CLASSE INVERSÉE, UNE EXPÉRIENCE EN PREMIÈRE ANNÉE UNIVERSITAIRE. QUELLE RÉORGANISATION DES APPRENTISSAGES ?

Stéphanie BRIDOUX
Université de Mons (Belgique)

Résumé. Nous présentons une expérience de classe inversée organisée en Belgique en première année universitaire qui mène à des constats plutôt négatifs, du point de vue de l'enseignant organisateur, principalement liés à l'absence d'un contrat d'étude avec les étudiants spécifique du dispositif étudié. Pour le didacticien, l'analyse de cette expérience montre cependant l'intérêt d'étudier les phases de cours, en termes de contenus et de déroulements, de se poser la question de leur apprentissage (peut-être non immédiat) par les étudiants. L'analyse des questions posées à l'enseignant en classe par les étudiants après leur visionnement de la capsule vidéo permet en outre de réfléchir à une autre organisation de ce type d'expérience pour utiliser « positivement » les capsules.

Mots clés. Classe inversée – capsules vidéos – proximités discursives – suites numériques – enseignement universitaire

Abstract. We present a flipped classroom experiment in first year of Belgian university that lead to negative results for the teacher. The main reason is the absence of a specific contract between teacher and students. For the researcher in didactic, the analysis of this experiment shows the importance of the tellings'moments study in terms of contents of courses and their sequences of events and the associated learnings students. The analysis of the questions asked by students after watching the video led us to rethink the organization of this kind of experiment to have a better use of the video.

Key-words. Flipped classroom – video prerecorded lessons – proximities – numerical sequences – university teaching

Introduction

Nous relatons dans ce texte une expérience de classe inversée organisée en février 2015 à l'Université de Mons, en Belgique. Elle a été menée dans un cours de mathématiques pour des étudiants en informatique de première année universitaire (L1). L'expérience visait le tout premier chapitre étudié dans ce cours. Précisons d'emblée que ces étudiants sont habitués au système « cours magistraux – TD » et ne sont pas du tout familiers avec la pratique de la classe inversée. En réalité, il s'agissait d'une première expérience de ce type de pédagogie à la fois pour l'enseignant-chercheur que nous sommes et pour ses 31 étudiants.
C'est avant tout en tant qu'enseignant que nous avons souhaité expérimenter la pédagogie inversée et ce, pour deux raisons au moins. La première concerne le fait qu'en Belgique, les enseignants du secondaire ont depuis peu accès à des formations sur cette pédagogie, ce qui signifie que cette pratique peut prendre de l'ampleur dans les classes du collège et du lycée. Les étudiants qui entreront à l'université d'ici quelques années sont susceptibles d'avoir été formés avec cette pédagogie. Il y a donc selon nous

matière à nous demander ce qu'ils retireront d'un cours magistral d'une heure et demie alors qu'ils auront été habitués à prendre connaissance des cours à la maison avec des capsules dont la durée est de l'ordre de 10 minutes. Une autre raison est qu'il est fréquent d'entendre ou de lire (Dumont & Berthiaume 2016, par exemple) que les méthodes d'enseignement de type transmissif ne sont plus adaptées aux étudiants actuels. Ainsi, la pratique de la classe inversée décrite comme rendant les étudiants davantage acteurs de leurs apprentissages a tout simplement suscité notre curiosité.
C'est ensuite en tant que chercheur en didactique que nous analysons plus finement cette expérience, notamment avec les outils présentés par Chappet-Pariès & al. (2017), ainsi que certains phénomènes observés durant l'expérimentation, même si celle-ci reste très limitée.
Dans ce contexte, nous présentons tout d'abord succinctement quelques outils d'analyse issus de travaux actuels sur l'étude de cours magistraux. Nous décrivons ensuite l'organisation puis le déroulement de cette expérience. Par le biais d'un questionnaire nous retirons alors quelques éléments partiels et très limités sur les apprentissages amorcés par les étudiants au terme de l'expérience. Nous mettons enfin en regard ces premiers éléments avec les apprentissages des étudiants au terme du cours « classique » sur le même sujet, donné l'année suivante, en février 2016, ce qui nous amène à discuter l'expérience et dégager des propositions pour tenter d'utiliser positivement les capsules dans un cours de mathématiques.

1. L'étude des moments[1] de cours : généralités et recherches actuelles

En tant que chercheur, notre volonté de mieux comprendre la pratique de la classe inversée s'intègre naturellement dans nos recherches sur l'étude des phases de cours (moments d'exposition des connaissances) en première année universitaire – L1 (Bridoux & al. 2015). Nous parlons de « moments d'exposition des connaissances » pour caractériser ces moments où l'enseignant expose en cours magistral (CM), à l'oral et/ou à l'écrit, des connaissances générales qui constituent le « cours », par opposition aux moments d'exercices, souvent travaillés en TD, où l'utilisation des connaissances est contextualisée. Ainsi, nous cherchons à apprécier, en termes d'apprentissages, ce que peut apporter l'exposition de connaissances pendant les cours magistraux aux acquisitions des étudiants. Plusieurs éléments relatifs aux cours magistraux donnés dans tout l'enseignement supérieur motivent ce questionnement. Tout d'abord, les CM ne sont pas obligatoires. Les étudiants ont également accès à de nombreuses ressources qui délivrent le texte du savoir (polycopiés, livres, vidéos et cours en ligne, …). Nous savons aussi qu'il y a, pendant les moments de cours, probablement peu d'interactions entre l'enseignant et les étudiants, ou en tous les cas moins d'interactions que dans une classe de lycée, ne serait-ce qu'en raison du nombre important d'étudiants présents. Il nous a donc semblé pertinent de nous demander ce qui peut se jouer en termes d'apprentissages durant un cours magistral.

1 Ce mot ne fait pas référence aux moments de l'étude développés en Théorie Anthropologique du Didactique. L'utilisation du mot « moment » accolé à « exposition de connaissances » ou à « cours » n'est en effet pas congruente avec la structuration globale de l'étude en différents moments développée en TAD.

Une autre motivation à l'origine de cette problématique tient au fait que beaucoup de notions enseignées en L1, en analyse et en algèbre linéaire notamment, sont des notions formalisatrices, unificatrices et généralisatrices (notions FUG, au sens de Robert, 1998). Ces notions introduisent de la généralité en unifiant des notions antérieures grâce à un nouveau formalisme. Mais elles sont souvent difficiles à introduire, notamment parce qu'il n'est pas simple de trouver un problème initial accessible au niveau d'enseignement visé dans lequel les nouvelles notions dont on a besoin apparaissent comme l'outil de résolution optimal[2]. De plus, le caractère formalisateur de ces notions est tel qu'il est difficile d'en comprendre instantanément le sens. Il y a donc un intérêt supplémentaire à ne pas se restreindre à l'étude des déroulements en travaux dirigés (TD) pour essayer d'apprécier comment l'enseignant en amphi tente de mettre du sens sur les (nouvelles) notions.

Notre inscription dans la Théorie de l'Activité (Vandebrouck 2008, Abboud-Blanchard & al. 2017) nous amène à postuler que les activités des élèves/étudiants[3] sont déterminantes pour leurs apprentissages, même si cela reste partiel[4]. Pendant les phases d'exposition des connaissances qui nous intéressent ici, les activités des élèves/étudiants sont encore moins observables que durant les phases d'exercices où ils sont alors plus actifs. Nous nous centrons donc dans ce cas sur le discours de l'enseignant pour percevoir ce qui peut être en jeu, y compris les commentaires qu'il peut ajouter au strict contenu mathématique, sur ce contenu et sur le travail mathématique attendu. Précisons notre propos, en présentant brièvement les outils utilisés pour mener cette étude. Une présentation plus détaillée en est donnée dans Chappet-Pariès & al. (2017).

Un moment de cours est l'occasion pour l'enseignant de présenter aux étudiants des concepts (du moins perçus comme tels par l'enseignant) avec des mots, des formules,… avec un certain environnement éventuellement (histoire, commentaires, questions,…) mais en sachant que ce ne sont pas encore des concepts pour les étudiants. Nous voyons ici une analogie avec les notions de « concept image » et de « concept definition » (Tall & Vinner 1981). Selon eux, l'enseignant peut en effet jouer un rôle important dans le développement du « concept image » chez l'étudiant car il suggère volontairement ou involontairement des associations que les étudiants pourront s'approprier. Ainsi, l'enjeu des moments de cours est que cela participe aux acquisitions visées. Nous faisons l'hypothèse qu'une des manières développables par les enseignants pour y arriver est de tenir un discours aussi « proche » que possible des connaissances et savoir-faire déjà-là des étudiants, notamment grâce à l'activation de connexions entre ces mots, ces formules, associés à ce qui est visé… et ce qu'ils savent ou ont déjà fait[5]. Pour caractériser ces rapprochements, Robert & Vandebrouck (2014) introduisent la notion de *proximité-en-acte* qui qualifie ce qui, dans les discours ou même dans les décisions des enseignants pendant les déroulements des séances, peut être interprété par les chercheurs comme une tentative de rapprochement avec les connaissances exprimées ou en actes des élèves ou des étudiants. Ces proximités peuvent être d'ordre cognitif ou

[2] Dans le cas des limites de suites, certains travaux (par exemple Bloch et Gibel, 2011) proposent des introductions mais dans un contexte différent du nôtre.

[3] Ce qu'ils pensent, disent ou non, font ou non, écrivent ou non… Elles sont en partie inaccessibles.

[4] Des facteurs personnels et liés aux contextes sont aussi en jeu.

[5] On reconnait là la traduction dans le cas des cours de l'intérêt souligné par Vygotsky (1985) de se placer dans la zone proximale de développement.

non, et concernent ou non tous les élèves ou les étudiants. Dans notre étude sur les moments de cours en L1 (Bridoux & al. 2016), notre attention se porte sur les proximités discursives de nature cognitive (par exemple des proximités plus affectives comme des encouragements ne nous intéressent pas ici).

Ainsi, dans notre démarche d'opérationnalisation de l'idée de zone proximale de développement (ZPD) dans le cas des moments d'exposition des connaissances, nous postulons l'importance des liens explicites, des mises en relation entre ce que l'enseignant expose – les définitions, théorèmes, propriétés, formules, démonstrations, méthodes, exemples, vocabulaire général… – et les activités (passées, actuelles, à venir) des étudiants (cf. Bridoux & al. 2016). Une proximité est bien davantage qu'un lien : c'est un rapprochement, certes, mais avec quelque chose qui vient des étudiants, qui a été dit ou fait. Cela prend essentiellement la forme de reprises, de commentaires, d'explications, prévus ou improvisés, notamment à l'occasion de réponses aux étudiants. La métaphore théorique que nous filons est très adaptée de ce que développe Vygotsky pour l'apprentissage des concepts quotidiens par l'intermédiaire des mots et des actions des enfants, supervisés par l'adulte[6]. C'est celle du cours comme réservoir de pseudo-concepts, portés par des mots ou des formules : le cours donnerait aux étudiants une familiarisation avec le concept visé partielle, liée à ces mots, ou formules, qu'on pourrait comparer à une enveloppe adressée mais presque vide. Ce serait par l'association, explicite, soulignée et commentée par l'enseignant, de ces mots et formules, aux activités des étudiants, organisées de manière adéquate et corrigées, que le sens s'installerait, petit à petit. Cependant cette association peut prendre des formes diverses, s'appuyer sur du connu particulier pour éclairer le général, faire varier les explications sur le général ou sur le particulier, expliciter l'application du général aux contextes d'application. Ainsi avons-nous distingué dans le discours des enseignants trois types de proximités discursives (explicites) pour lesquelles nous donnons ci-dessous des exemples issus de notre recherche en cours (Bridoux & al. 2015). Elles précisent les proximités-en-acte définies dans Robert & Vandebrouck (2014), qui sont attachées aussi bien à des décisions qu'à des discours, y compris pendant les exercices. Il s'agit ici de fragments de discours, d'énoncés de l'enseignant, éventuellement accompagnés de gestes ostensifs, dont nous analysons qu'ils peuvent[7] contribuer à la compréhension des étudiants. Ces proximités peuvent relever :

- soit de la généralisation d'un exercice qui aboutit à l'expression, la définition, voire la démonstration d'une propriété générale (proximité ascendante). Nous avons repéré ce type de proximité chez un enseignant qui utilise une ingénierie didactique élaborée par Robert (1982) pour introduire la définition formelle de convergence d'une suite numérique. Dans la première partie de l'ingénierie, les étudiants ont travaillé dans le registre graphique et se sont forgés une première représentation (erronée car trop partielle) de la convergence en termes de « bandes » autour du candidat limite dans lesquelles tous les termes de la suite rentrent à partir d'un certain rang. Dans cette partie, les étudiants travaillent avec des largeurs de 1/10 et 1/100 pour les bandes. Dans la partie suivante de

[6] Rappelons que, pour Vygotsky (1985), le développement précède l'apprentissage, ce qui amène à ne pas les distinguer dans le cas qui nous intéresse ici, à savoir l'acquisition de concepts scientifiques qui s'appuie sur d'autres concepts scientifiques.

[7] Cela reste potentiel, nous n'avons pas d'éléments pour vérifier que l'effet présumé a eu lieu.

l'ingénierie sont proposées deux affirmations dont l'appréciation (vrai ou faux) met en défaut le fait que la convergence puisse uniquement se définir avec quelques bandes. L'enseignant amène alors l'idée que la définition choisie par les mathématiciens est de travailler avec toutes les bandes, quelle que soit leur largeur. Il y a donc là un processus de généralisation qui amène une proximité de nature ascendante.

- soit de la manière dont on peut utiliser dans un exercice, voire dans une démonstration, une propriété (ou définition) générale (proximité descendante). Nous avons repéré une tentative de proximité descendante dans le discours d'un enseignant traitant l'exemple de la limite $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x}$ après avoir introduit la définition. Pour montrer que cette limite vaut zéro en utilisant la définition, l'enseignant explique comment utiliser celle-ci en prenant en compte l'ordre des quantificateurs, en expliquant comment trouver un réel A tel que celui présent dans la définition. Des liens avec la définition précédente sont explicitement dits, voire même écrits pour certains d'entre eux, par l'enseignant, d'où la nature descendante de la proximité.
- soit du travail local sur une formule par exemple ou sur le sens d'un théorème, qui n'amène pas de changement de niveau de généralité (proximités horizontales plus ou moins générales). Nous avons repéré une tentative de proximité horizontale générale (un lien au niveau théorique) chez un enseignant qui commente les équivalences suivantes : dans son discours, l'enseignant explique oralement et à l'écrit comment on passe de l'inégalité avec valeur absolue à la double inégalité et il reformule ensuite celle-ci pour amener l'idée d'appartenance à un intervalle ouvert. La présence de reformulations d'énoncés d'un même niveau de généralité témoigne de la nature horizontale de ces proximités.

Le discours de l'enseignant a fait l'objet d'autres types d'analyses. Par exemple, en s'appuyant sur la Théorie des Situations, Floris & al. (2012) étudient les interactions entre l'enseignant et les élèves en retenant l'idée que « face à une réponse ou une question d'élève, l'enseignant a la possibilité, si les conditions le permettent, de maintenir une certaine incertitude, que nous postulons potentiellement propice à l'apprentissage » (p. 342). C'est ce que les auteurs nomment « phases d'apprentissage potentiel » (PAP). Notre étude des proximités se distingue de l'analyse des PAP en ce sens qu'il ne s'agit pas de toujours créer de l'incertitude pour qu'une proximité soit tentée par l'enseignant, mais bien d'introduire un élément un peu nouveau, soit de manière spontanée (il n'y a donc pas forcément d'incertitude dans ce cas), soit à partir de réponses d'élèves à des questions de l'enseignant, tout en restant proche de ce que les élèves/étudiants ont appris. Ce qui nous intéresse ici n'est pas seulement l'origine de l'intervention mais surtout le fait que la réponse apportée s'appuie sur l'intervention, a des chances d'être proche de ce qui est déjà dans la tête des élèves.

Des discours d'enseignants sont analysés dans l'article de Chappet-Pariès & al. (2017) et d'autres exemples de proximités y sont donnés.

Reste la question de la référence à utiliser pour repérer les éléments importants des cours, qui remplacerait l'analyse *a priori* des tâches proposées lorsqu'il s'agit d'étudier les moments d'exercices, et en déduire des occasions de proximités, qui seront tentées ou non, à différents moments des déroulements. Nous nous basons sur l'étude de ce que nous appelons le « relief » de la notion. Il s'agit d'une étude croisant plusieurs dimensions imbriquées : épistémologique (nature des notions), curriculaire (institution, programmes) et cognitive (difficultés des élèves). Elle permet de circonscrire ce qui constitue le corps des connaissances visées sur la notion au niveau de conceptualisation concerné : l'ensemble des tâches dont la résolution peut être demandée, les objets et outils avec les cadres, registres, points de vue dont on attend des étudiants une certaine disponibilité, le niveau de rigueur exigible, la flexibilité et l'organisation des connaissances déjà-là et nouvelles nécessaires. Ainsi les choix dans un cours donné peuvent être référés à ce savoir visé. Cette étude donne aussi accès aux difficultés connues des élèves, plus ou moins répertoriées. Cela permet d'orienter la vigilance du chercheur sur ces points particuliers, jugés sensibles (sans s'y limiter). Enfin une étude de l'évolution de la présentation de la notion dans les programmes antérieurs, voire un éclairage épistémologique s'il y a lieu, permettent de cibler ce qui est nouveau, son sens, et, en particulier, de réfléchir à des introductions appropriées ou à des problèmes transversaux. Cela complète ce qui peut contribuer aux appréciations des déroulements des moments de cours, inclus dans un scénario complet[8] (avec les exercices, les évaluations, voire les reprises ultérieures).

À partir du relief, le chercheur distingue des occasions de proximités (*a priori*) et, dans le discours tenu, des proximités possibles – ou inexistantes (*a posteriori*). Il peut y avoir des proximités possibles imprévues. Toutes restent seulement possibles, tout comme les activités des élèves d'ailleurs. Cependant, ces outils didactiques restent locaux, alors que l'apprentissage du cours ne peut être qu'un processus long : il y a une hypothèse de cumul que nous nous autorisons, compte tenu de la stabilité des pratiques d'un enseignant donné, déjà soulignée dans (Vandebrouck 2008).

Enfin, en ce qui concerne les capsules vidéos, étudiées à d'autres niveaux d'enseignement, les analyses de Robert (Allard & al. 2016) utilisant les outils ci-dessus ont montré que, sans doute à cause de la brièveté visée (moins de 8 minutes), les contenus présentés dans les capsules sont souvent isolés, il n'y a pas de lien avec ce qui précède ni avec ce qui suit. Il y a peu de tentatives de proximités horizontales et celles rencontrées prennent souvent la forme de commentaires ou d'explications sur le développement des calculs ou sur les manipulations algébriques. Enfin, le vocabulaire utilisé est souvent familier et pas toujours rigoureux. Les capsules contiennent donc en général beaucoup d'implicites et d'omissions par rapport à un « vrai » cours. Mais leur utilisation peut sembler motivante et moins ardue pour les élèves que le cours en classe et, argument souvent mis en avant, dégage du temps pour travailler les exercices en classe avec les élèves.

Notre recherche en cours (Bridoux & al. 2015) cible l'étude des proximités discursives de nature cognitive et porte plus spécifiquement sur l'enseignement de la notion de limite en L1. Cette notion, enseignée en première année universitaire dans de nombreux pays, est source, chez les étudiants, de difficultés récurrentes qui peuvent être mises en relation avec ses caractères FUG (par exemple Bridoux 2016, Przenioslo 2005 ou Robert 1982). Cette recherche vise à comparer des manuels, des capsules et des vidéos

[8] Même si ici nous ne présentons pas cette étude globale.

de cours dans lesquels la notion est introduite, dans le but de mieux comprendre les spécificités d'un cours classique, donné en amphi.

La comparaison a révélé un résultat commun aux trois types de média : lorsque c'est l'émergence du formalisme contenu dans la définition de limite qui est le principal objectif[9] (comme par exemple dans l'ingénierie de Robert 1982), nous n'avons pas trouvé de proximités ascendantes. Une explication possible, qui n'est sans doute pas la seule, peut être liée à la nature FUG de la notion enseignée et par le fait qu'il est difficile de trouver un problème initial duquel les étudiants pourraient par exemple déduire de manière autonome les quantificateurs à utiliser et l'ordre dans lequel ils apparaissent dans la définition visée. Il n'y a donc pas d'activité d'introduction dans les trois cas.

Nos analyses sont détaillées dans Bridoux & al. (2015). En lien direct avec les propos développés dans ce texte, nous avons montré que les proximités horizontales sont davantage présentes dans le cours en amphi, majoritairement sous la forme de reformulations. Nous avons aussi détecté la présence de proximités descendantes dans le passage de la définition aux premiers exemples. Toutefois, ce résultat doit être relativisé par le fait que la plupart de ces tentatives de proximités sont orales et non écrites. Nous pouvons donc nous demander ce que les étudiants en retirent et quelle trace écrite ils gardent éventuellement de ces commentaires oraux. D'autres résultats que ceux visant l'étude des proximités sont donnés dans Bridoux & al. (2016).

Dans la présentation de l'expérience qui suit, l'outil des proximités nous a permis d'analyser le matériel pédagogique utilisé (dont une capsule vidéo) en comparaison du cours « classique » (ainsi nommé dans toute la suite) que nous donnons traditionnellement et de mieux comprendre ce qui s'est passé en amphi après que les étudiants aient visionné la capsule.

2. Le contexte institutionnel de l'expérience

Le chapitre visé dans l'expérience concerne les suites. Dans le cours « classique » que nous donnons depuis plusieurs années maintenant, ce chapitre démarre par la définition d'une suite numérique et la représentation graphique d'une telle suite. Le mode d'introduction choisi par l'enseignant pour définir la notion est détaillé à la section suivante. La monotonie d'une suite est ensuite définie. Puis ce sont les notions de suite majorée/minorée/bornée qui sont étudiées et définies de la manière suivante :

– Une suite $(x_n)_{n\in I}$ est majorée si $\exists C_1 \in R,\ \forall n \in I,\ x_n \leq C_1$.
– Une suite $(x_n)_{n\in I}$ est minorée si $\exists C_2 \in R,\ \forall n \in I,\ x_n \geq C_2$.
– Une suite $(x_n)_{n\in I}$ est bornée si $\exists C \in R,\ \forall n \in I,\ |x_n| \leq C$.

L'enseignant part de représentations intuitives dans la langue naturelle et de l'interprétation graphique des notions en termes de pallier situé au-dessus (resp. en-dessous) de tous les termes de la suite pour le caractère majoré (resp. minoré) pour amener les définitions et les formules quantifiées associées. Ces moments sont l'occasion de tenter des proximités ascendantes (en partant d'exemples) accompagnées

[9] Il existe des travaux où il ne s'agit pas de travailler sur le formalisme de la définition de limite dès le début de la séquence. La notion de limite peut alors émerger à partir de problèmes proposés aux élèves tels que la recherche d'une limite chez Bloch et Gibel (2011) ou l'étude de suites avec utilisation de calculatrices symboliques et graphiques chez Floris (2003). C'est un contexte différent.

de proximités horizontales (commentaires sur les dessins par exemple) pour formaliser les notions. Des propriétés établissant des liens entre les notions sont ensuite démontrées telles que « une suite est bornée si et seulement si elle est à la fois majorée et minorée », « une suite positive est minorée par 0 » ou « une suite constante est à la fois croissante et décroissante ».
Dans la partie « cours » qui nous intéresse ici, l'enseignant donne également des exemples et des contre-exemples pour toutes les notions et utilise les définitions ou leur négation pour justifier qu'il s'agit bien d'exemples ou de contre-exemples. Ici, ce sont des proximités descendantes qui sont alors tentées pour contextualiser le général au particulier.
Que ce soit dans les exemples ou dans les démonstrations, toutes les justifications s'appuient sur l'utilisation des définitions (ou leur négation), ce qui implique une utilisation constante des quantificateurs et des notions de logique que ces définitions contiennent. Ce travail est prolongé dans les travaux dirigés.

Le chapitre sur les suites numériques est peu volumineux. Environ trois heures y sont consacrées en cours magistral et six heures en travaux dirigés. De plus, les suites ont été étudiées au lycée, ce n'est donc pas un chapitre dont le contenu est complètement nouveau pour les étudiants. Cependant, les programmes belges préconisent de se limiter au lycée à quelques exemples pour introduire la notion de suite. L'aspect fonctionnel de cette notion est très peu présent. Ensuite, l'accent y est mis sur l'étude des suites arithmétiques et géométriques (numériques). La croissance est établie sous la forme d'un résultat à retenir en fonction de la valeur de la raison de la suite. En ce sens, les définitions sont très peu utilisées et il y a peu de liens entre les notions, comme par exemple entre la croissance et le caractère majoré d'une suite. Ainsi, tel qu'il est organisé dans le secondaire, l'enseignement des suites fait principalement travailler les élèves sur des exemples, le formalisme contenu dans les définitions n'étant pas manipulé, et leurs connaissances portent majoritairement sur la famille des suites arithmétiques et géométriques. Le chapitre que nous enseignons en L1 vient donc unifier et généraliser ces connaissances antérieures aux suites numériques quelconques, avec l'introduction des définitions formelles. Leur utilisation nécessite de manipuler un formalisme complexe pour les étudiants en première année universitaire. Les notions visées dans ce chapitre présentent donc les caractéristiques des notions FUG.

Ce sont aussi ces aspects qui distinguent les activités mathématiques des étudiants de celles qu'ils ont pu réaliser au lycée. En effet, dans ce cours, comme dans tous les cours de mathématiques suivis par les étudiants depuis leur entrée à l'université ainsi que dans les évaluations, l'accent est mis sur la manipulation du symbolisme contenu dans les définitions et dans la rédaction des raisonnements. La production d'exemples et de contre-exemples constitue elle aussi une attente forte dans les cours et dans les évaluations. Ces compétences auxquelles les étudiants sont souvent confrontés pour la première fois en entrant à l'université sont reconnues comme des sources de difficultés récurrentes (Gueudet 2008, Dieudonné & al. 2011). Toutefois, leur acquisition participe, selon nous, à la prise de sens visée des notions enseignées et à leur future disponibilité pour résoudre des tâches complexes. Pour aider les étudiants à les développer, nous rappelons souvent nos exigences sous la forme de commentaires méta (par exemple porter une attention particulière sur la structure logique des énoncés, des erreurs à ne pas commettre, des retours sur les méthodes utilisées, …) et nous veillons à rédiger le

cours au tableau avec la rigueur attendue dans les productions des étudiants. Cette pratique nous amène à avoir beaucoup d'échanges avec les étudiants pendant le cours, que ce soit pour préciser le vocabulaire qu'ils utilisent dans leurs questions ou pour insister sur l'importance de rédiger les raisonnements en explicitant « complètement » les démarches et en citant les résultats utilisés ou encore sur l'utilisation omniprésente des quantificateurs. En ce sens, de nombreuses proximités horizontales liées à la nature du travail personnel attendu ainsi qu'à la motivation sont tentées par l'enseignant dans ce cours.
Dans le chapitre sur les suites (cours et TD), les aspects formalisateur et généralisateur de la notion de suite sont très présents et ne sont pas sans conséquence sur les difficultés repérées chez les étudiants (cf. éléments de relief retenus). L'appropriation des notations peut en effet être une source de difficultés. Il n'est pas rare de rencontrer dans les copies des écritures erronées telles que $(x_n)_{n\geq 1}=\frac{1}{n}$. Les manques de liens entre les notions engendrent souvent des conceptions erronées comme le fait de croire qu'une suite croissante est forcément non majorée (cf. Robert 1982). Ces liens sont de fait beaucoup travaillés au début du cours et ces conceptions disparaissent en général rapidement avec le travail important sur les exemples que nous avons précédemment mentionné. De même, les difficultés liées à la manipulation des symboles se résorbent en général à la fin du chapitre, ce qui fait que le chapitre sur les suites est, in fine, peu problématique pour la plupart des étudiants.

3. L'expérience

3.1 Choix du matériel pédagogique

Le matériel fourni aux étudiants est constitué d'une vidéo de cours provenant du site Exo 7[10] et du polycopié correspondant. La capsule s'intitule « Suites – partie 1 : définitions » et dure 7 min 54 s. Dans le polycopié, les trois premières pages portent sur les notions que nous enseignons dans le cours « classique ». La capsule et le polycopié sont très proches, ils abordent les mêmes notions, présentent les mêmes définitions, propriétés et exemples. Il y a dans la capsule quelques commentaires supplémentaires par rapport au polycopié mais ceux-ci sont peu nombreux et restent seulement oraux. Nous en donnons un exemple dans ce qui suit. Comme la capsule et le polycopié traitent peu d'exemples (nous reviendrons plus loin sur cet aspect), nous avons complété ce matériel en rédigeant nous même une liste d'exercices d'entraînement ainsi que leur correction, telle qu'elle serait attendue par l'enseignant en termes de rigueur mathématique. En fait, ces premières tâches, simples et immédiates, sont précisément des exemples que nous traitons habituellement dans le cours « classique ».

Il nous semble important de mettre en évidence ce qui distingue ce matériel du cours donné habituellement en amphi. Une première différence est le temps « consacré » au chapitre du point de vue du matériel, nous y reviendrons : de l'ordre de 8 minutes pour la capsule pour environ trois heures de cours magistral alors que les contenus abordés sont identiques.

[10] Ce choix tient au fait que ce site couvre de nombreux contenus enseignés à l'université et a de plus une certaine renommée.
(https://www.youtube.com/watch?v=eKWRb_wLczo&index=1&list=PL20E5F69BB88FEDEE
et (http://exo7.emath.fr/cours/ch_suites.pdf)

Ce n'est évidemment pas la seule différence. Pour préciser notre propos, nous donnons deux illustrations, un qui concerne la définition d'une suite, dans le polycopié, la capsule et le cours « classique », puis deux exemples sur la croissance et le caractère majoré d'une suite.
Voici l'extrait du polycopié donnant la définition d'une suite.

1.1. Définition d'une suite

Définition 1

- Une *suite* est une application $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$.
- Pour $n \in \mathbb{N}$, on note $u(n)$ par u_n et on l'appelle n-ème *terme* ou *terme général* de la suite.

La suite est notée u, ou plus souvent $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ou simplement (u_n). Il arrive fréquemment que l'on considère des suites définies à partir d'un certain entier naturel n_0 plus grand que 0, on note alors $(u_n)_{n\geqslant n_0}$.

Exemple 1

- $(\sqrt{n})_{n\geqslant 0}$ est la suite de termes : $0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \ldots$
- $((-1)^n)_{n\geqslant 0}$ est la suite qui alterne $+1, -1, +1, -1, \ldots$
- La suite $(S_n)_{n\geqslant 0}$ de l'introduction définie par $S_n = S \times (1,1)^n$,
- $(F_n)_{n\geqslant 0}$ définie par $F_0 = 1$, $F_1 = 1$ et la relation $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ pour $n \in \mathbb{N}$ (suite de Fibonacci). Les premiers termes sont $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$ Chaque terme est la somme des deux précédents.
- $\left(\frac{1}{n^2}\right)_{n\geqslant 1}$. Les premiers termes sont $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \ldots$

Figure 1. *Définition d'une suite*

Dans cet extrait, le cours du polycopié commence ainsi par la définition[11]. Les notations et le vocabulaire sont également fixés pour une suite de domaine $\mathbb{N}$ et ensuite pour une suite définie à partir d'un certain entier naturel n_0. Les premiers exemples sont alors donnés. Remarquons qu'aucun lien n'est alors établi avec la définition en ce sens que le lecteur a à sa charge de comprendre en quoi ces exemples sont effectivement des applications de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$ (ou de $\mathbb{N}^*$ dans $\mathbb{R}$ dans le dernier exemple). Aucune explication n'est donnée sur la manière de calculer les premiers termes de chaque suite. L'ordre adopté dans le polycopié consiste donc à donner la définition puis à présenter des exemples relatifs à la notion qui vient d'être introduite. Ce choix serait l'occasion de tenter une (des) proximité(s) descendante(s) éventuellement accompagnées de proximités horizontales locales. Toutefois, dans ce support écrit, la contextualisation de la notion de suite, en tant que fonction, aux premiers exemples n'est pas du tout explicitée, elle est montrée sur les quatre premiers termes sauf dans le troisième exemple et pour la suite de Fibonacci, où les sept premiers termes sont donnés.

Dans la capsule, en revanche, la même définition est écrite et lue par l'enseignant. Rien n'est dit sur la notation $(u_n)_{n\in N}$ pourtant présentée dans le polycopié. Les exemples du polycopié sont alors traités. Des explications supplémentaires sont données à l'oral

[11] En guise d'introduction, le polycopié présente très brièvement un exemple où il s'agit de construire le terme général d'une suite géométrique.

uniquement sur la manière de calculer les premiers termes des suites. Mais rien n'est explicitement dit sur le fait que les exemples sont effectivement associés à des fonctions. Il y a donc dans la capsule des proximités descendantes possibles mais celles-ci restent locales et liées à des aspects calculatoires, sans explicitation de la manière dont les cas particuliers s'inscrivent dans le cas général.

Dans le cours « classique », enfin, le choix d'introduction est différent et est clairement lié à la présence des étudiants. Cela se traduit en particulier par une longue introduction préparant la donnée de la définition. Profitant du fait qu'ils ont rencontré des suites au lycée ou dans d'autres cours à l'université (par exemple le cours de programmation, donné au premier semestre, où ce sont principalement des suites définies par récurrences qui sont étudiées), nous demandons ainsi tout d'abord aux étudiants de donner eux-mêmes des exemples de suites. De manière assez récurrente, les étudiants répondent à cette question en donnant les premiers termes de certaines suites telles que 0, 1, 2, 3,… ou $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$. Les premiers termes de la suite de Fibonacci sont aussi souvent donnés en exemple car cette suite est étudiée dans un des cours d'informatique. L'enseignant vient alors compléter cette liste avec d'autres exemples, comme des suites constantes, des suites arithmétiques ou géométriques, des suites dont le terme général contient des exposants ou des racines. En s'appuyant sur les exemples précédents qui sont majoritairement donnés en énumérant successivement les premiers termes, nous amenons petit à petit l'idée de numéroter chaque terme (et pas seulement le terme général) et de trouver une formule qui permet de calculer le terme correspondant à un indice donné. L'idée qu'une suite est en fait une fonction émerge donc assez naturellement ainsi que la question du domaine de définition de ce type de fonction. Il y a donc un long travail de formalisation pour aboutir à la définition. Celle-ci est alors construite avec les étudiants et est donnée de la manière suivante :

> *Une suite de nombres réels est une fonction de I dans $\mathbb{R}$ où $I=(n\in \mathbb{N}\ ;\ n \geq n^*)$ pour un certain $n^* \in \mathbb{N}$. À un indice n on fait correspondre le terme x_n . On note la suite $(x_n)_{n\in I}$.*

Après cette définition, l'enseignant propose quelques relations en guise d'exemples où il s'agit de déterminer si ce sont des suites, quel est leur domaine et d'en calculer, le cas échéant, les premiers termes. Des exemples de relations qui ne définissent pas une suite, comme la relation $n \longrightarrow \sqrt{2-n}$, sont aussi traités. Dans le cours « classique », l'enseignant s'appuie donc sur les connaissances « déjà-là » des étudiants, en les faisant participer oralement, pour arriver à formaliser la notion de suite. Ce cheminement est accompagné, dans le discours de l'enseignant, d'essais de proximités ascendantes et de proximités horizontales, à partir de ce que disent les étudiants sur ce qui est écrit.

Comme nous l'avons expliqué, le polycopié (et la capsule) proposent une introduction plus brutale, sans appui sur des connaissances antérieures et un répertoire d'exemples plus pauvre. De plus, le traitement des exemples et les raisonnements présents dans la capsule et le polycopié associé ne sont pas toujours rédigés avec la rigueur que nous attendons chez nos étudiants. Nous avons espéré combler ce manque avec la liste des premiers exercices rédigée par nos soins.

Intéressons-nous donc maintenant aux justifications apportées dans les premiers exemples traités à partir de deux extraits de la vidéo portant sur la notion de croissance d'une suite et sur la notion de suite majorée. Le premier extrait dure environ 15 secondes. Nous l'avons retranscrit et nous en donnons également une capture d'écran.

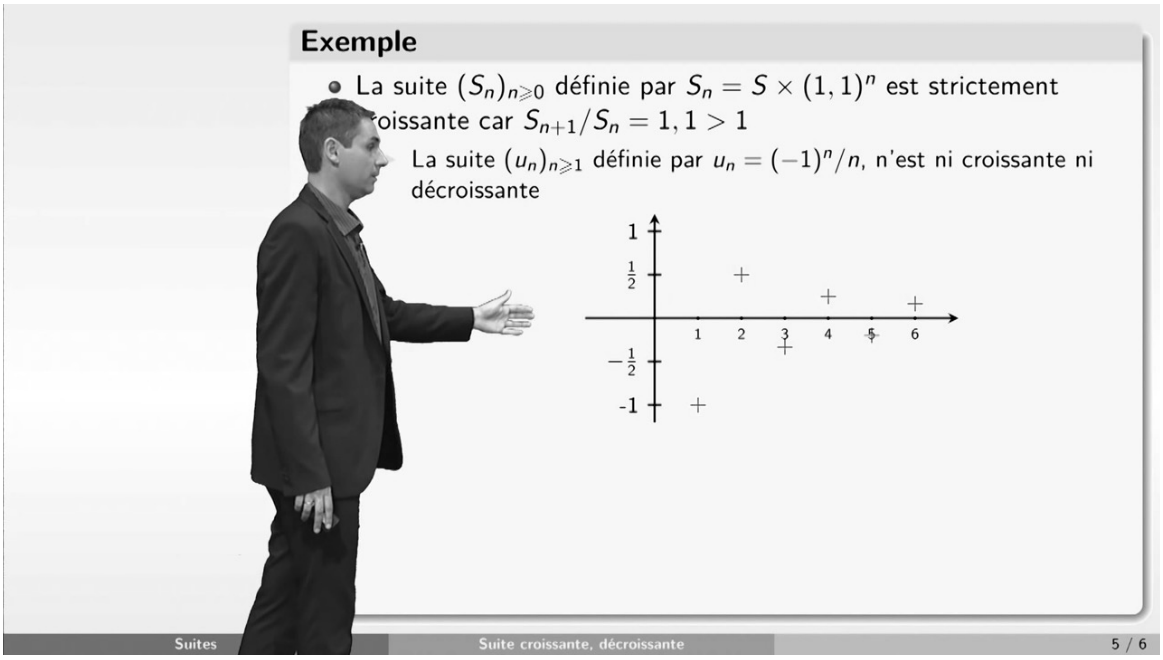

Figure 2. *Croissance d'une suite – exemple*

Attention, une suite peut être ni croissante ni décroissante. Voici un exemple. On considère la suite de terme général –1 à la puissance n divisé par n pour n plus grand que 1. Elle n'est ni croissante ni décroissante

(en même temps qu'il prononce cette dernière phrase, l'enseignant montre avec sa main le graphique représentant la suite mais son geste n'est selon nous pas suffisamment précis pour montrer quel endroit exact il faut regarder pour comprendre que la suite n'est ni croissante ni décroissante). C'est donc un argument de type « on voit sur le dessin » qui doit convaincre la personne qui visionne la capsule. Le formalisme (symbolisme) contenu dans la définition n'est ainsi pas utilisé pour justifier.

Dans l'extrait suivant (voir capture d'écran en figure 3, page suivante) qui dure environ 10 secondes, l'enseignant explique pourquoi cette même suite est majorée :

Cette suite est majorée par $\frac{1}{2}$ *,*

(ici aussi, l'enseignant utilise un mouvement du bras pour représenter un pallier au-dessus des éléments de la suite),

borne qui en plus est atteinte par le terme u_2*.*

C'est de nouveau une observation graphique qui fait office de justification et ce choix d'exemple peut induire chez l'étudiant la conception qu'un majorant est un élément de la suite. Le fait qu'un majorant n'est pas unique n'est pas non plus souligné. Il y a donc peu de liens entre les notions introduites dans la capsule et le polycopié. Ceux-ci sont implicites et leur construction est à la charge de la personne qui visionne la capsule.

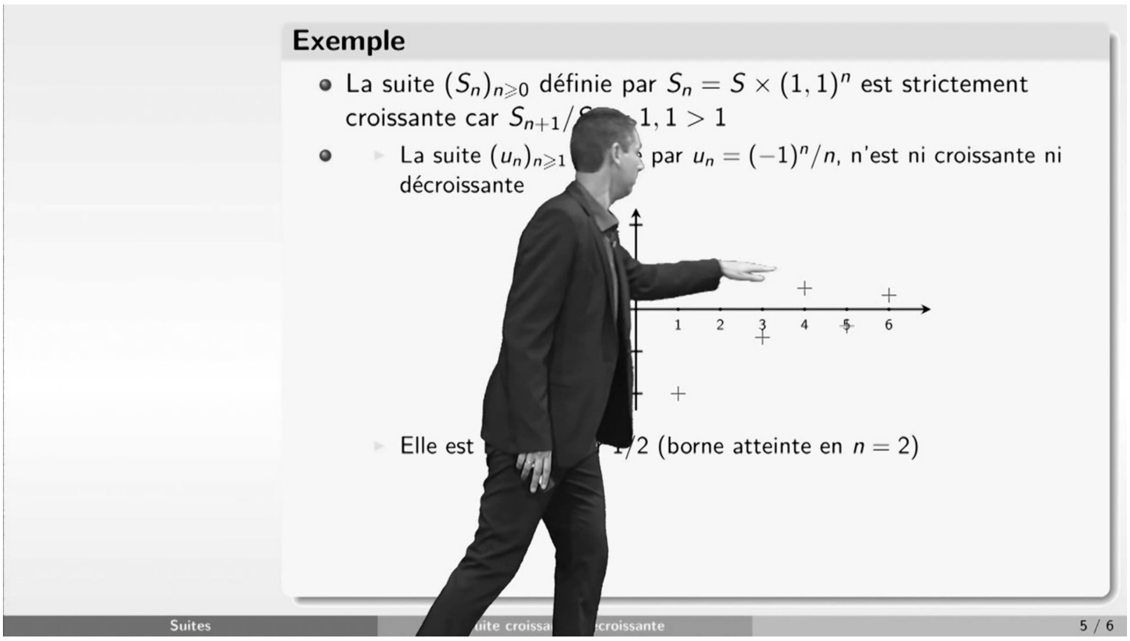

Figure 3. *Suite majorée – exemple*

Dans le cours « classique », voici par exemple la justification donnée pour argumenter, le fait que la suite $(x_n)_{n\in N} = ((-1)^n)_{n\in N}$ n'est pas croissante :

La suite n'est pas croissante car $\exists n\in N,\ x_n > x_{n+1}$. *En effet, prenons n=2. Alors* $x_2 = (-1)^2 = 1$ *et* $x_3 = (-1)^3 = -1$. *Et 1 > –1.*

Cette justification repose sur l'utilisation de la définition et de sa négation. C'est donc à partir du formalisme utilisé pour définir la notion que l'étudiant doit développer son raisonnement. Un argument graphique ou intuitif, comme dans la vidéo, ne sera pas accepté. Les étudiants sont bien au courant de cette modalité. Dans le cours « classique » également, les dessins sont présentés par l'enseignant comme une aide pour développer les raisonnements et non pas comme un moyen de justification.

3.2 Bilan rapide sur les contenus en jeu

Le polycopié et la vidéo se limitent à la présentation des définitions et à quelques exemples simples. Il n'y a pas de commentaires explicatifs sur les notions introduites, comme par exemple sur le passage de la définition d'une notion au dessin qui l'illustre, ni sur la structure logique des définitions. On trouve très peu de justifications dans les exemples et celles qui sont fournies sont intuitives (« on voit sur le dessin ») au regard de la rigueur attendue dans nos cours. Peu de contre-exemples sont également donnés. Il n'y a pas non plus de liens entre les notions. En ce sens, il y a peu de tentatives de proximités, quelle que soit leur nature. Ainsi, des éléments spécifiques de l'activité mathématique à ce niveau d'enseignement comme établir des liens, donner des exemples, écrire rigoureusement un raisonnement, sont laissés à la charge de l'étudiant qui visionnera la capsule et/ou lira le polycopié.

Ces constats constituent des différences notables entre le cours « classique » et le matériel proposé aux étudiants. Il est clair que le matériel fourni aux étudiants ne rencontre pas nos objectifs d'enseignant, notamment en ce qui concerne la rigueur attendue dans les justifications. Cependant, toutes les notions abordées dans le cours « classique » sont présentes dans le polycopié et la vidéo. De plus, ces manques pourraient être comblés par les étudiants qui sont bien au courant que ces aspects sont des attentes importantes dans le cours, nous pouvons donc faire l'hypothèse que l'habitude aidant, ils auront peut-être le réflexe d'approfondir le contenu du polycopié et de la vidéo. D'autre part, la liste des premiers exos donnée par l'enseignant est quant à elle rédigée avec la rigueur attendue dans le cours. En ce sens, le matériel fourni aux étudiants rencontre bien les objectifs de la pédagogie inversée.

3.3 Déroulement de l'expérience

Comme nous l'avons précédemment expliqué, cette expérience a été organisée au tout début d'un nouveau cours pour les étudiants, au second semestre. Une réunion a été planifiée avec les étudiants. L'enseignant a tout d'abord donné quelques commentaires sur le cours qui démarre (contenus, mode d'évaluation, …). Il a ensuite expliqué que pour le premier chapitre du cours, les étudiants travailleraient seuls la partie théorique à partir d'un matériel mis à leur disposition sur la plateforme de cours en ligne. Un délai d'une semaine leur a été donné pour s'approprier le contenu du chapitre. Aucun commentaire sur la manière d'utiliser le matériel proposé n'a été donné par l'enseignant, estimant qu'au deuxième semestre de cours, les étudiants devaient être habitués aux exigences de l'enseignant et avoir développé une certaine autonomie dans le travail personnel. Il a également été spécifié aux étudiants que la séance prévue la semaine suivante serait un TD sur les notions visées. Vu le nombre peu élevé d'étudiants, ils sont regroupés en un seul groupe pour les TD.
En réalité, l'enseignant a prévu, lors de cette séance de TD, d'être présent[12] et de d'abord demander aux étudiants s'ils ont des questions sur le matériel qu'ils ont utilisé. Nous décrivons maintenant le déroulement de cette séance. Précisons d'emblée que la séance n'a pas été enregistrée, nous ne disposons donc pas de la retranscription des échanges. Comme nous l'avons expliqué, cette expérience n'a pas été initialement organisée dans des perspectives de recherches. Nous disposons cependant des notes prises par un collègue présent dans l'amphi. Celles-ci indiquent le temps consacré à chaque question et résument les échanges entre l'enseignant et les étudiants.

Nous analysons ici quelques phases du déroulement en classe à partir de deux questions posées par les étudiants au début de cette séance :

> *Question 1 : Je n'ai pas compris ce qu'est une suite constante. Pouvez-vous réexpliquer ?*
> *Question 2 : Dans l'exercice où on montre que (n^2) n'est pas majorée, je n'ai pas compris ce qu'était une suite non majorée. Pouvez-vous réexpliquer ?*

Il nous semble important de pointer le fait que seules trois questions ont été posées par les étudiants lors de cette séance, et qu'elles portent sur la liste des premiers exercices rédigés par l'enseignant. Aucune question n'a été posée sur le polycopié ou sur la vidéo. Pour chaque question, nous donnons tout d'abord la correction de l'exercice auquel elle se rapporte, telle qu'elle est écrite dans le document rédigé par l'enseignant et donné

[12] Comme nous l'avons expliqué, le titulaire du cours n'est pas présent pendant les TD puisque ceux-ci sont assurés par un doctorant.

aux étudiants au début de l'expérience. Nous commentons ensuite les échanges qui ont eu lieu entre l'enseignant et les étudiants pour apporter des éléments de réponse à chaque question.

Voici l'énoncé et la correction de l'exercice associé à la question 1 :

Énoncé : Montrez qu'une suite constante est à la fois croissante et décroissante.

Corrigé :Une suite est constante si $\exists a \in R,\ \forall n \in N,\ x_n = a$. *On a donc* $(x_n)_{n\in N} = (a)_{n\in N}$. *La suite est croissante (respectivement décroissante) car* $\forall n \in N,\ x_n \leq x_{n+1}$ *(respectivement* $x_n \geq x_{n+1}$*) puisque* $a \leq a$ *(respectivement* $a \geq a$ *)*

En ce qui concerne la question 1, posée par plusieurs étudiants, c'est en fait la notation $(a)_{n\in N}$ qui est source de difficultés. L'enseignant comprend que ces étudiants confondent « indice » et « terme de la suite ». Il revient donc à la notation utilisée dans le polycopié donné au début pour écrire une suite, à savoir $(u_n)_{n\in N}$ et la développe en écrivant les premiers termes : $u_0,\ u_1,\ u_2, \ldots$, ce qui n'est pas fait dans le polycopié ni dans la vidéo. Il revient ensuite à la définition d'une suite pour bien insister sur la distinction « indice-élément », en relation avec la définition fonctionnelle.

En tant qu'enseignant, cet épisode nous amène à penser que l'aspect fonctionnel d'une suite pose des difficultés et que les notations associées au concept clé du chapitre, à savoir les suites, ne sont pas installées chez un grand nombre d'étudiants. Mais dans le déroulement de la séance post-capsule, pour bien comprendre ce qui pose problème aux étudiants, nous revenons d'abord aux notations qui ont créé des difficultés puis à la définition, à l'inverse du cours « classique » où nous définissons d'abord l'objet « suite » avant d'y associer les notations. Ce déroulement, forcé par l'expérience, fait que les choses sont présentées dans un ordre différent de celui choisi par l'enseignant dans le cours « classique ». Cela l'amène ainsi dans son discours à tenter de nouvelles proximités ascendantes pour présenter l'objet « suite », associées à des proximités horizontales qui relèvent de reformulations et de la réécriture d'éléments présentés dans la capsule et le polycopié.

Voici l'énoncé et le début du corrigé associés à la question 2 :

Énoncé : La suite (n^2) *est-elle majorée ? Minorée ? Bornée ?*

Corrigé : La suite (n^2) *est minorée par 0 car c'est une suite positive. Elle n'est pas majorée, c'est-à-dire* $\forall m \in R, \exists n \in N,\ n^2 > m$.

Pour la question 2, l'enseignant commence par questionner les étudiants sur ce qu'est une suite majorée avant d'aborder la négation de la définition correspondante. Pour ce faire, il demande aux étudiants de l'expliquer « avec leurs mots », il n'attend donc pas dans un premier temps la définition formelle mais bien la représentation intuitive que les étudiants ont pu se construire avec le matériel. Cette démarche est totalement différente, là encore, de celle du cours « classique » où l'enseignant part d'une caractérisation intuitive et montre que ce type de représentation est en général insuffisant pour justifier un argument. Cela conduit les étudiants à la nécessité de formaliser le concept. Ici, le concept a été formalisé dans le polycopié et la vidéo et il faut revenir à une représentation intuitive. Celle-ci va amener l'enseignant à introduire la représentation graphique d'une suite, élément qui n'est pas introduit dans le

polycopié et la vidéo alors que des suites y sont représentées graphiquement pour expliquer l'idée de palier évoquée dans la vidéo. Là encore l'enseignant est confronté à une véritable déstructuration de l'ordre qu'il suit habituellement et ce sont d'autres proximités qui sont actionnées…
De nouveau, l'enseignant reprend ici des éléments théoriques qui n'ont pas été construits par les étudiants suite à leur travail sur la capsule. D'une certaine manière le temps consacré au cours est repris ici, mais autrement…

Cette première partie de la séance a duré environ une heure. L'enseignant a ensuite proposé un exercice classique qui consiste à donner une liste de suites et à en demander le domaine et les premiers éléments. Les étudiants ont travaillé seuls pendant une quinzaine de minutes. L'enseignant s'engage alors dans la correction au tableau à partir d'un travail collectif avec les étudiants. Par un jeu de petites questions, il en profite pour aller un peu plus loin pour certaines suites, en demandant si elles sont croissantes ou non, en évoquant des liens possibles entre la croissance et le caractère majoré d'une suite ou encore en demandant de produire d'autres exemples. Les questions de l'enseignant, bien qu'étant orales, provoquent chez les étudiants de nouvelles activités que celles prévues par la tâche initiale. Ces activités sont liées à la reconnaissance des définitions et à des mises en relation entre les notions.

Il est alors frappant pour l'enseignant de constater que les étudiants ne sont pas capables de produire d'autres exemples que ceux rencontrés dans le matériel et qu'un nombre important d'entre eux pensent qu'une suite croissante ne peut pas être majorée. Des compléments sur le cours théorique sont de nouveau ajoutés ici par l'enseignant.

Ainsi, durant cette séance, des difficultés récurrentes et très peu présentes dans le cours « classique » sont repérées par l'enseignant : la compréhension de l'aspect fonctionnel des suites est absent chez un grand nombre d'étudiants, les notations ne sont pas du tout installées, le répertoire d'exemples que les étudiants se sont construits à partir du matériel est très pauvre et des conceptions erronées sont présentes chez beaucoup d'entre eux. De plus, l'enseignant a été amené à reprendre une grande partie du cours « classique » mais dans un ordre différent et en allant probablement moins loin dans les liens tissés habituellement puisqu'il s'agissait d'apporter des réponses précises aux questions des étudiants. Ce moment de cours « forcé » par les questions des étudiants a donc été complètement déstructuré par rapport au cours « classique ».

Du point de vue de l'enseignant qui connaît bien son public[13], d'autres constats viennent s'ajouter. Les étudiants semblent s'être concentrés sur la liste d'exercices, ils ne connaissent pas les définitions et celles qu'ils donnent lors des échanges sont en fait des représentations intuitives formulées dans la langue naturelle, le formalisme est absent ainsi que les quantificateurs (alors que les étudiants sont habitués aux exigences dans ce domaine). Au terme de cette séance, l'enseignant a constaté une étude très approximative de la part des étudiants, qu'il a complétée et reprise en mettant en jeu de nouvelles proximités. De notre point de vue d'enseignant, cette manière de procéder pour ce chapitre n'a pas du tout favorisé l'autonomie des étudiants. Ils semblent ne pas être allés au-delà de ce qui est écrit ou dit dans le matériel, contrairement à ce qui est favorisé dans le cours « classique » (trouver de nouveaux exemples, contre-exemples, utiliser les quantificateurs, tisser des liens…) par le discours de l'enseignant.

[13] Nous travaillons avec ces étudiants depuis le début de l'année, donc depuis six mois.

Néanmoins, pour mieux comprendre ce que les étudiants ont acquis durant l'expérience, un questionnaire leur a été proposé au début de la séance suivante.

4. Les premiers apprentissages des étudiants

4.1 Les résultats du questionnaire

La durée du travail sur le questionnaire proposé à l'issue de la reprise du cours et des exercices en TD est de 30 minutes. Ce questionnaire, donné en annexe, contient principalement des tâches d'entraînement : représenter graphiquement une suite, étudier la croissance d'une suite, donner une définition. Le questionnaire contient également une question portant sur les liens entre les notions. Nous sommes consciente que ceux-ci ont été peu travaillés dans le cours visionné (ou lu) (contrairement au cours « classique ») et qu'en ce sens il ne s'agit pas d'un questionnaire basique comme il est souvent proposé en classe inversée. Mais, comme nous l'avons expliqué, la capacité à tisser des liens et à produire des exemples est une compétence attendue de l'enseignant et fait partie de la « philosophie » des cours de mathématiques suivis par les étudiants depuis leur entrée à l'université. C'est donc l'occasion de tester si ce réflexe est installé chez ces étudiants lorsque cela n'est pas rappelé par l'enseignant. Nous présentons tout d'abord les résultats à la question 2 dont voici l'énoncé :

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez votre réponse.

- *Une suite peut être à la fois croissante et décroissante.*
- *Toute suite croissante n'est pas bornée.*
- *Toute suite minorée ne peut pas être décroissante.*
- *Il existe une suite qui est à la fois majorée par 1 et par 2.*
- *Toute suite minorée par 1 est aussi minorée par 2.*

Un premier constat est que beaucoup de définitions données par les étudiants dans leurs réponses sont erronées, souvent formulées de manière intuitive avec des mots du langage courant, et les quantificateurs en sont presque toujours absents. Nombreux sont aussi les étudiants qui confondent les expressions « à la fois croissante et décroissante » et « ni croissante ni décroissante ». La production d'exemples soulève elle aussi des difficultés : plusieurs étudiants pensent que la suite $\left(\frac{-1}{n}\right)_{n\geq 1}$ est bornée par –1, que la suite $(n)_{n\in N}$ est constante ou que la suite $(2^n)_{n\in N}$ est bornée. Enfin, les justifications sont peu présentes et celles qui sont données ne sont pas complètes ou restent intuitives. Ces erreurs sont d'autant plus frappantes qu'elles ne sont, dans notre souvenir, jamais apparues dans le cours « classique ».

Regardons maintenant la question 3 : « Étudiez la croissance de la suite $\left(\frac{3^n}{n!}\right)$ ». C'est une tâche très proche d'un exercice proposé dans la liste rédigée par l'enseignant. Vingt neuf étudiants utilisent la méthode présentée dans le document distribué. Précisons que le polycopié et la vidéo ne donnent pas de commentaires pour étudier la croissance d'une suite quelconque à partir de la définition proposée. La méthode donnée par l'enseignant dans le document rédigé par lui consiste à développer l'inégalité $x_n \leq x_{n+1}$ pour arriver à une inégalité de la forme $n\leq\ldots$ et à se prononcer sur la véracité de celle-ci pour en déduire la croissance de la suite[14]. Dix neuf étudiants donnent une conclusion correcte (la suite n'est ni croissante ni décroissante) mais rien n'est explicitement dit sur le lien entre la véracité de l'inégalité et le fait d'en déduire que la suite n'est ni croissante ni décroissante. Ce lien est pourtant fait dans le corrigé. Ainsi, que ce soit en classe inversée ou dans un cours « classique », nous constatons que l'explicitation des démarches et les justifications à apporter dans les raisonnements posent des difficultés aux étudiants.

Le questionnaire contenait également des questions plus générales pour mieux comprendre comment les étudiants avaient travaillé avec le matériel qui leur a été fourni. Nous leur avons notamment demandé combien de temps ils ont passé sur chaque support (Question 5). La réponse majoritairement donnée est « de l'ordre de 15 minutes » (rappelons que la capsule dure environ 7 minutes). La question se pose donc de savoir si le travail se réduit à la simple écoute de la vidéo et si les étudiants ont pris des notes, d'autant qu'ils complètent souvent leur réponse avec des propos tels que « *j'ai lu deux fois le poly* » ou « *j'ai regardé deux fois la vidéo* ».

Nous avons également cherché à recueillir l'avis des étudiants sur ce mode d'enseignement. Nous leur avons donc demandé de dégager quels étaient selon eux les points positifs et les points négatifs de l'expérience (Question 6). Ainsi, pour les aspects positifs, 10 étudiants ont apprécié de pouvoir apprendre par eux-mêmes, 13 y ont trouvé une liberté d'organisation que ne permet pas forcément le cours « classique ». Ils l'expriment par exemple sous la forme « on peut regarder la vidéo quand on veut » et 6 ont apprécié la possibilité de pouvoir revenir plusieurs fois sur un support. Ces étudiants estiment avoir mieux compris le cours en travaillant de cette manière. Il nous semble important de dire ici que ces réponses ont été apportées par les étudiants faibles, qui sont déjà en difficulté dans les autres cours de mathématiques, donnés au premier semestre et qui servent de base au cours visé dans cette expérience. Nous redoutons donc que cette manière de procéder leur a donné une vision erronée de la qualité et de la profondeur de leur compréhension du cours.

Les points négatifs qui ont été relevés par les étudiants dans cette expérience sont les suivants : 19 étudiants regrettent le manque d'interaction avec l'enseignant car ils apprécient de pouvoir poser des questions et échanger avec celui-ci pendant le cours. 5 d'entre eux pensent que ce type de pédagogie fonctionnerait moins bien sur un sujet plus compliqué que celui choisi ici. Enfin, 6 étudiants ont trouvé qu'ils étaient plus distraits que pendant le cours « classique ». Ils ont par exemple tendance à faire autre chose en même temps qu'ils visionnent la capsule. Il est frappant de remarquer que ces arguments sont donnés par les bons étudiants.

4.2 Une comparaison des premiers apprentissages avec le cours « classique »

Pour préciser encore ces premiers éléments qui ressortent de l'expérience, nous avons comparé les résultats obtenus à ce questionnaire avec ceux obtenus par les étudiants ayant suivi le cours « classique » l'année suivante, en 2016 donc. Un questionnaire identique, à la fois dans sa forme et dans son déroulement, sauf pour les dernières appréciations (adaptées), leur a été proposé en février 2016, juste après la partie « cours magistral », dont le contenu a été présenté précédemment.

[14] Même si on peut résoudre oralement autrement.

Le questionnaire réalisé en classe inversée avait mis en évidence des difficultés qui ne sont en général pas repérées dans le cours « classique » (nombre important de définitions erronées, production d'exemples incorrects, …). Nous n'avons effectivement pas retrouvé ces aspects en 2016. Les définitions sont majoritairement correctes et les notations sont mieux utilisées. En ce qui concerne les liens entre les notions (Question 2), les choix sur la véracité de chaque affirmation sont eux aussi corrects chez un grand nombre d'étudiants, nous avons également rencontré moins de conceptions erronées. Cependant, sur cette question, c'est le manque de justification qui est encore une fois source de difficulté. Par exemple, pour l'affirmation « toute suite minorée par 1 est aussi minorée par 2 », voici le type de justification que nous avons trouvé: « *prenons la suite* $\left(1+\frac{1}{n}\right)_{n\in N^{*}}$. *Elle est minorée par 1* (cette affirmation n'est pas justifiée) *mais pas par 2 car il y a des éléments inférieurs à 2 dans cette suite* (de nouveau, on n'a pas explicitement de tels éléments) ». Ainsi, que ce soit en pédagogie inversée ou dans un cours oral donné par un enseignant, la capacité des étudiants à justifier avec la rigueur attendue est une compétence qui n'est pas acquise et qui est sans doute le fruit d'un travail long et régulier, tant de la part de l'enseignant que des étudiants.

Le temps consacré à l'étude est également bien différent entre les deux modes d'enseignement : de l'ordre de 15 minutes déclarées sur le polycopié et la vidéo en classe inversée, ce qui correspond à regarder deux fois la vidéo, et de l'ordre de deux heures sur le cours « classique », ce qui correspond en fait à la durée du cours[15].

Conclusion et perspectives

En tant qu'enseignante, notre première réaction au terme de l'expérience décrite ici a été un sentiment de déception principalement lié au fait que durant la séance de cours suivant la capsule, nous avons été frappée de voir que des réflexes que nous tentons de développer chez nos étudiants depuis le début de l'année dans nos propres cours ne s'étaient pas « naturellement » transposés dans le contexte de la classe inversée.

En tant que chercheur, l'analyse du déroulement de la séance en amphi après le visionnage de la capsule a montré la présence de nouvelles proximités dans le discours de l'enseignant par rapport à ce qu'il fait dans le cours « classique ». Ces proximités, initiées par les questions des étudiants, visaient à lever toute une série d'implicites (insister sur le sens des notations, construire un lien non développé dans la capsule, …). L'étude des proximités permet en ce sens d'apprécier l'intérêt des interactions avec les étudiants. Cela montre également qu'il y a des implicites que ceux-ci ne peuvent pas lever lorsqu'ils sont livrés à eux-mêmes. Dans le cours « classique », en plus des proximités initiées par les questions des étudiants, il y a des proximités spontanées (non initiées par eux) dans le discours de l'enseignant, notamment avec des questions que les étudiants ne se posent pas. Il y a là une forme d'anticipation de l'enseignant qui peut peut-être contribuer à mieux prendre en compte les caractères FUG des notions enseignées et surmonter certaines difficultés chez les étudiants. Bien entendu, ces proximités ne les atteignent pas tous mais nous voyons tout de même qu'un « vrai » cours offre davantage d'alternatives.

[15] Au moment où le test a été proposé, deux heures de cours sur les trois que couvre le cours magistral ont été données, la dernière heure étant consacrée à terminer certaines démonstrations ou à aller plus loin dans les liens, les exemples, …

Cette première expérience de classe inversée « brute » et qui reste très limitée met ensuite selon nous en évidence trois aspects négatifs concernant les apprentissages de nos étudiants. Le premier, déjà soulevé dans l'analyse du questionnaire, est l'apparition de difficultés qui ne sont pas présentes dans le cours « classique ». Nous pensons à la pauvreté du répertoire d'exemples que les étudiants se sont construits[16], à la production d'exemples erronés et au fait que les étudiants ne connaissaient pas leurs définitions. Nous avons ensuite été frappée par le peu de temps consacré à l'utilisation du matériel. Comme nous l'avons déjà dit, nos étudiants sont pourtant familiers avec les attentes de l'enseignant qui visent justement l'utilisation des définitions et l'importance de produire des exemples. Les commentaires de l'enseignant apportés dans le cours « classique » sur le travail personnel vont également dans le sens de passer un temps long sur un cours de mathématiques pour assimiler les notions enseignées. En l'absence de l'enseignant, notre sentiment est que les étudiants ont en quelque sorte zappé ces aspects. Le dernier aspect frappant concerne cette apparente illusion qu'en classe inversée, tous les étudiants atteignent d'une certaine manière le même niveau. Le questionnaire a en effet montré que les bons étudiants ne se distinguent pas dans leurs résultats, ce qui témoigne selon nous d'une régression dans leur conceptualisation.

Nous sommes évidemment bien consciente d'avoir volontairement embarqué nos étudiants dans cette expérience sans commenter le matériel donné et surtout sans donner d'indication sur la manière de l'utiliser et le temps à y consacrer. Pour un étudiant, écouter des vidéos sur YouTube relève souvent d'un (semi-)loisir. C'est donc sans doute difficile pour lui de savoir à quel niveau d'écoute il doit se placer pour visionner une capsule de maths. Il y a lieu de lui expliquer à quoi cela peut servir et comment le faire. Le rôle de l'enseignant reste donc primordial, même dans le contexte de la classe inversée et ce, quel que soit le niveau d'enseignement. Le témoignage d'un enseignant de collège ayant l'habitude de travailler en classe inversée donné dans Allard & al. (2016) semble d'ailleurs aller dans ce sens puisqu'il dit consacrer un certain temps (15 jours) à expliquer à ses élèves comment visionner les capsules et un document explicatif est aussi à leur disposition.

Cette expérience est aussi très limitée puisque nous nous sommes restreinte à analyser la partie « cours ». Nous ne pouvons donc pas savoir si certaines difficultés observées dans l'expérience auraient été surmontées par les étudiants durant les TD, en fonction des tâches proposées et des proximités développées. Aussi, on peut se demander si le fait d'enseigner régulièrement en classe inversée ne permet pas de dépasser certains constats négatifs relatés ici. Par exemple, Love & al. (2014) ont enseigné en classe inversée dans un cours complet d'algèbre linéaire et ils expliquent que les performances des étudiants aux évaluations se sont améliorées au fur et à mesure de l'expérience et des chapitres étudiés.

Notre expérience a donc des limites évidentes qui amènent à minorer ces premiers constats négatifs. Nous nous sommes demandée comment utiliser positivement les capsules dans l'enseignement, matériel pédagogique sans doute plus ludique pour les étudiants que la lecture d'un manuel, et nous nous sommes interrogée sur ce qu'il y aurait lieu de préciser aux étudiants pour que l'écoute de ces capsules soit productive en termes d'apprentissages.

[16] Suite au petit nombre d'exemples donnés dans la capsule.

Selon nous, cinq variables au moins doivent être prise en compte pour faire visionner avec succès des capsules aux étudiants :

- Le *moment de l'écoute* : on peut par exemple se demander quelle peut être la valeur ajoutée si on adopte des variations sur le moment de visionnement, par exemple en utilisant les capsules non pas en remplacement du cours mais en complément du cours. Une idée serait d'utiliser le cours en amphi après écoute de la capsule pour apporter une attention particulière sur les dessins, les exemples, les définitions…, donnant ainsi l'occasion à l'enseignant de tenter des proximités horizontales absentes dans la capsule, regardée comme un récapitulatif, formel.
- La *qualité de l'écoute* : l'expérience de classe inversée menée avec nos étudiants renforce l'idée qu'en l'absence d'un contrat didactique explicite et adapté au dispositif de classe inversée, les étudiants ne savent pas tout seuls bénéficier des capsules. Il nous semble donc nécessaire de passer du temps à montrer aux étudiants comment travailler à la maison avec ce matériel, en les incitant par exemple à prendre des notes de manière à rester actifs pendant le visionnage de la capsule ou en rappelant que le fait d'apprendre le cours avec une capsule ne modifie pas les exigences de l'enseignant dans les productions des étudiants. En ce sens, ajouter à l'écoute de la capsule une fiche contenant des exemples et des exercices rédigés avec la rigueur attendue dans le cours, telle que nous l'avons proposé dans l'expérience, permet de préciser davantage le contrat. Cela montre en effet aux étudiants quelles tâches et quelles techniques sont à travailler.
- Les *conseils de l'enseignant* : en étroite relation avec la variable précédente, on peut s'interroger sur la nécessité de revenir plusieurs fois pendant le cours sur le travail personnel attendu des étudiants.
- La *qualité du questionnaire* proposé après l'écoute : nous l'avons vu dans notre expérience, les résultats du questionnaire n'étaient pas bons. Le questionnaire que nous avons proposé visait à tester des contenus qui ne sont pas présents dans la capsule ou du moins qui y sont présentés implicitement. C'était pour nous une manière de voir si les étudiants avaient fourni un travail supplémentaire pour approfondir les contenus présentés dans la capsule. Cela nous a également permis de tester une forme d'autonomie dans le travail personnel en accord avec les exigences du cours « classique ». L'élaboration d'un questionnaire dans le contexte de la pédagogie inversée soulève donc la question difficile à étudier mais néanmoins cruciale de savoir quelle conceptualisation l'enseignant vise dans l'enseignement des mathématiques et du coup, quelles capsules choisir pour favoriser les apprentissages des étudiants, et notamment sur quels contenus.
- La *qualité de ce que l'enseignant fait* quand les étudiants reviennent en classe ou en amphi. Le fait de rebondir sur les questions des étudiants et dans notre cas, d'avoir déstructuré le cheminement habituellement suivi pour donner des réponses précises aux étudiants, nécessitent un certain sens de l'improvisation, ce qui peut être déstabilisant pour un jeune enseignant par exemple.

Dans notre expérience, il ressort des questions des étudiants que les difficultés que nous repérons classiquement, liées à l'appropriation des définitions et aux conceptions erronées dans les liens entre les notions, sont accentuées lorsque les étudiants apprennent le cours avec la capsule. D'après nous, une manière appropriée de penser le cours pourrait être de faire le cours classique et de donner ensuite la capsule à visionner, comme nous l'avons suggéré ci-dessus. Au retour en amphi, il y aurait peut-être ainsi un renouvellement des occasions de proximités ascendantes qui aurait un effet positif sur ces difficultés. Le professeur accepterait en quelque sorte de « dédoubler » le cours. Les questions posées par les étudiants au retour en classe seraient presque un exercice supplémentaire sur le cours. Il faut en effet reconnaître qu'avec cette expérience, on prend la peine de demander aux étudiants s'ils ont des questions sur le cours et en fait ils en ont !

Cet effet positif de l'expérience amène à se demander si ce n'est pas une manière de les aider à apprendre le cours, c'est en tout cas une possibilité supplémentaire de revenir sur le cours pendant le temps d'étude.

Au lieu de laisser les étudiants seuls avec un manuel, ce qui sans doute pour eux moins ludique, on leur donne un matériel plus attractif. On a donc une étude renouvelée du cours avec le choix du moment, le choix du questionnaire à proposer aux étudiants, et le choix de ce que l'enseignant dit pour commenter les résultats du questionnaire.

Ainsi, nous pensons avoir pu dégager quelques pistes pour élaborer une méthodologie qui permet de penser le déroulement d'un cours en utilisant des capsules et nous inciter à recommencer une expérience de classe inversée dans les prochains mois.

Références

ABBOUD-BLANCHARD M., ROBERT A., ROGALSKI J., VANDEBROUCK F. (2017) Pour une théorie de l'activité en didactique des mathématiques, Un résumé des fondements partagés, des développements récents et des perspectives. *Cahier du laboratoire de didactique André Revuz,* **17**, Université Paris Diderot.

ALLARD C., ASIUS L., BRIDOUX S., CHAPPET-PARIES M., PILORGE F., ROBERT A. (2016) Quand le professeur de mathématiques est sur You Tube… Quelques réflexions sur les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour des classes inversées. *Cahier du laboratoire de didactique André Revuz,* **16**, Université Paris Diderot.

BLOCH I., GIBEL P. (2011) Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **31/2**, 191-228.

BRIDOUX S. (2016) Introduire la notion de convergence avec une ingénierie des années 1980: rêve ou réalité didactique pour l'enseignant? *Actes du colloque INDRUM International Network for Didactic Research in University Mathematics, 31 mars – 2 avril 2016,* 53-62.

BRIDOUX S., GRENIER-BOLEY N., HACHE C., ROBERT A. (2016) Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques ; analyses et exemples. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **21**, 187-234.

BRIDOUX S., CHAPPET-PARIES M., GRENIER-BOLEY N., HACHE C., ROBERT A. (2015) Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques (secondaire et début d'université). *Cahier du laboratoire de didactique André Revuz,* **14**, Université Paris Diderot.

CHAPPET-PARIÈS M., PILORGE F., ROBERT A. (2017) Moments d'exposition des connaissances et capsules vidéos pour classe inversée dans le secondaire. *Petit x,* **105**, 37-72.

DIEUDONNE M., DRONIOU J., DURAND-GUERRIER V., RAY B. & THERET D. (2011) Bilan de praticiens sur la transition lycée-université. *Repères-IREM,* **85**, 5-30.

DUMONT A., BERTHIAUME D. (2016) *La pédagogie inversée*, *Enseigner autrement dans le supérieur avec la classe inversée*. De Boeck Supérieur.

FLORIS R., WEISS L., AYMON H., FERREZ E. (2012) Qualités d'analyses de leçons de mathématiques : quels critères ? In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF 2012.*

FLORIS R. (2003) Quelques variables didactiques pour une étude instrumentée des suites numériques. *Colloque Intégration des Technologies dans l'Enseignement des Mathématiques. http://www.ssrdm.ch/SSRDM/themes/analyse/FlorisITEM.pdf*

GUEUDET G. (2008) Perspectives en didactique des mathématiques. La transition secondaire-supérieur : résultats et perspectives des recherches didactiques. *Actes de la XIIIème école d'été de didactique des mathématiques*, 159-175.

LOVE B., HODGE A., GRANDGENETT N., SWIFT A. (2014) Student learning and perceptions in a flipped linear algebra course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* **45/3**, 317-324.

PRZENIOSLO M. (2005) Introducing the Concept of Convergence of a Sequence in Secondary School. *Educational Studies in Mathematics* **60 1**, 71-93.

ROBERT A. (1998) Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **18/2**, 139-190.

ROBERT A. (1982) L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **3/3**, 307-341.

ROBERT A., VANDEBROUCK F. (2014) Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **34/2-3**, 239-285.

TALL D., Vinner S. (1981), Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, **12**, 151-169.

VANDEBROUCK F. (2008) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : Octarès.

VYGOTSKY L. (2008) *Pensée et langage.* Parie : Messidor - Éditions Sociales.

Annexe. Le questionnaire

Question 1

Représentez graphiquement la suite $\left(\frac{1}{n-3}\right)$.

Question 2

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez votre réponse.

- Une suite peut être à la fois croissante et décroissante.
- Toute suite croissante n'est pas bornée.
- Toute suite minorée ne peut pas être décroissante.
- Il existe une suite qui est à la fois majorée par 1 et par 2.
- Toute suite minorée par 1 est aussi minorée par 2.

Question 3

Étudiez la croissance de la suite $\left(\frac{3^n}{n!}\right)$.

Question 4

Définissez « la suite $(x_n)_{n \in N^{¿5}}$ est strictement décroissante ».

Question 5

Combien de temps avez-vous passé sur chaque type de support ?

Question 6

Donnez votre avis sur le mode d'enseignement choisi pour ce chapitre, c'est-à-dire étudier par soi- même à partir de différents supports proposés par l'enseignant. Veuillez mettre en évidence les points positifs et/ou négatifs de l'expérience.

En février 2016, dans le cours « classique », les questions 5 et 6 ont été remplacées par la question suivante : Combien de temps avez-vous passé sur le cours de Mathématiques pour l'Informatique 2 depuis le début du cours, c'est-à-dire depuis ce lundi 1er février 2016 ?