POUR ÉTUDIER LE DISPOSITIF CLASSE INVERSÉE
Analyses des moments d'exposition des connaissances en classe et de capsules vidéos

Monique CHAPPUIS-PARIÈS
Françoise PILORGE
Aline ROBERT
L.D.A.R. Université Paris-Diderot
IREM de Paris-Diderot
Université Cergy Pontoise

Résumé. Dans cet article nous proposons des outils pour analyser les moments d'exposition des connaissances en classe, complétant l'arsenal didactique déjà disponible. Nous les mettons en œuvre pour comparer sur un même thème (tableau de signes en seconde) un cours en classe et une capsule (courte vidéo visible sur ordinateur ou sur internet). Nous nous focalisons en particulier sur ce qui peut ou non « se passer » pendant les cours ou pendant l'écoute d'une capsule. Nos premiers constats et questionnements amènent à repérer des variables de ce type de ressources vidéo et à esquisser ce qui pourrait être un futur cahier des charges à prendre en compte dans leur usage pour le secondaire. Même si nous ne connaissons pas l'usage précis que font des capsules les enseignants qui s'inscrivent dans la pratique des classes inversées, la méthodologie et l'esquisse du cahier des charges que nous présentons ici peuvent servir à apprécier cette pratique qui est actuellement valorisée par l'institution, signalons-le.

Mots-clés. Capsules, classes inversées, exposition des connaissances, proximités discursives, tableau de signes.

Abstract. In this text we tackle the issue of the analysis of the moments of teachers' telling in the secondary level: we present a specific methodology to get to what may occur in these moments. We use these tools to compare a moment of teacher's telling filmed in a class and a short prerecorded video lecture (called "capsule" in French) on the same mathematical subject (table signs) for 14-15 years old students. Even if we do not know the precise way the teachers use these video prerecorded lectures, our first results can provide tools to appreciate this kind of practices and lead us to suggest what would be a specification for those resources.

Key-words. Flipped classes, video prerecorded lessons, teachers telling's moments, proximities, table signs.

Introduction. Quand le professeur de mathématiques est sur You Tube

Le témoignage de Loïc Asius (2017) est représentatif d'un courant qui a été développé dans certaines classes, voire certains établissements, en référence plus ou moins directe à la classe inversée ou la pédagogie inversée. On peut ainsi trouver sur internet, pour le collège et le lycée, un certain nombre de vidéos « de cours », pré-enregistrées[1], très courtes (entre 1 et 7 minutes, sauf exceptions). Les cours dont il est question ici désignent un moment d'exposition de connaissances, associées à un savoir ou à un savoir-faire. La présentation, qui vise quelque chose de général, de décontextualisé, peut cependant être faite par l'intermédiaire d'un exemple, supposé générique.

[1] Appelées souvent capsules, en référence aux sciences de la communication.

Ce vocable de classe inversée[2] s'applique *a priori* à des dispositifs d'enseignement où les élèves prennent connaissance des cours grâce à des vidéos à regarder à la maison, souvent complétées par un questionnaire à remplir en ligne juste après leur visionnement. Le travail en classe qui suit est principalement réservé à la recherche d'exercices, souvent en petits groupes « homogènes », déterminés par l'enseignant sur la base de ce questionnaire envoyé par les élèves à l'issue de leur travail à la maison sur les vidéos. Cela dit, les conditions effectives ne sont pas nécessairement strictement celles-là, loin s'en faut quelquefois et nous y reviendrons à la fin. De plus selon les cas, les enseignants fabriquent eux-mêmes leurs capsules, ou utilisent celles qui sont sur internet, ce qui peut modifier l'utilisation. L'institution, quant à elle, semble souvent favorable à des dispositifs de ce type[3]: sont notamment évoqués une motivation plus grande de la part des élèves, un plus grand respect des rythmes individuels (l'élève peut visionner une ou plusieurs fois, à son rythme), le fait de disposer de plus de temps en classe pour faire des exercices, pour travailler avec les plus faibles, éventuellement repérés grâce au questionnaire de fin de visualisation. Cette position présuppose l'adhésion des élèves qui, en effet, peuvent d'emblée apprécier la « modernité » du dispositif. Le temps court des vidéos à regarder à la maison peut jouer dans le même sens, malgré la contrainte du remplissage du questionnaire (très basique). Un certain nombre d'enseignants de mathématiques y adhèrent également, avec le même genre d'arguments (Asius 2017, Allard & al. 2016). Des enseignants débutants y voient aussi une aide à l'élaboration de leurs cours, ce qui ouvre d'autres questions.

Mais pourquoi les élèves consentiraient-ils davantage à la maison à écouter un cours qu'à faire des exercices ? Quel impact peut avoir ce type de cours, alors que le feedback en classe est plus ou moins éloigné de l'écoute ? Que penser du contenu de ces vidéos ? Au final, quelle valeur ajoutée éventuelle peut être obtenue par ce type de dispositifs (Asius, ibidem).

À notre connaissance peu de recherches didactiques précises ont été menées en France, notamment en mathématiques, tant sur les déroulements des moments d'exposition des connaissances (voir cependant cf. Mounier, 2013) que sur cette forme particulière de fonctionnement – la classe inversée. On dispose surtout de comptes rendus d'expériences (Asius ibidem, Allard & al. ibidem). Les textes diffusés, par exemple sur le portail des mathématiques[4], sont surtout généraux et prônent peu ou prou la démarche de classe inversée (Dufour 2014, Lebrun & Lecoq 2015, Nizet & Meyer 2015). Certains insistent sur la relation avec l'entrée dans la culture numérique à l'école (Bechetti-Bizot & Butlen 2012, Bruillard 2014). Quelques travaux sont faits en sciences expérimentales (Faillet 2014).

La pratique des moments d'exposition des connaissances, inscrite dans la conception globale de l'enseignement adoptée dans un pays, est très variable selon les habitudes culturelles, ce qui nous a conduites à centrer nos recherches sur le système français.

2 Ou de pédagogie inversée, courant remis à l'honneur avec le développement des ressources numériques et inspiré notamment d'expériences récentes de ce type au Canada et aux USA.

3 Un congrès annuel est organisé au niveau national, avec des représentants de l'institution depuis 2016 (clic 2016, clic 2017).

4 Cf. le portail math.

1. Présentation de l'étude menée

Nous avons voulu analyser de plus près ces vidéos de cours sur internet, d'autant que nous disposons d'outils didactiques pour étudier les moments d'exposition des connaissances. Notre centration théorique[5] sur les activités des élèves comme intermédiaires de leurs apprentissages (Vandebrouck, 2008) amène à introduire une hypothèse spécifique, nouvelle, admise, sur la manière dont les cours peuvent s'inscrire dans ces apprentissages, alors même que les activités des élèves y sont particulières et donc difficiles à détecter et à observer. Cette hypothèse, appuyée sur le modèle de la Zone Proximale de Développement (ZPD)[6] de Vygotski (1985), délimite nos analyses : il s'agit d'étudier à la fois les contenus des cours et leurs déroulements, en référence aux programmes et aux difficultés connues des élèves, de manière à pouvoir apprécier les proximités possibles entre ce qui est visé, ce qui est présenté en classe et ce que les élèves peuvent déjà savoir ou savoir-faire.

La méthodologie est alors exposée, mettant en jeu des analyses du relief sur les notions visées, qui permettent d'établir nos références mathématiques et didactiques, et des analyses du discours de l'enseignant et des échanges oraux avec les élèves, d'où sont tirées les proximités recherchées (Bridoux & al. 2016). Nous donnons ensuite des résultats de ces analyses sur une partie du cours sur les inéquations « produit » en classe de seconde étudiées à l'aide d'un tableau de signes : nous présentons une étude précise d'un extrait de cours en classe filmé et d'une capsule (Allard & al. 2016). Cela illustre comment ce type d'analyse fonctionne, mettant à jour des occasions de proximités, tentées ou manquées et permettant d'apprécier certaines spécificités de la capsule.

Un certain nombre de travaux ont montré que le contenu des cours et feuilles d'exercices ne suffit pas à apprécier les activités mathématiques correspondantes des élèves car il manque l'étude des déroulements en classe, qui modifient ces activités. De même, en ce qui concerne les capsules, pour vraiment apprécier des vidéos de cours sur internet et comprendre ce que les élèves peuvent en retirer, il faut connaître et analyser le dispositif complet dans lequel elles s'insèrent. On conçoit les différences entre une capsule remplaçant un cours et la même, utilisée comme complément pour revoir ce cours par exemple. Nous ne pourrons donc pas livrer ici de réponse complète aux questions posées. De fait, il y a trop de sites et aussi de capsules « privées », et d'utilisations différentes de ces ressources pour la classe, pour que nous puissions prétendre à des résultats un tant soit peu exhaustifs de cette réalité des classes inversées. Cela demandera sans doute, pour être appréhendé, de poursuivre l'étude esquissée ici par une évaluation quantitative approfondie, liée aux usages, et fort difficile au demeurant. Nous nous contentons d'étudier à l'aune de nos analyses des cours ces capsules, considérées comme des ressources parmi d'autres.

Nous concluons par un premier questionnement sur ces ressources, qui peut servir d'amorce à un complément d'étude. Les premiers résultats, très partiels, amènent à penser que c'est en termes de « cahier des charges », à partir des variables mises en évidence ici, qu'il peut être intéressant de travailler pour les adapter à diverses utilisations possibles.

5 Nous travaillons dans le cadre de la Théorie de l'Activité.

6 ZPD : cette notion modélise les connaissances en cours d'acquisition des élèves qu'ils peuvent utiliser avec l'aide d'un enseignant ou d'un pair (mais pas encore seuls).

2. Analyses didactiques des moments d'exposition des connaissances et des « activités d'introduction » : références théoriques et problématique

Dans cette partie nous commençons par nous intéresser à ce moment particulier réservé en classe à l'exposition des connaissances. Nous rappelons d'abord ce qui en est dit en TSD (Théorie des situations Didactiques, Brousseau 1998) puis nous élargissons le propos à notre conception, y compris pour des classes ordinaires. Nous présentons alors brièvement notre inscription théorique en exposant la démarche adoptée quand il s'agit d'étudier les cours.

2.1 L'institutionnalisation en Théorie des Situations Didactiques (TSD)

En TSD, les didacticiens ont ainsi développé l'idée que, pour certaines notions, il est possible de proposer aux élèves avant le cours proprement dit des situations d'introduction spécifiques qui le préparent, grâce à tout un processus menant à l'institutionnalisation. Plus généralement les chercheurs ont travaillé sur les « activités d'introduction » : ce sont des énoncés associés à des tâches à prendre comme des exercices au sens large, qui amènent les élèves à étendre un peu l'utilisation de leurs connaissances pour résoudre cette situation nouvelle, associée à une situation fondamentale, caractéristique de la notion. L'utilisation de la connaissance (notion) visée est présente de manière indispensable mais partielle, en contexte. Les élèves peuvent y avoir recours sans que l'enseignant ou l'énoncé les y engagent. Il peut même y avoir un auto-contrôle amenant à prendre conscience des erreurs et à les rectifier (Brousseau 1998). Autrement dit, les élèves ont besoin d'utiliser leurs connaissances déjà en place de manière un peu plus large que d'habitude et/ou un peu différente. Des changements de cadres, introduits dans l'énoncé ou non, peuvent aider, en particulier s'ils permettent aux élèves de transférer leur travail du connu vers l'inconnu. L'idée directrice est ainsi d'introduire le « cours », général, décontextualisé, après des activités des élèves sur la situation d'introduction mais en s'appuyant sur ces activités et en dégageant des premières formulations des élèves ce qui est à retenir. L'hypothèse admise est qu'il en résulte une prise de sens utile pour les élèves, même si elle reste partielle. Nous mettrons ici l'expression « activités d'introduction » entre guillemets car le sens du mot activités n'est pas celui que nous donnons dans le reste du texte.

Il faut ajouter que la gestion de ce type de séances est très exigeante, si l'on veut à la fois associer tous les élèves à toutes les phases et bien évaluer le temps à y passer. En effet si c'est trop long, il y a risque de décrochage, mais si c'est trop court l'effet peut être raté. Joue aussi la qualité de la récupération que l'enseignant fait du travail des élèves, rendue parfois encore plus difficile par la dispersion des directions choisies. Les élèves peuvent également être surpris par l'enjeu d'une telle démarche anticipatoire, amenant à généraliser, inductive, non habituelle par rapport au contrat des exercices notés. Il faut donc installer en classe le nouveau contrat associé à cette approche.

2.2 Étendre ce modèle ?

Nous adoptons l'idée précédente, à savoir que dans certains cas, le « passage » à une propriété générale est facilité pour les élèves par un travail sur une « activité introductive » si ce n'est une véritable ingénierie. Mais cela n'est pas envisageable à notre avis pour toutes les notions, du fait de leur statut dans l'enseignement : de nouvelles notions peuvent notamment être trop éloignées des connaissances des élèves pour qu'on puisse proposer une situation d'introduction à la fois abordable et porteuse de suffisamment de nouveau[7]. La notion de fonction en troisième par exemple peut être approchée par les programmes de calcul ou les graphiques mais ce qui est nouveau pour les élèves, et en particulier le formalisme et l'utilisation raisonnée des différents cadres possibles, ne nous semble pas susceptible d'être l'objet d'activités adéquates avant l'introduction de l'objet fonction.

De plus, ce qui est général et à retenir par les élèves n'est pas automatiquement proche d'eux, même après une situation d'introduction. Le transfert, inductif, mis en jeu pour passer au décontextualisé, finalement énoncé par l'enseignant, n'est pas toujours transparent. Nous en voulons pour preuve certains travaux de Butlen et al. (2003), qui montrent que spontanément certains élèves en restent au générique, c'est-à-dire à l'exemple qui peut engendrer le général, et ne passent pas au niveau le plus général, formel. Dans le même ordre d'idées, nous avons fait passer un questionnaire à des élèves de lycée (84 élèves sur trois classes), qui montre que les « activités introductives » ne sont pas prisées par tous et que le sens du mot « général » en mathématiques est rarement compris. Alors que la présence dans leur cours d'exemples et d'exercices résolus est plébiscitée, les « activités introductives » ne sont appréciées que par la moitié des élèves[8] ayant répondu (Bridoux & al. 2015). Quant au mot « général », la très grande majorité des élèves, questionnés sur ce que ce mot veut dire en mathématiques, n'arrivent pas à répondre.

Enfin pour des questions de temps notamment, beaucoup d'enseignants renoncent aux « activités d'introduction » avant un cours ou les utilisent autrement que dans la conception précédente. Souvent il s'agit seulement de familiariser les élèves avec ce qui est en jeu, de rappeler ou de préparer certains éléments sans qu'on puisse vraiment évoquer ensuite une institutionnalisation au sens originel, avec tous les liens que cela impliquerait. C'est ce qui nous a amenées à ce terme « exposition des connaissances » ou « cours » quand il n'y a pas ambiguïté, permettant une extension du point de vue de l'institutionnalisation.

Comment alors étudier ces cours, y compris quand les élèves y sont assez peu préparés et n'en perçoivent pas clairement le statut ?

2.3 Notre inscription en théorie de l'activité

Revenons à la didactique des mathématiques. Nous référant à la théorie de l'activité, nous basons nos études des apprentissages sur celles des activités des élèves[9], notamment en classe. Ce sont en effet, du point de vue que nous adoptons, ces activités qui déterminent pour une grande part les apprentissages (Robert & al. 2012). Leur analyse met en jeu les tâches proposées (au sens large, y compris les moments

[7] Parmi les notions des programmes du secondaire auxquelles le schéma ne s'applique pas bien, nous pointons notamment celles qui s'accompagnent d'un nouveau formalisme, généralisateur et unificateur (FUG). Elles sont en effet souvent trop éloignées des connaissances « déjà-là » ou presque « déjà-là » pour qu'on puisse proposer un « bon » problème initial aux élèves, sur lequel ils puissent étendre ce qu'ils savent.

[8] Des phénomènes de contrat peuvent aussi jouer, liés aux évaluations demandées.

[9] Ce qu'ils disent ou non, font ou non, pensent.

d'écoute), les déroulements organisés en classe, mais aussi le contexte, avec notamment les programmes, la nature des notions mathématiques en jeu, l'établissement et les élèves concernés. En fait ces activités des élèves sont en grande partie provoquées par les choix des enseignants, en termes de tâches, de décisions, de discours et de commentaires, choix eux-mêmes conditionnés à la fois par la volonté de faire apprendre les élèves et par des contraintes liées au métier de professeur. Ces contraintes peuvent engendrer des choix non directement liés aux apprentissages : à cause des programmes et des restrictions horaires, à cause de la nécessité de faire tourner la classe, d'avoir des réussites intermédiaires, de travailler dans un climat acceptable, de remplir la mission que chacun s'accorde.

Mais entre les activités provoquées et ce que font les élèves, il reste bien des différences et des diversités : bien entendu, nous n'avons pas accès aux activités effectives de chaque élève mais essayons d'apprécier leurs activités possibles (Robert & al. 2012). Avant de discuter de l'analyse des cours dans cette perspective théorique, nous devons encore préciser notre approche des apprentissages.

2.4 L'exposition des connaissances dans le processus d'apprentissage

Nous adoptons dans nos recherches la perspective d'un apprentissage conceptuel, visant, sur un ensemble donné de tâches mettant en jeu les notions à enseigner, une certaine disponibilité de ces notions, dans leurs aspects objets et outils, et une certaine organisation des notions entre elles. Cela s'inscrit dans un processus d'apprentissage long, qui ne se limite pas aux seuls moments de cours, et donc ne peut se concevoir sans faire intervenir la durée. En effet, la fréquentation des mathématiques à installer pour les élèves ne se réduit pas à la mémorisation d'énoncés, à des applications simples des connaissances et à l'acquisition d'automatismes, mais vise aussi la résolution de tâches complexes, qui sont à la fois sources et critères des adaptations recherchées des connaissances (*paraphrase de* Vergnaud, 1990).

Ainsi ce sont les dynamiques entre les cours et les activités de résolution des élèves qui sont en jeu. L'exposition des connaissances est bien un moment dont nous postulons, comme beaucoup de didacticiens, qu'il peut participer à l'appropriation visée, mais au sein de scénarios complets. Ce peut être par l'explicitation de la généralisation que traduit l'énoncé d'un théorème ou d'une propriété, apportée et validée par l'enseignant à partir du travail des élèves sur une activité particulière. C'est le cas dans le processus d'institutionnalisation où cet apport de l'enseignant suit une situation d'introduction élaborée pour que les élèves eux-mêmes commencent à travailler sur certains aspects de ce qui est en jeu, en aient besoin. Ce peut être encore, notamment dans des classes ordinaires, associé à la familiarisation des élèves, pendant les exercices, avec les énoncés et formalisations généraux donnés en cours. Ce peut être, en particulier, par l'explicitation, donnée dans un exercice résolu en cours, de la manière d'utiliser une propriété générale dans un contexte donné.

Reste une question d'équilibre : beaucoup de « général », sous forme d'énoncés, voire de démonstrations, peut rebuter certains élèves, y compris compte tenu de leur rapport au savoir, très centré sur l'effectuation de tâches et pas sur le fonctionnement du savoir ; beaucoup de « particulier » en revanche peut laisser de côté tout un pan spécifique des mathématiques, lié à l'épistémologie même de ce savoir, et ouvrant des possibilités

d'adaptation ultérieures, voire de conceptualisation, frustrant ainsi les élèves.
Alors dans quelle mesure y a-t-il des variables dans les manières de « faire cours » ou d'institutionnaliser à partir des mêmes activités des élèves et, si oui, lesquelles ?

2.5 Comment apprécier les activités pendant les cours ? Une hypothèse particulière sur le rôle spécifique des cours

Dans notre cadre, l'analyse de ce qui peut se passer pendant les moments d'exposition des connaissances s'avère particulièrement difficile car les activités des élèves, dont une partie est toujours hors observation (dans les têtes), sont alors presque entièrement invisibles ! De plus, comme on l'a dit ci-dessus, ce qui se passe pendant ces cours n'est pas isolable de ce qui a pu être proposé avant le cours, par exemple dans les activités dites d'introduction, et de toutes les applications qui suivent, y compris non immédiatement. Il y a donc une certaine gageure à s'y engager.

Dans la mesure où nous ne pourrons pas accéder directement aux activités des élèves, qui sont en jeu dans ces moments particuliers, c'est à partir du discours de l'enseignant qui présente les connaissances à apprendre que nous travaillons, en nous centrant sur son rôle de médiateur. Nous nous inspirons des théories de Vygotski (1985) et tout particulièrement du modèle de la ZPD déjà évoqué pour proposer une hypothèse qui nous servira à étudier ces moments. Nous admettons ainsi que l'enjeu de l'exposition des connaissances, compte tenu de ce qui a pu se passer avant et de ce qui se passera après, est d'arriver à faire activer chez les élèves, après le cours, des connexions, d'abord provisoires et partielles, entre les mots, les formules, les énoncés généraux et les activités mathématiques particulières, contextualisées, qui leur sont proposées. Ce sont en particulier les commentaires ajoutés par l'enseignant au strict contenu mathématique qu'il a choisi de présenter, en relation avec les connaissances visées et avec les activités antérieures et à venir des élèves, qui peuvent contribuer à jouer ce rôle. Autrement dit, plus l'enseignant réussirait à rapprocher les éléments généraux qui sont en jeu de ce que savent déjà ou ont déjà fait les élèves, en engendrant ainsi un travail dans les ZPD des élèves, plus la conceptualisation visée pourrait avancer.

Il y a là pour nous un emprunt (imagé) de la notion de pseudo-concepts de Vygotski (ibidem), inscrite dans le modèle de la ZPD, et qui nous semble s'adapter à cette spécificité des mathématiques qu'est la dialectique général/particulier. Nous pouvons d'ailleurs décliner cette dernière en dialectique théorie vs applications, déclaratif vs procédural, contextualisé vs décontextualisé, ou même outil vs objet… Cela a aussi à voir avec la dialectique entre signifiant et signifié, mais, comme on peut le lire chez Vergnaud (1990), cette seule dimension est insuffisante à rendre compte de la conceptualisation.

Pour décrire les pseudo-concepts, imaginons un enfant en train d'apprendre à parler : il se cogne au coin d'une table – l'adulte présent tape la table en disant « vilaine table ». Il fait ainsi un rapprochement à la fois gestuel et en mots entre du vécu et le mot général « table ». Plus tard l'enfant se cogne à un fauteuil et le tape en répétant « vilaine table » – et l'adulte de rectifier, en expliquant que cette fois ce n'est pas une table qu'il montre du même coup, mais un fauteuil… Il corrige l'utilisation erronée du mot en contexte, et en profite pour remontrer l'objet associé à « table ». Ainsi, à partir du mot utilisé par l'adulte qui s'adresse à lui en contexte, pour l'enfant l'avancée vers le concept est rendue possible par un début de manipulation du mot, hésitante, peut-être en partie erronée et alors corrigée. L'enfant teste l'usage du mot, qu'il a retenu, en étant attentif aux réactions de l'adulte. Cet usage, rendu possible même s'il est incertain, permet un ajustement permanent grâce à ses effets sur les interlocuteurs de l'enfant, reprises, corrections mais aussi encouragements, jusqu'à la transformation attendue en concept et à son intériorisation.

2.6 Conséquences pour les analyses

Dans cette perspective, l'apprentissage des notions du cours s'apparenterait en partie à la transformation individuelle en conceptualisations des pseudo-concepts présentés en cours et travaillés en exercices, toutes proportions gardées compte tenu des différences entre les concepts quotidiens évoqués initialement et les concepts scientifiques, en réseaux, en jeu ici. Un des enjeux importants des cours serait ainsi la mise à disposition des élèves d'énoncés généraux à utiliser ensuite dans des contextes variés avec plus ou moins d'adaptations, les activités sur ces exercices contribuant grandement à l'apprentissage visé. Il s'agit donc de livrer ces énoncés avec déjà un minimum de sens, pour qu'ils soient reconnus et un peu mémorisés, mais aussi d'en préparer suffisamment l'utilisation pour que les élèves puissent les appliquer, peut-être avec des erreurs, et progresser, y compris dans l'acquisition du sens.

« L'efficacité » des cours, ainsi conçus comme éléments d'un processus long, dépendrait alors des occasions et de la qualité de l'activation chez les élèves, aidés par l'enseignant, des liens évoqués ci-dessus : ce sont nos variables ! Ces liens remplacent et élargissent ce qui se passe pendant les reprises de l'enfant par l'adulte dans notre exemple ci-dessus. Ce peuvent être des mises en relation avec les connaissances déjà-là, ou avec les connaissances à venir, dans des commentaires, grâce à des références historiques, à des explicitations sur les utilisations ou sur la structure même des énoncés, sur ce qui est invariant ou non. Les discours des enseignants, pendant la présentation des cours, leurs choix des tâches associées et leurs accompagnements du travail correspondant des élèves en relation avec leur cours sont, dans cette perspective, des éléments fondamentaux pouvant plus ou moins contribuer aux apprentissages.

3. Analyses des moments d'exposition des connaissances : méthodologie et outils

Dans cet article, nous nous intéressons aux analyses d'extraits de cours et de capsules isolées, en introduisant un outil spécifique d'étude des discours de l'enseignant. Le contexte est cependant évidemment à préciser autant que possible : niveau scolaire, thème, dispositif complet (scénario) dans lequel le cours analysé s'insère. C'est d'ailleurs souvent ce qui manque pour les capsules trouvées sur You Tube.

Nous allons distinguer les analyses des contenus des cours, nécessaires pour en étudier les déroulements, mais menées en partie a priori, en particulier les analyses les plus générales du relief sur la notion à enseigner, des analyses faites a posteriori des déroulements et contenus effectifs, qui mettent en jeu une mise en regard précise de ces contenus, des discours de l'enseignant et des échanges avec la classe.
Le cas particulier des capsules est envisagé à la fin de ce paragraphe.

3. 1 Étude des contenus des cours

3.1.1. Le relief global et l'étude *a priori*

L'étude croisée des programmes, des manuels, des notions mathématiques précises à étudier et de ce qu'on connaît des apprentissages des élèves sur le sujet permet d'établir une référence, assez générale, sur les contenus envisageables, que nous appelons le relief sur le thème en jeu. Cela servira à caractériser chacun des cours à étudier. Les difficultés éventuelles des élèves, connues grâce aux études déjà réalisées, sont importantes à croiser avec le reste pour apprécier leur prise en compte dans les cours. Il s'agit de reconstituer à partir des programmes ce qui figure à un niveau scolaire donné, et, notamment, compte tenu de ce qui précède, d'apprécier la distance entre ce que les élèves savent déjà et les nouvelles notions à introduire. Cela permet notamment de réfléchir aux introductions de ces dernières[10] et plus généralement aux liens qui peuvent être faits.

Dans le cours se trouve une mise en forme d'un texte de savoir (pour plus de précisions sur les distinctions savoir/connaissance, cf. Margolinas 2015). Ce texte est en partie général, non contextualisé ou hors-contexte, en partie illustré par des exemples et exercices résolus. Il est souvent présenté à la fois oralement, et par écrit, avec une variété de supports possibles, tableau, TNI, polycopiés, cahiers par exemple. Il porte sur un ensemble d'éléments circonscrits, souvent délimités par le programme, avec une certaine cohérence interne. La plupart du temps, il est présenté aux élèves en plusieurs parties à relier et accompagné d'exercices et problèmes donnés au fur et à mesure, voire avant. Il y a ainsi des découpages qui peuvent engendrer des « dynamiques » plus ou moins importantes entre cours et exercices. Des évaluations ponctuent le processus global dans lequel les cours s'inscrivent.

Les éléments qui composent le cours à l'écrit et à l'oral se répartissent en énoncés mathématiques (définitions, théorèmes et propriétés), démonstrations, méthodes, exemples, exercices résolus, mais aussi selon les cas « activités d'introduction », éléments historiques, et commentaires…Tous ces éléments sont analysés grâce aux outils développés par les didacticiens (par exemple Bosch & Chevallard[11] 1999 ; Douady 1987 ; Duval 1993 ; Robert 1998). Nous les utilisons pour décrire les éléments mathématiques présents dans les cours, que ce soit à partir des programmes, dans les manuels ou pour un cours donné. Pour chaque notion enseignée, le chercheur repère ainsi globalement sa place dans l'ensemble des connaissances de l'année, chaque enseignant choisissant un ordre particulier, qui sera à connaître ; puis, plus spécifiquement, il repère les tâches attendues et, enfin, il caractérise systématiquement les caractères outil/objet retenus, les cadres et registres de représentations présents, les ostensifs utilisés avec le symbolisme correspondant, les raisonnements et le niveau de rigueur et de formalisme attendus. Il faut ainsi souligner l'importance des aspects formels, spécifiques des cours des formulations générales mais aussi du langage mixte (Laborde 1982), mettant en jeu des représentations et du formalisme mathématique utilisant des registres, congruents ou non. Il y a souvent une part de strict symbolisme, avec ce qu'il « embarque » implicitement. Par exemple, un signe égal peut « embarquer » selon les cas l'indication d'un résultat, d'une identité, d'une recherche de

[10] Cf. les types de notion (Robert, 1998)

[11] Nous ne reprenons pas ici les analyses en termes de praxéologies, trop globales pour notre propos.

solution, etc. Dans le tracé d'une figure, il y a ce qu'on voit, un triangle par exemple, mais aussi ce qui est contraint par cette configuration même si cela ne se voit pas, comme la valeur de la somme des angles ou les propriétés des droites remarquables. Même un codage recèle une part d'implicite, sur ce qu'il code (un point, une droite, autre chose) et sur son caractère « quelconque » : un théorème énoncé pour un triangle ABC s'applique à n'importe quel triangle, quels que soient les noms des sommets.

Cette référence sur les contenus à enseigner étant établie, le chercheur s'intéresse à l'étude d'un cours en classe, pour lequel il dispose d'une vidéo tournée au fond de la classe, ou à l'étude d'une capsule qu'on a récupérée, par exemple sur You Tube.

Après en avoir précisé le contexte, le chercheur peut lister *a priori*, à partir de l'étude précédente, ce qu'il peut y avoir dans ce cours. Sont en jeu les contenus « minima » : définition, théorème, méthode, construction, vocabulaire, exercice résolu, les acquis antérieurs supposés des élèves selon le moment de la progression. On peut se demander, en réfléchissant aux difficultés connues des élèves, s'il y a des enjeux sur l'ordre, des « passages obligés ». Y a-t-il des éléments non transformables en exercices mais importants à signaler, des anticipations intéressantes ? Peut-on penser à des commentaires à développer le cas échéant ? Ces questions sont reprises et complétées dans les analyses suivantes, qui se font *après* visionnement des vidéos et en travaillant sur des transcriptions. Le fait d'avoir vu une vidéo rend cependant plus facile l'identification de qui parle et de l'organisation des échanges ainsi que le repérage de la partie écrite du cours, au tableau ou ailleurs. En fait il est un peu artificiel de séparer l'étude des contenus de celle des déroulements, elles se font presqu'en même temps et se complètent, mais pour la clarté de l'exposé ci-dessous nous les séparons.

3.1.2 Les contenus – études locales *a posteriori*

Dans ces analyses, nous essayons de déterminer ce qui est nouveau dans le cours – en lien avec ce que les élèves savent déjà et vont devoir savoir. Cela amène à détecter un certain nombre de choix dans ce qui est présenté par l'enseignant, associés à des variables dans la manière de « faire cours », en réfléchissant particulièrement à ce qui peut faire plus ou moins l'objet des rapprochements que nous traquons entre les connaissances déjà-là et celles à « installer ».

Globalement, nous reconstituons le contenu du cours concerné (extrait), avec, dans l'ordre où ils apparaissent, un résumé des divers énoncés, des démonstrations, des exemples et des exercices éventuels proposés aux élèves, ainsi que le cas échéant les introductions et conclusions proposées. C'est une forme d'étiquetage de la succession des objets du cours, aidée par le relief déjà étudié. Même si l'extrait ne porte pas sur le tout début du cours, la présence ou non d' « activités d'introductions » auxquelles l'enseignant peut se référer par la suite, doit être notée, pouvant donner lieu à des liens éclairant la généralisation apportée dans le cours. L'ordre adopté pour l'extrait étudié (éventuellement référé à l'ensemble du cours) renseigne aussi sur des liens, possibles ou non, entre connaissances déjà vues et nouvelles. Cela est complété par le repérage fin de la structuration adoptée, sous forme d'annonces de ce qui va suivre ou des étapes suivies : il s'agit d'apprécier ce qui peut permettre à tous les élèves de savoir où le cours va, où ils en sont.

La quantité d'éléments donnés à chaque occurrence de cours, leur durée, voire le rythme, renseigneraient également sur l'accessibilité du cours mais tous ces paramètres sont difficiles à apprécier hors comparaisons entre plusieurs cours.

Plus précisément, sur l'extrait à étudier, nous nous intéressons particulièrement au degré de généralité des énoncés non-contextualisés (Butlen & Pezard 2003) donnés par l'enseignant, pour apprécier la distance entre ceux-ci et les exercices contextualisés sur lesquels les élèves ont travaillé ou vont travailler et repérer des liens possibles : dans un exemple générique pris comme énoncé de cours, il n'y a pas de variable, seulement des nombres, qui pourront être remplacés par d'autres nombres, ce qui n'est pas le cas dans les énoncés plus généraux faisant appel à des variables, plus ou moins « muettes », voire cachées. Si une méthode n'est déclinée que sur un exemple, la question de son adaptation à d'autres cas se pose et peut ou non être abordée en cours. Nous relevons aussi la rigueur utilisée dans le cours, le vocabulaire (im)précis ou familier, comme autant de traces de ce qui peut être éloigné des élèves ou des connaissances visées. Dans le même ordre d'idées nous étudions les différences entre ce qui est dit à l'oral et ce qui est écrit, pour repérer ce qui resterait implicite et pourrait donner lieu à une proximité.

Nous nous intéressons aussi à tout ce qui peut éclairer le fonctionnement du savoir présenté. Ainsi dans un cours peut-on indiquer ou non le statut des connaissances en jeu (admis, démontré, méthode, utilité…), et les liens et mises en relation entre cours et applications, entre connaissances anciennes et nouvelles, ou entre diverses parties du cours. On peut aussi trouver une mise en évidence plus ou moins explicite de l'organisation des connaissances, des liens globaux et locaux, des aspects déclaratifs et procéduraux, et même des indications sur la manière de rédiger, voire sur les évaluations, comme autant d'éléments du contrat qui peuvent ou non être explicités.

Il y a plus : dans un cours, non seulement il peut y avoir des parties de statut divers, mais encore « tout » ne va pas toujours « servir » directement, tout n'est pas toujours transformable en activité ni évaluable. Certains éléments, incrémentant le comment, le pour quoi ou le pourquoi des énoncés proposés, même si c'est évidemment variable pendant la scolarité, peuvent recevoir des accueils très différents selon les élèves, et nous en relevons la présence éventuelle. Par exemple, lors d'un cours sur la nature des différents sous-ensembles de nombres réels, il n'y a pas d'exercices d'application immédiats, même si les élèves peuvent être sollicités sur ce qu'ils connaissent déjà. Cependant, cela peut éclairer le travail attendu de certains, et rester lettre morte pour d'autres. Citons encore la justification, facultative, de la règle des signes pour la multiplication des nombres relatifs, étendue à des intervalles où deux expressions, dépendant de la même variable, gardent un signe constant : pour étudier le signe de leur produit les élèves n'en ont pas besoin directement, l'application quasi-mécanique de la règle leur suffisant, mais la justification peut répondre à l'attente de quelques-uns.

3.2 Étude des déroulements des cours en classe

Le premier repérage effectué sur les transcriptions précise les modalités des déroulements, les moments d'échanges, d'écoute, de copie du cours, voire les répétitions, ce qui permet en particulier de relever ce qui vient des élèves, réponses ou nouvelles questions. C'est important notamment dans la comparaison avec les capsules, pour comprendre en quoi la présence des élèves peut enrichir un moment de cours.

Suit l'étude locale de ce qui est ajouté dans le discours de l'enseignant au strict discours mathématique. Nous avons développé la notion de proximité-en-acte pour labelliser des décisions ou discours de l'enseignant pouvant conduire à des rapprochements avec les élèves, aux yeux du chercheur, qu'elles soient conscientes ou non (Robert & Vandebrouck 2014). Ces proximités peuvent être affectives, langagières, ou jouer sur la motivation. Nous nous sommes restreints à l'étude de celles qui nous semblent avoir une portée cognitive. Parmi celles-là, nous distinguons dans le discours de l'enseignant les proximités discursives, qui rendent compte de rapprochements avec les élèves, du moins interprétés comme tels par le chercheur. Elles se produisent en classe à l'occasion d'interactions, improvisées ou non : ainsi ce que produisent les questions et réponses d'élèves est analysé systématiquement.

Les proximités discursives (cognitives) sont faites d'annonces, de liens, de répétitions sans ou avec transformations (le dire autrement), d'analogies, de métaphores, d'éclaircissements, d'explicitations, de dévoilements, de mises en garde, directes ou indirectes, sous formes de questions ; l'enseignant attire l'attention, fait redire ou questionne : avez-vous compris ? Ces proximités peuvent être accompagnées de gestuelles adaptées, dont cependant nous ne rendons presque pas compte ici, sauf pour ce qui est montré au tableau.

En un mot, pour le chercheur, il s'agit de repérer tous les commentaires, au sens large, ajoutés par l'enseignant sur les mathématiques, à propos du travail mathématique, ce que nous appelons méta (Robert & Robinet 1996 ; Tenaud 1991) et de rechercher ceux qui contiennent des éléments susceptibles de rapprocher les élèves de ce qui est visé, supposés relever de leur ZPD, ainsi que ceux qui semblent manquer. Mettre en évidence les occasions de proximité, les proximités tentées, ou manquées, contribue à mieux comprendre ce que les enseignants développent ou non comme rapprochements éventuels, ce qui pourrait rester implicite et donc faire obstacle à la construction des connaissances visées. Une phrase du cours peut contenir plusieurs proximités. En fait le chercheur ne peut repérer que des proximités possibles[12], mais n'a aucun moyen de savoir si elles ont été entendues, effectives, et encore moins « efficaces », même pour certains élèves seulement.

Compte tenu de la spécificité des cours de mathématiques déjà évoquée, entre énoncés généraux et exercices particuliers, nous nous sommes particulièrement intéressées aux proximités qui peuvent rapprocher un exemple et sa généralisation, dans les deux sens, ou deux éléments ayant le même degré de généralité. Ces dernières proximités, horizontales, peuvent être locales, si elles portent sur l'éclaircissement du détail du texte du savoir en jeu, les calculs faits, les démonstrations, ou plus générales, si elles portent sur le sens, le pour quoi, le pourquoi, ou encore le statut de ce qui est présenté.

3.3 Description des trois types de proximités discursives retenues

Les proximités « ascendantes »

Elles se placent entre ce qu'ont pu déjà faire les élèves et ce qui est nouveau (mots, définitions, propriétés) – lorsqu'il y a généralisation ou décontextualisation, soit d'un

[12] Nous préférons possibles à potentielles pour ne pas introduire de confusion avec ce qui pourrait être et n'est pas.

caractère outil qui donne naissance à un « nouvel » objet ou à un « nouvel » outil, soit directement d'un nouvel objet, définition ou propriété. Voici un petit exemple de proximité ascendante possible. Il s'agit d'un cours sur les fonctions affines en seconde[13] : enseignant et élèves ont tracé, au tableau et sur leurs cahiers, à partir de deux points, la représentation graphique de la fonction affine f définie par $f(x)= -2x+3$ (ils ont choisi deux valeurs de x, calculé $f(x)$, *placé et jeux les deux points)*.

L'enseignant reprend la parole :

> *Si je calcule l'image de 0* – (des élèves : 3) *c'est 3. C'est lequel 3 ?* (elle montre le 3 de $-2x+3$ et le souligne) – *c'est l'ordonnée de ce point sur la courbe* (elle montre le point où la courbe coupe l'axe des y). *A chaque fois quand vous calculez l'image de 0 par f(x)=ax+b, vous obtenez b que vous allez trouver sur l'axe des ordonnées* (elle désigne un point virtuel de coordonnées (0, b) sur l'axe des ordonnées). *La valeur de b, faut toujours qu'elle soit sur l'axe des ordonnées. Quel nom ?* (des élèves : ordonnée à l'origine). *Vous notez : b est appelé l'ordonnée à l'origine…*

Nous repérons que l'enseignant redit aux élèves, en s'appuyant sur un cas particulier qu'ils ont traité, la double lecture qu'on peut faire du 3, dans la formule, sur la courbe, et généralise immédiatement au cas formel associé à une formule algébrique cette double lecture, en soulignant les mêmes éléments : b de la formule et b ordonnée d'un point de l'axe des y.

Les proximités « descendantes »

Elles se placent entre ce qui a été exposé et des exemples ou exercices à faire ensuite avec ou par les élèves ((re-)contextualisation). L'enjeu est d'expliciter ce qui est à contextualiser, la manière d'inscrire le cas particulier traité dans l'invariant général, de substituer les données aux variables, à repérer. L'ajustement attendu du général au contextualisé, qui est central dans les exercices, n'est pas toujours transparent pour les élèves, alors même que leur longue fréquentation des mathématiques amène les enseignants à ne pas toujours repérer ces difficultés, tant ces connaissances sont naturalisées chez eux.

Voici un exemple de proximité descendante possible, donné en classe tout de suite après l'exemple précédant. L'enseignant reprend, après avoir donné la définition de l'ordonnée à l'origine.

> *On va tracer la courbe de f(x)=–2x+3 . Que vaut b cette fois ?* (des élèves : –3)
> *Donc il va y avoir un point sur l'axe des ordonnées* en (–3) (elle le place directement).

Il y a proximité possible parce que l'enseignant applique l'énoncé général précédant, et non plus le calcul direct, en explicitant cette démarche par l'interrogation sur b, à identifier, et le mot « donc ».

On peut citer un autre exemple, *a contrario*. Un enseignant débutant vient de donner la règle sur le calcul de l'exposant d'un produit de puissances du même nombre. Confronté à un problème numérique de ce type, un élève recommence à développer chaque facteur du produit pour donner le résultat juste. L'enseignant rectifie, lui reprochant de ne pas appliquer la règle.

[13] Nous remercions particulièrement le professeur de cette classe, d'un établissement placé en Zone d'Éducation Prioritaire qui a accepté d'être filmé.

Une alternative, qui pourrait être une proximité descendante, serait de montrer à l'élève qu'il pouvait aussi aller plus vite en appliquant la règle, qui donne le même résultat. Autrement dit nous admettons que le cours ne donne pas de modèle à retenir et à appliquer pour les élèves sitôt qu'il a été dispensé. Une fois qu'ils ont entendu et/ou noté le cours, les élèves peuvent revenir à d'autres procédures, correctes ; il s'agit alors pour l'enseignant d'illustrer comment le cours permet de procéder autrement, et c'est là qu'il peut y avoir une occasion de proximité.

En fait, pour les applications, occasions essentielles de ce type de proximités, l'enjeu est dans les explicitations de ce qui est à « faire » par les élèves à partir de l'énoncé général à contextualiser, y compris la reconnaissance éventuelle. Nous pourrions évoquer la clarification du passage du déclaratif au procédural.

Les proximités horizontales

Elles ne font pas intervenir de changement de niveau de généralité du discours, entre contextualisé et non-contextualisé. Elles peuvent ainsi porter sur le cours en train de se faire, à un niveau général, par exemple sur les statuts des éléments en jeu ou sur des liens, ou sur la structuration du cours (« *on en est où ?* ») ou les méthodes en jeu. Elles peuvent aussi expliciter localement une suite de calculs, ou des différences entre écrit et oral. Elles nourrissent alors souvent des interactions limitées avec les élèves, brèves questions et réponses de faible « portée ». Donnons des exemples de proximités horizontales.

Nous avons trouvé le discours suivant dans une capsule vidéo sur internet[14], intitulée « Dresser un tableau de signes » : c'est l'introduction du « cours » sur le tableau de signes d'un produit de facteurs algébriques en seconde.

> « *Pour chercher le signe de l'expression (3x – 9) (1 – 2x), on cherche quand « tout ça »* (l'enseignant montre le produit) *est positif ou négatif. Pour cela, on cherche quand le premier facteur est positif ou négatif, le deuxième facteur est positif ou négatif et on applique la règle des signes. Pour faire tout ça et pour simplifier la discussion, on fait un tableau.* »

Nous y voyons un exemple de proximité horizontale locale possible, dans la mesure où l'enseignant explique ce qu'il y a à faire sur l'exemple, sans faire allusion à un procédé général. En revanche on pourrait imaginer une occasion de proximité horizontale plus générale, permettant à l'enseignant d'expliquer, hors exemple, que, dès qu'on peut connaitre les signes des facteurs d'un produit, on peut connaître le signe de leur produit, dans la mesure où la règle des signes peut être appliquée sur chaque intervalle où les facteurs gardent un signe constant. Et une occasion de proximité encore plus générale serait de questionner les élèves sur le statut de cette règle des signes et, par exemple, de signaler qu'on l'admet.

3.4 Des proximités aux implicites

L'importance de travailler sur les implicites des discours des enseignants, qui peuvent engendrer des difficultés pour les élèves, a déjà été soulignée dans de nombreux travaux. Par exemple, pour introduire le raisonnement algébrique à partir de petits problèmes familiers, les enseignants débutants gagnent à repérer à quel point le

[14] Site : Maths et Tiques. C'est la capsule qui sera rapidement analysée ci-dessous.

raisonnement arithmétique est plus simple pour certains élèves que pour eux. C'est ce qu'a montré Lenfant (2002) utilisant le terme de naturalisation pour l'enseignant de ses connaissances algébriques. Les enseignants peuvent en prendre conscience eux-mêmes et en parler avec les élèves, pour mieux les amener à changer de mode de raisonnement, quitte à choisir des tâches adaptées. De fait, beaucoup d'implicites sont associés à des naturalisations de ce type, difficiles à détecter par les enseignants pour qui les difficultés en jeu, non anticipées, sont devenues « transparentes ».

La recherche systématique des occasions de proximités que nous menons est propice à repérer les implicites, quels qu'ils soient, dans la mesure où nous nous demandons à chaque moment si ce qu'énonce l'enseignant est ou non proche de ce que savent ou savent faire les élèves. Les implicites sont ainsi repérés en lien avec des proximités inexistantes, dans des discours n'ayant pas donné lieu à une explicitation censée être utile, même si ce n'est que pour une fraction des élèves.

3.5 Analyser des capsules vidéos

Nous ne reprenons pas tout ce qui a été dit ci-dessus et qui peut être repris, relief, contenus, proximités, implicites, nous le complétons dans le cas où ce qui est analysé est une capsule vidéo. L'étude permet d'ajouter au contexte concerné quelle est la durée du film, le moment du scénario global il s'inscrit ou pourrait s'inscrire, s'il fait partie d'un ensemble de vidéos. Il peut être intéressant d'ajouter les supports en jeu : le (la) professeur(e) est présent ou non, le tableau est préparé ou non, animé ou non. La manière dont l'enseignant s'adresse aux élèves – tu, nous, mon – peut traduire une volonté d'individualiser le propos.

Le chercheur repère ce que les élèves sont censés faire de cette vidéo : quel est le contrat, a-t-il été explicité, voire travaillé ? Est-ce qu'on suggère qu'ils fassent autre chose que regarder ? Comment le professeur « vérifie » le visionnement des vidéos à la maison ? Ce peut être grâce au questionnaire, ou au travail en classe qui suit. Cela dit, dans les capsules, notamment celles qui sont mises sur internet, il est difficile *a priori* de développer des proximités ascendantes, qui dépendent fortement des élèves présents ou alors cela ne fonctionne que pour une classe connue de l'auteur(e) de la capsule, avec une vidéo élaborée quasiment après l'activité des élèves !

L'enseignant filmé peut en revanche développer des proximités horizontales, mais sans lien avec un questionnement réel des élèves, et elles risquent de rester un peu "formelles". Il en est de même des proximités descendantes mais, là encore, non ajustées aux élèves présents puisqu'il n'y a pas d'interaction. Par exemple l'enseignant filmé peut faire des anticipations sur des erreurs ou des difficultés fréquentes (proximités descendantes) mais elles risquent d'être inutiles pour certains élèves, notamment ceux qui ne se sont pas encore posé la question correspondante.

Si le chercheur peut ainsi s'attendre à moins de proximités, les implicites en revanche sont à rechercher avec beaucoup d'attention. Une des questions qui se pose à leur propos est la possibilité d'y revenir en séances d'exercices ultérieures.

4. Un exemple de résultats : analyses d'un extrait de « vrai cours », d'une capsule sur un thème proche et comparaison

Il s'agit du cours de seconde portant sur l'étude du signe d'un produit de deux facteurs du premier degré avec un tableau de signes (passage inclus dans le thème « résolution d'inéquations »). La discussion sur la forme adéquate à choisir pour une telle étude n'y figure pas puisqu'on donne d'emblée le produit à étudier sous la forme factorisée.

4.1 Les inéquations en seconde : le relief

4.1.1 Aspects curriculaires et épistémologiques

En troisième les inégalités et inéquations du premier degré ont été traitées, à la fois algébriquement et graphiquement. La règle des signes est connue depuis la cinquième sur les produits de nombres mais rien n'a été dit sur le produit de deux expressions algébriques.

La résolution d'une inéquation du second degré, dont le premier membre est déjà factorisé en un produit de facteurs du premier degré, met en jeu à la fois une application de la règle des signes étendue à des facteurs gardant un signe constant sur des intervalles et la connaissance du signe des expressions algébriques réelles du premier degré. Cependant, s'il est possible pour les élèves en seconde de déterminer le signe d'une expression algébrique du premier degré directement, par un calcul, ou graphiquement, la résolution algébrique d'une inéquation du second degré quelconque nécessite, en général, de reconnaître d'abord une factorisation du premier membre, qui n'est pas encore enseignée complètement.

En seconde, la notion de fonction continue et le théorème des valeurs intermédiaires sont inconnus donc le signe constant d'une expression sur un intervalle, lié aux racines, n'est pas justifié à ce niveau, sauf pour le premier degré, où il est montré directement. L'outil principal reste la règle des signes, extrapolée, subrepticement, aux signes des produits deux à deux de tous les nombres gardant le même signe sur un intervalle. La question du rappel d'une justification, même pour deux nombres, se pose.
Remarquons que le tableau de signes, qui est une présentation pratique pour une telle recherche, n'a été introduit dans l'enseignement qu'au début du 20ème siècle. Il présente un intérêt pour organiser les résultats à partir du second degré ; il est facilement évaluable et sera réinvesti en partie en première avec le tableau de variation d'une fonction (signe de la dérivée). Enseigné comme objet, il est utilisé comme outil pour résoudre les inéquations produit ou quotient et la pratique qui en est faite peut cacher le raisonnement qui est à l'œuvre. On peut ainsi s'interroger sur son importance et son intérêt (Gaud, 2008).

4.1.2 Aspects cognitifs

Globalement, le lien entre la résolution d'une inéquation et la recherche du signe d'une expression algébrique sur l'ensemble des réels n'est pas toujours explicité. Or résoudre une inéquation revient la plupart du temps à chercher le signe d'une expression sur $\mathbb{R}$ avant de ne garder que les intervalles adéquats, sauf s'il suffit d'une étude directe, pour le premier degré ou pour un carré par exemple. Il peut y avoir quelque chose d'implicite à ce sujet qui cache le raisonnement utilisé.

Prendre l'initiative de dresser un tableau de signes n'est pas une évidence initiale pour la plupart des élèves qui privilégient souvent une approche algébrique plus immédiate, même si elle conduit à une impasse. La nécessité du tableau ne s'impose pas dans tous les cas et d'autres méthodes peuvent parfois être envisagées, même si les élèves peuvent préférer ne pas avoir à choisir de méthode.

Une autre difficulté que rencontrent les élèves de seconde, justement de l'ordre du raisonnement, est de distinguer les différents types de facteurs (nombres, expressions du premier degré, du second degré) et d'adapter le tableau au nombre de facteurs dont ils sauront donner le signe.

Le changement de registres entre graphique et algébrique pose également des problèmes à bon nombre d'entre eux. D'une part le lien entre certaines propriétés vues sur une représentation graphique et les propriétés correspondantes d'une expression algébrique peut être difficilement perçu. Si plus de la moitié des élèves, par exemple, savent hachurer la partie du plan repéré correspondant à $x > 0$ ou à $y < 0$, en revanche un quart seulement d'entre eux réussit à résoudre graphiquement des inéquations telles que $xy > 0$ ou $y > x$ (Duval, 1988). D'autre part, si la lecture graphique des signes d'une expression algébrique du premier degré est relativement congruente à la lecture algébrique directe, moyennant l'interprétation implicite d'une droite représentant la fonction f comme ensemble des points de coordonnées $(x, f(x))$, l'interprétation graphique d'un tableau de signes pour un produit de deux facteurs du premier degré, représenté par une parabole, est non congruente au travail algébrique.

Concernant le vocabulaire, il est important de noter les changements de formulation fréquents et non commentés, voire de points de vue, implicites ou non, marqués par l'utilisation des mots positif, supérieur à zéro et de signe + (ou négatif, inférieur à zéro, de signe –).

4.2 L'extrait de cours filmé en classe de seconde[15]

4.2.1 Le contexte

Avant le cours

L'objectif déclaré par l'enseignant est d'amener les élèves au tableau de signes pour résoudre une inéquation produit. Une « activité d'introduction » est d'abord proposée, que nous n'avons pas filmée :

> *Une société veut fabriquer des tapis de souris composés d'une image carrée de 10 cm de côté encadrée par une bande de couleur de largeur constante. On appelle x la largeur de la bande colorée. Pour des raisons économiques, l'aire du grand carré ainsi formé ne doit pas dépasser 225 cm². On veut déterminer les largeurs possibles de la bande colorée.*

Pour cette activité ouverte, l'enseignant laisse quelques minutes de réflexion aux élèves puis organise un débat oral. Nous en résumons le compte-rendu qu'il nous a livré. Le travail est ponctué par des propositions d'élèves, ce qui révèle des habitudes mises en place depuis le début de l'année.

[15] Nous remercions chaleureusement l'enseignant(e) qui a accepté de nous donner la vidéo. L'étude qui suit est tirée de Allard et al (2016).

Un schéma de résolution est esquissé, suit la mise en inéquation : $4\,x^2+40\,x < 125$.
Les élèves font un tracé de la courbe représentative de la fonction x $\rightarrow 4\,x^2+40\,x$ grâce à un tableau de valeurs et cherchent une résolution graphique de l'inéquation en traçant la droite d'équation $y = 125$.

Une question du professeur oriente la suite :
montrer que l'inéquation est équivalente à $(2x–5)\,(2x+25) < 0$.

Les élèves sont invités à résoudre le cas où le produit est nul, pour appliquer ensuite la règle des signes. L'enseignant fait alors tracer un tableau de signes en rappelant le cours du chapitre précédent sur le signe d'une fonction affine. On vérifie que la solution est cohérente avec la résolution graphique.

Suit le cours filmé dont est extraite la partie analysée en italique, résumé ci-dessous.

Le contenu du cours [16]

I résolution graphique d'une inéquation
Méthode pour $f(x) > k$ (6'45)
Exemple à partir d'une courbe donnée sur papier à toute la classe (14'24)
Méthode pour $f(x) < g(x)$ (17')
Exemple à partir de deux courbes données sur papier à toute la classe (18')

II résolution algébrique d'inéquations
1) signe de $a\,x+b$
Deux tableaux pour $a > 0$ et $a < 0$ (3'45)
2) *l'extrait* (15 minutes) *: recherche algébrique du signe d'un produit de deux facteurs du premier degré* $(2x+1)\,(x–4)$ *, utilisant un tableau de signes et la règle des signes d'un produit*
3) résolution de l'inéquation $(2x+1)\,(x–4) \leq 0$ en utilisant des intervalles.

La transcription de l'extrait analysé, avec les discours entendus, ce qui figure au tableau et nos relevés figure dans Allard & al. (2016) pp. 45-48[17]. Là encore la séparation des analyses de contenus et de déroulements est artificielle : nous dégageons d'abord une vue générale de ce qui est travaillé puis nous en décrivons les modalités que nous avons retenues et qui nous renseignent, rappelons-le, sur la manière dont l'enseignant essaie de « rapprocher » ce qui est nouveau dans le cours et les connaissances déjà là et à venir des élèves.

4.2.2 Le contenu du cours : une vue globale

Dans cet extrait, l'enseignant rappelle d'abord, avec la participation des élèves, la règle des signes sur les nombres vue dans l'exercice d'introduction ; puis il présente une proposition plus générale sur la règle des signes d'un produit de deux facteurs A et B (nombres ou expressions algébriques) et en donne un tableau récapitulatif que les élèves copient. Suit l'annonce d'une méthode, déduite de cette règle généralisée, pour déterminer le signe d'une « expression algébrique produit », introduite sur un exemple.
Cet exemple consiste à chercher le signe de $(2x+1)\,(x–4)$ *:* après une brève discussion préalable sur les méthodes (développer, factoriser) proposées par les élèves, que le professeur réfute ou commente, il reprend la proposition de faire un tableau de signes. Il

[16] Nous avons eu accès au fichier pdf de ce cours.
[17] Le texte est accessible sur internet, http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/IP16002.pdf

fait préciser la nature des facteurs, comme « fonctions affines ». Il rappelle, par le truchement d'une suite de petites questions posées aux élèves, que si le coefficient directeur est 2, positif, la fonction affine correspondante est croissante, puis fait rechercher des valeurs « qui font changer les signes ». Cela inclut la résolution, avec l'aide des élèves, des deux équations $2x+1=0$ et $x–4=0$. Il prépare alors un tableau de signes vide qui est décrit et que les élèves copient. Reste à le compléter : enseignant et élèves placent les valeurs remarquables, en respectant leur ordre, indiquent le signe du premier facteur en référence au cours qui précède, le signe du second, puis le signe du produit et ils ajoutent, dans le tableau, les valeurs qui annulent le produit. Tout est repris une deuxième fois suite à une question d'élève qui n'a pas compris.

Enfin, hors de notre étude, l'enseignant commente rapidement la résolution de l'inéquation$(2x+1)\,(x–4)\leq 0$, en insistant sur l'écriture des intervalles et de leurs bornes et sur le sens des crochets.

Ce qui est nouveau dans ce cours est donc une méthode d'étude du signe d'un produit de deux facteurs du premier degré, basée à la fois sur une extension de la règle des signes et sur ce qu'on sait du signe des expressions affines, avec l'utilisation d'un tableau qui permet de condenser les informations et de traiter le problème de manière pratique. Cette méthode n'est cependant pas donnée sous forme générale, mais sur un exemple. Rappelons qu'elle est introduite par une « activité d'introduction » qui peut donner une raison d'étudier ces signes.

4.2.3 Les analyses du déroulement

Certaines parties du cours sont d'abord préparées à l'oral, donnant lieu à des questions aux élèves et réponses de ceux-ci, puis écrites. Dans ce cas, les élèves recopient ce qui est au tableau ou écrivent sous la dictée selon les moments, le professeur attendant que les élèves aient noté, répétant plusieurs fois pour faciliter la recopie ou se taisant. Certaines répétitions sont aussi provoquées par des réactions d'élèves, par exemple la nécessité de trouver la valeur de x annulant un facteur pour trouver son signe et la manière de le faire, répété cinq fois au moins. Nous constatons également l'importance temporelle de l'écriture des élèves, tout au long de la séance. En ce qui concerne les différences oral/écrit, nous remarquons des éléments marqués au tableau sans aucun commentaire. Ainsi, dans la résolution des équations pour obtenir la valeur de x qui annule chaque facteur, les équivalences sont systématiquement écrites mais restent passées sous silence. Est-ce sans problème ? La ligne des x, complétée au tableau, ne donne pas non plus lieu à un commentaire, mis à part le classement des zéros.

De même l'enseignant pose souvent des questions limitées mais variées. Des élèves répondent, voire anticipent. Plusieurs questions sont posées spontanément, par des élèves, concernant les zéros, les signes du produit, le nombre de facteurs : le professeur leur répond avec de nouvelles explications, notamment à la fin où elle reprend longuement toute la démarche suivie. Il y a donc de nombreuses interactions et nous allons voir le rôle qu'elles peuvent jouer dans l'exposition des connaissances.

Le cours est très structuré localement, par des annonces, et ponctué par des justifications qui sont des rappels : la règle des signes est introduite à partir d'un rappel, puis l'enseignant annonce, deux fois, qu'on va en déduire une méthode en prenant un exemple. Dès le début du travail sur l'exemple, il introduit le projet de faire un tableau de signes. Ce tableau est d'abord tracé « à vide », en prévision du contenu à mettre dans chaque ligne. L'étude des signes de chaque facteur est moins structurée, s'appuyant directement sur ce qui avait été fait antérieurement. La question des valeurs de x à mettre sur la première ligne est annoncée et réglée au fur et à mesure et le remplissage des zéros du produit est réalisé comme étape finale. Le vocabulaire est précis sauf deux fois : « choses » à la place de facteurs, « trucs » à la place de nombre ou expression. On peut remarquer que le mot « fonction affine » désigne une « expression algébrique du premier degré ». Les élèves semblent suivre, au moins un certain nombre d'entre eux, preuve en est les réponses aux questions de l'enseignant et les questions des élèves, qui fusent et qui sont adaptées aux contenus en jeu.

4.2.4 Les proximités développées dans le discours de l'enseignant

Nous allons décrire les proximités que nous avons relevées, en distinguant, si possible, celles qui viennent du professeur, spontanément, celles qui suivent des réponses d'élèves à des questions du professeur, et celles qui sont provoquées par des questions d'élèves. Nous suivons l'ordre du cours pour les présenter dans chaque catégorie.
Il faut noter qu'on peut, dans certains cas, hésiter entre proximité descendante et ascendante : comme le cours sur le signe des expressions du premier degré a déjà eu lieu, l'allusion au résultat correspondant peut mettre en jeu aussi bien l'activité préliminaire que le cours lui-même. C'est le contexte qui nous a amenées à trancher.
La recherche des proximités amène un travail de détection des implicites, pour lesquels justement il semble qu'il y ait un manque d'éclaircissement ou de lien. La comparaison de nos analyses des discours entre cours et capsule nous permettra en particulier de revenir sur ces implicites et d'en distinguer deux types : ceux qui sont levés, grâce aux élèves, et ceux qui restent, comme autant d'occasions éventuelles de proximités non tentées. Les citations de l'enseignant sont *en italique*.

Les proximités introduites d'emblée par l'enseignant

Ces proximités, ascendantes au début puis plus variées, concernent essentiellement des liens ou même des rapprochements entre ce que les élèves vont devoir utiliser, voire éventuellement devoir citer et des connaissances plus anciennes. Il s'agit de la règle des signes sur les nombres, et du signe d'une fonction affine.

Sur la règle des signes, l'enseignant explique qu'on formalise ce qui a été rappelé juste avant sur le produit de deux nombres, et indique la (nouvelle) règle sur le signe du produit de deux expressions algébriques nommées A et B ; il trace un tableau de signes qui résume les résultats. Nous y voyons une proximité ascendante, qui explicite la similitude des deux situations, l'une déjà connue, pour les nombres, et l'autre nouvelle, pour les expressions algébriques. Il reste cependant des implicites sur cette règle, d'ordre assez général, comme on le reprendra ci-dessous. L'enseignant enchaîne sur le fait que la méthode va être *déduite* de cette règle, ce qui représente une nouvelle proximité ascendante. En revanche il reste là encore des implicites sur la généralité de la méthode.

Pour le tableau de signes, l'enseignant déclare qu'on va utiliser ce que les élèves savent sur les signes : *utilisant ce que vous savez sur les signes* [des fonctions affines]). On peut y voir une proximité descendante, mettant en jeu l'appui sur le petit tableau de signes d'un produit d'expressions algébriques A et B écrit au début de l'extrait. Plus loin il explicite *: la méthode c'est mettre une ligne par facteur* (proximité horizontale générale).

Le calcul des « zéros » des expressions affines fait aussi l'objet d'un commentaire sur l'importance de ces valeurs. C'est pour nous une proximité descendante, sur la manière d'appliquer le cours précédent : *pour pouvoir utiliser les tableaux de signes de la fonction affine comme on a fait*). Pour remplir la ligne des signes de chaque facteur, la même proximité descendante que ci-dessus est reprise : *2 [*le coefficient de *x] est positif, donc d'après le tableau de signes qu'on avait tout à l'heure, …*

Pour le signe du produit, l'enseignant répète : *on applique la règle des signes.*

Les proximités qui suivent des réponses d'élèves aux questions de l'enseignant

Ces réponses peuvent apparaître comme une forme particulière de proximités descendantes, dans la mesure où les élèves cherchent dans leurs connaissances utilisées précédemment à s'adapter au nouveau contexte. Nous les trouvons à deux occasions.
Pour l'étude du signe de chaque facteur, le professeur utilise un jeu de questions très locales, sans commentaire. Il questionne successivement sur tout ce qui est à trouver pour établir le signe de chaque facteur : la nature de chaque facteur (*c'est une fonction* ?), la valeur du coefficient de *x* (*le coefficient directeur ici vaut ?)* et la conséquence sur le signe (e*n quelle valeur ça change de signe celle-là ?*). Le sens de variation pour le deuxième facteur est même directement donné par un élève. Cependant la confusion entre expression algébrique du premier degré et fonction affine n'est pas expliquée, malgré une question d'élève, et le changement de signe reste associé sans autre explication que la référence au cours précédent à la valeur où la fonction s'annule.
Sur le remplissage de la première ligne, celle des *x*, de nouveau un jeu de petites questions est mis en place pour placer les deux zéros dans le bon ordre. La justification, *la valeur la plus petite,* est donnée par l'enseignant.

Notons une proximité descendante « refusée » : un élève évoque pour trouver la valeur qui annule un facteur, ce n'est pas repris même si ce refus est associé à la seule occurrence du mot équation (*oui alors pas besoin, on peut aussi résoudre l'équation*).

Les proximités associées à des questions spontanées d'élèves

Ces proximités concernent essentiellement à la fois des liens avec ce qui a été fait sur le signe des fonctions affines et des éclaircissements sur le remplissage du tableau, avec de futures adaptations : ce sont souvent des proximités horizontales plutôt locales, ou descendantes, amenant l'enseignant à développer d'autres liens que ceux déjà cités et à lever des implicites.

Le premier implicite ainsi levé porte sur la signification du mot produit : l'enseignant a parlé de produit de nombres, de « choses », d'expressions algébriques ; un élève, par une question, amène l'enseignant à préciser ce que veut dire expression produit (proximité horizontale locale). Il explique, avec un rapprochement de ce qui est connu, « fois quelque chose », même si, comme on l'a dit, cela peut rester problématique :

> *Produit c'est-à-dire c'est un produit l'expression algébrique, quelque chose fois quelque chose, un produit.*

Suit une question sur ce que signifie le « zéro » évoqué par l'enseignant, en l'occurrence le zéro de $2x+1$: *« Ça sert à quoi le zéro alors?* » Cette question permet à l'enseignant de reprendre le lien avec ce qui précède (proximité descendante), et d'expliquer pourquoi la question *en quelle valeur ça change de signe* s'est transformée, sans commentaires, en *quand est-ce que ça vaut zéro :*

> *Faut trouver en quelle valeur ça vaut zéro pour pouvoir utiliser les tableaux de signes de la fonction affine comme on a fait.*

L'élève poursuit *« pourquoi affine ? ».* Et l'enseignant peut ajouter encore une référence à ce qui a été fait, mais beaucoup moins explicite :

> *Chaque morceau, chaque facteur, on regarde quand est ce qu'il vaut zéro pour déterminer le signe et donc on en déduit le tableau de signes.*

Une autre question porte sur Pourquoi on abaisse les zéros ? L'enseignant ne répond pas directement.

Le plus important reste la dernière question d'un élève qui semble n'avoir rien compris. Le professeur reprend alors l'ensemble de la démarche, ce qui lui permet de récapituler. Il ajoute à cette occasion des proximités :

– sur le fait que ce qu'on applique sur le signe des fonctions affines a été écrit dans le cours (proximité descendante) :

> *On a écrit tout à l'heure et on a écrit dans le cours des fonctions affines que le signe c'est….*

– sur l'explicitation du fait qu'on met le même signe dans toutes les cases précédant ou suivant le zéro pour une expression du premier degré, ce qui était resté implicite jusque-là même si cela avait été utilisé deux fois. C'est une proximité descendante, mettant en jeu une généralisation, pour le futur, à 15 facteurs :

> *Ça veut dire avant le zéro moins, après le zéro plus ; si j'ai 15 cases derrière le zéro je mets autant de plus qu'il y a de cases derrière le zéro.*

– sur le fait d'expliciter que devant le x de x–4 , il y a 1 (proximité horizontale locale) ;

– sur la précision du fait *qu'on applique la règle des signes en colonne*, en complément du seul geste utilisé jusque-là et sur les zéros du produit (proximités horizontales locales) :

> *Si je prends un truc qui vaut zéro fois un autre truc qui vaut pas zéro ça fait* ?

On peut ainsi constater, finalement, l'importance des interactions avec les élèves dans l'élaboration de proximités, surtout descendantes et horizontales d'ailleurs. De nombreuses occasions de proximités sont en effet offertes, amorcées par des questions d'élèves. Les proximités ascendantes restent le fait de l'enseignant, qui prend de fait seul en charge l'explicitation des liens ancien/nouveau. Il reste enfin des implicites dans le cours, qui n'ont été repris à aucun moment par l'enseignant ni évoqués dans les échanges. Dans la mesure où une partie de ces implicites est commune entre cours et capsule, nous les développerons en détail au moment de la comparaison entre les deux modalités d'exposition des connaissances.

4.3 Une capsule sur les tableaux de signes

Dans cette vidéo intitulée « Dresser un tableau de signes » d'une durée de 8'11, le professeur est filmé au tableau. Il écrit sur un tableau blanc sans autre fond sonore (site Maths et tiques).

Cette vidéo s'inscrit dans une série de 19 capsules sur équation et inéquation en seconde, apparaissant comme un thème parmi d'autres dans les 78 capsules sur les fonctions (169 capsules au total sont disponibles pour la seconde). Parmi les capsules concernant les inéquations (7, que ce mot figure ou non dans le titre, plus un QCM), on trouve une première capsule intitulée « Résoudre une inéquation », qui concerne une inéquation du premier degré, suivie d'une capsule d'exercices sur le même titre, puis « Dresser un tableau de signes », puis « Résoudre une inéquation en étudiant le signe d'un produit », suivie d'une capsule d'exercices sur ce dernier thème. Viennent ensuite les inéquations quotients. Notons que chaque capsule, hormis celles intitulées « exercices », présente un seul exercice, dont on comprend (mais toujours implicitement) qu'il est « générique ».

4.3.1 Le contenu du cours : une vue globale

Ce cours est présenté comme la donnée d'une méthode pour dresser un tableau de signes, pas pour résoudre une inéquation, ni pour trouver le signe d'une expression, sur un exemple donné d'emblée, sans commentaire sur sa portée générale. L'enseignant annonce la recherche du signe de chaque facteur, et présente le tableau vide. Cette recherche du signe est associée d'emblée à celle du nombre où l'expression change de signe, sans références ni justification, ce qui amène à la résolution des deux équations associées aux facteurs pour trouver leurs « zéros ». Ceux-ci sont alors placés dans le tableau ainsi que les zéros du produit. La justification de l'ordre adopté dans la première ligne est donnée par l'enseignant. Il complète par les signes de chaque facteur en référence, non exploitée, au graphique, ou à un « truc », mis en œuvre, ou à un essai de signe, pour lequel il admet que le signe trouvé pour une valeur de x est constant sur tout l'intervalle, sans l'expliciter. L'enseignant remplit enfin la dernière ligne du tableau en appliquant la règle des signes et traduit le résultat sur le signe du produit sur $\mathbb{R}$ avec des intervalles.

Notons que la capsule suivante reprend en partie celle-ci en présentant cette fois la résolution d'une inéquation utilisant un tableau de signes : nous y retrouvons beaucoup d'éléments communs, au niveau de l'ordre de remplissage du tableau, des couleurs utilisées, et du vocabulaire.

4.3.2 Les analyses du déroulement et les proximités

La transcription de la capsule figure dans Allard et al. (2016) pp. 31-35.
L'enseignant s'adresse au début aux élèves (virtuels) en les tutoyant, ce qui peut donner à la vidéo le caractère d'un cours particulier. Il est vu à l'écran à côté d'un tableau, qu'il utilise beaucoup. Ce peut être pour montrer des éléments pré-écrits qui s'affichent, comme le tableau de signes vide ou les contenus de la première colonne, et cela fait gagner du temps, ou pour écrire en complétant au fur et à mesure ce qui est déjà au tableau. De ce fait il alterne beaucoup les moments où il regarde « le public » et les moments où il travaille sur le tableau. L'enseignant s'appuie ainsi beaucoup sur ce qui est écrit, montrant très souvent avec sa main ce dont il parle : les facteurs, les lignes qu'il suit avec son stylo de gauche à droite, etc. Il choisit des couleurs différentes pour noter les signes de chaque facteur (rouge) et du produit (vert).

Il utilise des expressions familières (*faut pas rêver, j'ai un zéro donc j'ai un changement de signes*, ou encore *c'est un petit truc* et plus loin *c'est une méthode, elle vaut ce qu'elle vaut …*). Il dit aussi à un moment *c'est normal* à la place de « c'est logique ». Quelques « fausses » questions émaillent son discours sans qu'il laisse un temps de réflexion voire de réponse aux élèves (*Et bien la dernière ligne c'est quoi ?*). Il y a quelques répétitions, surtout au moment des calculs précis des valeurs annulant les facteurs, répétées deux fois.

Le cours est structuré, surtout au début, par des annonces qui portent sur ce qui est nouveau ou important localement : *on va présenter une façon de faire*, *il y a plusieurs étapes*, *on va utiliser un tableau de signes.*

On note peu de différences oral/écrit, le tableau qui s'affiche est commenté sauf à la fin avec la notation, de $+\infty$ à $-\infty$, ajoutée au dernier moment. La résolution des équations écrite au tableau ne comporte pas de signe d'équivalence entre les trois lignes.

En ce qui concerne les proximités, nous étiquetons encore sous ce vocable des phrases qui semblent avoir comme objectif de rapprocher le discours tenu par l'enseignant des élèves, même absents. Nous avons ainsi relevé trois proximités horizontales possibles, une générale sur ce à quoi sert un tableau de signes, et deux autre locales, sur l'affectation des lignes du tableau de signes et, répétée à deux reprises, sur l'équivalence entre s'annuler et changer de signe ; nous n'avons pas relevé de proximités descendantes ni ascendantes, ce qui est attendu à cause de l'absence d'élèves. Enfin nous avons noté un grand nombre d'implicites, que nous étudions dans le paragraphe suivant au moment de la comparaison des deux modalités.

4.4 La comparaison entre le cours en classe et la capsule

En termes de durée, on l'a dit, la capsule est plus courte que l'extrait de cours correspondant (8' contre 14'45), mais il est difficile de se baser seulement sur cette unique capsule pour en conclure quelque chose, car elle peut être regardée plusieurs fois et/ou complétée par d'autres capsules, de même que les cours étudiés peuvent être aussi complétés : l'enseignant qui a accéléré à la fin peut reprendre au cours suivant, sans l'avoir prévu à l'avance. Cela dit, le fait que certaines parties du cours s'affichent au tableau, ou sont pré-écrites « fait gagner du temps » dans la capsule par rapport aux moments où les élèves écrivent ce que l'enseignant a écrit ou dicte. Mais il se peut que les élèves qui travaillent avec la capsule prennent des notes, en mettant sur pause ! Enfin le titre même de la capsule est « dresser un tableau de signes » alors que le titre du cours est « inéquation », ce qui indique qu'on s'intéresse davantage dans la capsule que dans le cours à une technique. La comparaison ne doit donc pas être prise à la lettre.

4.4.1 Retour sur les contenus

Dans le tableau 1 ci-après sont indiqués les différents contenus abordés, l'ordre adopté, et la durée approximative passée sur chaque segment, même s'il est difficile de déterminer sur un oral filmé à quel moment exactement commence un nouveau paragraphe, durées que nous commenterons plus loin.

	Cours filmé	**Capsule**
Donnée de l'exemple	(en 3) $(2x+1)$ $(x-4)$	(en 1) $(3x-9)$ $(1-2x)$
Introduction : le problème (signe d'une expression) et la méthode : généralités et tableau	Ø	(en 2) 45''
Règle des signes étendue	(en 1) 2'	Ø
Méthode : idée générale	(en 2) 1'47	Ø
Étude des 2 fonctions affines (coefficient directeur, zéros, …)	(en 4) 2'11	Ø
Tableau vide et colonne 1	(en 5) 1'50	(en 3) 38''
Ligne 1 du tableau (valeurs de x annulant les facteurs, dans l'ordre) Report des zéros sur les autres lignes	(en 6) 43'' (sans le report des zéros)	(en 4) 1'40 44''
Ligne 2 du tableau (signe du premier facteur)	(en 7) 44''	(en 5) 1'27 Avec le « truc » et l'essai
Ligne 3 du tableau (signe du second facteur)	(en 8) 13''	(en 6) 38'' Avec le « truc »
Ligne 4 du tableau (signe du produit avec règle des signes)	(en 9) 15''	(en 7) 28''
Zéros du produit (report)	(en 10) 25''	Déjà fait
Réexplication	(en 11) 1'41	Ø
Extension de la méthode	(en 12) 45''	Ø
Résolution de l'inéquation associée ou signes de l'expression sur $\mathbb{R}$	(en 13) 1'51	(en 8) 1'20

Tableau 1. *L'ordre (en n) et les durées approximatives des segments des cours*

Dans la capsule, les contenus abordés sont un peu moins variés que dans le cours : par exemple l'exemple qui illustre la méthode exposée est donné d'emblée dans la capsule, contrairement au cours, où il est annoncé d'abord qu'il s'agit d'une méthode générale. L'exemple de la capsule met en jeu deux facteurs qui varient différemment, contrairement à celui du cours, qui, cependant, met en jeu deux « zéros » de signes opposés, contrairement à la capsule.

Les ordres de ce qui est énoncé ne sont pas les mêmes et cela illustre clairement les choix. La règle des signes est d'abord rappelée dans le cours, puis étendue, alors qu'elle est rappelée seulement au moment où on en a besoin dans la capsule. L'extension aux intervalles n'est jamais évoquée. L'auteur de la capsule privilégie nettement le remplissage du tableau, présenté « vide » très rapidement, et traité au début verticalement plus que ligne par ligne, ce qui accentue l'aspect technique du travail. Dans le cours en revanche, après le temps consacré à des généralités et à la règle des signes étendue, c'est l'étude, en référence à ce qui a été fait avant, de chaque facteur du premier degré, qui est menée, avant même la présentation du tableau, qui garde ainsi davantage un statut d'outil.

Puis, dans les deux cas, le travail détaillé, donnant lieu à des calculs élémentaires de résolution d'équation et à la détermination de signes, n'est réalisé que sur l'exemple, qu'il soit donné tout de suite ou pas. Le tracé du tableau vide est dessiné avec plus ou moins de commentaires. Enseignant et élèves calculent successivement les valeurs annulant chaque facteur, et les placent en ligne 1. Cela est ou non précédé du rappel sur la nature de ces expressions du premier degré, fonctions ou expressions affines et du rappel de l'étude de leur signe. Ils complètent les signes de chaque facteur (lignes 2 et 3), soit en reprenant, en présentiel, ce qui avait été fait dans le cours précédent (très proche), soit avec le « truc »[18] ainsi nommé dans la capsule, puis ils utilisent la règle des signes. Le moment du « report » des zéros dans la dernière ligne du tableau est fait d'emblée dans la capsule et à la fin dans le cours, mettant plus en valeur la référence au sens de ce qui préside au remplissage des lignes. Notons tout de même que, dans le cours, l'enseignant indique à la fin qu'on « abaisse les zéros », ce qui a aussi une connotation technique.

En conclusion le résultat sur le signe est réécrit ou non avec des intervalles, et appliqué à une inéquation mais nous n'avons pas comparé cette dernière partie, sur laquelle l'enseignant a accéléré et donc on peut penser qu'elle sera reprise.

On peut résumer en disant que dans le cours il y a plus de lien avec les cours précédents et les connaissances supposées déjà-là sur le signe des fonctions affines et il y a un rappel sur la règle des signes étendue, alors que dans la capsule l'introduction est plus consistante sur l'objectif et la démarche à suivre, mais reste cependant isolée, sans référence à d'autres cours ou connaissances. Le statut des connaissances utilisées dans la capsule n'est ainsi pas précisé, et il est moins fait état de connaissances ne servant pas directement. Les degrés de généralité sont du même ordre, la rigueur est moindre dans la capsule en relation avec une précision moindre du vocabulaire, comme nous allons le voir maintenant.

4.4.2 Retour sur les déroulements

Une première différence flagrante qui apparait dès le départ est la présence de phases où des élèves participent, mettant en jeu des connaissances plus ou moins anciennes : rappel sur la règle des signes, signe et calcul des racines des facteurs du premier degré. Dans le cours, cela permet même de lever des implicites : par exemple, lorsque les élèves questionnent l'enseignant sur l'usage du mot « affine », introduit tout d'un coup au moment où on cherche le signe d'un des facteurs du premier degré, et se font expliquer que les facteurs du premier degré sont assimilés aux fonctions affines correspondantes. C'est un changement de point de vue qui est souvent « naturalisé » chez les enseignants. De plus l'enseignant laisse un temps de recopiage, qui pourrait avoir un effet sur la mise en mémoire chez certains élèves.

Les durées accordées par chaque enseignant aux différents segments du cours diffèrent. Les comparaisons de durée sont certes à prendre avec précaution dans la mesure où le cours dure presque deux fois plus que la capsule, mais c'est tout de même particulièrement significatif lorsqu'une durée est plus longue dans la capsule, ou nulle, témoignant d'une absence. Nous y reviendrons dans l'étude des implicites. Les nombreux échanges, silences et temps de recopiage dans le cours autorisent également cette mise en regard. Nous retrouvons dans les choix sur les durées ce qui a déjà été déduit ci-dessus des choix sur l'ordre, et notamment nous constatons que dans la capsule le remplissage du tableau prend plus de temps que dans le cours. Nous notons

[18] Le signe d'une expression affine $ax+b$ est le signe inverse de celui de a à gauche de la valeur de x qui l'annule.

que cette partie comprend l'essentiel des répétitions de la capsule, alors qu'elles sont plus nombreuses et davantage réparties dans tout le cours, en classe, en particulier pour accompagner l'écriture des élèves.

Dans la capsule, le professeur utilise le « je » et le « on » à peu près comme l'enseignant en classe (onze et vingt-trois fois, contre seize et trente fois dans le cours), se mettant en scène : c'est donc très différent d'un manuel ! En revanche le « vous » (resp. « tu ») est utilisé neuf fois dans le cours (resp. une fois) et jamais dans la capsule (resp. deux fois). Il y a donc aussi des différences entre capsule et « vrai » cours.

De plus le professeur de la capsule est souvent « au tableau », et montre beaucoup ce qui est en jeu dans ce qu'il dit, utilisant par exemple, de manière ostensive, douze fois *ici,* et quatorze fois l*à*, alors que, ces mots ne sont utilisés que sept et deux fois dans le cours. L'ostension compense l'absence. Le vocabulaire dans la capsule est assez familier par moments, comme déjà signalé. On peut voir, dans tous ces usages, la volonté d'être proche des élèves grâce à des procédés plus sociaux que cognitifs : personnalisation, monstration, registre familier.
Plus précisément, nous avons cherché les occurrences de quelques mots clefs dans les deux transcriptions.

	Règle des signes	Expression algébrique vs Expression	Méthode	Fonction (affine)	Produit	Coefficient directeur vs coefficient	Tableau de signes vs tableau	Annule vs zéro
cours	7	5/3	9	4	15	4/2	5/5	3/24
capsule	2	0/7	2	1	2	0/5	1/4	12/24

Tableau 2. *Occurrences de quelques mots clefs*

Le terme *expression algébrique* ne figure pas dans la capsule, seul le mot « expression » y est utilisé, et cela reste le cas dans la capsule suivante, sur la résolution d'une inéquation-produit ; le mot *affine* n'est utilisé dans la capsule que lorsque l'enseignant évoque la représentation graphique d'une fonction affine, alors que dans le cours les facteurs du premier degré sont qualifiés de fonctions affines (quatre occurrences), et peuvent être ainsi associés à ce qui précède ; le terme *coefficient directeur* est utilisé quatre fois dans le cours, en référence aux fonctions affines, mais ne figure pas dans la capsule et c'est cohérent avec le manque d'allusion au caractère affine de l'expression. C'est le mot *coefficient* seul qui est utilisé cinq fois dans la capsule, précisé par *devant le x* (deux fois dans le cours).

Le mot *méthode* n'est utilisé que deux fois dans la capsule et sans être associé à la recherche du tableau mais à celle du signe d'un facteur du premier degré explicite ; de même *la règle des signes* n'est évoquée que deux fois dans la capsule contre sept dans le cours et le mot *produit* n'y figure que deux fois, au lieu de quinze dans le cours en classe.

Le mot *tableau* figure cinq fois dans la capsule, et seulement une fois précisé par *tableau de signes*, alors que, dans le cours, sur les dix occurrences, la précision est donnée cinq fois. Enfin, les mots *zéro* et *annule*, qui sont associés aux calculs que les élèves auront à faire, sont plus utilisés dans la capsule que dans le cours (trente-six fois contre vingt-sept). Même si dans deux occurrences de la capsule, c'est la valeur zéro de x qui est en jeu, pour faire l'essai de signe. Le mot *annule* est peut-être davantage associé à l'idée d'« équation » (cité deux fois dans la capsule, une fois dans le cours) qu'à celle de « fonction » et de valeur prise par la fonction affine. Ce qui semble difficile ici, et qui est traité de la même manière dans les deux modalités, c'est que l'attribution du signe des expressions fait intervenir leur zéro : mais ce « avant ou après le zéro », doit être traduit à la fin, dans le résultat, comme « avant ou après la valeur de x annulant l'expression[19]».

Renforçant ce qui précède, cela suggère un vocabulaire à la fois moins précis, moins général et, de fait, moins lié à des connaissances antérieures, en particulier celles qui concernent les fonctions affines. On peut aussi y voir la trace, plus marquée dans la capsule que dans le cours, de l'absence de référence au statut des connaissances, comme nous l'avons déjà repéré.

En termes de proximités, tout se passe comme si, et pour cause, la capsule ne visait pas à rapprocher ancien et nouveau, ni à préparer ou pointer les adaptations du nouveau, alors que c'est l'objet, en présentiel, de nombreuses proximités, spontanées ou associées à des questions ou réponses d'élèves. En revanche les proximités horizontales, explications « à niveau de généralité égal », sont assez comparables.

Tout cela, interventions de certains élèves, temps laissé à l'écriture de tous, répétitions, reprises, explications, précisions, peut être favorable à l'établissement de relations entre connaissances anciennes et connaissances visées, et entre ces dernières et les adaptations à prévoir dans les exercices à venir. Ces liens, qui semblent plus nombreux dans le cours en classe, sont supposés utiles, de notre point de vue, rappelons-le, à l'acquisition des « pseudo-concepts » visés, ici liés à la méthode pour obtenir le signe du produit.

Quant à « l'impression globale », très subjective, nous avons envie de suggérer que dans la capsule l'enseignant a à cœur de montrer, oralement, par gestes et par écrit, aux élèves « comment on fait », voire de leur montrer que c'est à leur portée. Dans le cours, et peut-être grâce à la participation d'élèves, l'enseignant profite sans doute assez systématiquement de la diversité des élèves et de leurs questions pour aborder davantage les liens entre les connaissances en jeu et certaines justifications, voire la préparation d'adaptations futures.

4.4.3 Les implicites

Nous allons d'abord dégager les principaux implicites que nous avons trouvés dans le cours et dans la capsule, en indiquant sur quelles connaissances ou types d'activités des élèves cela pourrait jouer. Puis, n'ayant pas trouvé d'implicites non levés qui seraient seulement dans le cours, sauf pour le produit d'expressions algébriques, nous compléterons par les implicites de la seule capsule.

- Le premier implicite commun est lié au manque de précision et de justification de la nouvelle règle des signes utilisée. Il faut souligner qu'il s'agit là du statut de cette connaissance, admise ici sans commentaires, sachant que ce complément éventuel ne servirait absolument à rien aux élèves dans les applications, la difficulté n'est pas

[19] On parlera de racine plus tard.

là. Il s'agit en effet de préciser qu'on passe du signe d'un produit de deux nombres au signe d'un produit « nombre à nombre » des valeurs prises par deux expressions de signe constant sur un intervalle. On peut appliquer la règle des signes connue à tous les couples (verticaux) de nombres de l'intervalle. Il serait même sans doute difficile, dans le cours, d'expliquer aux élèves ce que représente précisément $A \times B$, où A et B sont des « expressions », si on n'introduit pas une variable commune.

- Le deuxième implicite commun est lié à une question d'organisation des connaissances, quant à l'usage de cette méthode du tableau de signes dans un contexte de problèmes. L'élève, pour concevoir sa stratégie doit savoir qu'il peut être nécessaire, pour résoudre une inéquation du second degré, de faire un détour, par un tableau de signes. On obtient le signe de l'expression pour tout x avant de choisir les « bons » intervalles concernés par l'inéquation. Une telle inéquation est seulement « résolue » en actes, à la fin du cours et de la capsule, à partir de l'expression traitée dans le tableau, sans commentaires généraux.
- La question du vocabulaire et des notations usuels, entre signes plus, moins, notés (+, –) et les expressions positif ou négatif, ou encore plus grand que zéro, plus petit que zéro, n'est pas abordée non plus : n'est-elle pas problématique ou pourrait-elle s'avérer une source de difficulté pour certains élèves ? Il y aurait là un exemple de naturalisation côté enseignants. Nous pouvons noter que, dans le cours, c'est un élève, pour expliquer à un autre, qui précise :

  Tu mets plus quand c'est plus grand que 0, moins quand c'est plus petit…

  On retrouve le même implicite avec la ligne des x bornée par $-\infty$, $+\infty$, écrite sans commentaires dans les deux modalités, induisant l'ordre utilisé sur $\mathbb{R}$ dans la première ligne. Enfin aucun des deux enseignants n'indique dans la première colonne que ce sont les signes des différentes expressions indiquées qui sont à l'étude.
- La généricité de l'exemple, avec la précision du champ d'application de la méthode, et ses variables éventuelles, comme le nombre de facteurs et leur nature ne sont pas non plus évoqués même si l'extension à plus de deux facteurs est citée à la fin du cours, grâce à un élève, mais ce sera peut-être plus utile le moment venu. Ce sont des questions de reconnaissance de conditions d'utilisation de la méthode qui sont en jeu dans ce quatrième implicite.
- Enfin, l'explication du rapport entre sens de variation et signe, et en particulier la relation entre signes de l'expression affine et représentation graphique de la fonction affine associée qui permet de visualiser le changement de signe, ne sont quasiment pas abordées. Tout se passe comme si, dans la capsule, la mémoire seule était sollicitée pour connaître le signe, avec le « truc ». Le mot représentation graphique y est certes cité, comme moyen de retrouver le signe, mais sans plus. Dans le cours, le mot croissant est utilisé une fois, mais sans plus, là encore, peut-être parce que cela vient d'être étudié. C'est donc une question de changement possible de registres de représentations[20], intervenant dans les traitements, dont le professeur ne profite pas ici. L'introduire pourrait jouer sur la construction d'une certaine disponibilité des connaissances.

[20] Dont on a déjà constaté qu'ils restent souvent implicites.

Ces implicites communs pourraient donner lieu, pour être levés, à des proximités horizontales, locales ou surtout globales, portant sur l'explicitation du statut de certaines connaissances en jeu comme la règle des signes étendue, ou, du côté de la méthode, sur l'organisation et la reconnaissance des connaissances en jeu, ou, du côté des signes d'une expression affine, sur leur disponibilité attendue, avec l'introduction de changements de registres utiles. Autant d'ingrédients liés à des activités complexes. Mais quel est le bon moment pour le dire ? Il se peut qu'il y ait d'autres occasions d'y revenir, en particulier au fur et à mesure de leur « rencontre ».

Passons aux implicites supplémentaires, relevés dans la capsule. Ils concernent d'abord la justification algébrique de l'étude des signes de chaque facteur. Ainsi le fait que les facteurs s'annulent et changent de signe à cause de leur nature, affine ou du premier degré, supposée implicitement connue, n'est pas rappelé, le mot affine n'étant pas utilisé pour qualifier ces expressions. De plus le changement de signes semble automatique, la recherche du signe est ainsi remplacée par celle du changement de signes, et le passage par zéro et le changement de signe sont déclarés automatiquement liés :

> *Faut pas rêver, cette expression sera pas toujours positive ou toujours négative, elle va donc changer de signe ! ... l'expression change de signe là où le facteur s'annule.*

Il y a là une affirmation presque erronée par omission puisque cela ne s'applique pas dans le cas d'un facteur du second degré « déjà » positif ou nul, ou un facteur constant.
Enfin, pour la justification de la relation entre signe et zéro, l'enseignant évoque trois façons de faire pour trouver le signe, ce qui semble confirmer que c'est connu. Il cite la représentation graphique, un « truc » et un essai, mais il donne d'abord le truc, basé exclusivement sur la mémoire et non justifié, et ne justifie pas non plus ce qui est sous-jacent à l'essai, juste évoqué, de déduire du signe de l'expression, trouvé pour une valeur de x, le signe de l'expression sur tout l'intervalle auquel x appartient.
Il manque aussi la justification de la nullité d'un produit de facteurs dont l'un est nul, qui est rappelée dans le cours en classe grâce à une question d'élève, et l'explicitation de la nécessité de remplir toutes les cases respectivement avant et après « le zéro » avec le même signe qui est aussi précisée dans le cours, à la fin, suite à une question d'élèves.

Conclusion et perspectives

Sur les moments d'exposition des connaissances

L'étude détaillée des contenus des cours a servi à la fois à comparer les choix des deux enseignants, globalement analogues en l'occurrence, et à apprécier les déroulements (réels ou virtuels), avec des discours plus ou moins précis, plus ou moins familiers, contenant plus ou moins d'implicites.

Pour approcher les activités des élèves, y compris pendant ces phases d'exposition des connaissances, nous avons ajouté un outil d'analyse : les proximités. Nous adoptons l'hypothèse, déduite du modèle de la ZPD, de l'intérêt d'aider les élèves à faire quelque chose qu'ils ne peuvent encore faire seuls mais presque, dont ils sont proches, que ce soit des connaissances ou des savoir-faire. Ce peut être à l'occasion de l'application d'un théorème, d'une résolution d'exercices, ou de l'apprentissage d'une propriété générale. Aider les élèves dans de tels contextes conduit à leur montrer ou à expliciter, directement ou par un jeu de questions, partiellement ou complètement, comment faire ou quoi comprendre. Compte tenu du fait que cette définition est particulièrement vague, et compte tenu de la conceptualisation visée, constitutive de l'apprentissage des mathématiques, nous avons décliné cette idée d'aide, en incluant dans ce qui peut être tenté par l'enseignant, non seulement des indications ou des corrections mais aussi des explications, s'appuyant sur ce que les élèves ont déjà fait, sur leurs interrogations et éclairant ce qui est visé. Nous avions introduit ainsi les aides constructives, accompagnant les recherches d'exercices (Robert & al. 2012), et, plus récemment, les proximités discursives (Robert & Vandebrouck 2014, Allard & al. 2016).

C'est bien grâce à l'étude fine des contenus et à une première analyse globale des déroulements que nous avons pu mettre en évidence de telles proximités, qu'elles soient tentées ou qu'elles nous semblent manquer. Nous avons distingué différentes occurrences, selon les liens avec les énoncés du cours et le contexte d'énonciation.
On trouve plus ou moins de proximités horizontales, locales surtout, dans les deux modalités de cours étudiées ; tout comme les proximités descendantes, elles sont ou non ajoutées suite à des interventions d'élèves. En revanche, les proximités ascendantes sont impossibles à développer dans une capsule car elles ne peuvent être qu'improvisées suite aux activités des élèves. Cependant la prise en charge par le seul enseignant de ces proximités que nous avons constatée dans le cours en classe, si elle est avérée dans d'autres travaux, témoignerait peut-être de la difficulté persistante pour les élèves du passage d'une propriété contextualisée à sa forme décontextualisée : ils ne le questionneraient jamais eux-mêmes. Certes les tâches associées aux cours sont en jeu, mais ne peut-on penser que certains rapprochements, des activités à leur généralisation, ne pourraient être qu'introduits par l'enseignant ?

Reste alors le problème du choix de ces proximités pendant un cours : si certaines semblent indispensables, trop de proximités peut contribuer à noyer les élèves, voire à leur faire perdre de vue l'essentiel. De plus nul ne peut dire que tous les élèves, compte tenu de leur hétérogénéité, vont entendre et bénéficier des explications au moment où elles sont données.

L'équilibre entre explications, indications procédurales, discours mathématique et activités des élèves est sans doute une des grandes difficultés du métier d'enseignant pendant la classe. En effet rien ne peut se décider à l'avance et c'est à chaque fois que l'enseignant s'adapte à la classe et choisit, par exemple, d'expliciter ou de seulement citer telle ou telle propriété. Anticiper grâce à une proximité descendante peut ne servir à rien, tant que les élèves n'ont pas été confrontés à ce qui est en jeu. En revanche, on l'a vu, certaines proximités sont improvisées à partir de questions ou de réponses d'élèves, et correspondent souvent à des explicitations d'éléments laissés involontairement implicites. Mais sont-elles adaptées à tous les élèves ? Que faire si les élèves n'interviennent pas ou peu et dans des directions très différentes ce qui rend difficile une reprise destinée à éclaircir ce qui est visé ?

Sur les capsules vidéos

Nous nous basons ici sur les résultats précédents considérés comme représentatifs d'un certain nombre de capsules qui ont été déjà étudiées (Allard & al. 2016).
D'un côté les partisans de l'introduction des capsules en expliquent les avantages en

termes d'engagements d'élèves : dans l'écoute de la capsule grâce à sa rapidité, à sa simplicité, à la souplesse de l'écoute que l'on peut interrompre ou reprendre et à la contrainte du questionnaire, qui garantit l'écoute ; dans le travail postérieur en classe, long, plus différencié que d'habitude, adapté à des questions d'élèves habituellement moins posées (Asius, 2017, Allard & al. 2016). Cela conduit à des cours sur capsules qu'on pourrait qualifier de « minimaux » et qui doivent être évidemment complétés par des séances d'exercices.

De l'autre côté il y a des cours éventuellement plus développés, avec des improvisations et des participations d'élèves qui peuvent amener des adaptations, mais dont nul ne peut garantir qu'ils sont entendus par tous et accessibles à tous. Cela n'empêche pas les enseignants d'accorder encore une grande importance aux activités complémentaires réalisées en exercices.

On peut donc être interpellé par les contenus, réduits, des capsules, et aussi par le fait que chaque élève visionne seul la capsule, ce qui constitue une individualisation du travail. Peut-être certains avantages du collectif présentiel sont aussi perdus, comme on l'a vu ci-dessus, mais, répétons-le, tous les élèves ne sont pas impliqués au même titre dans ce collectif. Une certaine homogénéisation de la classe, associée à mémoire de la classe, est également perdue éventuellement, avec la capsule. L'enseignant perd enfin, on l'a constaté partiellement, la possibilité d'improviser des proximités, et singulièrement les ascendantes, et de développer les proximités descendantes pendant le cours.

Plus généralement, en termes de différences entre élèves visionnant une capsule, au vu de la restriction de la présentation du statut des connaissances, des justifications, même inutiles pour les applications, n'y a-t-il pas un risque (différentiel) de dérive des mathématiques travaillées vers le technique, au détriment du théorique ou du technologique et des démonstrations ? Comment préserver le caractère global des mathématiques enseignées, associé à l'organisation et à la présentation de la nature des connaissances ? La question devient : tout ce qui est introduit à l'occasion des exercices sera-t-il suffisant à retrouver ce qui peut manquer à l'écoute à la maison ? Nous pensons notamment à ce qui ne sert pas directement aux activités des élèves mais qui peut être présenté dans le cours et contribuer à l'organisation des connaissances des élèves par exemple. Cela nous semble conduire à un travail non seulement sur les ressources en elles-mêmes mais sur leur utilisation dans l'ensemble du scénario, ce que nous appelons un cahier des charges.

En tenant compte des conditions d'utilisation : vers un cahier des charges pour les capsules ?

Vu la diversité des thèmes à enseigner et des objectifs visés, technique, théorique, technologique, en termes de méthode, on peut se demander si certains contenus sont plus propices que d'autres à la création de capsules, en introduisant aussi comme variable le moment où la capsule est regardée. Nous raisonnons ici sur des ressources, accessibles, qui ne seraient pas uniquement destinées à une classe donnée et fabriquées par l'enseignant de cette classe, même si certains arguments sont déjà valables dans ce cas.

Pour qu'une capsule "remplace" un premier cours, il faudrait donc, *a priori*, qu'il n'y ait pas lieu de développer beaucoup de proximités ascendantes ni d'interactions, ce qui est difficile lorsqu'on considère qu'une « activité d'introduction » est intéressante. Il faudrait donc l'indiquer pour qu'une telle activité soit faite dans la classe avant, même si l'appui sur le travail des élèves reste difficile à rendre dans la capsule, ne serait-ce que du fait du temps réduit. Dans le même ordre d'idées, sans aller jusqu'à l'appui sur une « activité d'introduction », tous les liens utiles entre les connaissances anciennes ou déjà acquises et le nouveau dépendent de ce qui a été fait dans une classe donnée et sont difficiles à choisir hors contexte ; de plus ils ralentissent l'exposé comme on l'a constaté avec la capsule étudiée et le manque de référence aux fonctions affines, remplacées par « expression ». Une autre restriction tiendrait au fait que le contenu du cours ne soit pas trop "conceptuel", n'appelle donc pas trop de proximités autres qu'horizontales, et notamment descendantes : il est difficile en effet d'introduire, *ex abrupto*, des liens, mettant en jeu des relations entre des éléments décontextualisés et une activité contextualisée future des élèves ; de plus l'introduction du statut des connaissances ou d'éléments qui ne servent pas directement à des utilisations futures, qui peuvent accompagner de tels cours, est difficilement compatible avec les contraintes des capsules.

On peut ainsi supposer que l'exposé dans une capsule de traitements mathématiques isolés, constructions avec instruments (utilisation du rapporteur), utilisations des calculatrices, calculs, numériques ou algébriques, suivant une méthode bien fixée à acquérir, peut être clarifié par des proximités horizontales sous forme de commentaires et des monstrations bien choisies et constituer une aide pour les élèves. Il s'agit de reconnaître que, ce faisant, on prend le risque de réduire l'exercice des mathématiques correspondantes à ce seul traitement et de perdre son inscription dans l'édifice plus complet en jeu. Il y a nécessité que d'autres parties du cours viennent compléter l'ensemble. Un exemple en sixième montre comment l'enseignant utilise une capsule sur l'utilisation du rapporteur, et comment se pose la question du lien entre la géométrie instrumentée et la géométrie déductive qui doit être abordé dès ce niveau scolaire (Allard 2016).

Un autre exemple montre qu'à partir d'une présentation très succincte, réduite, de la convergence des suites au début de l'université se développent des questions inhabituelles des étudiants, amenant l'enseignant à élaborer d'autres proximités, inhabituelles, au moment où les étudiants travaillent en classe sur les exercices à la suite du cours visionné (cf. Bridoux, relatée dans Allard (ibid.)).
Par ailleurs, les capsules pourraient être proposées non pas en remplacement d'un cours mais comme complément, à la maison, d'un cours déjà fait, jouant le rôle d'un manuel animé, pour réviser ou pour un élève absent, ou comme source de discussion en classe, ou encore pour assurer que le cours soit entendu à défaut d'être lu, voire pour accompagner les élèves à saisir ce qui est en jeu ou à s'emparer rapidement des aspects techniques.

Quid du support ?
Il reste aussi des questions liées au matériel lui-même, à son élaboration, à sa spécificité. On peut ainsi se demander ce qu'induit une présentation sur vidéo : y a-t-il ou non un risque de figer des choses qui se voient par rapport à des choses qui se disent

à l'oral sans traces autres que des notes sur un cahier ? Lorsque c'est « son » enseignant qui est filmé, entendu, vu, est-ce que ça change quelque chose pour l'élève ? Quelle est l'importance de la mise en scène, de l'accompagnement musical, de la durée, du mode des prises de vue ? Peut-on s'inspirer des capsules « dessins animés » comme celles proposées sur le réseau Canopé en primaire ?

Pour la formation des enseignants

Enfin, nous suggérons que la discussion en formation sur ces ressources et sur les moments d'exposition des connaissances présente un intérêt spécifique. Cela permet d'aborder les choix de contenus, différents de ceux travaillés en exercices, mais aussi les incertitudes, les repérages et les improvisations incontournables pour laisser de la place, entendre et s'adapter aux élèves, même en cours.

Les questionnements précis sur les contenus des cours permettent de justifier une entrée dans « le relief » en jeu sur les notions à enseigner. Ce type d'activités en formation peut ainsi contribuer, pour les débutants, à construire la disponibilité nécessaire de leurs connaissances mathématico-didactiques[21]. Les interrogations sur les déroulements des cours contribuent à mettre en place un questionnement sur les explicitations de différents niveaux de généralités possibles à développer et sur les liens possibles à illustrer. Cela peut aussi amener à questionner les éléments de cours qui pourraient donner lieu à des « naturalisations » de la part des enseignants, éléments apparemment transparents, sans difficultés, qui donnent pourtant lieu à des interrogations, peut-être floues, de la part d'élèves. Souvent ignorés par les débutants, en particulier, ces éléments peuvent prendre la forme de différences écrit/oral non signalées ou d'autres implicites. Nous avons montré que la comparaison cours/capsule peut être naturellement porteuse de ce travail de détection d'implicites, si utile en formation.

Références

ALLARD C., ASIUS L., BRIDOUX S., CHAPPET-PARIES M., PILORGE F., ROBERT A. (2016) Quand le professeur de mathématiques est sur You Tube… Quelques réflexions sur les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour des classes inversées. *Cahier du laboratoire de didactique André Revuz,* **16**, Université Paris Diderot, http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/IP16002.pdf

ASIUS L. (2017) Quand le professeur de mathématiques est sur You Tube…Un témoignage. *Petit x* **105**, 25-35. IREM de Grenoble.

BECCHETTI-BIZOT C., BUTLEN M. Dir. (2012) L'enseignement des lettres et le numérique. *Dossier : Le français aujourd'hui*, 2012, n°178.

BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques* **19/1**, 77-124.

BRIDOUX S., CHAPPET-PARIES M., GRENIER-BOLEY N., HACHE C., ROBERT A. (2015) Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques (secondaire et début d'université). *Cahier du laboratoire de didactique André Revuz,* **14**, Université Paris Diderot.

[21] les mathématiques sont intriquées au didactique.

BRIDOUX S., GRENIER-BOLEY N., HACHE C., ROBERT A. (2016) Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques ; analyses et exemples. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **21**, 187-234.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

BRUILLARD E. (2014) Les utilisateurs des Mooc : quel regard ? *Distances et médiations des savoirs*, **7** https://dms.revues.org/79.1.

BUTLEN D., PEZARD M. (2003) Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation. *Recherches en didactique des mathématiques* **23/1**, 41-78.

DOUADY R. (1987) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **7/2**, 5-31.

DUFOUR H. (2014) *la classe inversée*
eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/.../6508-193-p44.pdf

DUVAL R. (1988) Graphiques et équations : l'articulation de deux registres. *Annales de didactique et de sciences cognitives* **1**, 235-253.

DUVAL R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives* **5**, 37-65.

FAILLET, V (2014) *La pédagogie inversée : recherche sur la pratique de la classe inversée au lycée*. Revue Sticef, **21.**

http://sticef.univ-lemans.fr/num/vol2014/23r-faillet/sticef_2014_faillet_23r.htm

GAUD D. (2008) Quelques interrogations à propos du « tableau de signes. *Bulletin de l'APMEP* **474,** 23-37.

LABORDE C. (1982) *Langue naturelle et écriture symbolique, deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*. Thèse d'état, Grenoble.

LEBRUN M. LECOQ J. (2015)"*Classes inversées, enseigner et apprendre à l'endroit* !" CANOPE Editions.

LENFANT A**.** (2002) *De la position de l'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre de professeurs stagiaires*. Thèse de Doctorat, Université Paris 7.

MARGOLINAS C. (2015), Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques ? *Revue française de pédagogie* **188**, 13-22.

MOUNIER E (2013) Y-a-t-il des marges de manœuvres pour piloter la classe durant une phase de bouclage **?** *Recherches en Didactique des Mathématiques* **33/1**, 79-113.

NIZET I., MEYER F., (2015) *La classe inversée : que peut-elle apporter aux enseignants* ?, en ligne sur le site de CANOPE 2015, http://www.cndp.fr/agence-usages-tice/que-dit-la-recherche/la-classe-inversee-que-peut-elleapporter-aux-enseignants-79.htm

ROBERT A. (1998) Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **18/2**, 139-190.

ROBERT A., PENNINCKX J., LATTUATI M. (2012) *Une caméra au fond de la classe, (se) former au métier d'enseignant de mathématiques du second degré à partir d'analyses de vidéos de séances de classe*. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

ROBERT A., ROBINET J. (1996), Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **16/2**, 145-176.

ROBERT A., VANDEBROUCK F. (2014) Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **34/2-3**, 239-285.

TENAUD I. (1991) *Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C: enseignement de méthode et travail en petits groupes.* Thèse de Doctorat, Université Paris 7.

VANDEBROUCK F. (2008) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : Octarès.

VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques 10/2-3, 133-170.

VYGOSKI L. (1985) *Pensée et langage*. Paris : Messidor/Editions sociales.