

## ACTIVITES GEOMETRIQUES AU C.M.1

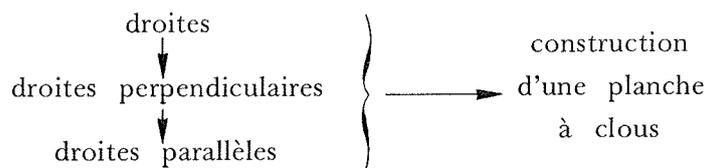
*par Alain SOLANO*

Les séances dont le compte-rendu figure ci-après se sont déroulées dans une classe de C.M.1 à l'école Meylan mi-plaine (Monsieur Boile).

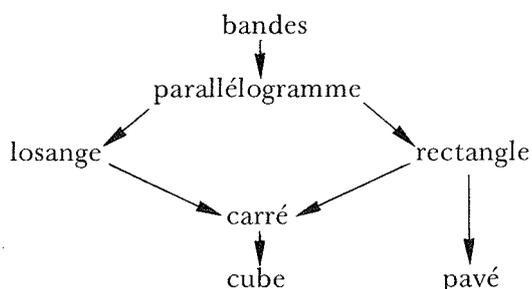
C'est une remise en place des premiers éléments de géométrie faits dans cette classe au cours du premier trimestre à la cadence d'une séance par semaine parallèlement à des activités numériques et à des activités sur la mesure.

Les objectifs de ces premières activités de géométrie étaient de faire mieux appréhender la notion de droite, puis d'introduire par l'observation les droites perpendiculaires et parallèles. Le maître voulait aussi montrer que l'on pouvait se servir de ce que l'on «avait fait en mathématiques» pour par exemple ici construire une planche à clous qui permet d'autres activités géométriques (voir article précédent).

La progression de ces séances a donc été :



Les séances se poursuivent par :



Les interventions du maître seront codées M, celles des élèves E.

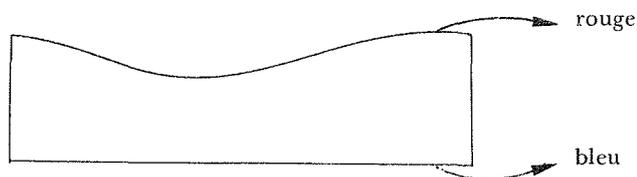
**Première séance.**

Les objectifs de cette séance et de la suivante sont de deux types :

– **Objectif de connaissance** : il s'agit de faire mieux connaître l'être mathématique que l'on appelle droite (on verra quelques propriétés et la notion d'«infini»).

– **Objectif de maîtrise des outils** : apprendre aux enfants à tracer correctement une droite.

Les enfants ont à leur disposition une feuille de papier blanc, une règle et un carton de la forme suivante.



(Chaque bord est codé par une couleur).

M. Vous marquez un point sur la feuille de papier et vous lui donnez un nom.

La première marque qui apparaît est la trace laissée par le crayon de papier sur la feuille, mais certains enfants font une tache ● plus ou moins grosse.

Toutes les représentations sont acceptées à ce moment là, aucune justification ne pouvant être donnée au refus de l'une d'elles.

M. Avec le bord rouge tracez une ligne qui passe par le point et faites de même avec le bord bleu.

Les enfants donnent le nom de droite à la ligne tracée avec le bord bleu.

M. Pouvez-vous tracer d'autres lignes avec le bord rouge passant par le point ? Même question avec le bord bleu.

Certains enfants ont des difficultés pour tracer les nouvelles lignes car en traçant la première ils ont recouvert la marque du point et en conséquence celle-ci ne se voit plus. Ils pensent donc à faire un point plus gros ce qui ne résoud que momentanément leurs difficultés.

M. Combien peut-on tracer de lignes bleues (de lignes rouges) par le point ?

Tous répondent «autant que l'on veut» ou «beaucoup».

### Deuxième séance.

M. Marquez deux points que vous appellerez A et B. Tracez une ligne avec le bord rouge et une ligne avec le bord bleu qui passent par les points A et B.

M. Tracez une autre ligne avec le bord bleu et une autre ligne avec le bord rouge qui passent par les points A et B.

Certains élèves (ceux qui avaient fait les points assez petits) disent qu'ils ne peuvent pas tracer une autre droite, tandis que les autres (ceux qui ont fait des gros points) en tracent plusieurs.



Dans la classe s'engage alors une discussion où chaque partie défend ses positions, mais finalement les enfants se mettent d'accord.

E. Il ne passe qu'une droite par deux points car ils peuvent être petits.

Les enfants qui avaient représenté les points par de grosses taches sont amenés à rejeter leur représentation.

On se trouve donc confronté au problème suivant :

— faire des points assez gros pour qu'ils ne disparaissent pas en traçant une droite ;

— faire des points assez petits pour qu'on ne puisse pas tracer plusieurs droites par deux points.

Le maître propose de marquer un point par une croix. Cette solution permettant d'éliminer les deux inconvénients précédents est acceptée sans problème par les enfants.

A ce niveau là une autre difficulté apparaît : les enfants arrêtent souvent la droite aux deux points. Le maître essaye de faire tracer les droites jusqu'au bord de la feuille mais ne peut justifier cette demande. La nécessité de le faire apparaîtra plus tard.

M. Marquez trois points et donnez-leur un nom. Tracez une droite passant par ces trois points.

Dans la plupart des cas l'impossibilité de tracer une droite apparaît, mais un élève remarque que les trois points peuvent être sur la même droite.

Le maître donne le mot «aligné» et sa signification ce qui ne va pas sans poser de problèmes. \*

M. Marquez deux points A et B. Tracez la droite qui passe par A et B. Placez un point C «aligné» avec A et B.

La plupart des élèves mettent le point C au hasard.



C'est à ce moment là qu'est apparue la nécessité de «prolonger les droites» au-delà des points.

Le maître les fait prolonger jusqu'au bord de la feuille.

M. Peut-on encore les prolonger ?

E. Oui il «suffit de coller une feuille».

Beaucoup de temps est passé sur l'alignement. Ce même exercice est repris plusieurs fois.

\* «Aligné» pose quelques difficultés car les enfants traduisent ce mot par «sur la même ligne» et non sur la même droite. Il vaudrait mieux traduire la notion d'alignement par des activités concrètes.

M. Placez un point D non aligné avec A et B.

Aucune difficulté pour cette manipulation.

Quand le maître demande comment on fait pour savoir si trois points sont alignés, les enfants répondent qu'il faut utiliser la règle. Le maître marque alors au tableau trois points tels que la règle ne permette pas de joindre les points deux à deux. Il demande alors aux enfants si ces trois points sont alignés. Beaucoup répondent «oui» mais ne vérifient pas. Le maître demande de prouver que les trois points sont alignés.

E. Il faut utiliser une ficelle comme les maçons.

E. Oui un cordeau.

Ils vérifient alors et s'aperçoivent que les trois points ne sont pas alignés.

### Troisième séance.

A ce moment là le problème de l'alignement est résolu et cette notion semble acquise, mais il reste une difficulté : les enfants n'arrivent pas à tracer des droites correctement. Cette troisième séance est essentiellement consacrée à des activités motivant des tracés de droites.

M. Marquez trois points A, B et C et tracez toutes les droites contenant deux des trois points.

E<sub>1</sub> Il y en a trois.

E<sub>2</sub> Non, il y en a une.

Une discussion s'engage ! il faut se mettre d'accord sur le nombre. Les enfants remarquent très vite que le cas d'une seule droite correspond aux trois points alignés.

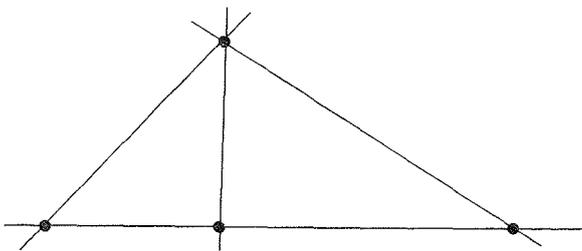
Le maître fait alors marquer quatre points et demande de tracer toutes les droites passant par deux de ces quatre points.

Un élève répond tout de suite : «j'ai fini, il y en a une». Un autre : «on peut en avoir six». Un autre : «quatre aussi».

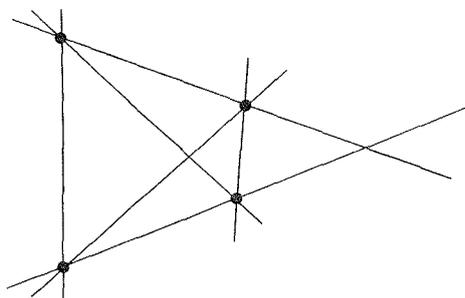
Chaque élève vient faire son dessin au tableau et l'expliquer.



Une droite, quatre points alignés.



Quatre droites, trois points alignés.



Six droites, pas de points alignés.

L'exercice est recommencé avec cinq et six points dont trois quelconques ne sont pas alignés.

Après ces exercices tous les enfants tracent correctement des droites passant par un ou deux points.

M. Quel est le nombre maximum de droites que l'on peut tracer lorsqu'on a choisi vingt points ?

Après un moment de découragement (il y a trop de points) les enfants se lancent dans le tracé des droites.

E<sub>1</sub> C'est impossible.

E<sub>2</sub> Y a un truc pour les compter.

E<sub>3</sub> Il y en a 20 fois 19 car par un point il y a 19 droites qui «partent» et comme il y a vingt points !

M. Vérifions pour trois points : trois points, deux droites de chaque point, donc cela fait six droites. ( $3 \times 2$ ).

E<sub>1</sub> Non, on avait trouvé trois.

E<sub>2</sub> Pour quatre on avait trouvé six et  $4 \times 3$  ça fait 12, ça ne marche pas.

E<sub>3</sub> Il faut diviser par deux le résultat.

Le maître demande de justifier cette affirmation, l'enfant explique que chaque droite passe par deux points donc elle est comptée deux fois. Un consensus général s'établit, dans le cas de 20 points il y a 190 droites. Le maître demande de vérifier que ce résultat est vrai dans les autres cas.

E<sub>4</sub> On pourrait faire un tableau.

M. Quel tableau ?

E. On mettrait le nombre de points et le nombre de droites.

On fait alors le tableau suivant où le maître rajoute la troisième colonne.

Nombre de points	Nombre de droites	Augmentation du nombre de droites
2	1	
3	3	2
4	6	3
5	10	4
6	15	5
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
20	190	

E. La dernière colonne c'est comme la première.

E. Non, c'est décalé.

Un groupe d'élèves remarque assez rapidement que pour avoir le nombre de droites il faut ajouter le nombre de droites et le nombre de points du cas précédent.

Nombre de points	Nombre de droites	Augmentation du nombre de droites
2	1	
3	3	2
4	6	3
	10	

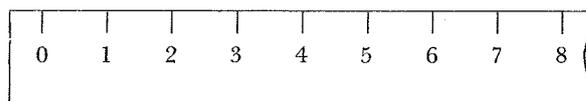
Le maître demande d'expliquer ce résultat et un élève explique que si on fait le dessin pour cinq points pour l'avoir pour six points il suffit d'ajouter un point sur le dessin précédent et de tracer les droites qui manquent, donc cinq droites.

M. Et si vous avez vingt et un point ?

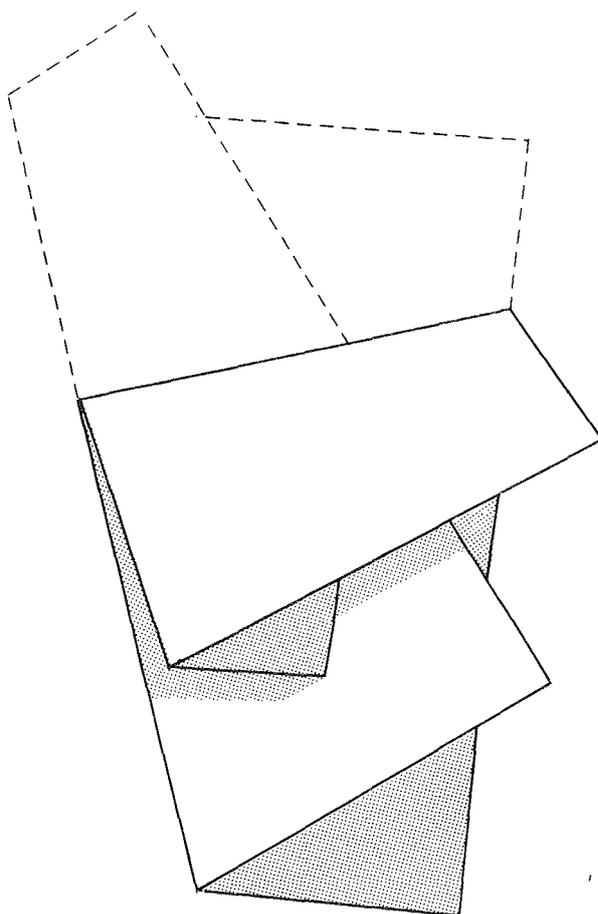
Tous les enfants répondent  $190 + 20$  donc 210.

Quatrième séance.

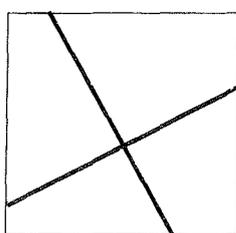
L'objectif de la séance est d'apprendre à construire des droites perpendiculaires. Les enfants ont à leur disposition une feuille blanche, une équerre en bois et une échelle régulière graduée (construite dans les séances sur la mesure).



Le maître définit deux droites perpendiculaires par pliage (pli sur pli) d'une feuille de papier.

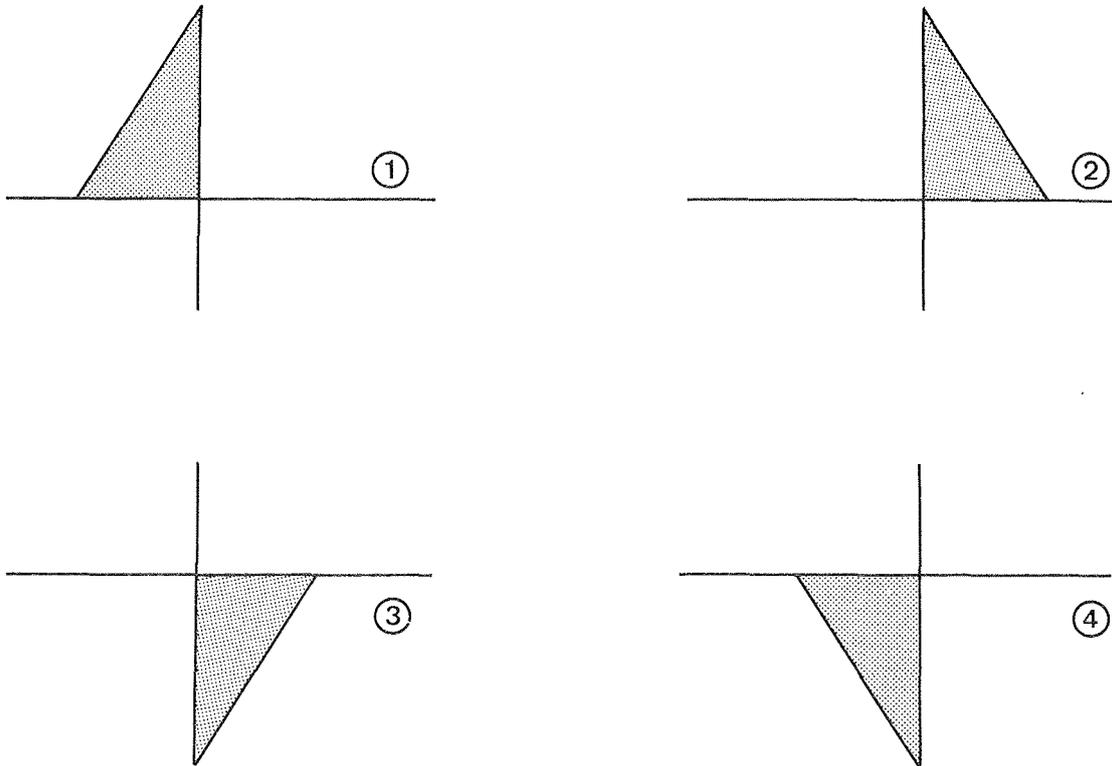


Chaque enfant obtient donc un dessin analogue au suivant.



Le maître donne alors une équerre aux enfants sans poser de questions ni donner de consignes. Après beaucoup de manipulations, ces derniers remarquent que l'équerre a un « coin » qui est le même que ceux des droites perpendiculaires.

Pendant ce temps un élève conclut que les quatre angles\* sont «égaux» après avoir fait la manipulation représentée par le dessin ci-dessous.



Tous les élèves vérifient cette propriété.

Le maître dit alors que les deux droites ainsi tracées déterminent quatre angles\* droits.

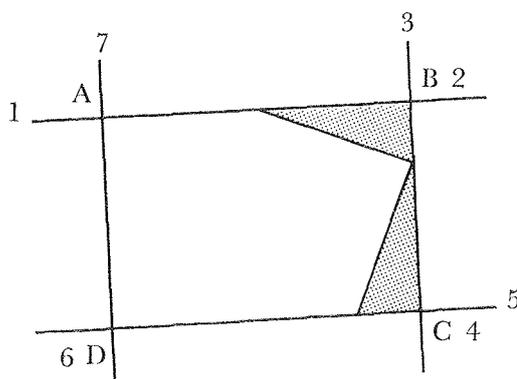
Toute la classe se met d'accord pour dire que l'équerre sert à reconnaître les angles droits et donc deux droites perpendiculaires.

\* Cet élève utilise spontanément le mot «angle» dans le sens où l'on parle actuellement de «secteur angulaire». Le maître accepte le mot «angle» dans ce sens, ce qui ne pose pas de problème à ce niveau puisque la notion d'angle, au sens mathématique du terme, n'est pas au programme de l'école élémentaire.

Certains emploient aussi le mot «coin» pour désigner un secteur angulaire. Toute quelle de vocabulaire à ce sujet nous semble inutile et stérile.

Les élèves ont alors à faire la construction suivante :

- 1) tracer une droite sur laquelle on marque un point A ;
- 2) porter un point B sur la droite tel que la mesure du segment AB soit 3 (en prenant l'unité de l'échelle) ;
- 3) tracer une droite passant par B et perpendiculaire à la droite AB ;
- 4) porter un point C sur la droite tel que la mesure du segment BC soit 2 (avec l'unité de l'échelle) ;
- 5) tracer une droite passant par C et perpendiculaire à la droite BC ;
- 6) marquer un point D sur cette droite du même côté de la droite BC que le point A et tel que la mesure du segment CD soit 3 ;
- 7) tracer la droite AD. Que remarque-t-on ?



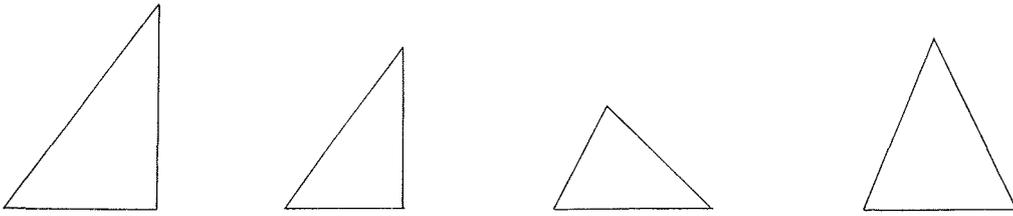
Lors de cet exercice, les élèves ont eu beaucoup de difficultés à réaliser les tracés demandés.

Ces manipulations et tracés devront être repris trois fois, le tracé de perpendiculaires demandant beaucoup d'habileté manuelle.

**Cinquième séance.**

**On va maintenant apprendre à reconnaître un angle droit.**

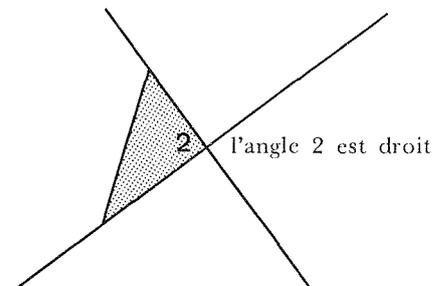
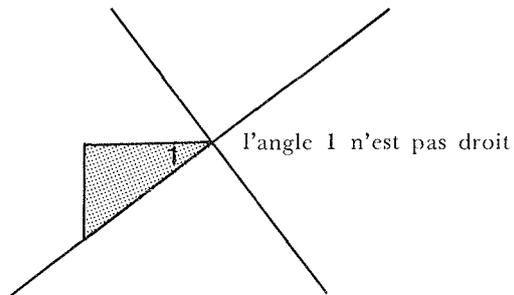
Les élèves ont à leur disposition une feuille blanche et quatre triangles en carton dont deux sont des triangles rectangles



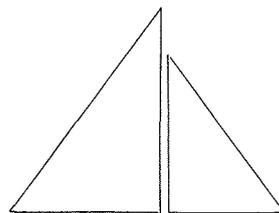
M. Trouvez les triangles dans lesquels on voit un angle droit.

E. On n'a pas d'équerre.

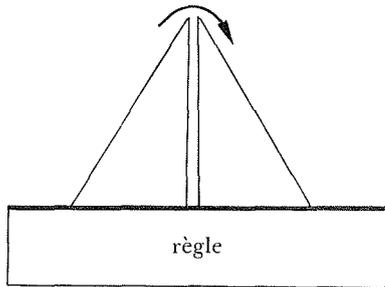
Le manque d'équerre a posé des problèmes, mais après quelques instants les enfants construisent deux droites perpendiculaires par pliage et posent sur la feuille les triangles pour vérifier s'il y a angle droit ou non. (On peut remarquer qu'ils ne se servent pas du papier plié comme d'une équerre).



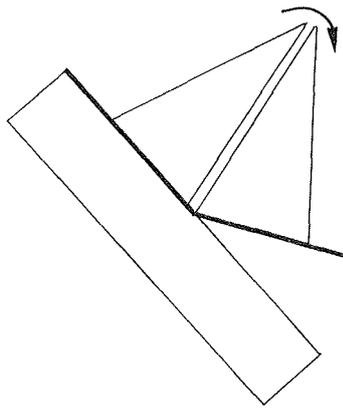
Un élève avait posé sur la table les deux triangles rectangles comme suit.



A partir de cette remarque le maître propose la manipulation suivante.



on vérifie avec la règle que l'on obtient une droite.



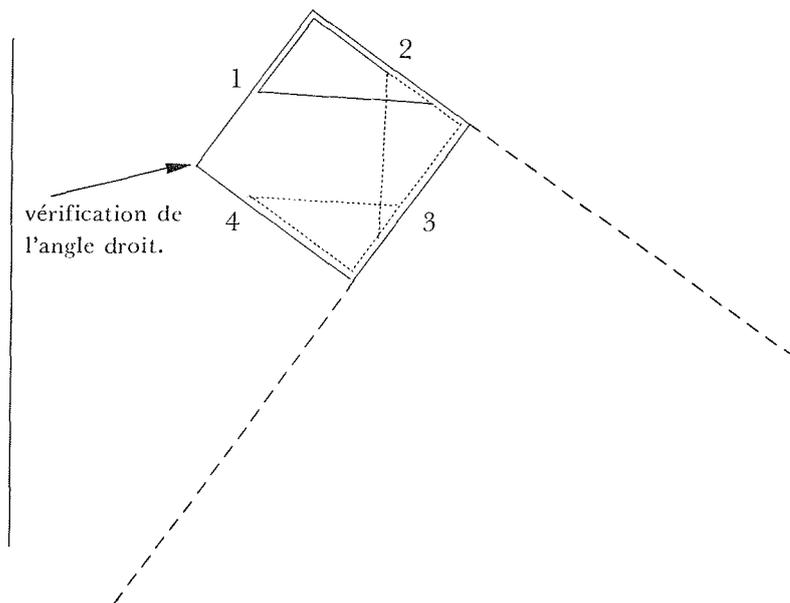
dans ce cas, on n'obtient pas une droite.

On demande aux élèves de tracer une droite, de placer un point sur cette droite et de tracer une droite perpendiculaire passant par le point A.

Cette manipulation qui avait posé beaucoup de problèmes au cours de la dernière séance est réussie tout de suite par les élèves.

Le maître demande aux élèves de tracer un carré dont le côté mesure 3, le centimètre étant choisi pour unité.

Les enfants font en général un carré de côté 3 centimètres à main levée. (Ils n'utilisent pas l'équerre). Certains le font correctement, un de ceux-ci passe au tableau et fait la construction suivante.

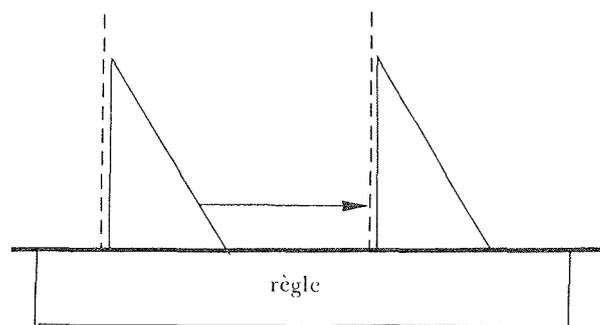


Sixième séance.

Les objectifs de cette séance sont de définir des droites parallèles, d'apprendre à les tracer et à les reconnaître.

Le maître demande aux élèves de tracer une droite et deux droites perpendiculaires à cette dernière.

Un élève était au tableau et a fait la manipulation suivante qui a été reproduite par tous les élèves.

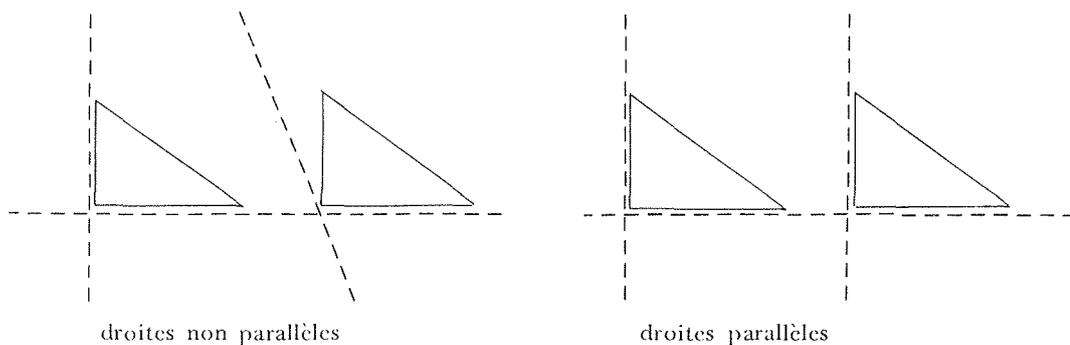


glissement de l'équerre le long de la règle

Le maître fait «prolonger» les droites obtenues et définit ainsi deux droites parallèles : deux droites sont parallèles si elles sont perpendiculaires à la même droite.

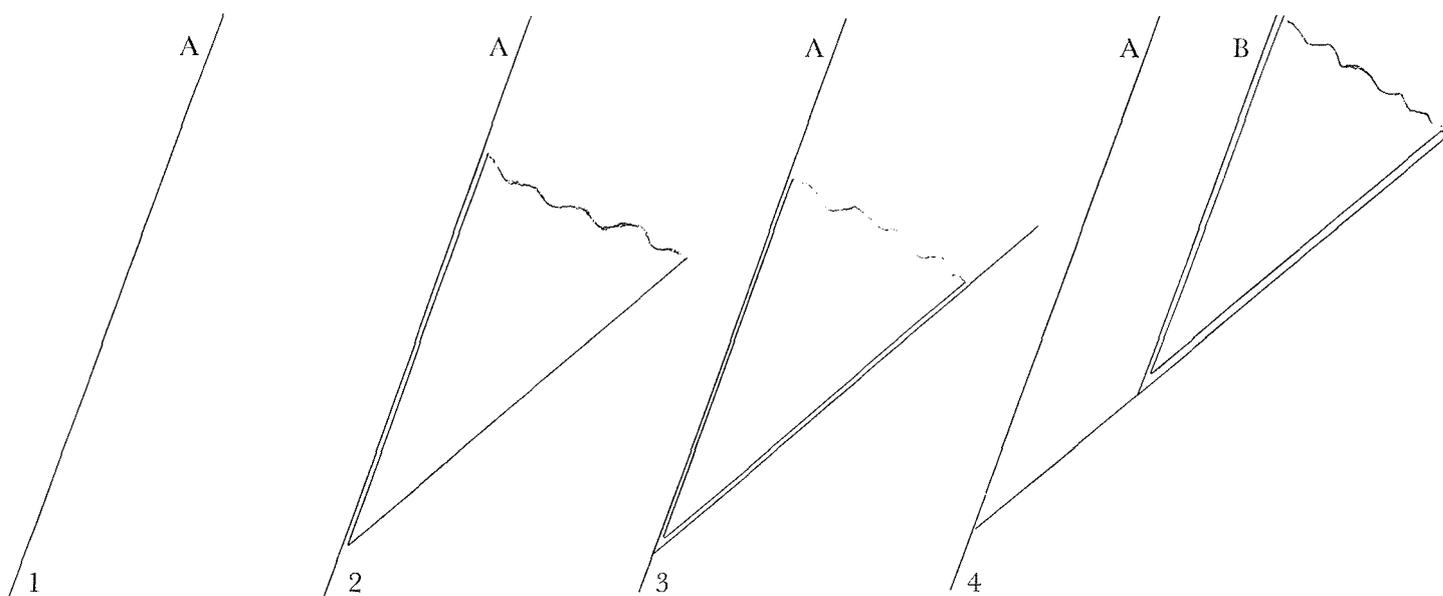
Le maître trace deux droites au tableau et demande si elles sont parallèles.

Les élèves répondent qu'ils ne peuvent «pas savoir» car il faut d'abord tracer une perpendiculaire».



Cette vérification est faite sur plusieurs exemples.

Comme la définition précédente pourrait amener les élèves à penser qu'on ne peut construire des parallèles que d'une seule façon, le maître propose la manipulation suivante.



Les enfants vérifient par la suite que les droites A et B sont parallèles en utilisant leur équerre. L'exercice est recommencé plusieurs fois avec des « coins » différents pour que les élèves réalisent qu'il y a de nombreuses façons de construire des droites parallèles qui ne nécessite pas forcément l'utilisation de l'angle droit d'une équerre.

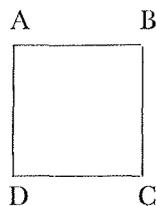
### Septième séance.

Le maître va faire utiliser aux élèves les notions de perpendiculaires et de parallèles précisées dans les séances précédentes pour préparer la réalisation d'une planche à clous  $3 \times 3$  \* que les enfants termineront chez eux (ou en séance de travail manuel) planche à clous que l'on utilisera par la suite (un autre article donnera des idées d'utilisation).

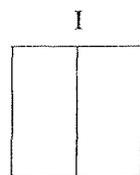
Chaque élève a à sa disposition une planche et neuf clous, une règle graduée, une équerre.

On donne successivement les consignes suivantes.

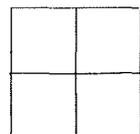
— Tracez sur la planche un carré ABCD de 12 centimètres de côté.



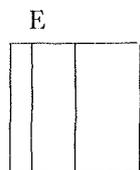
— Marquez le milieu I du côté AB.  
— Tracez la perpendiculaire à ce côté passant par I.



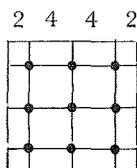
— Recommencez le même tracé à partir des autres côtés.



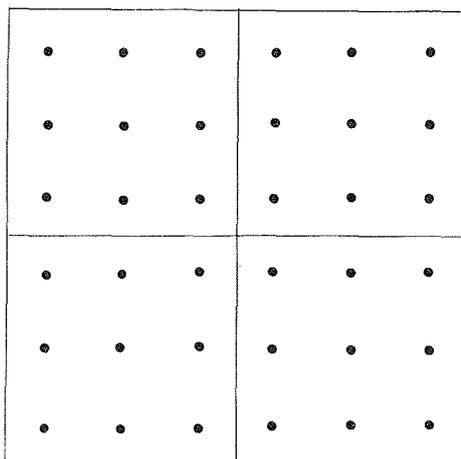
— Sur le côté AB marquez un point E à deux centimètres de A et tracez la parallèle au côté BC passant par E.



Les enfants poursuivent ensuite les tracés pour obtenir la figure suivante.



Le maître précise l'emplacement des clous et demande aux élèves de planter les clous chez eux et de scier soigneusement le long des côtés du carré ABCD. (Le plus grand soin est nécessaire. En effet on sera amené à juxtaposer plusieurs planches 3 X 3 pour obtenir des planches plus grandes).



### Huitième séance.

On se propose dans cette séance de construire des bandes (cf. programme 1970) qui seront utilisées par la suite pour construire et classer des parallélogrammes.

Matériel : une feuille mince, une équerre, une règle graduée et une paire de ciseaux.

M. Tracez deux droites parallèles. Les enfants utilisent pour cela leur équerre.

Le maître fait découper la feuille le long des deux droites tracées et dit que le morceau de papier qui a deux bords parallèles s'appelle une bande.



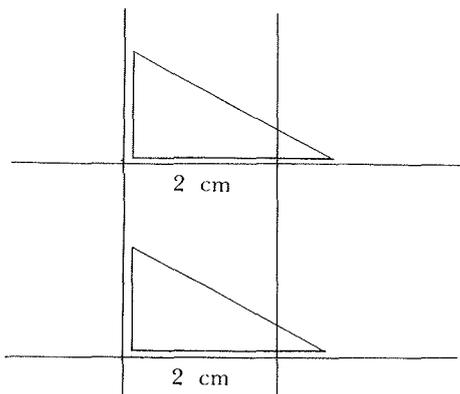
M. Etudions cette bande, pour cela traçons plusieurs perpendiculaires communes aux deux droites puis mesurons les segments compris entre les droites parallèles à l'aide d'une règle graduée.

Les élèves disent : «Ils sont tous égaux».

Le maître rectifie : «Tous les segments ont la même mesure, on l'appelle largeur de la bande».

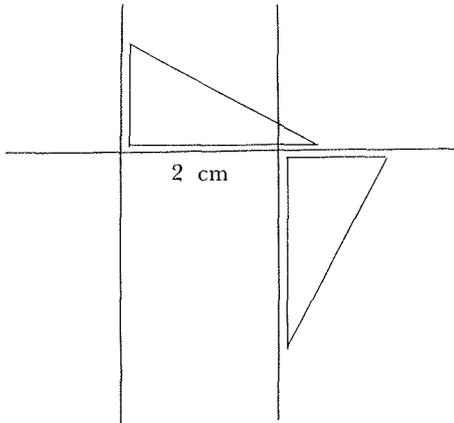
Le maître demande aux élèves de tracer une bande de deux centimètres. Pour cela les enfants réalisent les tracés suivants.

1) Ils tracent un bord de la bande, construisent deux perpendiculaires à ce bord sur lesquelles ils portent des segments de deux centimètres comme le montre le dessin ci-dessous.



Les élèves n'éprouvent pas le besoin de vérifier que le second bord ainsi obtenu est parallèle au premier.

2) Tracé d'un bord, d'une droite perpendiculaire. Sur cette droite est porté un segment de deux centimètres comme le montre le dessin ci-dessous.



Par l'autre extrémité du segment est tracé une parallèle à la première droite qui sera le deuxième bord de la bande.

Le maître demande de tracer d'autres bandes de deux ou trois centimètres de largeur et de les découper. Les enfants seront amenés à travailler avec ces bandes et à classer les figures obtenues dans les séances ultérieures sur lesquelles nous reviendrons dans un prochain numéro.