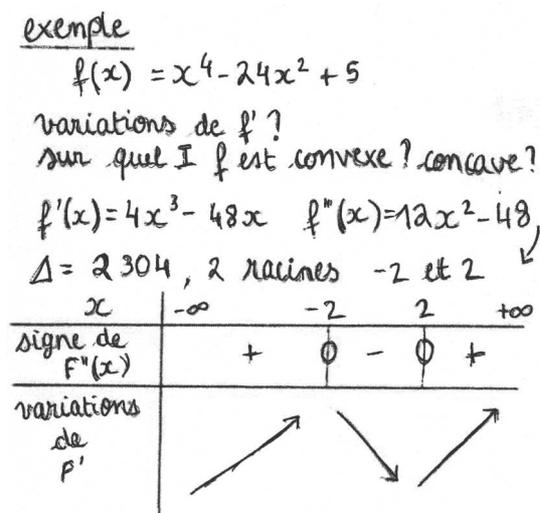


Figure 7 : Exemple d'Adeline, extrait de l'antisèche légale M2.

L'exemple fourni par Adeline (figure 7) illustre parfaitement la notion de convexité. Il consiste en l'étude d'une fonction de degré 4 dont la dérivée seconde a pour racines -2 et 2 qui facilitent la résolution du problème. Ce constat nous amène à envisager cet exemple comme non personnel. L'enseignante nous confirme qu'Adeline contourne la difficulté à construire un exemple en reprenant un exercice du livre résolu en classe (annexe 6, p. 126). Elle contourne la contrainte imposée mais résout l'exercice ce qui lui permet de travailler sur la notion. Lors de l'entretien, elle insiste (annexe 6, TdP 46) : « enfin, dans tous les cas, ça sert quand même d'entraînement ». Il semble que l'utilisation d'un exemple qu'elle n'a pas construit ait un impact sur le souvenir, elle « ne sait plus trop » (TdP 40). Elle met cependant en œuvre sa mémoire pratique dans la résolution de l'exemple. Le processus en jeu est inverse à celui de sa définition. Rappelons qu'elle était partie du tableau de variation pour remonter à la propriété. Comme Laura, elle active la mémoire collective institutionnalisée par le travail sur la technique. Cette mémoire collective liée à la mémoire pratique permet à Laura et à Adeline de résoudre leur exercice. Nous avons donc deux approches différentes pour la définition de la notion qui se rejoignent dans le travail de résolution. Comme le souligne Matheron (2001, p 241) « la mémoire apparaît comme un processus cognitif, mais c'est un processus pris en charge pour partie par l'institution ». Nous comprenons donc tout l'intérêt de l'antisèche légale comme synthèse des processus cognitifs mis en œuvre tout au long des travaux faits en classe. Elle est personnelle mais doit engendrer des processus de résolution acceptables pour l'institution.

Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté une étude de la construction par l'élève d'une fiche d'aide utilisable lors des évaluations en classe de Terminale Économique et Sociale. Cette démarche d'ordre didactique, à l'initiative de l'enseignante, apporte un regard nouveau sur le travail de l'élève lors de la préparation d'une évaluation. Elle offre un droit de regard de l'enseignant sur le travail personnel de l'élève et sa manière d'appréhender une connaissance mathématique. Nous avons choisi d'en analyser la construction à partir du concept de mémoire didactique (mémoire externe, mémoire ostensive et mémoire pratique) de Matheron (2001) suivant deux méthodes différentes : construction libre (méthode M1) et construction imposée (méthode M2). La

méthode M1 laisse l'élève libre de construire son antisèche. La méthode M2, au contraire, impose cinq points à respecter : donner un titre à la notion présente sur la fiche d'aide, l'expliquer avec un vocabulaire personnel, construire une image mentale, relier cette connaissance à une notion antérieure et enfin, donner un exemple personnel d'application de la notion.

La méthode M1 engage l'élève à construire son antisèche légale comme un formulaire par listage des notions institutionnalisées : formules, définitions, exemples ou exercices corrigés. Dans des cas simples, comme calculer une dérivée, les ostensifs présents sur la fiche engendrent la mémoire pratique de l'élève en devoir lors de la résolution des exercices. Cependant, elle est parfois inopérante lorsqu'il s'agit d'associer plusieurs connaissances pour résoudre un problème. Le manque de temps et la difficulté d'un exercice incitent l'élève à en recopier la correction sur sa fiche d'aide au lieu de réaliser un travail d'appropriation du geste technique sous-jacent et donc de donner du sens à la notion. Il pense cependant avoir appris (Le Guen, 2017a) par la présence d'un « *exemple exemplaire* » (Sensevy, 2011) sur sa fiche d'aide et, dans certains cas, il reproduit sans l'adapter ce qu'il a recopié sur son antisèche. La méthode de construction M1 aboutit donc à une fiche reflétant la mémoire ostensive officielle de l'enseignant : formules du cours et exemples institutionnalisés. Nous n'y trouvons pas de traces de la mémoire pratique de l'élève. La construction libre d'une fiche d'aide peut donc enfermer l'élève dans la mémoire officielle du professeur sans lui permettre de mettre en œuvre sa mémoire pratique. Apparaît alors un paradoxe que nous avons essayé de lever en imposant la méthode de construction M2.

Les contraintes imposées par la méthode M2 ont pour objectif d'aider l'élève à construire un sens aux notions mathématiques par la mise en œuvre de sa mémoire pratique personnelle sans l'enfermer dans la mémoire officielle du professeur. La présence du triplet (définition personnelle, image mentale, exemple personnel) favorise vraisemblablement la mise en œuvre de la mémoire pratique de l'élève et, par conséquent, une meilleure compréhension de la connaissance mathématique. Par cette méthode M2, la construction de la fiche d'aide semble soumettre l'élève à des allers-retours entre mémoire officielle et mémoire pratique. La présence de l'image mentale favorise dans certains cas l'explication de la notion par un langage personnel même s'il est adapté de la mémoire officielle du professeur. Ensuite, la construction d'un exemple personnel synthétise la compréhension de la notion par l'élève et permet une visualisation de la mémoire pratique de ce dernier. La compréhension d'une notion mathématique se fait donc par des allers-retours entre deux aspects de la mémoire didactique : mémoire ostensive et mémoire pratique. Ces échanges cognitifs entre ces deux mémoires contribuent à donner du sens aux connaissances mathématiques et aident à construire chez l'élève une mémoire didactique que l'on pourrait qualifier de fonctionnelle.

Agir sur la manière de construire l'antisèche légale par des contraintes se référant à la mémoire didactique (mémoire ostensive et mémoire pratique) modifie le fonctionnement cognitif de l'élève. Lui imposer la forme et le fond de l'antisèche semble donc être une étape dans la construction d'une mémoire didactique, même si la difficulté majeure de l'élève reste d'appréhender une notion mathématique dans sa globalité (définir une notion, se construire une image mentale, l'exemplifier, la relier à une notion ancienne).

Ces résultats sont cependant à nuancer. L'étude que nous avons menée sur la méthode M2 ne se base que sur le travail de trois élèves. Nous aurions également souhaité suivre le même élève dans la construction des deux méthodes M1 et M2 sur la même notion mathématique. Or les contraintes d'emploi du temps et de progression ne nous l'ont pas permis. De plus, lors de notre dernier entretien, Marie a soulevé la lourdeur de la mise en œuvre de la méthode M2, notamment

en terme de difficultés et de temps pour l'élève. Ensuite, le thème choisi pour la méthode M2 (la convexité) n'est vraisemblablement pas celui qui pose le plus de problèmes aux élèves de Terminale Économique et Sociale. Un approfondissement de notre étude, sur un autre thème, serait donc nécessaire pour mettre en rapport la construction de l'antisèche avec d'une part la réussite des élèves aux évaluations et d'autre part les techniques qu'ils emploient. Enfin, une étude comparative des deux méthodes sur la même connaissance et sur deux groupes différents apporterait également plus d'éléments sur la construction du sens d'une connaissance mathématique. Nous pouvons toutefois, à partir de notre étude et des remarques de Marie, formuler quelques conseils pour une utilisation pédagogique de l'antisèche légale.

Tout d'abord, cette démarche d'ordre didactique, quelque soit la méthode envisagée, est pour le professeur un atout indéniable. Par ses choix didactiques, forme et fond, le professeur agit sur la construction du savoir. Cette démarche incite l'élève à être acteur de ses apprentissages et offre à l'enseignant un autre regard sur le travail de ce dernier. Elle permet de mesurer le degré de maîtrise d'une notion mathématique et la façon dont l'élève se l'approprie. La construction de la fiche d'aide par l'élève se révèle alors pouvoir être un outil de remédiation et de différenciation. Différentes pistes pédagogiques sont envisageables. Le professeur pourrait ainsi, grâce à la construction de la fiche d'aide, structurer le temps didactique et agencer le contenu mathématique de manière à anticiper certaines erreurs des élèves en amont de l'évaluation. L'une des difficultés de la méthode M2 est sa mise en œuvre par l'élève. Il apparaît alors possible de proposer plusieurs niveaux de construction de l'antisèche légale suivant les difficultés rencontrées par les élèves. Nous proposons donc, en utilisation pédagogique, une structuration progressive de la construction d'une antisèche légale sur trois niveaux :

- niveau 1 : donner un titre, un schéma mental et un exemple personnel d'application de la notion,
- niveau 2 : donner un titre, un schéma mental, une explication personnelle et un exemple personnel d'application de la notion,
- niveau 3 : donner un titre, un schéma mental, une explication personnelle, un exemple personnel d'application de la notion et un lien avec une notion antérieure.

Cette structuration permet donc une première différenciation suivant les compétences des élèves. Elle peut également s'insérer dans une progression temporelle du niveau 1, lors des premières évaluations, au niveau 3 pour les dernières. À cela, le professeur peut associer une seconde différenciation en imposant à certains élèves, d'une part, les notions à travailler et devant figurer sur la fiche d'aide et, d'autre part, un suivi systématique de leur construction. Il nous apparaît cependant nécessaire d'en imposer la réalisation à tous les élèves et d'en initier la construction en classe (au moins les premières fois).

L'antisèche légale apparaît donc intéressante à plusieurs niveaux. Elle permet tout d'abord une meilleure structuration des connaissances chez l'élève par sa construction. Elle s'avère ensuite être un atout didactique pour le professeur. À lui d'en organiser son utilisation pour permettre à chacun de progresser. Tout l'enjeu est, finalement, de « *ne plus avoir besoin de la consulter* » (Brilleaud, 2015), c'est à dire d'avoir développé une mémoire didactique fonctionnelle lors de sa construction en jouant simultanément sur la mémoire ostensive et la mémoire pratique de l'élève.

Références bibliographiques

Brilleaud, M. (2015). Antisèches légales. *PLOT*, 51, 8-11. APMEP.

- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 9(3), 309-336.
- Brousseau, G & Centeno, J. (1991). Rôles de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 11(2.3), 167-210.
- Chevallard, Y. (1991). Sur la déconcertation cognitive. *Interactions didactiques*, 12, 27-51.
- Chevallard, Y. (1994). Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. *Actes du séminaire de l'Associazione Subalpina Mathesis*, 190-200. Turin.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : l'approche anthropologique. *Actes de l'UE de la Rochelle*, 91-118.
- Le Guen, P. (2017a). *Étude de l'utilisation d'un répertoire de connaissance lors des évaluations en mathématiques en classe de seconde*. Travail d'étude et de recherche, Master MEEF, mention parcours et Ingénierie de la formation, parcours RED : recherche en didactique, UBO, ESPE de Quimper.
- Le Guen, P. (2017b). Étude de l'utilisation d'un répertoire de connaissance lors des évaluations en mathématiques en classe de seconde. *Actes du XXIV^e Colloque CORFEM*. Bordeaux.
- Le Guen, P. (2018). *Les actions mésogénétiques du professeur lors de la construction d'une mémoire didactique personnelle chez l'élève de Terminale Économique et Sociale en mathématiques*. Mémoire, Master MEEF, mention parcours et Ingénierie de la formation, parcours RED : recherche en didactique, UBO, ESPE de Quimper.
- Matheron, Y. (2001). Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21(3), 207-246.
- Sirejacob, S. (2017). *Le rôle de l'enseignant dans l'organisation de l'étude personnelle hors la classe de collégiens : le cas des équations du premier degré à une inconnue*. Thèse de l'Université Sorbonne Paris Cité, 2017.
- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir*. Bruxelles : De Boeck.

Annexe 1 Antisèche de Laura (M1)

Anti-sèche locale du devoir n°1
 NOM : 20
 Prénom :
 T ES / L

09/10/17
 T ES / L

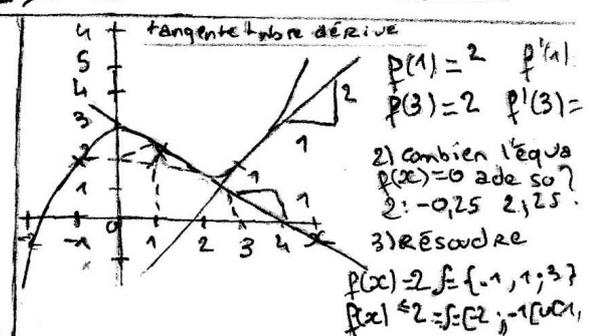
Théorie Rappel sur les droites
 Ex: Calculer les coordonnées du point K d'intersection de D et Δ.
 K appartient au droites D et Δ donc ses coordonnées vérifient

$$\begin{cases} y_k = \frac{2}{3}x_k + \frac{5}{3} & (1) \\ y_k = -\frac{2}{3}x_k + 2 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3}x_k + \frac{5}{3} = -\frac{2}{3}x_k + 2 \quad x_k = \frac{1}{4}$$

$$y_k = \frac{2}{3}x_k + 2 \quad y_k = \frac{11}{4} \quad \left(\frac{1}{4}; \frac{11}{4}\right)$$

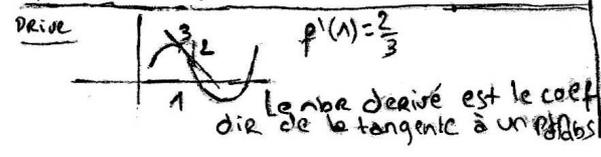
Etude du sens de variation
 a) $\Delta > 0$ 2 sol $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
 a) $\Delta = 0$ 1 sol $= \frac{-b}{2a}$ ← sommet
 a) $\Delta < 0$ pas de sol

Second degré: C(q) = -0,05q² + 10q + 1000
 ou q désigne la quantité de produit en kilogrammes. Chaque kg vendu = 59 € donc les recettes sont données en € par $R(q) = 59q$
 a) Pour quelle quantité de produit les coûts sont-ils strictement inférieure à 1420 €
 a) On cherche q tel que $C(q) < 1420$
 $-0,05q^2 + 10q + 1000 < 1420$
 $0,05q^2 + 10q - 420 < 0 \quad \Delta = 16 \quad x_1 = 140 \quad x_2 = 60$
 $q \in]60; 140[$
 b) Pour quel quantité de produit l'0 réalise-t-elle un bénéfice positif?
 b) $B(q) = R(q) - C(q)$ donc $B(q) = 0$
 $\Delta = 2601 \quad 20 \text{ et } 0,05q^2 + 49q - 1000 \geq 0$
 $q \in]-\infty; -1000] \cup [20; +\infty[$
 Or $q \geq 0$ donc le sol est $[20; +\infty[$ car q est une quantité de prod en kg.



Probabilité: P(F) = P(F|E) P(E) + P(F|E^c) P(E^c)
 on tire au sort un élève d'un lycée participant à l'unss il ne peut être inscrit qu'à une seule des 3 activités proposées par l'unss: Volley (V), Tennis (T) ou natation (N).
 0,35 F | 0,55 V
 0,15 F | 0,15 T
 0,4 F | 0,15 N
 0,15 F | 0,15 N
 L'unss propose seulement volley, tennis et natation. V, T, N = Ω où Ω est l'ensemble des élèves inscrits à l'unss un élève ne peut choisir qu'une seule de ces activités.
 donc les événements V, T, N sont deux à deux incompatible. On dit que les événements V, T, N forment une partition de l'univers.
 F = (F|V) ∪ (F|T) ∪ (F|N) D'après la formule des proba total:
 P(F) = P(F|V)P(V) + P(F|T)P(T) + P(F|N)P(N) = "Somme des chemins contenant F"
 P(F) = 0,35 × 0,55 + 0,15 × 0,15 + 0,4 × 0,15 = 0,42

TVI On considère une fonction f définie continue et strictement monotone sur un intervalle [a; b].
 Pour tout réel k compris entre f(a) et f(b) l'équation f(x) = k admet une unique solution dans l'intervalle [a; b].
 P est la fonction définie sur par f(x) = ax² + bx² + cx + d où a, b, c, d sont des réels fixes. C passe par les pts A(0, 1) et B(1, 2). La tangente à C en B est horizontale et déterminer a, b, c et d.
 A(0, 1) ∈ C f(0) = 1 f(0) = ax² + bx² + cx + d = 1 donc d = 1
 B(1, 2) ∈ C f(1) = 2 f(1) = a + b + c + d = 2 ⇒ a + b + c = 1
 C(1, 2) tangente horizontale f'(x) = 2ax + 2bx + c = 0
 f'(1) = 2a + 2b + c = 0
 A(0, 1) tangente en A dir: -1/3 f'(0) = -1/3 c = -1/3
 On a f: x ↦ ax² + bx² - 1/3x + 1
 On a f: x ↦ ax² + bx² - 1/3x + 1
 Ainsi ① devient a + b - 1/3 = 0 ⇒ a + b = 4/3
 2 devient 3a + 2b = 1/3
 Ré résoudre: $\begin{cases} a + b = 4/3 \\ 3a + 2b = 1/3 \end{cases}$
 Multiplions chaque membre de ① par 3: $\begin{cases} 3a + 3b = 4 \\ 3a + 2b = 1/3 \end{cases}$
 $-3a - 3b + 3a + 2b = -4 + 1/3 \rightarrow b = -11/3$
 Calculons à l'aide ①: $a = 4/3 - (-11/3) = 15/3 = 5$
 a = 5, b = -11/3, c = -1/3, d = 1



Dérivée $\frac{1}{x^n} = x^{-n} \quad \sqrt{x} = x^{1/2}$
 $\frac{1}{v} = \frac{v'}{v^2} \quad v^n = n v^{n-1} \cdot v'$
 $\sqrt{v} = \frac{v'}{2\sqrt{v}}$

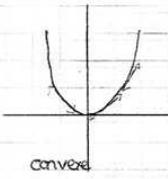
Annexe 2 Antisèche de Laura (M2)

Anti-sèche règle

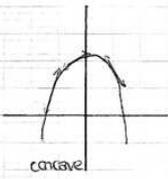
20
Laurin
ASL3,1

Convexité:

La convexité nous sert grâce à la dérivator
La dérivée seconde qui est la dérivée de la première
qui est la dérivée de la fonction de base. La dérivée
seconde nous aide à donner les variations de la
dérivée grâce à son signe qui nous donne la
convexité d'une fonction.



convexe



concave

Lorsque les tangentes sont situées en-dessous de
la courbe, la fonction est dite convexe. Or lorsque les
tangentes sont situées au-dessus de la courbe, la fonction
est dite concave.

$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 4x + 5$
 f est défini et dérivable sur \mathbb{R} .
 Calculer la convexité de f .

On dérive f :

$$f'(x) = 9x^2 + 4x + 4$$

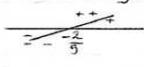
On dérive f' :

$$f'' = 18x + 4$$

x	$-\infty$	$-\frac{2}{9}$	$+\infty$
signe de f''	-	+	
sens de variation de $f'(x)$	$\swarrow \frac{32}{9} \searrow$		
convexité de f	concave	convexe	

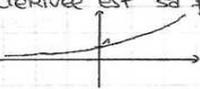
$$18x + 4 = 0$$

$$x = -\frac{4}{18}$$

$$x = -\frac{2}{9}$$


Fonction exponentielle:

La fonction exponentielle est toujours croissante
 Sa dérivée est sa fonction elle-même.



$$e^{3x+1} = 1$$

$$e^{3x+1} = e^0$$

$$3x+1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \quad \int = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

Annexe 3

Extrait de l'entretien avec Laura

1. PLG : Tu as préparé pendant le week-end ton antisèche ?
2. L : Oui, vendredi soir.
3. PLG : J'aimerais savoir : est-ce que tu as rencontré des difficultés pour réaliser cette fiche ?\
4. L : Surtout pour expliquer avec les mots vus (inaudible).
5. PLG : Comment tu t'y es prise pour expliquer ça ?
6. L : J'ai fait en fonction de mes connaissances, je regarde pas le cours pour ça, sinon je vais faire du copier-coller et c'est pas ce qui est demandé.
7. PLG : Donc, en fait, tu n'as pas du tout regardé ton cours.
8. L : Pas pour la première contrainte.
9. PLG : Expliquer avec tes mots.
10. L : Ni pour la deuxième.
11. PLG : Ni pour la deuxième le schéma ?
12. L : Ouais c'est ça.
13. PLG : D'accord, ... est-ce que tu penses que travailler sous cette forme là, ça peut être une aide ?
14. L : Sous forme de contraintes.
15. PLG : Avec ces contraintes, réaliser l'antisèche, est-ce que tu penses que ça peut t'aider ? Et quelle aide cela peut t'apporter ?
16. L : Ça, pas forcément, enfin ça dépend pour quel chapitre, la convexité, vu que ça je sais, je sais pas si ça me sert à quelque chose de le mettre, mais je vois pas quel autre schéma mettre pour... pour fixer mon... enfin pour fixer une image à la notion, juste ça, sinon, en soi, les contraintes, si, parce que ça nous sert à savoir si on a compris ou pas, sinon on pourra pas l'expliquer avec nos mots, et après, là, pour savoir si on comprend ou pas ce qu'on écrit ou pas sinon, et si on comprend pas... Ouais, si, pour comprendre surtout, je pense, déjà le cours... Après, l'antisèche en elle-même, on la fait si on comprend le cours.
17. PLG : Pour toi, si tu comprends pas le cours...
18. L : ...ça sert à rien de l'écrire.
19. PLG : Tu n'arriveras pas à la faire ?
20. L : Non.
21. PLG : Ou ce que tu écriras, tu le comprendras pas donc cela sera d'aucune utilité ?
22. L : Ouais, c'est ça.
23. PLG : Au niveau de l'exemple, l'exemple que tu as que tu as donné, tu l'as construit toi-même ? C'est un exemple personnel ?
24. L : Oui oui oui.
25. PLG : Est-ce que tu t'es inspirée de choses que vous aviez faites déjà en classe ?
26. L : Oui oui oui ça reprend... Ben j'ai essayé de faire quelque chose qui reprenait à peu près tout, avec au niveau de la convexité, avec la dérivée, la dérivée seconde, quand la dérivée s'annule, le point d'inflexion, *etc.*
27. PLG : D'accord, le schéma que tu as suivi, tu as fait comme pour ré-expliquer la notion, tu as fait sans regarder ?
28. L : Ah oui.
29. PLG : Donc tu as fait tout de tête le schéma ?
30. L : Ça, pour ça, oui.

31. PLG : L'ordre en déterminant la dérivée, en étudiant son signe, tout ça tu as tout fait de tête ?
32. L : J'ai tout fait de tête, oui.
33. PLG : Tu n'as pas fait par rapport aux documents de cours aux exercices que vous avez faits ?
34. L : Non, parce que sinon j'aurais recopié encore une fois, et je préférerais voir déjà si je savais comprendre vraiment toutes les étapes sans avoir besoin du cours.
35. PLG : D'accord, donc on en arrive dans ta... dans le déroulé de ton... de l'étude de la convexité, tu arrives à un tableau qui synthétise...
36. L : ...qui synthétise les... les trois... trois choses qu'il faut savoir pour la convexité, enfin les trois principales.

Annexe 4

Extrait de l'antisèche de Maëlle (M1), exercice résolu

Qx:

$$f(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f'(x) = 6ax + 2b$$

$$f(0) = -1 \Rightarrow c = -1$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \Rightarrow b = -3a$$

$$\text{Donc } f(x) = 3ax^2 - 3ax - 1$$

$$(1) \Rightarrow a + b = \frac{4}{3}$$

Extrait de la copie de Maëlle, évaluation 1

Exercice 4 3,5 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par
 $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ avec a, b et c des nombres réels.

La courbe C_f représentative de f dans un repère coupe l'axe des ordonnées au point $A(0; 1)$ et passe par le point $B(1; -2)$.

En ce point B , la courbe C_f admet une tangente T d'équation $y = -4x + 2$.

A l'aide d'un système d'équations, déterminer les réels a , b et c .

$f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx$

$A(0; 1)$ $f(0) = 1 \Rightarrow c = 1$

$f'(1) = 3a + 2b = -4$ $c = 1$

• Dire $g: x \mapsto ax^3 + bx^2 + 0x + 1$
 $a + b = 1$

$y = -4x + 2$ $a < 0$ donc la courbe est décroissante en B .

$f(1) = -2 \Rightarrow a + b + c = -2$
 $a + b + 1 = -2 \Rightarrow a + b = -3$
 $c = -1$

Annexe 5 Antisèche d'Adeline (M2)

CONVEXITE

Adeline M2.1

f est concave sur I si f' est décroissante sur I / si f'' est négative sur I
convexe sur I si f' est croissante sur I / si f'' est positive sur I

	a		
signe de $f'(x)$	+	0	-
sens de variation de f'			
convexité de f	convexe	concave	

(pour résolution graphique, tableau de variation)

exemple

$$f(x) = x^4 - 24x^2 + 5$$

variations de f' ?
sur quel I f est convexe? concave?

$$f'(x) = 4x^3 - 48x \quad f''(x) = 12x^2 - 48$$

$$\Delta = 2304, 2 \text{ racines } -2 \text{ et } 2$$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
signe de $f'(x)$	+	0	-	0	+
variations de f'					

→ PHRASE RÉPONSE POUR VARIATIONS / CONVE

FONCTION EXPONENTIELLE (règles de calcul)

$$e^0 = 1 \quad e^1 = e \quad (e^x = 1 \Leftrightarrow e^x = e^0 \Leftrightarrow x = 0 // e^x = e \Leftrightarrow e^x = e^1 \Leftrightarrow x = 1)$$

$$e^x \times e^y = e^{x+y}$$

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$$\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$$

$$e^{\frac{x}{2}} = (e^x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e^x}$$

$$(e^x)^n = e^{xn}$$

(pour les équations / inéquations)

exemples

$$e^{2x-1} = e^{x+1} \Leftrightarrow 2x-1 = x+1 \Leftrightarrow 2x-x = 1+1 \Leftrightarrow x = 2$$

$$S = \{2\}$$

=====

Annexe 6

Extrait de l'entretien avec Adeline

9. PLG : La première des contraintes, c'était ré-expliquer avec tes propres mots, est-ce que, quand tu parles de la convexité ici, ce sont tes propres mots, ou est-ce que tu t'es inspirée de ce qui avait été vu en classe ?
10. A : Ouais, je me suis inspirée, je ne voyais pas comment expliquer vraiment même avec mes mots, mais vu que je comprends enfin.
11. PLG : ... Donc comment tu as fait ? tu avais sous les yeux le cours ?
12. A : Oui, et j'ai... enfin... enfin c'est l'image mentale que je me suis faite, mais du coup, j'ai ça, enfin... j'arrive mieux à retenir avec ça.
13. PLG : Avec l'image mentale ?
14. A : Du coup, j'ai essayé de faire à partir de l'image mentale, de ré-écrire avec mes mots, même si c'étaient les mots du cours.
15. PLG : Donc tu as commencé par construire le tableau, et après tu as essayé d'expliquer à partir du tableau ?
16. A : Oui.
- ...
35. PLG : L'exemple qui est là : $x^4 - 24x^2 + 5$, c'est un exemple que tu as construit toi même, ou tu t'es inspirée, ou est-ce que c'est un exemple du cours ?
36. A : Je me suis inspirée du (inaudible).
37. PLG : Tu t'es inspirée du cours ?
38. A : Oui.
39. PLG : Donc, en fait, c'est le même exemple que dans le cours ?
40. A : Non, j'ai dû changer quelques chiffres, je ne sais plus trop.
41. PLG : Tu as ton cours avec toi ?
42. A : Euh non.
43. PLG : D'accord, c'était une fonction de degré 4 aussi ?
44. A : Oui... ouais, j'ai pas déjà beaucoup changé, j'ai repris les mêmes trucs.
45. PLG : Alors tu as repris juste une fonction, et tu as fait tout le reste ?
46. A : Oui, après, enfin, dans tous les cas, ça sert quand même d'entraînement.
47. PLG : D'accord, en fait, tu t'es entraînée en prenant une fonction et tu as étudié le le signe de la dérivée, *etc.* ?
48. A : Oui.
49. PLG : Et tu as établi le tableau à la fin, en fait c'était un...
50. A : ...un entraînement.

Annexe 7

Construction de l'antisèche légale, consignes données aux élèves

Modalités de construction

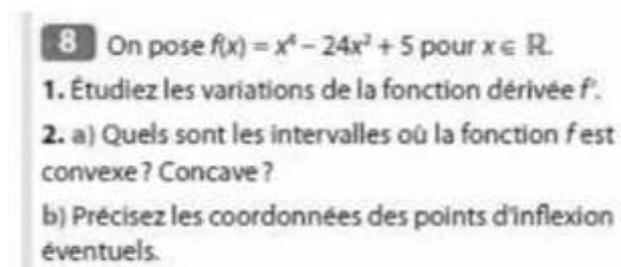
Pour rendre l'antisèche légale plus efficace au prochain devoir, nous en modifions les modalités de construction et de structuration.

Pour la prochaine évaluation, votre antisèche légale devra respecter les contraintes définies ci-dessous :

1. Elle contiendra absolument les deux notions suivantes : **convexité** et la **fonction exponentielle** (vous devrez faire le choix d'une seule notion sur la fonction exponentielle, règles de calcul, résolution d'équation ou d'inéquation...)
2. Vous pouvez choisir d'ajouter deux autres notions de votre choix.
3. La dimension de l'antisèche n'est plus réduite à un recto d'un format A5 mais est au format A4 que vous pouvez utiliser en recto-verso.
4. Chaque notion inscrite sur l'antisèche devra contenir les informations suivantes :
 - a. le nom de la notion,
 - b. l'explication de la notion avec vos propres mots,
 - c. la création e image mentale de la notion ou une analogie,
 - d. une phrase qui lie la notion à ce que l'on connaît déjà,
 - e. l'invention d'un exemple personnel.

Annexe 8

Exercice du livre utilisé par Adeline comme exemple (M2)



8 On pose $f(x) = x^4 - 24x^2 + 5$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. Étudiez les variations de la fonction dérivée f' .
2. a) Quels sont les intervalles où la fonction f est convexe ? Concave ?
b) Précisez les coordonnées des points d'inflexion éventuels.