PROBLÈMES OUVERTS À L'ÉCOLE PRIMAIRE : UNE MANIÈRE DE VARIER SA PRATIQUE DES MATHÉMATIQUES AVEC UN DOUBLE-NIVEAU

Christine CHOQUET-PINEAU[1]
INSPÉ Académie de Nantes, CREN Université de Nantes

Résumé. Dans cet article, nous présentons des résultats d'une recherche menée sur la pratique d'un enseignant expérimenté de cycle 3. Nous comparons deux séances menées par le même professeur des écoles dans une classe de double niveau CM1-CM2 : une séance qui rend compte des séances menées quotidiennement par l'enseignant et une séance dédiée à un problème ouvert, menée plus occasionnellement. Le travail d'analyse se situe dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002) et utilise des résultats sur des profils d'enseignants étudiant en classe de primaire des problèmes ouverts (Choquet, 2017). Elle permet de décrire, pour les comprendre, les choix faits par le professeur pour ces deux séances et de justifier de l'intérêt de proposer des problèmes ouverts en classe de primaire pour faire évoluer, enrichir sa pratique, notamment en termes de mise en œuvre, d'enjeux d'enseignement et d'objectifs d'apprentissage.

Mots-clés. Pratiques enseignantes, problèmes ouverts, double approche, double-niveau, primaire.

Introduction

Nous menons depuis quelques années une recherche sur les pratiques en mathématiques de professeurs des écoles (Choquet, 2017). Nous avons pu constater, lors de ces recherches mais aussi dans le cadre d'actions de formation que nous menons, que la pratique du problème ouvert (Arsac & Mante, 2007) à l'école primaire est une des préoccupations de nombreux enseignants travaillant aux cycles 1, 2 ou 3. De nombreuses questions se posent : comment choisir les énoncés ? Comment mettre en œuvre les séances dédiées à des problèmes ouverts ? Quels objectifs d'apprentissage peuvent être visés pour les élèves de primaire lors d'une séance ordinaire ? Lors d'une séance dédiée à un problème ouvert ? En quoi la pratique du problème ouvert permet-elle de varier, de faire évoluer la pratique quotidienne des mathématiques en primaire ?

Dans cet article, sans prétendre vouloir répondre de manière générale à ces questions de la profession, nous proposons d'analyser comment un enseignant expérimenté s'empare de ce questionnement dans sa classe de cycle 3 et comment il organise sa pratique des mathématiques autour de séances quotidiennes ordinaires et de séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts. Quelles différences peuvent être repérées entre les deux types de séances ? Comment les deux types de séances sont mis en relation par l'enseignant afin de proposer un enseignement des mathématiques riche en termes d'apport de connaissances mais également en termes de développement de compétences chez tous les élèves ? Afin de proposer des éléments de réponses à ces questions, cet article s'intéresse donc à la pratique d'un professeur des écoles de double

[1] christine.choquet@univ-nantes.fr

niveau CM1-CM2[2] (élèves de 9 à 11 ans) lors de deux séances de mathématiques préparées et mises en œuvre par cet enseignant : la première (séance quotidienne, notée SQ) est caractéristique des séances de mathématiques menées quotidiennement par l'enseignant, en ce sens où l'enseignant nous explique qu'il propose quotidiennement ce même type d'organisation des séances dans sa classe de double-niveau. La deuxième (séance problème ouvert, notée SPO), menée beaucoup plus occasionnellement, est dédiée à l'étude d'un problème ouvert. En analysant et en comparant les contenus mathématiques proposés et l'organisation des deux séances, nous étudions en quoi ces deux types de séances peuvent être un moyen pour cet enseignant de varier sa pratique quotidienne des mathématiques dans une classe de double-niveau et de viser le développement de compétences mathématiques chez tous les élèves, notamment comme le préconisent les instructions officielles (MEN, 2015, 2018).

Les instructions officielles de l'année 2015 pour l'école élémentaire et le collège regroupent, dans un même cycle 3[3], les niveaux de première et deuxième années du cours moyen avec la classe de sixième (élèves de 9 à 12 ans). Les programmes concernant l'enseignement des mathématiques dans ce cycle 3 sont présentés, aux professeurs des écoles et aux professeurs de mathématiques de collège, dans un document commun. Dans le prolongement des programmes précédents (MEN, 2002a, 2008), la résolution de problèmes est placée au centre de cet enseignement et de l'activité des élèves afin de leur permettre d'acquérir des connaissances mathématiques et de développer des compétences :

> *La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. La résolution de problèmes permet [...] de montrer comment des notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations. (MEN, 2015, p. 190).*

Afin de repérer et comprendre les choix faits par l'enseignant, nous revenons, dans une première partie, sur la caractérisation du problème ouvert proposée par l'IREM de Lyon (Arsac, Germain & Mante, 1988) ainsi que sur la place, plus ou moins explicite, qu'il occupe dans les instructions officielles de l'école primaire depuis l'année 2002. Nous examinons ensuite, en nous appuyant sur des articles déjà publiés dans la revue *Grand N*, ce qu'apporte la recherche en didactique des mathématiques sur les enjeux de son utilisation en classe de primaire ainsi que sur les réussites et les difficultés liées à sa mise en œuvre. L'analyse et la comparaison des deux séances, menées dans le cadre de la double approche, permettent de mettre en évidence les variabilités entre les deux séances et de justifier de l'intérêt pour la classe de double-niveau de cet enseignant de proposer des séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts.

1. Des problèmes ouverts depuis les années quatre-vingts

1.1. Une caractérisation proposée dans les années quatre-vingts

La définition du problème ouvert

Une caractérisation du problème ouvert a été proposée initialement pour les niveaux secondaire et supérieur par un groupe de l'IREM de Lyon (Arsac, Germain & Mante, 1988) :

> *L'énoncé est court.*

[2] Cours moyen première et deuxième années.

[3] Le cycle 2 regroupe les classes du cours préparatoire, des cours élémentaires de première et deuxième années (CP/CE1/CE2) et le cycle 4 regroupe les classes de cinquième, quatrième et troisième du collège (MEN, 2015).

> *L'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de questions du type « montrer que »). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours.*
>
> *Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples (Arsac, Germain & Mante, 1988, p. 7).*

Arsac et Germain, depuis les années quatre-vingts, n'ont pas changé cette caractérisation, ils expliquent, lorsqu'ils proposent en 2007 des compléments sur la pratique du problème ouvert, qu'elle reste adaptée et répond à une demande du secondaire mais également des enseignants du primaire et des formateurs (Arsac & Mante, 2007). Il s'agit de proposer un problème engageant tous les élèves, quels que soient leur âge et leur niveau scolaire, dans des essais et des tentatives de raisonnements permettant de justifier les procédures qu'ils choisissent et d'expliciter ainsi leurs résultats.

La caractérisation proposée repose sur des contraintes qui permettent de préciser quels énoncés peuvent être des problèmes ouverts : des énoncés courts, dans un domaine conceptuel familier des élèves. La définition concerne également la formulation des énoncés, la forme qu'ils peuvent prendre, elle précise notamment des objectifs d'apprentissages pour les élèves et en particulier, l'apprentissage d'une démarche scientifique. L'enjeu principal du problème ouvert est défini par les auteurs comme la découverte en classe de mathématiques de la démarche scientifique autrement dit de *« mettre les élèves en situation d'essayer, conjecturer, tester, prouver »* (Arsac, Germain & Mante, 1988, p. 12).

La brièveté de l'énoncé doit permettre à tous les élèves de comprendre rapidement le but du problème et ainsi les inciter à s'engager dans quelques essais et à réfléchir à une stratégie de recherche/résolution. Le choix d'un énoncé court répond donc à une contrainte de motivation et d'enrôlement des élèves, il doit permettre à tous les élèves de s'engager dans l'activité mathématique liée à la résolution du problème proposé.

Les auteurs (Arsac, Germain & Mante, 1988) soulignent que les élèves doivent disposer des connaissances nécessaires pour résoudre le problème proposé : « *le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité* » (*ibid.*, p. 7). Ce domaine dans lequel se situe le problème est considéré comme « *familier* », autrement dit, il doit être rapidement reconnu des élèves. *« Le temps pour réaliser un essai est assez bref, compte tenu des connaissances et du matériel à utiliser pour le faire [...] »* (*ibid.*, p. 9). Le but est que les essais engagés aboutissent rapidement à quelques résultats ou des idées de résultats et que les élèves parviennent à énoncer rapidement des conjectures cohérentes avec le sujet traité par le problème.

Par ailleurs, afin d'engager toute une classe dans une recherche, la solution ne doit pas paraître trop *« évidente aux élèves »*, elle doit mener à un débat et à la nécessité d'une preuve. Il s'agit de faire attention à ne pas *« proposer un problème pour lequel les conjectures immédiates émises par les élèves correspondent à la solution »* (*ibid.*, p. 19).

Les pratiques du problème ouvert

L'organisation des séances est également précisée aux enseignants. Il leur est conseillé de donner *« [...] la possibilité pour chacun de trouver quelque chose [...] »* (*ibid.*, p. 11), la recherche en classe permet de montrer aux élèves qu'ils sont tous capables de chercher et de trouver quelques résultats, même modestes, et ceci grâce au soutien de l'enseignant quand c'est nécessaire. Il s'agit bien en cela d'engager dans une recherche, de soutenir cette recherche et surtout pas de laisser des élèves seuls face à des difficultés ou une impasse. Le travail de groupe est présenté comme permettant de pallier une grande partie de ces difficultés. Les élèves sont moins seuls face au problème : *« cela évite un découragement éventuel, diminue la peur de ne rien trouver, augmente les chances de production de conjectures dans un délai raisonnable »* (*ibid.*, p. 9).

Après un temps de recherche individuelle puis en petits groupes, une phase de mise en commun est nécessaire. En effet, *« les mises en commun constituent un moyen privilégié pour l'analyse et la critique des productions personnelles produites par les élèves lors de la résolution de problèmes inédits pour eux »* (Douaire & Hubert, 2001, p. 29). Dans le cas des problèmes ouverts, ce temps de mise en commun des productions est d'autant plus important qu'il permet à la classe de poursuivre collectivement la recherche/résolution du problème. Et, même si ces mises en commun restent parfois complexes à organiser pour de nombreux enseignants (Douaire & Hubert, 2001 ; Choquet, 2014), elles doivent permettre de continuer le travail de résolution en demandant aux élèves de défendre leurs résultats, de justifier leur conjecture pour convaincre les autres. Les solutions ou pistes de solutions déjà trouvées par chaque groupe sont alors développées, enrichies et approfondies par les échanges entre tous les élèves de la classe.

1.2. La caractérisation retenue pour notre étude

Force est de constater que des professeurs des écoles s'emparent de ces problèmes ouverts initialement prévus pour l'enseignement des mathématiques dans le secondaire (Charnay, 2007). Une recherche antérieure (Choquet, 2014) a permis de montrer que ces professeurs prennent néanmoins des libertés par rapport à la définition énoncée par Arsac *et al.* (1988). Et la poursuite depuis plusieurs années de nos recherches sur la pratique des problèmes ouverts à l'école primaire a conduit à préciser la caractérisation du problème ouvert que nous retenons pour notre étude.

D'une part, nous obtenons que la longueur de l'énoncé n'est pas un critère incontournable, il s'agit surtout de choisir des énoncés dans des domaines familiers des élèves afin de leur permettre à tous s'engager dans, au moins, quelques essais. Les problèmes ouverts doivent pouvoir en cela amener chaque élève à remobiliser des connaissances anciennes, par exemple sur la numération, le calcul (avec des nombres entiers, des nombres décimaux).

D'autre part, au-delà des compétences de calcul, ces problèmes ont pour enjeu principal de développer chez tous les élèves des compétences de recherche. Autrement dit, il s'agit de permettre à tous de s'engager dans une démarche personnelle, de tester, de faire preuve d'initiative, d'essayer plusieurs pistes de résolution mais également de les encourager à raisonner afin de prouver la validité ou non des solutions obtenues.

Par ailleurs, notre étude (Choquet, 2014, 2017) a permis, au-delà de caractéristiques sur les enjeux d'apprentissage des séances dédiées à la recherche/résolution de problèmes ouverts, de mettre en évidence trois profils de pratiques enseignantes (profils 1, 2a et 2b). Ces trois profils donnent à voir également ce que sont les problèmes ouverts pour des enseignants du primaire.

Certains enseignants proposent aux élèves des problèmes ouverts avec pour enjeu principal de faire chercher les élèves pendant le cours de mathématiques et d'exhiber la solution attendue (profil 1). D'autres enseignants proposent ces problèmes avec l'enjeu d'une part, de faire apprendre et/ou réinvestir des notions mathématiques en cherchant et, d'autre part, d'amener les élèves à développer des compétences de modélisation et/ou de raisonnement. Certains d'entre eux choisissent, quand ils accompagnent les élèves dans leurs recherches, de leur enseigner, par exemple, qu'un schéma peut les aider à résoudre un problème et les amener à modéliser la situation (profil 2a). Ou d'autres décident d'étudier des problèmes ouverts en classe afin avant tout, pendant les temps de mise en commun des résultats, d'initier leurs élèves au raisonnement et de les amener à la preuve en mathématiques (profil 2b).

1.3. Une place dans les programmes de l'école primaire

Afin d'examiner les choix faits par les professeurs des écoles en termes de problèmes ouverts, nous repérons la place effectivement réservée aux problèmes ouverts dans les programmes de mathématiques des années 2002, 2008, 2015 et 2018, en y repérant les objectifs visés.

En 2002, les instructions officielles pour l'école primaire incitent les professeurs d'axer leur enseignement des mathématiques sur la résolution de problèmes (MEN, 2002a) :

> *En mathématiques, [...] l'essentiel du programme réside dans l'orientation pragmatique d'un enseignement des mathématiques centré sur la résolution de problèmes. Par-là, les connaissances élaborées dans les différents domaines des mathématiques prennent leur signification. Elles deviennent des instruments disponibles pour traiter nombre de situations [...] (MEN, 2002a, p. 64).*

À partir de cette période, les enseignants du primaire sont encouragés notamment à mettre en œuvre des problèmes de recherche afin de permettre à tous les élèves de développer *« des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver »* (*ibid.*, p. 82). Le but annoncé dans l'introduction du document d'application des programmes (MEN, 2002b) est de favoriser l'activité même de résolution de problèmes, afin :

> *de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter. Ces situations peuvent enrichir leur représentation des mathématiques, développer leur imagination et leur désir de chercher, [...] (MEN, 2002b, p. 7).*

Toutes ces précisions ne sont pas sans rappeler la caractérisation du problème ouvert et son enjeu principal. Le lien est d'ailleurs explicitement fait dans un document d'accompagnement des programmes (MEN, 2005) dédié à la présentation et la mise en œuvre en classe de *problèmes pour chercher*.

Les instructions officielles de l'année 2008 ne reprennent plus explicitement les expressions problème de recherche ou problème pour chercher. Les programmes de mathématiques précisent néanmoins que *« la résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique »* (MEN, 2008, p. 33) et que celle-ci *« développe le goût de la recherche et du raisonnement »* (*ibid.*, p. 22). Il faut attendre le document *Ressources* (MEN, 2012) associé à ces programmes pour retrouver explicitement citée un lien avec le problème ouvert et la nécessité de proposer aux élèves des problèmes inédits pour eux *« [...] visant principalement à permettre aux élèves de prendre des initiatives, de formuler des hypothèses, et d'apprendre à les prouver, (par exemple des problèmes ouverts) [...] »* (MEN, 2012, p. 53).

Depuis la rentrée scolaire de l'année 2016, les première et deuxième années du cours moyen (les classes de CM1 et CM2) sont regroupées avec la première année du collège (la classe de 6e) dans un même cycle 3 (élèves de 9 à 12 ans). Les programmes réaffirment la place importante de la résolution de problèmes dans l'enseignement/apprentissage des mathématiques qui doit permettre notamment le *« développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer »* (MEN, 2015, p. 110) amorcé lors du cycle 2 de l'école élémentaire. Il est précisé qu'il s'agit pour les élèves *« d'apprendre à s'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter,* *émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle »* (*ibid.*, p. 11). Cette injonction est renforcée par une note de service dédiée à la résolution de problèmes à l'école primaire (MEN, 2018). Celle-ci réaffirme l'intérêt pour tous les élèves d'être confrontés à des séances dédiées à la recherche/résolution de problèmes afin d'apprendre à chercher et dans le but d'acquérir des méthodes, des démarches de recherche, comme par exemple *« la méthode essai-erreur »* (MEN, 2018, p. 3).

1.4. Des résultats de la recherche dans la revue *Grand N*

Des recherches en didactique des mathématiques ont été menées afin de repérer les connaissances et les compétences mathématiques en jeu dans la recherche/résolution de problèmes de type ouvert et afin d'étudier leur mise en œuvre dans des classes de l'école élémentaire. Parmi l'ensemble de ces recherches, nous nous sommes attardés sur des résultats diffusés dans la revue *Grand N*, à destination notamment des professeurs des écoles, des formateurs d'enseignants et des étudiants. Nous ne réalisons pas une présentation exhaustive de tous les articles s'intéressants à des problèmes de type ouverts, nous les avons choisis du fait de leur variété dans le but de rendre compte de la diversité des études menées sur la pratique du problème ouvert. Les résultats des recherches peuvent être présentés selon trois axes : les enjeux du problème ouvert à l'école élémentaire (Charnay, 1992 ; Bonnet & Clément-Martin, 2006), des propositions d'énoncés de problèmes ouverts à destination du premier degré (Bessot, Chevrot & Eberhard, 1985 ; Godot, 2006 ; Thomas, 2007) ainsi que des exemples d'expérimentation en classe de primaire identifiant des réussites et des difficultés (Lépine, 1996 ; Groupe élémentaire - IREM de Besançon, 2005 ; Combès, 2005 ; Bonnet & Clément-Martin, 2006 ; Hersant, 2008 ; Ouvrier-Buffet, Alvès & Acker, 2017 ; Coulange et Fourcade, 2019).

Les enjeux des problèmes ouverts à l'école primaire

Une comparaison entre les problèmes ouverts et d'autres types de problèmes utilisés à l'école primaire (situation-problème, problème de réinvestissement, problème de synthèse, etc.) est proposée (Charnay, 1992) ; elle montre que chacun de ces types de problèmes a une fonction bien définie dans les apprentissages visés pour les élèves : découvrir une nouvelle notion, s'entraîner à l'usage de nouvelles méthodes et notions, etc. Certains des auteurs cités (Charnay, 1992 ; Bonnet & Clément-Martin, 2006) donnent des éléments concernant les enjeux de séances dédiées à l'étude de problèmes ouverts, en classe de primaire : il s'agit en priorité de favoriser le développement de capacités de recherche et d'argumentation en faisant face à des problèmes inédits, à des situations atypiques. Elle permet aux enseignants de faire prendre conscience aux élèves *« de la puissance de leurs connaissances »* (Bonnet & Clément-Martin, 2006) et de les aider à *« développer une attitude positive [...] face aux problèmes [de mathématiques] »* (*ibid.*). En effet, l'étude de ces problèmes en classe est l'occasion de *« valoriser des comportements et des méthodes essentiels pour la construction des savoirs »* (*ibid.*), en l'occurrence *« argumenter, débattre, avoir l'esprit ouvert et critique »* (*ibid.*). L'usage de problèmes ouverts, notamment au cycle 3, conduit donc à engager les élèves dans un développement de compétences mathématiques telles que *chercher* et *raisonner* (Ouvrier-Buffet *et al.*, 2017 ; Coulange & Fourcade, 2019). Cependant, dans certains cas, *« il s'agit davantage d'une initiation à la démarche de recherche qu'un travail filé sur celle-ci »* (Ouvrier-Buffet *et al.*, 2017, p. 29) et *« le travail visé sur l'argumentation [...] serait à approfondir pour accéder véritablement à la preuve »* (*ibid.*).

Des exemples d'énoncés pour l'école primaire

Des travaux de recherche aboutissent à l'élaboration d'énoncés pour le premier degré. Plusieurs exemples ont retenu notre attention. Nous les considérons comme des problèmes ouverts au regard de la définition que nous retenons dans notre étude, notamment en termes d'objectifs d'apprentissage pour les élèves.

Le problème *Les aimants* (Bessot *et al.*, 1985) est conçu pour des élèves de CE1 (figure 1).

> J'ai 45 aimants. Je veux accrocher des feuilles au tableau. J'ai deux sortes de feuilles : des petites jaunes et des grandes blanches. J'utilise 4 aimants pour les feuilles jaunes et 6 aimants pour les feuilles blanches. Combien vais-je pouvoir accrocher de feuilles ?

Figure 1 *: Les aimants (Bessot et al., 1985, p. 5).*

Sa recherche/résolution a trois objectifs principaux : un travail sur les nombres afin de donner un sens aux opérations, la maîtrise de représentations dessinées et la validation de réponses proposées.

Le problème *La roue aux couleurs* (Godot, 2006), à destination d'élèves de cycle 3, s'apparente à un problème ouvert. Il a pour but de faire découvrir les mathématiques aux élèves de cycle 3 sous un aspect *expérimental*. Son étude est l'occasion pour les enseignants de *« mettre en application les directives officielles et faire de leur classe une véritable petite communauté mathématique »* (Godot, 2006, p. 16). Il s'agit de *« contribuer à donner du sens à cette discipline bien souvent réduite à leurs yeux au calcul »* (*ibid.*) et de développer des compétences de recherche et de modélisation.

> Le joueur doit placer sur le petit disque le même nombre de pions que sur le grand disque. Ces pions peuvent être de une, deux, trois, quatre couleurs ou plus choisies parmi les couleurs disposées sur le grand disque par le forain.
> On fait ensuite tourner le petit disque, cran par cran. Le joueur gagne si, dans chaque position du petit disque, un et un seul de ses pions est de la même couleur que celui qui lui correspond sur le grand disque.
> Quelles sont toutes les façons que le joueur a de choisir et disposer ses pions pour gagner ?

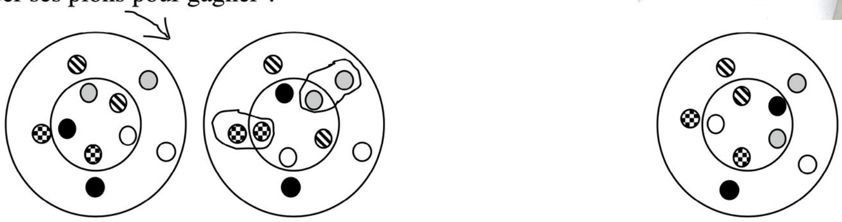
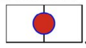


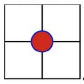
Figure 2 *: La roue aux couleurs (Godot, 2006, p. 7).*

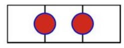
Les problèmes d'optimisation peuvent également être des problèmes ouverts pour le cycle 3. La recherche/résolution des deux problèmes *Les gommettes* et *Les étiquettes* (Thomas, 2007) place les mathématiques sous un aspect expérimental, de la même façon que le problème précédent, mais elle permet également d'envisager une approche déductive en demandant aux élèves *« de se dégager des exemples et de raisonner en faisant appel à des connaissances de portée générale »* (Thomas, 2007, p. 32).

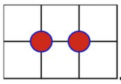
Les gommettes

On assemble des carrés de carton tous identiques à l'aide de gommettes.

Avec une gommette, on peut assembler deux carrés comme ceci : .

On peut aussi en assembler quatre comme ceci : .

Avec deux gommettes, on peut assembler trois carrés comme ceci : 

On peut aussi en assembler six de la façon suivante : .

Essayez d'assembler le plus possible de carrés avec 6 gommettes.

Les étiquettes

On dispose d'un rectangle dessiné sur papier quadrillé.
Sa longueur est de 24 carreaux, sa largeur de 17 carreaux.
On veut découper dans ce rectangle des étiquettes rectangulaires de 7 carreaux sur 5.
Essayez de découper le plus possible d'étiquettes.

Figure 3 *: Les gommettes et Les étiquettes (Thomas, 2007, p. 30).*

Dans ces deux énoncés, il ne s'agit pas *« d'anticiper les objectifs du collège, encore moins ses exigences, mais de confronter les élèves à de véritables questions mathématiques »* (*ibid.*, p. 38) à savoir, dans l'étude de Thomas (2007), des problèmes pour lesquels *« le questionnement [...] paraît plus important que la réponse »* (*ibid.*, p. 35). Le but est d'engager les élèves, dès l'école primaire, dans des questionnements et dans le développement de compétences de raisonnement.

Il est par ailleurs souligné, dans chacune de ces études, que l'*attitude du maître*, les choix qu'il fait en termes d'énoncés, pour la mise en œuvre en classe, et les objectifs d'apprentissage qu'il fixe sont tout aussi essentiels d'où l'importance à donner à l'analyse d'expérimentations menées en classe. Ce qui a conduit le milieu de la recherche à étudier des expérimentations en classe.

Des exemples d'expérimentations en classe de primaire

Des recherches proposant des analyses de séances dédiées à la recherche/résolution de problèmes ouverts révèlent des réussites et des difficultés liées à leur mise en œuvre en classe. Combès (2005) indique que, lors de ces séances, les enseignants peuvent repérer les acquis des élèves ou identifier leurs difficultés. En cela, *« confronter ses élèves à des problèmes ouverts s'avère être un acte pédagogique pertinent »* (Combès, 2005, p. 9), en utilisant les temps de recherche des élèves comme un *« moyen de différenciation d'apprentissage avec un support identique pour tous les élèves d'une même classe »* (*ibid.*). Cependant, la gestion des aides à apporter aux élèves pendant ces temps de recherche (sans résoudre le problème à leur place) ou lors des temps de débats lors d'une mise en commun des procédures pour aboutir à une solution reste difficile à appréhender par les enseignants. (Lépine, 1996 ; Groupe élémentaire - IREM de Besançon, 2005). La mise en œuvre des séances n'est donc pas considérée comme simple, elle peut même s'avérer délicate. *« L'expérience que l'enseignant a dans le domaine mathématique nous semble être non négligeable [...] »* (Hersant, 2008, p. 73). De plus, *« certaines pratiques installées et intéressantes pour l'apprentissage de savoirs curriculaires semblent se constituer en un frein au déploiement de l'activité mathématique attendue des élèves lors de la recherche [...] »* (*ibid.*).

Par ailleurs, des professeurs des écoles s'emparent également de ce type de problèmes afin de développer chez leurs élèves des compétences mathématiques, pas seulement de recherche mais également de raisonnement, d'argumentation. La situation *La chasse à la bête* (Ouvrier-Buffet *et al.*, 2017), un autre exemple de problème d'optimisation, permet, à travers une analyse des productions et activités des élèves, de détailler leurs différentes façons d'argumenter en révélant des difficultés pour accéder à la notion de preuve en mathématiques.

Dans cet article, afin de poursuivre ce travail sur les pratiques enseignantes, nous étudions comment l'usage d'un problème ouvert permet à un enseignant de cycle 3, dans une classe de double-niveau CM1-CM2, de varier sa pratique des mathématiques, de l'enrichir afin de permettre à tous les élèves d'acquérir des connaissances et développer des compétences mathématiques. Pour cela, après avoir présenté le contexte de cette étude, nous proposons une analyse comparative de deux séances menées par le même enseignant : une des séances menées quotidiennement par l'enseignant et une séance menée plus occasionnellement (environ deux fois par période de l'année scolaire).

2. Présentation de notre étude

2.1. Le contexte : un enseignant expérimenté et le choix de deux séances

Nous avons, lors d'une recherche précédente, suivi le travail d'un enseignant sur une année scolaire (Choquet, 2017). Il a été choisi pour deux raisons : il n'est pas un professeur débutant — il enseigne depuis une vingtaine d'années — et il travaille, lors de nos observations, depuis huit ans dans la même école, dans une classe de double-niveau CM1-CM2 (élèves de 9 à 11 ans). Du fait de son ancienneté dans le métier et de son expérience dans ce double-niveau, nous pouvons considérer que sa pratique des mathématiques est stable (Robert, 2007). En effet, *« les choix de gestion, de déroulement étudiés à une échelle graduée toutes les 5 à 10 minutes, dans des conditions analogues »* sont stabilisés autrement dit quasiment identiques, *« au bout d'un certain nombre d'années d'exercice du métier »* (Robert, 2007, p. 302). De ce fait, pour cet article, nous avons choisi d'analyser deux des séances observées qui reflètent la pratique de cet enseignant. Une des deux séances est consacrée à un travail utilisant des fractions décimales en CM1 et, en parallèle, à un travail sur le signe « : » en CM2. Cette séance sur les nombres décimaux (SQ) est considérée par l'enseignant, lors des entretiens que nous avons menés, comme représentative des séances menées chaque jour. L'autre séance (SPO) est menée beaucoup plus occasionnellement (une dizaine de fois dans l'année scolaire) et l'enseignant nous explique que toutes les autres séances dédiées à l'étude d'un problème ouvert sont mises en œuvre selon la même organisation.

Ces deux séances ont été observées, filmées puis transcrites. L'enregistrement vidéo était centré sur l'enseignant, la caméra étant placée au fond de la salle de classe et orientée vers le tableau. Cet enregistrement permet d'avoir accès à l'organisation des séances ainsi qu'aux interactions entre l'enseignant et les élèves. Un entretien, avant et après chacune des deux séances, a été transcrit. Il s'agissait de recueillir des informations concernant les objectifs d'apprentissage fixés par l'enseignant ainsi que son appréciation du travail réalisé par les élèves. Les productions des élèves (des brouillons et des affiches) ont été recueillies afin de rendre compte de leur activité pendant la séance. Ces derniers éléments produits par les élèves nous renseignent également sur l'activité du professeur et nous aident à établir des liens entre la pratique de l'enseignant et l'activité des élèves (Orange, 2005).

La séance SQ

La classe est constituée d'élèves de CM1 et d'élèves de CM2 que l'enseignant choisit de faire travailler en mathématiques sur des activités différentes :

Utilise les surfaces à découper sur tes fiches. Tu devras les juxtaposer pour construire de nouvelles surfaces.

1. Construis une surface qui a pour aire $\frac{23}{10}$ *u*.
2. Construis les surfaces a, b et c :

	surface a	surface b	surface c
aire	$\frac{240}{100}$ *u*	$\frac{357}{100}$ *u*	$\frac{86}{100}$ *u*

Tu ne dois pas juxtaposer plus de 9 surfaces de chaque sorte et les surfaces obtenues ne sont pas forcément rectangulaires.

Figure 4 *: SQ : énoncé proposé aux élèves de CM1 (issu de CAP Maths CM1).*

Chercher Le signe $\boxed{:}$

1. Avec chaque moule à calcul, écris cinq calculs dont le résultat est le nombre 25.

$\boxed{● \times ●}$ $\boxed{● : ●}$ $\boxed{● - (● : ●)}$

Le signe $\boxed{:}$ est le signe de la division exacte.
Si tu calcules « 36 divisé par 4 », tu trouves comme quotient 9 et comme reste 0.
Tu peux alors écrire **36 : 4 = 9.**
Dans le problème du ruban de 92 m partagé en 8 morceaux identiques, tu as utilisé ta calculatrice. Après avoir tapé : 92 $\boxed{\div}$ 4 $\boxed{=}$, le résultat 11,5 s'est affiché.
Ce calcul s'écrit **92 : 4 = 11,5.**

Chaque fois que dans une division, tu obtiens un résultat exact, tu peux utiliser le signe $\boxed{:}$.

Figure 5 *: SQ : énoncé proposé aux élèves de CM2 (issu de Cap Maths CM2).*

Une analyse *a priori* des deux énoncés a été réalisée. L'énoncé proposé aux CM1 amène à un travail sur les fractions décimales en manipulant des surfaces sous forme de bandes de papier (*cf.* annexe 1). Il prépare à la compréhension des écritures à virgule des nombres décimaux (qui seront abordés plus tard dans l'année). L'énoncé proposé aux CM2 vise à apprendre à utiliser à bon escient le signe « : », utilisé notamment dans les écritures en ligne des divisions, tout en mettant en évidence la notion de quotient exact (qui peut être entier ou décimal). La calculatrice est disponible pour chaque élève de CM2.

La séance SPO

Le même énoncé est distribué à chaque élève de CM1 et de CM2 :

7. LA PLAQUE DE VOITURE (Cat. 4, 5, 6) La police recherche la voiture d'un voleur. - un premier témoin a constaté que le numéro de la plaque a cinq chiffres, tous différents, - un deuxième témoin se souvient que le premier chiffre est 9, - un troisième témoin a noté que le dernier chiffre est 8, - un quatrième témoin, qui a 22 ans, a remarqué que la somme des cinq chiffres de la plaque est égale à son âge. **Quel peut être le numéro de la plaque de la voiture que la police recherche ?** **Écrivez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvées.**

Figure 6 *: SPO : énoncé distribué aux élèves de CM1 et de CM2 (issu du rallye RMT[4] 2005).*

Même si l'énoncé peut paraître long, il se situe dans un champ familier des élèves de cycle 3 (une voiture, le numéro de sa plaque). Notre analyse *a priori* de l'énoncé montre que le problème est bien un problème ouvert pour des élèves de CM1-CM2 : il amène en particulier tous les élèves à remobiliser des connaissances anciennes sur les nombres entiers et à développer des compétences de calcul mais aussi de recherche (en faisant des essais et en cherchant à les organiser pour trouver toutes les solutions et valider avec un raisonnement la réponse proposée).

2.2. Le cadrage théorique et notre méthode d'analyse

Afin d'étudier la pratique de cet enseignant, nous nous plaçons dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002). L'approche didactique correspond à l'étude de la pratique de l'enseignant dans sa classe, celle-ci étant analysée en lien avec les objectifs d'apprentissage et les activités des élèves. L'approche ergonomique considère le professeur en tant que professionnel et amène à prendre en compte des buts et des contraintes spécifiques du métier, internes ou externes à la classe.

Cet article repose sur une l'analyse de la pratique d'un enseignant selon cinq composantes. Deux des cinq composantes, cognitive et médiative, s'intéressent à la préparation de la séance et à sa réalisation dans la classe. Deux autres composantes, institutionnelle et sociale, permettent d'envisager dans l'analyse de la pratique différentes contraintes, internes comme externes, de la profession telles que les instructions officielles, les ressources existantes, le niveau social des élèves, leurs parents, les collègues dans l'école, etc. La cinquième composante, personnelle, tient compte des compétences personnelles de l'enseignant, de ses propres représentations des mathématiques et de leur enseignement. Les éléments recueillis selon ces cinq composantes permettent de reconstituer la pratique de l'enseignant, d'identifier des *logiques d'action* (Robert, 2007) de l'enseignant tenant compte non seulement des activités didactiques mais également de contraintes extérieures qui peuvent peser sur lui.

L'analyse des deux séances et leur comparaison en utilisant les cinq composantes de la pratique d'un enseignant, dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique, nous permettent d'expliquer les choix faits par l'enseignant ainsi que les différences observées entre les deux séances. Nous avons organisé les résultats d'analyses, dans les deux parties suivantes, selon deux axes : le premier axe, ergonomique, relève des composantes sociale et institutionnelle tout en

[4] Rallye Mathématique Transalpin, élaboré et organisé par l'ARMT, l'Association du Rallye Mathématique Transalpin. Le lien https://armtint.eu/?page_id=454&lang=fr donne accès à une banque de problèmes et à des fiches didactiques proposant des analyses *a priori* des énoncés.

tenant compte de la composante personnelle de la pratique de l'enseignant, le deuxième axe plus didactique est en lien avec les composantes cognitive et médiative.

3. Approche ergonomique de la comparaison des deux séances

3.1. Selon les composantes sociale et institutionnelle

La composante sociale

En réalisant plusieurs entretiens avec l'enseignant, avant et après les séances, nous pouvons avoir accès à des éléments renseignant la composante sociale. Dans le cas de notre article, le même enseignant travaille lors des deux séances avec la même classe, les contraintes liées au groupe classe sont donc identiques pour les deux séances et n'entrent pas dans notre repérage de variabilités. Par ailleurs, l'enseignant n'est pas débutant dans le cycle et dans l'école, il nous explique avoir toute la confiance des parents d'élèves et de l'équipe enseignante de l'école. Nous le constaterons en échangeant avec certains de ses collègues. De ce fait, ces deux groupes n'interfèrent pas dans les choix et les décisions de cet enseignant quelle que soit l'organisation des séances.

Les instructions officielles

Les programmes de l'année 2002 demandent aux professeurs des écoles de proposer en classe des *problèmes de recherche*. Un document d'application de l'année 2005, dédié aux *problèmes pour chercher*, leur donne des pistes de mise en œuvre et ces problèmes sont assimilés à des problèmes ouverts (Charnay, 2007). Les programmes des années 2008 puis 2015 encouragent ensuite les enseignants de l'école primaire à proposer des problèmes à leurs élèves en mathématiques afin d'étudier des savoirs curriculaires et également afin de leur donner le goût de la recherche. Cependant, alors que la commande institutionnelle est claire concernant les savoirs curriculaires, elle l'est beaucoup moins sur les moyens de parvenir à développer des capacités de recherche chez tous les élèves et peu d'éléments sont donnés sur le type de problèmes à étudier en classe pour y parvenir. Néanmoins, le document d'accompagnement de l'année 2018 propose aux enseignants, en plus des problèmes additifs et multiplicatifs, de proposer aux élèves de cycle 3 *« des problèmes qui ne sont ni additifs, ni multiplicatifs [...] comme, par exemple, des problèmes qu'il faut résoudre par la méthode essai-erreur »* (MEN, 2008, p. 3). L'enseignant que nous avons interrogé sur ce point nous confirme avoir eu accès à ces documents d'accompagnement (ceux des années 2005 et 2018), il nous confie trouver un encouragement, dans les instructions officielles récentes, à proposer des séances dédiées à des problèmes ouverts.

Les ressources proposées

Nous avons montré (Choquet, 2014b, 2017) que, pour trouver des énoncés de problèmes ouverts, des enseignants ne consultent pas ou très peu le manuel scolaire de la classe mais se tournent vers des sites internet dédiés à des rallyes mathématiques, des brochures (IREM par exemple) ou les formations auxquelles ils ont participé. L'enseignant, choisi pour notre étude, utilise quotidiennement les manuels *Cap Maths* des niveaux CM1 et CM2. Il ne cherche pas (ou très peu) d'activités ou exercices pour les séances quotidiennes dans d'autres manuels. En revanche, pour préparer la séance SPO, il n'utilise pas de manuel scolaire, il se tourne vers des sites Internet tels que celui associé au rallye mathématique transalpin (ARMT), qui propose les énoncés des problèmes de rallyes ayant déjà eu lieu, accompagnés d'une brève analyse *a priori* (*cf.* annexe 2). Il affirme pendant un des entretiens que, d'après lui, les ouvrages *Cap Maths* ne proposent pas de problèmes ouverts (alors que nous en avons repérés) et que d'autres ressources, comme les rallyes mathématiques des années précédentes, lui sont nécessaires pour choisir des énoncés pour sa classe. Il considère les énoncés de rallyes mathématiques comme appropriés à ses objectifs d'apprentissages, même s'il n'organise pas de rallye pour ses classes. Il choisit en particulier le rallye mathématique transalpin (RMT) puisque les fiches à disposition sur le site de l'association (ARMT) l'aident dans le repérage des objectifs des énoncés proposés et des procédures des élèves envisageables.

Par ailleurs, au-delà du choix des énoncés pour les séances dédiées aux problèmes ouverts, cet enseignant nous signale utiliser, quand il propose des problèmes ouverts, le document d'accompagnement de l'année 2005, puisque celui-ci concerne l'organisation de séances dédiées à des problèmes pour chercher.

3.2. Selon la composante personnelle

Les échanges avec l'enseignant, avant et après chacune des deux séances, ont pu nous donner accès à ses représentations personnelles sur l'enseignement des mathématiques avec un double niveau CM1-CM2 juste avant l'entrée au collège pour une partie des élèves de la classe. Ces représentations trouvent leur origine dans l'expérience de cet enseignant dans ce double niveau de cycle 3 ainsi que dans son rapport personnel aux mathématiques et à leur enseignement.

Cet enseignant nous assure que la séance SQ est représentative des séances menées quotidiennement avec cette classe. Il montre de par le choix de mise en œuvre que l'étude des différentes notions mathématiques au programme de chacun des deux niveaux CM1 et CM2 doit se faire séparément, que les deux niveaux ne peuvent travailler les notions mathématiques ensemble. Il explique également que le choix de proposer l'étude de problèmes ouverts est un moyen pour lui de faire faire des mathématiques à son groupe classe sans séparer CM1 et CM2. Il justifie ce choix par les objectifs d'apprentissage qu'il s'est fixés et qui sont, pour lui, communs aux élèves de CM1 et de CM2 : l'acquisition de compétences de recherche et de raisonnement.

4. Approche didactique : des variabilités repérées

4.1. Selon la composante cognitive

Il s'agit ici, en comparant les préparations de l'enseignant pour les deux séances, de repérer ce qu'il a prévu pour la classe en termes de savoirs en jeu et de mise en œuvre. Les analyses *a priori* des énoncés choisis montrent que les savoirs en jeu dans les activités proposées lors des deux séances ne sont pas du même ordre.

Lors de la séance SQ, les élèves de CM1 et de CM2 travaillent sur des activités différentes mettant en jeu des savoirs également différents. Avec l'activité de CM1, l'enseignant envisage de permettre aux élèves de s'initier à l'étude de fractions décimales ($\frac{23}{10}$; $\frac{240}{100}$; etc.) en manipulant des bandes de papier. Il prévoit par ailleurs de faire travailler les élèves de CM2 sur l'écriture en ligne d'une division avec le signe « : » et la notion de quotient exact. Comme pour toutes les séances menées quotidiennement dans cette classe, l'enseignant organise donc séparément le travail des élèves des deux niveaux CM1 et CM2. Il prévoit de se déplacer entre les deux niveaux situés de part et d'autre de la salle de classe.

Lors de la séance SPO, le même problème est proposé aux CM1 et aux CM2. Il s'inscrit également dans le domaine numérique (nombres entiers et addition) cependant des compétences liées à la résolution de problème sont prioritairement mises en jeu : avec ce problème, l'enseignant vise avant tout à développer des compétences de recherche (mettre en œuvre une procédure personnelle) et de raisonnement (prouver que toutes les solutions sont trouvées). L'enseignant prévoit de déplacer les tables afin d'organiser matériellement un travail de groupes cependant les élèves de CM1 et de CM2 ne seront pas mélangés. Puis il envisage une mise en commun avec toute la classe, les élèves des deux niveaux seront ainsi mélangés et pourront échanger sur leurs différentes démarches et réponses.

4.2. Selon la composante médiative

Cette composante permet de rendre compte des activités mathématiques effectivement réalisées pendant les séances, de ce qui s'est réellement passé afin de comparer avec ce qui était prévu initialement par l'enseignant.

Le découpage des séances en différentes phases

Ce découpage permet de comparer le déroulement des deux séances SQ et SPO et de rendre compte de la différence d'organisation des deux séances. Les phases que nous avons identifiées correspondent aux différents temps d'activité des élèves : les consignes, la recherche individuelle, la recherche en groupe, la mise en commun des résultats et synthèse de la séance. Nous avons repéré, pour les deux séances, leur durée (en minutes) ainsi que l'activité du professeur et des élèves et rassemblé les résultats dans les deux tableaux suivants (*cf.* tableau 1 et tableau 2) :

	Élèves de niveau CM1	Élèves de niveau CM2
3'	Lancement de la séance de Mathématiques. Consigne commune : *« [...] votre livre [...], les CM2, le temps que je voie les CM1 pour leur dire quoi faire, je veux que vous lisiez l'encadré ».*	
11'	Professeur (P) : explicitation de l'activité proposée, du matériel à disposition. Elèves (E) : à l'écoute puis début de l'activité en collectif.	P : absent E : lecture et recherche individuelle.
10'	P : absent E : **recherche individuelle** ou en binômes	P : explicitation de l'encadré sous forme de questions/réponses aux élèves. Consigne : *« vous allez diviser 1000 par 45 avec la calculatrice et je reviens ».* E : à l'écoute, relecture de l'encadré, début de l'activité en collectif.
5'	P demande une **mise en commun des procédures** : *« alors, comment vous avez fait ? ».* Questions/réponses aux élèves. E : quelques-uns exposent leurs procédures pour $\frac{23}{10}$, les autres écoutent.	P : absent E : calcul et **recherche individuelle**.
9'	P : absent E : **recherche individuelle** ou en binômes.	P : poursuite de l'explicitation de l'encadré : *« alors, vous avez fait cette division ? ».* Questions/réponses aux élèves. Consigne : *« maintenant vous faites l'exercice donné ».* E : à l'écoute et quelques-uns répondent.
7'	P : **proposition d'un bilan**. Exposition au tableau de la solution pour $\frac{23}{10}$ et $\frac{240}{100}$, menée par P. E : à l'écoute, répondent aux questions, écrivent le bilan.	P : absent E : **recherche individuelle**.
Sonnerie : fin de la séance de mathématiques : *« on va s'arrêter là pour aujourd'hui ».*		

Tableau 1 *: Déroulement de la séance SQ.*

Élèves des deux niveaux CM1 et CM2	
4’	P : **consignes**. E : à l’écoute.
3’	P : se déplace entre les élèves, est silencieux. E : **recherche individuelle**.
35’	P : se déplace entre les groupes, encourage à justifier les résultats, ne donne pas de réponses. E : se mettent en groupes et **recherchent en groupe**.
30’	P : propose une mise en commun des résultats, rassemble les élèves devant le tableau et pose des questions sur les méthodes utilisées. E : présentent leur travail au tableau, répondent aux questions de P sur leurs méthodes.

***Tableau 2** : Déroulement de la séance SPO.*

Lors de la séance SQ, l’enseignant choisit de faire travailler séparément les deux niveaux CM1 et CM2. Le tableau 1 montre bien que pendant que l’enseignant donne des explications, échange avec les élèves de CM1, les élèves de CM2 travaillent individuellement sans intervention de l’enseignant. L’enseignant passe ainsi plusieurs fois lors de la séance d’un groupe à l’autre afin de leur permettre d’avancer dans la résolution des problèmes posés à chacun des deux niveaux.

Les durées des phases de recherche des élèves puis des phases de mise en commun des résultats sont très différentes d’une séance à l’autre.

En effet, lors de la séance SQ, l’enseignant reprend beaucoup plus rapidement la main et fait avancer la séance par un questionnement à chaque groupe de niveau CM1 et CM2. Le tableau 1 montre que les élèves de chaque niveau, CM1 comme CM2, ne travaillent jamais plus de 10 à 11 *min* sans intervention et sans questionnement de l’enseignant. Alors que lors de la séance SPO, l’enseignant laisse les élèves avancer dans leur recherche, sans intervenir pendant 38 *min* (3 *min* de recherche individuelle puis 35 *min* de recherche en groupe) et ne reprend la main que pendant 15 min, en fin de séance pour un temps de mise en commun des résultats.

L’organisation du travail des élèves

De même que la durée des phases, l’organisation du travail de recherche des élèves varie entre les deux séances observées. Le tableau 3 montre une comparaison des deux séances.

	SQ	**SPO**
Consignes	3 *min*	4 *min*
Recherche individuelle	15 *min* au total	3 *min*
Recherche en petits groupes	0	35 *min*
Mise en commun des résultats	CM1 : 7 *min*, CM2 : 9 *min*	15 *min*

***Tableau 3** : SQ et SPO : comparaison des durées des phases.*

Lors de la séance SQ, le travail reste individuel alors que lors de la séance SPO, une place conséquente (35 *min*) est laissée aux recherches et aux échanges entre les élèves dans des petits groupes. Des photos (*cf.* figures 7 et 8) prises pendant les deux séances donnent également une représentation de l’organisation choisie : un travail individualisé pendant la séance SQ et un travail d’échanges entre élèves pendant la séance SPO.

Figure 7 : *SQ : un travail individualisé.*

Figure 8 : *SPO : des échanges dans les groupes.*

Ce choix d'organisation montre que, pour l'enseignant, tout se passe comme si le travail sur les nombres décimaux pendant la séance SQ devait se faire individuellement alors que le travail de recherche et de rédaction de solutions, lors de la séance SPO, devait s'organiser en petits groupes et nécessitait des échanges entre les élèves.

Les temps de mise en commun et le temps de synthèse sont également différents. Lors de la séance SQ, il s'agit pour lui surtout de corriger les exercices proposés, avec les élèves de CM1 puis avec ceux de CM2, en donnant tour à tour la parole à quelques élèves et en donnant quelques explications sur les solutions attendues (7 *min* avec les élèves de CM1 et 9 *min* avec les élèves de CM2). Lors de la séance SPO, l'enseignant consacre 15 *min* à un temps de mise en commun des démarches et engage tous les élèves dans la fin de la résolution du problème proposé. Les élèves des deux niveaux sont alors tous rassemblés devant le tableau (*cf.* figure 9) et échangent afin de trouver collectivement toutes les solutions, à partir des différentes solutions déjà trouvées par quelques groupes. Aucune différence n'est faite entre les élèves de CM1 et ceux de CM2.

Figure 9 : *SPO : une mise en commun collective devant le tableau.*

L'activité de l'enseignant pendant les séances

Dans le tableau 4, nous avons recensé les différentes interventions de l'enseignant lors des différentes phases de chaque séance. Il montre que l'enseignant ne choisit pas d'intervenir de la même façon lors des deux séances. Lors de la séance SQ, il intervient soit avec les élèves de niveau CM1 soit avec ceux de CM2. Il travaille ainsi avec un niveau au minimum 5 *min*, au maximum 11 *min* avant de changer de niveau. Ses interventions lui permettent d'identifier les réponses trouvées par des élèves, de les valider ou les invalider et d'encourager les élèves à poursuivre la résolution du problème posé.

Lors de la séance SPO, il est absent des recherches des élèves pendant 38 *min*, il observe les groupes et, s'il échange avec un groupe, c'est pour l'encourager à avancer dans leurs explications mais jamais pour valider ou invalider une réponse produite par les élèves.

	SQ	SPO
Recherche individuelle	P est assis devant les élèves soit de CM1, soit de CM2. Il intervient alternativement soit avec les CM1, soit avec les CM2.	P est au fond de la classe, il observe et n'intervient pas.
Recherche en petits groupes	*Pas de travail en petits groupes.*	P circule entre les groupes, il encourage les élèves à justifier leurs propositions sans leur dire si c'est correct ou non. Il leur distribue une affiche pour faire part de leurs réponses et démarches.
Mise en commun des résultats	P est assis devant les élèves. Les élèves proposent des réponses et P les valide ou les invalide. P pose des questions aux élèves sur les connaissances mathématiques en jeu dans l'exercice.	P rassemble tous les élèves autour de lui, devant le tableau. Il montre quelques affiches et les encourage à expliquer leur solution. Il leur pose des questions sur leur démarche.

Tableau 4 *: SQ et SPO : comparaison de l'activité de l'enseignant.*

Les traces écrites des élèves

Les productions des élèves révèlent une partie de leur activité mathématique pendant les deux séances.

Lors de la séance SQ, les élèves travaillent individuellement dans leur cahier de mathématiques. Les élèves du niveau CM1 découpent et y collent les bandes de papier (*cf.* figure 10). Ils réussissent à tous trouver au moins une décomposition de la fraction $\frac{23}{10}$ demandée à la question A.

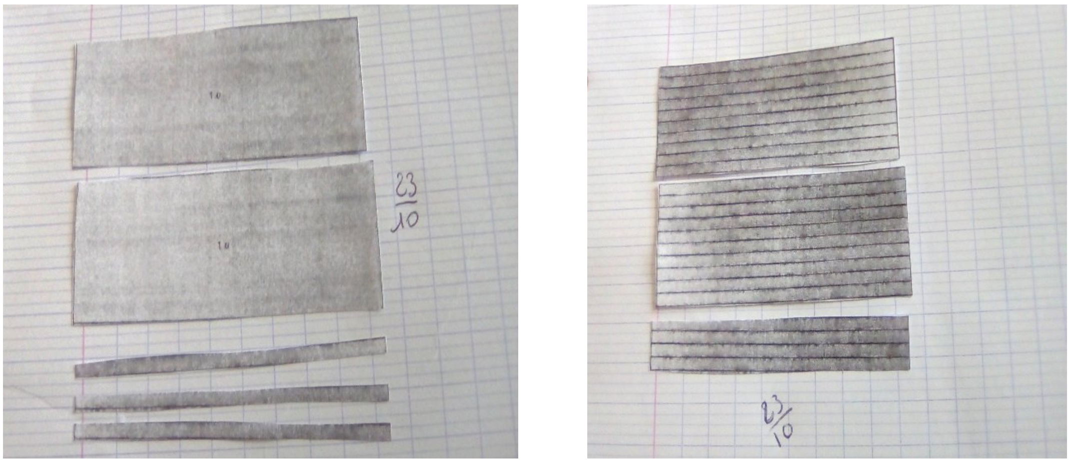


Figure 10 *: SQ : production de deux élèves de CM1 dans leur cahier (question A).*

Ils écrivent ensuite leurs essais pour la question B (*cf.* figure 11).

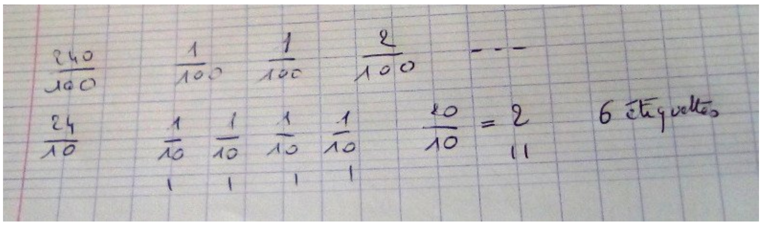


Figure 11 : SQ : production de deux élèves de CM1 que nous avons recopiées (question B).

Dans la question A, les élèves répondent seulement par un collage, une organisation matérielle des bandes découpées, l'enseignant n'ayant pas exigé de réponse sous la forme d'une écriture fractionnaire. En revanche, pour la question B, une décomposition écrite des fractions décimales proposées dans l'énoncé $\left(\frac{240}{100}, \frac{357}{100} \text{ et } \frac{86}{100}\right)$ s'avère nécessaire pour les élèves afin de déterminer le nombre de chaque bande (représentant un dixième, un centième) ; ce qui explique notamment l'intervention de l'enseignant pour accompagner les élèves de CM1 et les aider à passer de la question A à la question B.

Lors de la même séance, les élèves de CM2 lisent d'abord l'encadré proposé puis travaillent avec une calculatrice, sans rien noter dans leur cahier. Pour l'exercice, dans le deuxième temps de la séance SQ, ils proposent des solutions pour l'exercice 1 et les écrivent dans leur cahier de mathématiques (*cf.* figure 12).

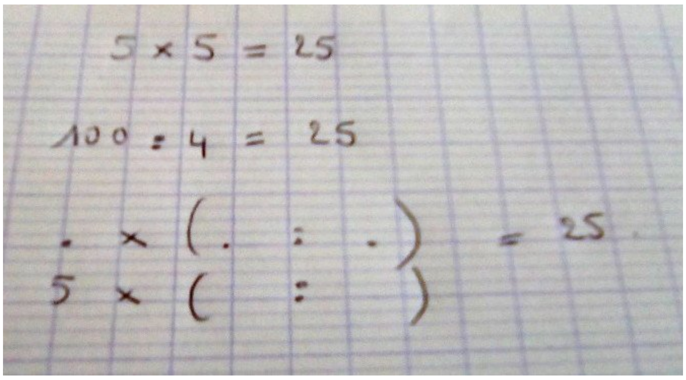


Figure 12 : SQ : production d'un élève de CM2 (exercice 1).

Lors de la séance SPO, en revanche, les cahiers de mathématiques ne sont pas du tout utilisés. Les élèves travaillent sur des feuilles de brouillon pour les recherches individuelles et en groupe, puis l'enseignant leur demande, pendant la recherche en groupe, de rédiger une affiche qui pourra être exposée à la classe en fin de séance.

9 + 8 = 17 17 + 5 = 22

3 + 2 = 5 et 2 = 1 + 1

~~9328 ou 9238~~ 93118 ou 91318 ou 91138

4 + 1 = 5 ~~9418~~ 92218 ou 91228

ou 92128 ou 94108

93208	94018
90328	90148
92038	91408

Il peut y avoir trois possibilités car le 3 peut bouger.

Il peut être en deuxième position après le 9,

troisième position, quatrième position.

Figure 13 : SPO : productions au brouillon de deux groupes.

92218	92308	93028	90418
	90328	90238	90148
	93208	94108	94108
	92038	91048	94018

Figure 14 *: SPO : affiche exposée au tableau pendant la mise en commun.*

Une différence importante est ainsi repérée entre les deux séances. En effet, pour la séance SQ, les élèves gardent une trace de leur propre travail dans leur cahier, ce travail n'est pas corrigé individuellement par l'enseignant mais il leur laisse un peu de temps pour écrire les réponses. En revanche, à la fin de la séance SPO, les élèves ne gardent aucune trace de la recherche dans leur cahier, ils ne gardent ni leurs feuilles de brouillons, ni les affiches ou une copie des affiches. L'enseignant ne distribue pas de synthèse écrite pour cette séance SPO.

Les choix de l'enseignant, notamment pour la séance SPO, montrent qu'il considère le temps de recherche et d'activité des élèves comme la phase de travail la plus importante des séances et n'insiste pas sur une prise en notes détaillée de corrections (il ne demande pas de recopier des solutions proposées au tableau par exemple).

Conclusion et discussion

Dans cet article, nous avons comparé deux séances menées dans une classe de double niveau CM1-CM2 par un même professeur des écoles non débutant. Ces comparaisons sont menées dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002 ; Robert, 2008), en lien avec les cinq composantes de la pratique des mathématiques : les composantes sociale, institutionnelle, cognitive, médiative et personnelle. Elles permettent de repérer et comprendre les variabilités observées lors des deux séances.

En termes de composantes institutionnelle et personnelle, une première différence concerne les ressources permettant à l'enseignant de choisir des activités et énoncés de problèmes : lors de la séance quotidienne (SQ), il utilise des manuels scolaires alors que lors des séances dédiées à un problème ouvert, il se tourne vers des sites Internet tels que celui du rallye RMT. Cette différence s'explique d'une part par les différents documents officiels publiés (la composante institutionnelle) dont il a pris connaissance et d'autre part par son besoin, pour le choix des énoncés, de documents ressources proposant des analyses didactiques des supports à utiliser — *Cap Maths CM1* et le site de l'ARMT — (les composantes institutionnelle et personnelle). Les propositions d'analyse de la fiche du site ARMT et des procédures possibles des élèves permettent d'orienter et de rassurer l'enseignant dans son choix.

Ensuite, en lien avec les composantes cognitive et médiative, une différence est repérée dans l'organisation des séances : lors de la séance SQ, les élèves des deux niveaux CM1 et CM2 travaillent séparément, sur des activités différentes, alors que, lors de la séance dédiée à un problème ouvert, ils travaillent sur le même énoncé, et les mises en commun des résultats sont menées en classe entière, CM1 et CM2 ensemble. Par ailleurs, concernant l'organisation du travail des élèves et la pratique de l'enseignant lors de la séance quotidienne, les élèves travaillent individuellement, dans leur cahier de mathématiques et ne cherchent jamais plus de 10 à 11 *min* sans l'enseignant, alors que pendant la séance SPO, des travaux de groupes sont mis en place et l'enseignant laisse les élèves chercher pendant 35 *min* sans intervenir dans leurs recherches. Lors de la séance quotidienne, des temps de correction sont proposés au fur et à mesure de la séance, en insistant sur les savoirs mathématiques en jeu, alors que des mises en commun des résultats sont proposées en fin de la séance dédiée à un problème ouvert, l'enseignant insistant sur les explications des démarches et donc permettant un développement de compétences de raisonnement.

Les résultats de ces analyses montrent, en lien avec nos recherches précédentes (Choquet, 2017) que cet enseignant se situe pour la séance dédiée au problème ouvert dans le profil *chercher pour apprendre à raisonner* (profil 2). Il propose lors de cette séance un problème amenant tous les élèves à chercher. Il organise une mise en commun à partir d'un choix parmi les affiches des élèves et d'une hiérarchisation de leurs procédures. En revanche, il n'organise pas de synthèse de la séance, de temps d'institutionnalisation qui permettrait de décontextualiser la situation et d'en retirer des éléments, notamment liés au raisonnement mathématique, pouvant être réutilisés par les élèves lors d'une prochaine séance du même type.

Ce travail permet par l'analyse de la pratique de l'enseignant lors des deux séances et, au-delà des difficultés repérées dans le processus d'institutionnalisation, de valoriser l'intérêt de dédier des séances à l'étude de problèmes ouverts à l'école primaire.

Tout d'abord, le travail de l'enseignant est en accord avec les instructions officielles qui incitent à proposer des problèmes utilisant la méthode d'essai-erreur (MEN, 2018). Celles-ci précisent également aux enseignants que des objectifs d'apprentissage pour ce type de séances doivent être fixés *a priori* de manière explicite. Par exemple, *« il convient d'assigner à chaque séquence un objectif d'apprentissage précis ; dans l'exemple de la méthode essai-erreur, il s'agit d'apprendre à chercher, en tâtonnant, en faisant des essais successifs »* (MEN, 2018, p. 3).

Ensuite, l'intérêt de ces séances se situe également dans le fait que cet enseignant les propose dans le but de chercher pour apprendre à raisonner. Il définit, pour les séances dédiées à des problèmes ouverts, des objectifs d'apprentissage explicites, permettant de viser le développement de compétences de recherche mais aussi de raisonnement. Les séances sont alors préparées et mises en œuvre dans le but d'atteindre ces objectifs.

Enfin, comme nous l'avons montré ici, l'organisation en classe de séances dédiées à des problèmes ouverts est également l'occasion pour l'enseignant de faire travailler ensembles tous les élèves de son double-niveau, ce qu'il ne s'autorise jamais lors des séances de mathématiques organisées quotidiennement.

Ce travail de comparaison de deux séances représentatives de la pratique d'un enseignant nous a permis de mettre en avant la richesse de celle-ci dès lors que l'enseignant s'autorise à la faire évoluer. Notre étude se poursuit notamment dans le cadre de recherches collaboratives avec des enseignants expérimentés de cycle 2 ainsi qu'avec des enseignants débutants, afin d'approfondir les résultats obtenus, dans le but de continuer à étudier les variabilités observées dans les pratiques et d'envisager des formations sur l'enrichissement de la pratique des mathématiques à l'école primaire.

Références bibliographiques

Arsac, G., Germain, G. & Mante, M. (1988). *Problème ouvert et situation problème*. IREM de Lyon.

Arsac, G. & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Lyon SCEREN CRDP.

Bessot, A., Chevrot, C. & Eberhard, M. (1985). Arithmétique en CE1 à partir d'une situation-problème : « Les aimants ». *Grand N, 37*, 29-50.

Bonnet, N. & Clément-Martin, S. (2006). L'évolution d'un problème pour chercher au CM2. *Grand N, 77*, 55-72.

Charnay, R. (1992). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N, 51*, 77-83.

Charnay, R. (2007). Le problème ouvert à l'école primaire. In Arsac *et al.* (éds.). *Les pratiques du problème ouvert*. Lyon SCEREN CRDP.

Choquet, C. (2014). *Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3*. Thèse de l'Université de Nantes.

Choquet, C. (2017). Profils de professeurs des écoles proposant des problèmes ouverts en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 36*(1), 11-47.

Combès, M. (2005). Un « problème ouvert » en 6ème pour lancer un défi à des classes de cycle 3. *Grand N, 75*, 7-18.

Coulange, L. & Fourcade, A.-C. (2019). L'argumentation dans la résolution de problèmes mathématiques. Une étude de cas liée à un rallye au cycle 3. *Grand N, 103*, 5-40.

Douaire, J. & Hubert, C. (2001). Mises en commun et argumentation en mathématiques. *Grand N, 68*, 29-40.

Godot, K. (2006). La roue aux couleurs : une situation recherche pour apprendre à chercher dès le cycle 3. *Grand N, 78*, 31-52.

Groupe « élémentaire » - IREM de Besançon (2005). La conduite en classe d'une situation de recherche : un exercice périlleux. *Grand N, 76*, 65-74.

Hersant, M. (2008). « Problèmes pour chercher », des conduites de classe spécifiques. *Grand N, 81*, 57-75.

Lépine, L. (1996). Tout problème ouvert n'engage pas nécessairement une bonne recherche. *Grand N, 60*, 43-55.

Orange, C. (2005). Une forme d'analyse des pratiques didactiques : l'analyse centrée sur les productions des élèves dans leur diversité. In M. Altet *et al. L'analyse de pratiques en questions*, pp. 43-50. Ressources IUFM des Pays de La Loire.

Ouvrier-Buffet, C., Alvès, M. & Acker, C. (2017). La chasse à la bête. Une situation recherche pour la classe. *Grand N, 100*, 5-31.

Robert, A. (2007). Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse des inférences en formation. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 27*(3), 271-312.

Robert, A. (2008). Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe.

In F. Vandebrouk (dir.). *La classe de mathématiques : activité des élèves et pratiques des enseignants*, pp. 45-57. Octarès Editions.

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, 2*(4), 505-528.

Thomas, Y. (2007). Gommettes et étiquettes, des problèmes pour chercher ? *Grand N, 80*, 29-41.

MEN (2002a) Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. *B.O.E.N. Hors-série n° 1, 14 février 2002*.

MEN (2002b). *Documents d'application des programmes 2002, Mathématiques*. SCEREN CNDP.

MEN (2005). *Les problèmes pour chercher. Documents d'accompagnement, Mathématiques*. SCEREN CNDP.

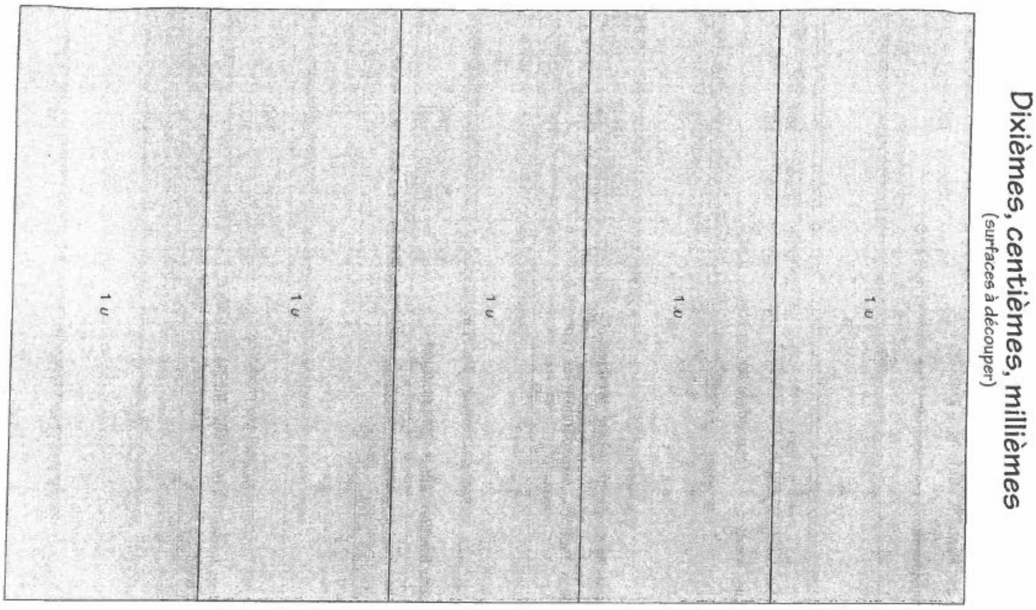
MEN (2008). Programme d'enseignement de l'école primaire. *B.O.E.N. Hors-série n° 3, 19 juin 2008*.

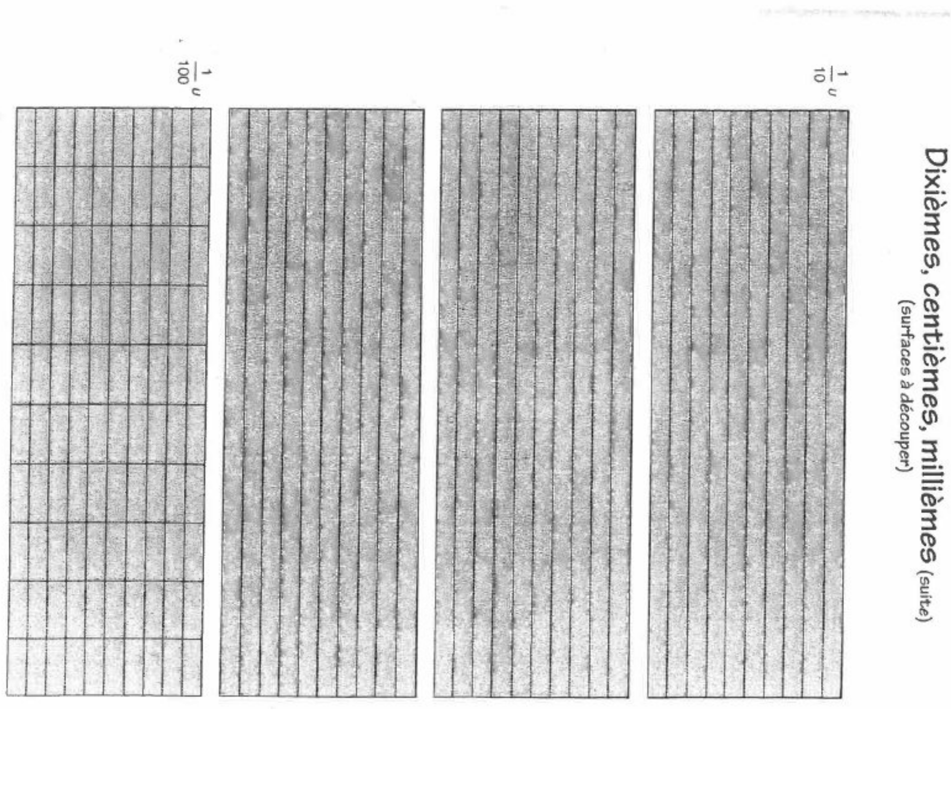
MEN (2012). *Le nombre au cycle 3. Apprentissages numériques. Ressources pour faire la classe*. SCEREN CNDP.

MEN (2015). Programme d'enseignement du cycle de consolidation (cycle 3). *B.O.E.N. spécial n° 11, 26 novembre 2015*.

MEN (2018). La résolution de problèmes à l'école élémentaire. *DGESCO. Note de service, n°2018-052.*

Annexe 1
Fiche proposée aux élèves de CM1, issue de Cap Maths CM1
(Séance SQ)





Annexe 2
Fiche proposée par le site *ARMT 2005*
(Séance SPO)

13e RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN -ÉPREUVE 1 janvier, février 2005 ©ARMT.2005 p. 8

7. LA PLAQUE DE VOITURE (Cat. 4, 5, 6)

La police recherche la voiture d'un voleur.

- un premier témoin a constaté que le numéro de la plaque a cinq chiffres, tous différents,
- un deuxième témoin se souvient que le premier chiffre est 9,
- un troisième témoin a noté que le dernier chiffre est 8,
- un quatrième témoin, qui a 22 ans, a remarqué que la somme des cinq chiffres de la plaque est égale à son âge.

Quel peut être le numéro de la plaque de la voiture que la police recherche ?

Écrivez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition
- Logique : combinatoire

Analyse de la tâche

- Comprendre que la somme des trois chiffres centraux doit être 5 = 22 – (9 + 8). Chercher les décompositions possibles de 5 en somme de 3 termes différents et trouver les 12 combinaisons réalisables avec ces décompositions.
- Noter les 12 numéros de plaque possibles :
  9 014 8 , 9 041 8 , 9 104 8 , 9 140 8 , 9 401 8 , 9 410 8 , 9 023 8 , 9 032 8 , 9 203 8 , 9 230 8 , 9 302 8 , 9 320 8.

Niveaux : 4 - 5 - 6

Origine : Aoste, Suisse romande et rencontre de Bourg-en-Bresse

Extraits de la fiche actualisée en 2020

Banque de problèmes du RMT

sd238-fr

La plaque de voiture

Identification

Rallye: 13.I.07 ; catégories: 4, 5, 6 ; domaine: OPN
Familles:

- DCP - Décomposer un nombre naturel
- DEN - Dénombrer des objets ou des figures

Remarque et suggestion

Résumé

Trouver les nombres de cinq chiffres dont on connaît la somme des chiffres (en les considérant aussi comme des nombres), 22, le premier, 9, et le dernier, 8.

Tâche de résolution et savoirs mobilisés

- Comprendre que la somme du premier et du dernier chiffre étant 17 (8 + 9) et la somme des cinq chiffres étant 22, la somme des trois chiffres centraux doit être 5 = 22 – 17

- Chercher comment obtenir 5 en additionnant trois nombres naturels différents et constater qu'il n'y a que deux triplets possibles : (0 ;1 ;4) et (0 ; 2 ;3)

- Trouver les six arrangements des trois nombres pour chacun des deux triplets: 014, 041, 104, …

- Ecrire les 12 numéros de plaque possibles :

9 014 8 ; 9 041 8 ; 9 104 8 ; 9 140 8 ; 9 401 8 ; 9 410 8 ; 9 023 8 ; 9 032 8 ; 9 203 8 ; 9 230 8 ; 9 302 8 ; 9 320 8.

Les savoirs nécessaires se limitent à quelques additions et soustractions, 22 – (9 + 8) = 5 et à l'organisation d'une recherche d'arrangements du domaine de la combinatoire élémentaire.

Procédures, obstacles et erreurs relevés

Il y a peu d'incompréhension du problème.

La grande majorité des classes a trouvé que la somme des trois chiffres centraux est 22.

L'unique difficulté du problème réside dans la recherche combinatoire des arrangements des trois nombres centraux : l'inventaire n'est pas organisé systématiquement, les contrôles ne sont pas efficaces et laissent apparaître des « doublons »

Exploitations didactiques

Une mise en commun peut être utile pour vérifier la compréhension du problème et que l'objet de la recherche est bien celui de la manière d'obtenir la somme des trois cases centrales. L'organisation de l'inventaire des arrangements doit rester à la charge de l'élève.

C'est au moment de la comparaison des solutions que doivent apparaître les différentes manières d'organiser un inventaire systématique (par listes ordonnées, par dispositions graphiques (arbre, …)