DÉVELOPPER L'AUTONOMIE DES ÉLÈVES EN MATHÉMATIQUES GRÂCE AU NUMÉRIQUE. 1. DIFFÉRENTES DIMENSIONS DE L'AUTONOMIE

Ghislaine GUEUDET[1]
CREAD, ESPE de Bretagne, Université de Brest

Marie-Pierre LEBAUD[2]
CREAD, UFR mathématiques, Université de Rennes 1

Résumé. À quelles conditions l'emploi en classe du numérique peut-il contribuer au développement de l'autonomie des élèves de collège en mathématiques, sans creuser les inégalités sociales ? Le projet « Interactions Digitales pour l'Enseignement et l'Éducation » (IDEE) vise à apporter des éléments de réponses à cette question et à concevoir des ressources pour l'enseignement et la formation. Nous présentons ici un travail issu du début de ce projet. Il s'agit de préciser ce que l'on entend par autonomie des élèves dans la classe de mathématiques. Nous proposons de distinguer différents types d'autonomie, et différentes dimensions qui la composent. Nous soulignons aussi la nécessité de se centrer sur le développement de l'autonomie, et sur les moyens de favoriser celui-ci. Nous présentons des exemples de scénarios de classe en collège, et discutons comment ceux-ci peuvent contribuer au développement de certaines dimensions de l'autonomie des élèves.

Mots-clés. Autonomie, collège, numérique.

Abstract. How can the use in class of digital means support the development of autonomy for lower secondary school students, avoiding to deepen social inequalities? The project « Digital Interactions for Teaching and Education » (DITE) aims to bring elements of answer to this question and to design resources for teaching and teacher education. In this paper, we present a work corresponding to the beginning of this project. Our aim was firstly to deepen our understanding of what « autonomy » means, in the context of the mathematics classroom. We propose to distinguish between different kinds of autonomy, and different dimensions composing it. We also emphasize the need to concentrate on the development of autonomy, and on the means for supporting it. We present examples of mathematics lessons for the lower secondary school level, and discuss how these lessons can contribute to the development of some dimensions of students' autonomy.

Keywords. Autonomy, lower secondary school, digital means.

Introduction

Nous présentons dans cet article un travail mené dans le cadre du projet « Interactions Digitales pour l'Enseignement et l'Éducation » (projet IDEE[3], réponse retenue à l'appel e-FRAN). Dans ce projet, nous nous intéressons aux usages du numérique susceptibles de contribuer au développement de l'autonomie des élèves dans différentes disciplines, dont les mathématiques. Précisons que, ici, « le numérique » désigne un large panel d'outils, qui peuvent être spécifiques des mathématiques (comme un logiciel de géométrie dynamique, ou des exercices en ligne) ou transversaux (comme un « mur collaboratif virtuel »). Nos travaux sur le terrain, en collaboration avec des enseignants, concernent principalement le niveau du collège. Le projet IDEE porte

[1] ghislaine.gueudet@espe-bretagne.fr

[2] marie-pierre.lebaud@univ-rennes1.fr

[3] Opération soutenue par l'État dans le cadre du volet e-FRAN du Programme d'investissement d'avenir, opéré par la Caisse des Dépôts.

également une attention spécifique à la réduction des inégalités sociales ; cependant nous n'abordons pas cet aspect ici pour des raisons de concision.

Cet article poursuit un double objectif. Il s'agit d'une part de clarifier ce que l'on peut appeler autonomie des élèves, dans le cadre de l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Le terme « autonomie » est mentionné dans de nombreux travaux, dans des textes officiels, mais il est rare qu'il soit précisément défini. Dans la partie 1 ci-dessous, nous présentons des travaux de recherche qui ont abordé ce point ainsi qu'une proposition de définition issue de nos travaux de recherche.

D'autre part, en nous appuyant sur cette définition, nous donnons dans la partie 2 des exemples d'usages du numérique qui peuvent contribuer au développement de l'autonomie des élèves en mathématiques.

Par ailleurs, ce premier article est suivi d'un second texte dans lequel nous présentons un autre aspect des travaux du projet IDEE. Ce second texte est consacré à l'analyse et à la conception de ressources de type scénario de classe à destination des professeurs. Les ressources que nous considérons visent des usages du numérique contribuant au développement de l'autonomie des élèves, sans creuser les inégalités sociales.

1. L'autonomie des élèves en mathématiques

Dans le contexte institutionnel en France, l'autonomie a été introduite comme compétence transversale dans le socle commun en 2006 (MEN, 2006). On pouvait lire alors *« L'autonomie est aussi une condition de la réussite scolaire »*. Cette formulation (qui a depuis été supprimée) peut laisser penser que l'autonomie est un état de l'élève, sur lequel l'enseignement n'aurait alors pas de prise. Dans notre travail, il s'agit, au sein d'une équipe associant des chercheurs, des formateurs, et des professeurs de collège de se demander « comment le professeur, en utilisant le numérique, peut-il contribuer au développement de l'autonomie des élèves ? » Pour répondre à cette question, nous nous sommes, dans un premier temps, penchés sur des travaux de recherche concernant l'autonomie des élèves. Nous avons considéré tout d'abord des travaux de didactique des mathématiques, qui nous ont permis de situer une perspective générale (partie 1.1.). Nous avons ensuite eu recours à des travaux de sciences de l'éducation (partie 1.2.) qui proposent une description de différentes dimensions de l'autonomie.

1.1. En didactique des mathématiques, un concept présent plutôt implicitement

Les travaux se référant explicitement à l'autonomie en didactique des mathématiques et proposant une définition de ce concept ne sont pas très nombreux ; ils sont plutôt le fait d'auteurs anglo-saxons.

Ainsi, Yackel et Cobb (1996) distinguent les élèves autonomes en mathématiques, qui utilisent leurs *« capacités intellectuelles lorsqu'ils doivent prendre des décisions mathématiques »* (*ibid.*, p. 473) et les élèves hétéronomes qui se fient aux affirmations d'une autorité extérieure. Ben-Zvi et Sfard (2007) proposent quant à eux de distinguer deux niveaux dans l'apprentissage, donnant lieu à deux formes d'autonomie. Ils définissent d'une part l'apprentissage au *niveau objet* : il s'agit à ce niveau de mobiliser ou prolonger de manière assez directe des savoirs déjà connus. À ce niveau l'autonomie peut se manifester par une mobilisation individuelle par l'élève de ses connaissances. En revanche, l'apprentissage au *niveau méta* désigne la découverte de connaissances nouvelles, qui ne s'inscrivent pas dans la simple continuité de ce qui est connu.

Dans ce contexte, l'autonomie n'est pas une caractéristique individuelle ; elle est liée au travail d'un collectif, qui peut inclure d'autres élèves ou le professeur.

Dans les travaux français en didactique des mathématiques, l'autonomie est plutôt présente implicitement. La notion de contrat didactique (Brousseau, 1998) conduit à interroger les responsabilités respectives de l'élève et du professeur vis-à-vis du savoir en jeu. Dans des travaux antérieurs (Gueudet & Lebaud, 2015), nous avons ainsi utilisé la notion de contrat didactique pour analyser comment le recours à certains logiciels pouvait favoriser les « démarches d'investigation », alors préconisées dans les programmes. Naturellement, les démarches d'investigation renvoient elles aussi à la question de l'autonomie des élèves. On pourrait considérer qu'une situation didactique permet une autonomie plus importante de l'élève si elle lui laisse une plus grande responsabilité vis-à-vis du savoir. Avec une perspective de théorie des situations didactiques, ceci renvoie au concept de situation adidactique (Brousseau, 1998) : il s'agit d'une situation conçue dans un objectif d'enseignement, mais de telle manière que l'enjeu de la situation fasse passer cet objectif d'enseignement au second plan. Ainsi l'élève mobilise ses savoirs pour poursuivre cet enjeu. Une autre caractéristique d'une situation adidactique est que la validation ou l'invalidation d'une procédure choisie par un élève se fait sans intervention du professeur : ceci est cohérent avec la première définition d'autonomie évoquée ci-dessus (Yackel & Cobb, 1996), l'élève n'est pas à la recherche des affirmations d'une autorité extérieure.

Ainsi, on pourrait être tenté de répondre à la question : « comment le professeur peut contribuer au développement de l'autonomie des élèves ? » simplement en disant : « il suffit que le professeur mette en place en classe des situations adidactiques ». Cependant, ceci ne nous semble pas suffisant. En particulier, une telle réponse ne tiendrait pas compte de la distinction introduite par Ben-Svi et Sfard (2007) entre ce qu'ils appellent le *niveau objet* et le *niveau méta*. En effet, les situations adidactiques telles que décrites par les travaux en didactique des mathématiques correspondent presque toujours à l'introduction de savoirs nouveaux. Elles ne permettent donc pas de prendre en compte la mobilisation de connaissances acquises, dans le cadre d'un travail visant par exemple la maîtrise d'une technique.

Robert (1998) ne parle pas explicitement d'autonomie dans ses travaux, mais elle introduit trois niveaux de mise en fonctionnement des connaissances qui permettent l'analyse d'énoncés mathématiques. Au *niveau technique*, il s'agit d'une application simple et isolée de connaissances ; au *niveau disponible*, au contraire, il faut combiner des connaissances, prendre des initiatives ; le *niveau mobilisable* est entre ces deux extrêmes. Nous considérons que ces travaux décrivent une certaine dimension de l'autonomie (en mathématiques) requise par un énoncé. Cependant, nous considérons que le travail de la technique peut lui aussi demander une forme d'autonomie. Nous n'approfondirons pas ces aspects dans cet article dont le but n'est pas de présenter une revue de travaux.

Nous proposons à ce stade de notre travail une définition de l'autonomie, que nous complétons dans la partie suivante en discutant les différentes formes d'autonomie. Dans cette définition, il nous semble important de souligner le fait que l'autonomie n'est pas une caractéristique stable d'un élève, car elle dépend du contexte et d'interactions avec divers collectifs. Ainsi, nous définissons l'autonomie comme un « processus qui permet à l'élève, dans un contexte donné et au sein d'un système d'interactions, d'organiser son travail et de mobiliser des ressources (internes ou externes) pour accomplir une tâche donnée en développant éventuellement des moyens nouveaux ».

Pour contribuer à concevoir des situations didactiques favorisant le développement de l'autonomie, nous avons d'une part introduit des distinctions entre différentes formes d'autonomie, et d'autre part complété nos sources en didactique des mathématiques par des travaux de sciences de l'éducation. Ces travaux nous permettent de séparer différents domaines de l'autonomie que nous présentons dans la partie suivante.

1.2. Des distinctions utiles : différents types d'autonomie, différents domaines

Nous avons observé que certains types d'autonomie concernent des éléments du travail de l'élève présents dans toutes les disciplines : savoir solliciter le professeur à bon escient, savoir gérer son travail à la maison, *etc*. Dans ce cas, nous parlons d'*autonomie pédagogique* (Gueudet & Lebaud, 2018). Par opposition, l'*autonomie didactique* est entièrement liée au savoir en jeu. En mathématiques, il peut s'agir de savoir utiliser une figure géométrique pour construire un raisonnement, de savoir mener un calcul et le valider, par exemple, avec une calculatrice...

En nous référant au travail de Ben-Zvi et Sfard (2007) cité dans la partie précédente, nous distinguons deux formes liées d'autonomie didactique, relatives au statut, à la nature des savoirs en jeu dans la situation d'enseignement-apprentissage : l'*autonomie de mobilisation* et l'*autonomie d'acquisition*. La première concerne des savoirs anciens, c'est-à-dire considérés comme déjà connus et assimilés ; la deuxième concerne la rencontre avec des savoirs nouveaux. Cette distinction est importante à souligner dans le contexte didactique. Elle permet de situer le développement de l'autonomie dans une variété de contextes de transmission des savoirs. En effet, dans les situations d'enseignement-apprentissage, les élèves n'ont pas affaire uniquement à des activités d'apprentissage de savoirs nouveaux : il faut aussi pouvoir travailler le savoir qui a déjà été rencontré préalablement. Cet élément amène à distinguer ces deux formes différentes d'autonomie, celle de mobilisation et celle d'acquisition qui sont cependant fortement associées.

À ce stade, nous retenons donc deux distinctions : autonomie pédagogique / autonomie didactique ; et pour l'autonomie didactique, autonomie de mobilisation / autonomie d'acquisition. Ceci permet une première analyse d'une situation d'apprentissage, et de ses potentialités pour le développement de l'autonomie de l'élève. Cependant, ces distinctions ne prennent pas en compte l'emploi du numérique et n'éclairent pas ses potentialités.

C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers les travaux d'Albero (2004) en sciences de l'éducation, qui concernent l'autonomie des apprenants dans un contexte de formation ouverte et à distance. Elle introduit sept dimensions, nommées *domaines d'application de l'autonomie*. Grimault-Leprince (2017) a montré que ces sept domaines pouvaient être adaptés au contexte scolaire ordinaire (en présence), et elle a associé à chaque domaine des exemples de compétences requises et de conduites attendues. Pour notre étude, nous nous appuyons sur son travail.

Selon les distinctions que nous avons introduites, ces domaines peuvent concerner aussi bien l'autonomie pédagogique que l'autonomie didactique. Dans le tableau 1 ci-après, nous donnons pour chaque domaine des exemples de conduites attendues, en distinguant pédagogique et didactique, et en nous centrant autant que possible sur des interventions du numérique. Dans la deuxième colonne, les éléments considérés peuvent être proches de ceux de la première colonne, mais ils sont spécifiques aux mathématiques.

Domaine	Autonomie pédagogique	Autonomie didactique (en mathématiques)
Technique	Maîtrise des technologies numériques et capacité à s'adapter face à la diversité des outils et supports.	Maîtrise des logiciels (géométrie dynamique, tableur, ...) ou des techniques spécifiques aux mathématiques (calcul, représentation graphique, ...).
Informationnel	Recherche et traitement de l'information : savoir maîtriser les outils de recherche documentaire, savoir rechercher et trouver de l'information pertinente, savoir recueillir, stocker, gérer l'information obtenue et savoir traiter, restituer l'information recueillie.	Recherche et traitement de l'information : savoir comprendre un énoncé mathématique, savoir chercher dans son cours, dans son manuel de maths, ..., et savoir utiliser l'information recueillie.
Méthodologique	Organisation de son travail en classe ou à la maison. Il s'agit de savoir s'organiser en tenant compte des objectifs et des contraintes diverses.	Organisation de son travail : pouvoir choisir parmi différentes stratégies pour résoudre un problème de mathématiques.
Social	Collaboration avec d'autres élèves et/ ou avec le professeur. Il s'agit de savoir prendre part à un travail collectif, à la construction collective d'une stratégie. Il peut aussi s'agir de savoir solliciter à bon escient le professeur.	Échanger avec d'autres élèves sur le choix d'une procédure ou la validité d'un raisonnement ; solliciter à bon escient le professeur.
Cognitif	Aspects individuels de la construction d'une stratégie de travail.	Aspects individuels de la construction d'une stratégie de travail concernant un contenu mathématique particulier.
Métacognitif	Capacité à s'auto-évaluer et à utiliser ses erreurs pour faire évoluer une stratégie	Capacité à s'auto-évaluer et à utiliser ses erreurs pour faire évoluer une stratégie concernant un contenu mathématique particulier.
Psycho-affectif	Estime de soi en classe : oser répondre lorsqu'une question est posée à la classe entière, oser montrer son travail à tous.	Estime de soi en classe : oser faire différents essais sans avoir peur de se tromper, oser échanger avec ses pairs, oser s'évaluer sans recours à l'enseignant.

Tableau 1 *: Les différents domaines de l'autonomie.*

Les domaines présentés dans le tableau 1 permettent de voir

> *l'autonomie, non plus comme une notion globale, mais comme un ensemble de compétences spécifiques auxquelles il est possible de préparer les apprenants par les activités et des tâches qu'ils ont à réaliser (Albero, 2004).*

Ces domaines sont liés les uns aux autres, il est par exemple difficile de regarder le domaine technique sans regarder les autres domaines, ou le domaine psycho-affectif sans regarder le domaine social. L'intérêt de la catégorisation est de pouvoir considérer plus précisément ce qui se passe du côté du technique, du côté de l'informationnel, du méthodologique, *etc*. Cet outil d'analyse permet d'étudier dans quelle mesure les environnements de formation influencent ou non, et parfois plus ou moins intentionnellement, tel ou tel domaine. Les exemples de conduites attendues mentionnés dans le tableau 1 (sous une forme synthétique) nous servent aussi de critères, lorsque nous analysons un scénario de classe ou une séquence observée.

Par rapport aux moyens que le professeur peut mettre en œuvre pour accompagner le développement de l'autonomie de l'élève, nous considérons que ces domaines peuvent jouer un rôle spécifique. Ils permettent au professeur de disposer de pistes pour construire des séances dans lesquelles tel domaine de l'autonomie va être particulièrement travaillé : par exemple avec un travail de groupe, pour développer le domaine social. Sans échapper au paradoxe général de tout phénomène d'enseignement-apprentissage : le développement du domaine social de l'autonomie se fait au travers de situations où ce domaine social est justement nécessaire, cette séparation en domaines permet de faire des choix plus ciblés et de se fixer des objectifs plus facilement réalisables.

Nous allons, dans la partie suivante, donner des exemples d'usage du numérique permettant d'illustrer l'utilisation des différents types d'autonomie et de chacun des sept domaines dans le contexte de l'apprentissage des mathématiques.

2. Développer l'autonomie en utilisant des outils numériques

Nous allons nous appuyer ici sur quatre exemples de scénarios de classe. Le premier est issu de la base Cartoun[4] qui permet aux professeurs la mutualisation de scénarios de classe. Les autres proviennent du travail dans le projet IDEE ou dans d'autres projets de recherche auxquels nous avons participé. Dans tous les cas, ces scénarios ont été conçus en intégrant un objectif de développement de l'autonomie des élèves de collège.

Pour chacun de ces scénarios de classe, nous avons complété un tableau du type du tableau 1, en notant les éléments relevant de l'une ou l'autre dimension de l'autonomie, et en observant plus particulièrement les interventions du numérique. Nous ne reproduisons pas ici chacun de ces tableaux, mais citons seulement les principales dimensions de l'autonomie qui sont concernées. En effet, nous ne visons pas ici l'exhaustivité, notre but est d'illustrer les distinctions introduites précédemment en mettant en évidence les potentialités en termes d'autonomie de scénarios de classe. Ces scénarios ne sont pas présentés comme idéaux ; ils ont été choisis de manière à parcourir l'ensemble des distinctions introduites.

Scénario de classe 1 - Équations du 1^er^ degré avec Thot[5]

Exemple librement inspiré de la ressource Cartoun AP1336 de Luc le Boulanger

Des élèves de 3^e^ travaillent individuellement dans une salle où des ordinateurs sont à disposition (on peut prévoir deux séances). Ils ont une fiche d'exercices sur papier, présentant des équations à résoudre (par exemple $2x-3=x+5$). La liste comporte 12 équations, ils doivent en résoudre 3 au moins. Ils peuvent, s'ils le souhaitent, aller

[4] https://cartoun.education.fr/portail

[5] http://www.emmanuelmorand.net/thot/telechargement.php

sur les ordinateurs pour utiliser le logiciel Thot qui les aide à faire les calculs. Le professeur a réalisé un petit tutoriel vidéo pour aider à l'utilisation du logiciel. Ces éléments, logiciels et tutoriels, peuvent être téléchargés pour un travail complémentaire à la maison. En fin de séquence, chaque élève dépose un exercice résolu sur un mur collaboratif virtuel. Les autres élèves peuvent commenter la solution déposée.

Différentes dimensions de l'autonomie pédagogique comme de l'autonomie didactique sont présentes ici, nous les décrivons ci-dessous. Soulignons que du point de vue de l'autonomie didactique, il s'agit ici d'autonomie de mobilisation : les élèves de 3e ont déjà rencontré les techniques de résolution pour ces équations. Ils ont appris en classe de 4e qu'ils peuvent ajouter ou retrancher le même terme de part et d'autre du signe « = », de manière à rassembler d'un côté de ce signe les termes dépendant de x, et de l'autre les termes constants. L'objectif étant de parvenir à une expression de la forme « $x = constante$ », qui donne la solution de l'équation.

L'organisation même de ces séances soutient une autonomie pédagogique, car les élèves peuvent travailler à leur rythme sur la liste d'exercices fournie, l'objectif de résoudre au moins trois équations doit pouvoir être atteint par tous. Ce choix de trois équations, comme la gestion du rythme de travail, concernent la dimension méthodologique de l'autonomie pédagogique. Dans ce qui suit, nous nous centrons sur les interventions du numérique.

Le logiciel Thot employé ici permet aux élèves d'entrer une équation, puis de proposer un terme qui sera automatiquement ajouté de part et d'autre de l'équation et apparaîtra en rouge (ou de multiplier chaque membre par le même facteur, ...). Le logiciel indique en outre par un symbole (une pyramide) que le travail est terminé, lorsque l'élève arrive à une expression de la forme « $x = constante$ » (figure 1).

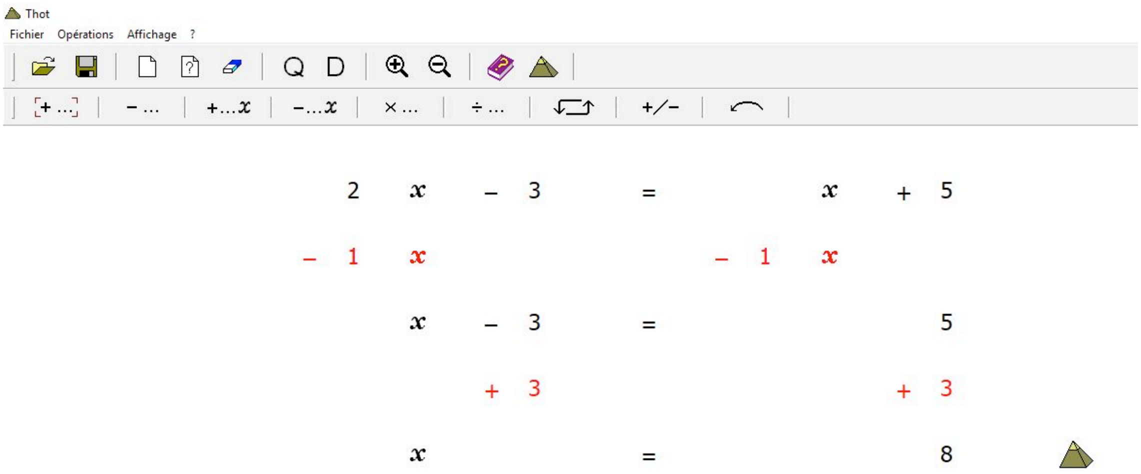


Figure 1 *: Résolution d'une équation avec le logiciel Thot.*

L'étude des difficultés des élèves concernant la résolution d'équations du 1er degré (Vlassi & Demonty, 2000) a montré qu'un nombre important d'élèves ne savent pas comment s'engager dans la résolution d'une équation. D'autres peuvent traiter par exemple $2x-3=x+5$ comme $2x-3x=x+5x$. Naturellement, pour des élèves qui n'ont pas de telles difficultés, la résolution de cette équation se fait en quelques étapes :

	$2x-3$	$=$	$x+5$
En retirant x à chaque membre de l'égalité :	$2x-3-x$	$=$	$x+5-x$
Réduction	$x-3$	$=$	5
En ajoutant 3 à chaque membre de l'égalité :	$x-3+3$	$=$	$5+3$
Réduction	x	$=$	8

Parvenant à l'égalité $x=8$, ces élèves comprennent que l'équation est résolue ; ils peuvent même vérifier que 8 est bien la solution cherchée, en remplaçant x par 8 dans l'équation de départ. Dans le scénario envisagé, de tels élèves n'auront pas besoin d'utiliser le logiciel : ils sont déjà autonomes dans la résolution d'équations.

Notre questionnement sur les apports du logiciel en termes d'autonomie didactique ne concerne donc pas ces élèves, mais plutôt ceux ayant des difficultés en résolution d'équations. Pour ceux-ci, le logiciel soutient le domaine cognitif : en effet il propose des actions possibles sur l'équation, qui permettent à l'élève de faire des essais et donc de s'engager dans une démarche de résolution. Le logiciel sépare (il s'agit de deux commandes différentes) l'ajout de termes où le « x » est présent, et l'ajout de termes constants : ceci peut aider les élèves à différencier ces deux types de termes, ce qui relève également du domaine cognitif.

Le logiciel effectue systématiquement la même opération (entrée par l'élève) de part et d'autre de l'égalité. Il signale par le symbole « pyramide » final que l'équation est résolue. Ainsi les élèves qui utilisent le logiciel peuvent observer que toute opération faite d'un côté de l'égalité doit aussi être faite de l'autre côté, et ceci peut contribuer à développer leur autonomie dans le domaine technique. Ils peuvent aussi noter que l'obtention de la forme « $x=constante$ » marque la fin de la résolution de l'équation, et ceci peut contribuer à développer leur autonomie dans le domaine métacognitif. L'emploi du logiciel ne peut pas en revanche les inciter à vérifier que la valeur obtenue est bien solution ; et naturellement, il est nécessaire que les élèves parviennent au final à résoudre les équations du 1er degré sans logiciel. Le recours au logiciel n'est qu'une étape dans le processus de développement de l'autonomie, et ceci seulement pour certains élèves.

La mise à disposition d'un tutoriel vidéo soutient aussi l'autonomie dans le domaine technique, cette fois pour la maîtrise du logiciel (que nous considérons aussi ici comme un aspect de l'autonomie didactique, étant donné que ce logiciel est un logiciel mathématique).

Le mur collaboratif virtuel est un outil numérique utilisable dans toutes les disciplines scolaires. Le dépôt par un élève de la résolution d'une équation demande à celui-ci une rédaction permettant à un autre élève de comprendre la stratégie utilisée. Ici, chacun est en outre invité à s'exprimer sur les résolutions faites par les autres élèves. Ceci permet à chacun de voir différentes démarches et peut favoriser le développement de l'autonomie didactique dans le domaine métacognitif, par le travail de production d'une solution destinée à être lue par un autre élève, et d'analyse de la production d'un autre élève. Le domaine psycho-affectif est aussi concerné, car les élèves sont sensibles au fait que leur production soit rendue accessible à l'ensemble de la classe.

Scénario de classe 2 - Réalisation de vidéos « Tuto maths »

Des élèves de 6e, en groupes de 3, choisissent lors d'une première séance une compétence particulière dans une liste : « passer d'une écriture décimale à la fraction décimale »,

« construire un triangle isocèle », *etc*. Ils préparent le texte et la mise en scène d'une vidéo (5 *min* maximum) à propos de cette compétence dans le CDI, où ils ont accès à des livres, à une connexion Internet. Lors d'une deuxième séance, ils se filment (avec des tablettes) puis partagent leur vidéo avec un autre groupe. Chaque groupe écrit un commentaire critique de l'autre vidéo. Finalement, les textes des vidéos sont adaptés, et une nouvelle version de la vidéo de chaque groupe est tournée et partagée avec toute la classe. Le professeur contrôle la justesse du contenu de chaque vidéo, et demande si besoin une nouvelle version.

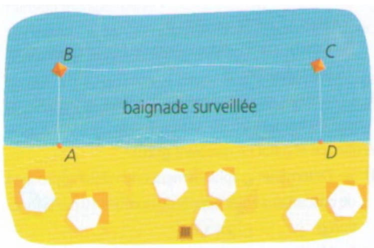
Dans cet exemple, du point de vue didactique, il s'agit encore de savoirs enseignés préalablement et donc d'autonomie de mobilisation pour ce qui concerne l'autonomie didactique. Les savoirs en jeu sont variés, et nous ne faisons donc pas ici leur analyse. Naturellement, le travail des élèves ne sera pas le même pour montrer comment on passe d'une écriture décimale à une fraction décimale ou pour décrire la construction d'un triangle isocèle, mais nous choisissons ici (pour des raisons de longueur) de ne pas entrer dans ce niveau de détail. On peut cependant relever des traits communs dans leur activité. Les élèves doivent tout d'abord mettre en commun leurs connaissances sur le sujet choisi. Ceci peut les amener à débattre s'ils ne sont pas d'accord, et/ou à rechercher des sources extérieures au CDI. Ils doivent encore échanger pour composer un texte commun qui est mis par écrit. De plus, il leur faut choisir une mise en scène pour la réalisation de la vidéo : par exemple, pour les vidéos concernant le tracé d'une figure géométrique, un élève peut dire le texte pendant qu'un autre trace la figure au tableau avec des instruments de géométrie. Plus généralement, il leur faut choisir une répartition des rôles ; et également ce qui sera écrit et ce qui sera seulement oral. Une fois ces choix effectués, ils peuvent réaliser leur propre vidéo. Il s'agit ensuite qu'ils regardent une vidéo d'un autre groupe et la commentent. Là encore ils doivent faire appel à leurs connaissances mathématiques pour repérer d'éventuelles erreurs (à ce stade, le professeur n'a pas corrigé les vidéos), et ceci peut amener des débats dans le groupe. Ils peuvent également commenter les choix de présentation de ce contenu : discours plus ou moins clair, trop ou pas assez d'écrit, *etc*., ainsi que les choix de mise en scène. Ils doivent finalement prendre connaissance des commentaires formulés sur leur vidéo, et en tenir compte pour en réaliser une nouvelle version. Naturellement il est possible que cette nouvelle version comporte encore des erreurs, soit si le groupe qui commentait ne les a pas repérées, soit si le groupe auteur n'a pas pris en compte le commentaire. C'est pourquoi le professeur contrôle au final tous les contenus et fait effectuer les modifications nécessaires.

Du point de vue de l'autonomie pédagogique, nous relevons principalement la présence du domaine technique, puisque les élèves doivent savoir se filmer ; du domaine social pour le travail en groupe, notamment les choix de mise en scène (qui peuvent être indépendants du contenu mathématique), et du domaine psycho-affectif, puisque les élèves se mettent en scène pour une vidéo.

Du point de vue de l'autonomie didactique, le domaine social est également présent puisque les interactions entre les élèves concernent aussi des choix mathématiques lorsqu'ils écrivent le scénario de leur vidéo, et lorsqu'ils écrivent des commentaires sur la vidéo d'un autre groupe. Nous notons par ailleurs la présence du domaine informationnel : en effet les élèves peuvent aller chercher de l'information pour rédiger le texte de leur vidéo, en utilisant les livres présents au CDI ou en cherchant sur l'Internet. À propos de ce domaine informationnel, notons que celui-ci peut être travaillé au-delà de cet exemple de scénario lors de la mise en place de démarches d'investigation en mathématiques. En effet, la recherche documentaire, pour mener une enquête, est une des dimensions possibles de la démarche d'investigation (Lebaud & Gueudet, 2012).

Revenons à cet exemple de scénario. Le domaine cognitif est également présent : en effet, les élèves, dans leur vidéo, doivent se positionner comme experts d'une certaine compétence. Il s'agit donc d'abord qu'ils s'assurent de leurs connaissances sur le sujet et puissent en débattre si besoin. Dans la dernière phase de prise en compte des commentaires d'un autre groupe, il faut aussi qu'ils puissent comprendre le contenu mathématique de ce commentaire. En ce qui concerne l'analyse et la rédaction d'un commentaire sur la vidéo d'un autre groupe, celles-ci sollicitent le domaine métacognitif : il faut en effet que les élèves puissent repérer en visionnant la vidéo d'éventuelles erreurs mathématiques, ou au contraire souligner la justesse et la qualité du contenu. Ce domaine métacognitif intervient également lors de la production d'une version revue de la vidéo, pour une prise en compte appropriée des commentaires reçus.

Scénario de classe 3 - Problème de modélisation et d'optimisation[6]



Le problème suivant est proposé à des élèves d'une classe de 3e : un maître-nageur utilise une corde et deux bouées (*B* et *C*) pour délimiter une zone de baignade rectangulaire.

La longueur de la corde est $160\,m = 16\,dam$. Il se demande où placer les bouées *B* et *C* pour obtenir la zone la plus étendue possible. Le point *A* est fixé.

Le problème de la zone de baignade est proposé en classe. La première séance a lieu en salle informatique. Les élèves doivent construire la zone de baignade sur GeoGebra, observer les variations de son aire et formuler une conjecture. Ensuite, ils doivent modéliser la situation avec une fonction, et chercher avec un tableur en quel point la fonction donnant l'aire de la zone atteint son maximum. Il s'agit ensuite de démontrer ce résultat, ce qui fait l'objet d'un travail à la maison, qui est repris et corrigé en classe.

Les élèves travaillent d'abord dans le cadre géométrique avec la construction sur Geogebra d'un rectangle *ABCD* en respectant les contraintes de longueurs. Cette construction demande de réinvestir des connaissances antérieures mais *a priori* bien connues des élèves (propriétés d'un rectangle). Cependant, la prise en compte des contraintes sur les longueurs est une difficulté : les élèves doivent construire sur GeoGebra un rectangle *ABCD* tel que $AB+BC+CD=16$. Au vu de l'illustration qui figure sur l'énoncé, ils choisissent le point *A* sur l'axe des abscisses — par souci de simplicité, nous considérons qu'il est à l'origine, $A(0{,}0)$ — et le point *B* comme ayant la même abscisse que *A* et une ordonnée *b*. Beaucoup d'élèves placeront ensuite un point *D* sur l'axe des abscisses ; et un point *C* ayant la même abscisse que *D* (notée *d*) et d'ordonnée *b*. En faisant afficher la valeur de la somme de longueurs $AB+BC+CD$ et en déplaçant par exemple le point *B*, ils pourront se rendre compte que la contrainte n'est pas toujours respectée. Éventuellement, le professeur peut les inciter à faire afficher la somme des longueurs, et à déplacer le point *B* s'ils ne le font pas spontanément. Ceci devrait les amener à écrire quelque chose du type : $2b+d=16$, et à en tenir compte pour construire une nouvelle figure. Ensuite, ils pourront faire afficher l'aire du rectangle et en observer les variations. Ils peuvent alors conjecturer que le maximum de l'aire vaut 32. Certains noteront qu'il semble être obtenu pour $b=4$. La modélisation mathématique se fait ensuite en classe, sans outil informatique. Il s'agit d'écrire que l'aire du rectangle est *bd*, puis d'utiliser la relation $2b+d=16$ pour écrire l'aire sous la forme $b(16-2b)$, ou toute autre forme équivalente, et remarquer qu'elle ne dépend donc que d'une variable. On se ramène alors à l'étude du maximum de la fonction *f* définie par $f(x)=x(16-2x)=16x-2x^2$ pour *x* variant entre 0 et 16.

[6] Ce scénario, testé en 3e il y a plusieurs années, est probablement plus adapté maintenant à la classe de seconde.

Les élèves connaissent la notion de fonction mais n'ont pas de technique pour déterminer le maximum d'une fonction polynomiale de degré 2. C'est pourquoi, à ce stade, ils emploient le tableur et observent une valeur approchée du maximum cherché. Contrairement à Geogebra qui n'affiche qu'une valeur d'aire à la fois (il y a les outils nécessaires pour faire tracer la fonction f, mais les élèves ne les manipulent pas encore), ils voient, avec le tableur, la valeur de l'aire évoluer en fonction de la longueur d'un des côtés et peuvent mieux percevoir que l'aire semble augmenter jusqu'à une valeur, le maximum, puis qu'elle décroit. Ils devraient noter que ce maximum semble être atteint pour $b=4$, si cela n'avait pas été remarqué avec l'utilisation de Geogebra.

La démonstration du résultat se fait à la maison. Les élèves doivent conjecturer que le problème est de démontrer que l'inégalité $16x-2x^2\leqslant 32$ est vraie pour toute valeur de x comprise entre 0 et 16. Cette inégalité se réécrit sous la forme $2(x^2-8x+16)\geqslant 0$, puis $2(x-4)^2\geqslant 0$. À ce stade, les élèves ne connaissent pas encore cette identité remarquable. Les expérimentations précédentes faites sur Geogebra et sur le tableur ont mis en évidence la valeur 4 qu'il s'agit alors de réinvestir dans la démonstration. Le résultat est ensuite repris et corrigé en classe.

En ce qui concerne l'emploi des logiciels Geogebra et tableur et la notion de rectangle, il s'agit ici d'une autonomie didactique de type mobilisation. En d'autres termes, ces connaissances et savoir-faire sont mobilisables (Robert, 1998) chez les élèves, et doivent pouvoir les amener à écrire la relation $2b+d=16$. En revanche, en ce qui concerne la modélisation par une fonction polynomiale de degré 2, et surtout la recherche du maximum de cette fonction, ce scénario vise à développer l'autonomie didactique de type acquisition des élèves. Il s'agit d'aller vers des connaissances nouvelles, grâce notamment aux outils logiciels. Il faut, pour ce faire, que l'élève soit suffisamment à l'aise avec l'utilisation des logiciels employés, il ne s'agit pas ici de chercher à développer le domaine technique lié aux logiciels.

Pour l'autonomie didactique de mobilisation, le domaine informationnel est présent : il s'agit de comprendre l'énoncé et de traiter les données pour modéliser la situation. La présence simultanée d'un texte descriptif et d'un schéma aide les élèves à trouver les informations pertinentes pour modéliser le problème au moyen de Geogebra. Le domaine cognitif est mobilisé lorsque les élèves construisent un rectangle sur GeoGebra avec la contrainte demandée. L'affichage de la somme des longueurs, le déplacement du point B et l'observation éventuelle du fait que la figure ne satisfait pas les contraintes relève du domaine métacognitif, il s'agit de s'auto-évaluer.

En ce qui concerne l'autonomie d'acquisition, il s'agit que les élèves parviennent à passer de $2b+d=16$ à $d=16-2b$, puis en déduisent la modélisation de l'aire par la fonction f définie par $f(x)=x(16-2x)$, et enfin fassent afficher des valeurs bien choisies dans le tableur et observent quand la valeur maximale semble atteinte. Ici le domaine cognitif est présent lors de la production de l'expression de la fonction, et de sa liste de valeurs sur le tableur. Le domaine informationnel est concerné par l'observation des valeurs prises, et le repérage de la valeur correspondant possiblement au maximum. Le domaine social peut être sollicité si l'enseignant propose un travail de groupe sur cette partie.

Notons qu'il est possible de proposer une variante de ce scénario dans laquelle les élèves peuvent librement explorer le problème en utilisant soit GeoGebra soit le tableur. Dans ce cas le domaine psycho-affectif est présent, car les élèves choisissent librement le logiciel avec lequel ils se sentent le plus à l'aise.

Nous présentons enfin un scénario couramment pratiqué par des collègues de collège, pour différents contenus mathématiques.

Scénario de classe 4 - Utilisation de LaboMEP[7] pour stabiliser des prérequis

> Un professeur de collège a inscrit les élèves de ses différentes classes sur LaboMEP. Avant d'aborder certains nouveaux chapitres, qui s'appuient de manière importante sur le programme de l'année précédente, le professeur crée dans LaboMEP une série d'exercices correspondant à ce précédent programme. Cette série est faite individuellement en classe. Selon les résultats obtenus par chaque élève, le professeur programme des révisions complémentaires à faire à la maison, ou pendant des temps de permanence dans l'établissement. Les élèves savent que le professeur contrôlera sur la plate-forme s'ils ont bien fait les exercices, et le score qu'ils ont obtenu.

Ce scénario peut concerner de nombreux domaines mathématiques. Nous soulignons ici les traits qui peuvent être communs, quel que soit le domaine, dans l'activité des élèves. Les élèves savent que le professeur contrôlera à distance s'ils ont fait le travail hors classe demandé, et donc ils s'engageront probablement dans ce travail. Pendant le travail, lorsque l'élève fait une tentative, il reçoit un feedback « réponse juste » ou « réponse fausse » du logiciel. Chaque exercice comporte 5 ou 10 questions, et le score de l'élève est affiché tout au long de l'exercice. Lorsqu'une première réponse est fausse, le logiciel propose la lecture d'une aide, et une seconde tentative est possible. Les élèves peuvent aussi relancer un exercice autant de fois qu'ils le souhaitent. Ils obtiennent alors un énoncé semblable, mais dans lequel, par exemple, les valeurs numériques ont été modifiées.

Du point de vue de l'autonomie didactique, cet exemple concerne également l'autonomie de mobilisation puisqu'il s'agit de réviser des savoirs déjà enseignés. Comme pour le scénario 2, nous n'analyserons pas ces savoirs puisqu'ils peuvent être variés.

Concernant cette autonomie didactique, on peut identifier la présence de plusieurs domaines. Le domaine psycho-affectif : sur LaboMEP, les élèves peuvent faire plusieurs essais sans craindre les critiques du professeur ou les moqueries de leurs camarades. Ils peuvent donc se rassurer sur leurs compétences et se détacher du regard de l'enseignant puisqu'ils ont un retour « neutre », sans jugement (au moins ressenti) de l'enseignant ou de leurs pairs. Pour effectivement travailler le domaine psycho-affectif, le parcours doit être construit par l'enseignant pour chaque élève en fonction de ce qu'il fait en classe et afin de le mettre en confiance, tout en le faisant travailler des notions non encore assimilées. Le domaine métacognitif est également présent : LaboMEP envoie pour chaque réponse un feedback, au minimum sous la forme « bonne réponse » ou « mauvaise réponse », qui permet à l'élève de s'auto-évaluer. Ce feed-back est une aide pour développer ce domaine métacognitif car, d'une part, l'élève doit s'impliquer personnellement dans ce travail et, d'autre part, les tâches sont choisies par l'enseignant pour renvoyer suffisamment d'informations à l'élève pour qu'il puisse faire des choix pour la continuation de son travail (ne serait-ce que recommencer l'exercice s'il obtient « mauvaise réponse »). Le domaine cognitif est également présent, concernant les contenus de savoir en jeu. Les exercices ayant été choisis par l'enseignant permettent d'encadrer le travail de l'élève sur des savoirs bien précis tout en le laissant gérer ses révisions.

À propos de l'autonomie pédagogique, le domaine méthodologique est présent : un travail à la maison ou en permanence est proposé, que l'élève pourra librement effectuer à son rythme, mais pour lequel le professeur aura accès à un suivi indiquant ce que l'élève a fait, et s'il a réussi ou

[7] https://labomep.sesamath.net/

non. Il s'agit donc bien d'une aide au développement du domaine méthodologique, puisque l'enseignant garde un regard sur le rythme de travail et la réussite de l'élève et peut donc, si besoin, faire un bilan avec lui.

3. Conclusions et suite du travail

L'autonomie des élèves est très souvent mentionnée dans les textes officiels, comme par les professeurs, sans que le sens de cette expression soit réellement précisé. L'un des objectifs de notre travail est de préciser ce sens et nous espérons que les distinctions présentées dans cet article y contribuent. Il nous semble important de souligner d'une part que l'autonomie dépend du contexte, et d'autre part qu'il faut s'attacher à soutenir son développement. Il est également éclairant de distinguer d'une part ce qui relève de l'activité mathématique de l'élève, l'autonomie didactique (qui peut concerner la mobilisation de savoirs déjà acquis, ou l'acquisition de nouveaux savoirs) et ce qui est transversal, l'autonomie pédagogique. Pour contribuer au développement de l'autonomie de ses élèves, le professeur de mathématiques peut notamment recourir à des outils numériques de différents types. Les sept domaines de l'autonomie que nous avons présentés ici, en appui sur le travail d'Albero (2004), peuvent aider à l'analyse et/ou à l'élaboration de scénarios de classe effectuant un tel recours au numérique.

Dans cet article, nous avons présenté ces distinctions, et nous les avons illustrées en donnant quatre brefs exemples de scénarios de classe. Ces scénarios ont été choisis pour mettre en évidence les types d'autonomie et les domaines introduits. Concernant l'analyse de ces scénarios, nous avons présenté les principales dimensions identifiées. Cependant, celles-ci étant liées, il est parfois délicat de retenir l'une plutôt que l'autre. Nous travaillons actuellement à affiner les critères d'identification de chacune des dimensions, qu'il s'agisse d'analyser un scénario de classe prévu ou une mise en œuvre effective.

Ce que nous avons présenté ici correspond au début du projet IDEE. La suite de ce projet comporte plusieurs aspects. Nous avons élaboré un module de formation initiale, en cours de test en Master 2 MEEF à l'ESPE de Bretagne. Ce module, intitulé *« Autonomie, Différenciation, Réduction des Inégalités et Numérique Éducatif »* (ADRIENE), propose aux stagiaires des outils issus du projet de recherche, pour qu'ils puissent élaborer eux-mêmes des scénarios de classe utilisant le numérique pour le développement de l'autonomie[8].

Nous avons par ailleurs élaboré des grilles d'analyse de ressources de type scénario de classe, toujours axées sur le thème du projet : utilisation du numérique pour le développement de l'autonomie, et réduction des inégalités sociales (Gueudet & Lebaud, 2018). Ces grilles peuvent servir en outre de guide de conception de telles ressources, et nous les utilisons en ce sens dans le projet. Dans un prochain article, nous décrivons ces grilles, ainsi qu'une ressource présentant un scénario de classe conçue dans le cadre du projet.

Références bibliographiques

Albero, B. (2004). L'autoformation dans les dispositifs de formation ouverte et à distance : instrumenter le développement de l'autonomie dans les apprentissages. In I. Saleh, D.

[8] On trouve notamment, parmi les outils proposés des vidéos, une vidéo concernant l'autonomie qui recoupe largement le contenu de cet article (sans toutefois être centrée sur les mathématiques). Cette vidéo est librement accessible à l'adresse :
https://espod.espe-bretagne.fr/video/0184-developpement-de-lautonomie-et-usages-du-numerique/

Lepage, S. Bouyahi (Eds). Les TIC au cœur de l'enseignement supérieur, *Actes de la journée d'étude du 12 novembre 2002*, Laboratoire Paragraphe, Université Paris VIII-Vincennes-St Denis, coll. Actes Huit, 139-159.
Repéré à http://edutice.archives-ouvertes.fr/docs/00/00/17/75/PDF/AlberoVincennes.pdf

Ben-Zvi, D. & Sfard, A. (2007). Ariadne's thread, Daedalus' wings and the learner's autonomy. *Éducation & Didactique, 1*(3)*,* 117-134.

Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Denouël, J. (2017). L'école, le numérique et l'autonomie des élèves. *Hermès, la Revu*e, *2*(78), 80-86. Repéré à https://www-cairn-info.distant.bu.univ-rennes2.fr/revue-hermes-la-revue-2017-2-page-80.htm

Grimault-Le Prince, A. (2017) Étudier les liens entre usages numériques et autonomisation chez les adolescents. Éléments d'une recherche par questionnaire. Intervention au séminaire. *Complémentarités des approches didactiques et sociologiques en sciences de l'éducation*. CREAD, Rennes, France.

Gueudet, G. & Lebaud, M.-P. (2015). Usage des technologies et investigation en mathématiques : quels contrats didactiques possibles ? *Recherches en éducation, 21*, 81-94. http://www.recherches-en-education.net/spip.php?article308

Gueudet, G. & Lebaud, M.-P. (2018). Numérique et développement de l'autonomie des élèves en mathématiques : outils pour l'analyse de ressources. *Communication au colloque EMF 2018*. Paris, France.

Lebaud, M.-P. & Gueudet, G. (2012). Démarches d'investigation et collectifs dans la formation des enseignants, Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le XXIe siècle - *Actes du colloque EMF 2012*, J.-L. Dorier & S. Coutat (dir.), 1400-1412. http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes- emf-2012

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques, 18*(2)*,* 139-189.

Vlassis, J. & Demonty, I. (2000). La résolution des équations du premier degré à une inconnue. *Cahiers du Service de Pédagogie expérimentale - Université de Liège, 3-4*, 35-50.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 58-477.

MEN (2006). *Le socle commun des connaissances et des compétences*. http://cache.media.education.gouv.fr/file/51/3/3513.pdf