
TRAVAILLER LE PRINCIPE DE GROUPEMENT/ÉCHANGE LIÉ À LA NUMÉRATION SANS PASSER PAR L'ÉCRITURE SYMBOLIQUE : ANALYSE DES STRATÉGIES D'ÉLÈVES

Claudia CORRIVEAU¹

Université Laval

Doris JEANNOTTE²

Université du Québec à Montréal

Résumé. La compréhension de notre système de numération est un enjeu central de l'apprentissage des mathématiques dans les classes du début du primaire. Afin de favoriser son enseignement en prenant en compte des recommandations émises par Bednarz et Janvier (1984), nous avons développé un jeu qui met en avant le principe de groupement/échange et la différence valeur/quantité. Dans le cadre de cet article, en plus de présenter le jeu, à partir de l'expérimentation de celui-ci, nous discutons des manières dont les élèves travaillent à partir des règles à la base de notre système de numération lorsque l'écriture des nombres n'est pas requise. Nous abordons aussi l'accompagnement de ce travail par l'enseignant.

Mots-clés. Matériel de manipulation, numération, primaire, CP, CE1, jeu.

Introduction

Dans un article phare publié dans *Grand N* en 1984 rendant compte d'une analyse diagnostique de la compréhension de la numération chez les élèves du primaire, Bednarz et Janvier formulent une série de recommandations quant à l'enseignement de la numération à l'école primaire. Or la prise en compte de ces recommandations dans l'enseignement de la numération est toujours d'actualité puisque les difficultés relevées par Bednarz et Janvier sont toujours observées, au Québec (Koudogbo, Giroux & René de Cotret, 2013) comme en France (Tempier, 2016). En effet, aujourd'hui encore, les élèves français et québécois semblent éprouver des difficultés à travailler avec des groupements lors de la composition et la décomposition d'un nombre. Cette difficulté pourrait être liée à un travail sur les nombres axé sur la base dix (imposé par l'adulte) dès l'école maternelle et le passage rapide à l'écriture symbolique dès l'entrée à l'école primaire. Au Québec, par exemple, les élèves sont souvent amenés à regrouper une collection en paquet de 10 dès l'âge de 5 ans. Plus tard, dans leur scolarité, si les élèves arrivent à justifier la valeur d'un chiffre dans un nombre écrit, plusieurs le font uniquement en référence à sa position. De même, certains éprouvent des difficultés avec la retenue ou l'échange lors de l'apprentissage des algorithmes d'addition et de soustraction (Nantais, 1991) ou encore avec la conversion entre les différentes valeurs de position : quelques-uns diront que « 12 dizaines, c'est 102 unités » (Jeannotte & Corriveau, 2016).

¹ claudia.corriveau@fse.ulaval.ca

² jeannotte.doris@uqam.ca

C'est donc dans le but de revisiter certaines recommandations émises par Bednarz et Janvier (1984) que nous avons conçu le *Jeu des diamants*. Ce jeu a été élaboré au départ pour la formation des maitres afin d'aider les futurs professeurs des écoles à dégager, d'une part, les différentes caractéristiques de notre système de numération écrit et, d'autre part, les difficultés que les élèves pourraient rencontrer lors de l'apprentissage de ce système. Or, suite à des discussions avec un enseignant du primaire, il est ensuite apparu intéressant de l'utiliser en classe de 1^{er} cycle du primaire (équivalent à CP et CE1, 6-8 ans). Il s'agit d'un jeu :

- avec lequel les enfants manipulent, donc « *moins axé sur l'écriture, le symbolisme et le vocabulaire* » (Bednarz & Janvier, 1984, p. 31) ;
- où le travail sur les groupements est mis de l'avant : « *le passage du recours à la correspondance un à un au recours au groupement est important* » (*ibid.*, p. 31) ;
- qui permet de tenir compte de certaines difficultés d'enfants comme « *la difficulté à voir les groupements, [...] à opérer avec ces groupements et à travailler simultanément avec des groupements différents* » (*ibid.*, p. 30).

Comme pour Houdement et Tempier (2015), la numération est ici reliée aux concepts de comptage, groupement, représentation de quantités, valeur de position. Toutefois, ce jeu ne se centre pas sur les règles qui régissent le codage comme les tâches présentées par ces auteurs, mais vise plutôt à travailler celles qui régissent notre système de numération en termes de groupement-échange.

Dans le cadre de cet article, à partir de l'expérimentation du jeu, nous discuterons des manières dont les élèves s'organisent pour faire des échanges lorsque l'écriture des nombres n'est pas requise.

1. Le Jeu des diamants

Comme l'ont montré plusieurs recherches à propos de l'utilisation des jeux en général en mathématiques au primaire, lorsqu'ils sont choisis judicieusement et bien exploités en classe, ces derniers participent à l'apprentissage des élèves (Bednarz & Poirier, 2002 ; Eysseric, 1999). C'est dans l'idée de placer les élèves dans un contexte ludique, mais éducatif, que nous avons élaboré le *Jeu des diamants*. Mentionnons d'abord que le jeu a été élaboré à la manière d'un jeu de société qui, nous rappelle Rodriguez (2010), permet de construire, d'utiliser et de réinvestir toutes sortes de connaissances. De plus, jouer ponctuellement avec les élèves serait sans doute sans grand intérêt sur le plan des apprentissages. Nous proposons donc d'y jouer régulièrement (une fois par mois, par semaine, au choix de l'enseignant). Toutefois, contrairement au jeu de société standard dont les règles sont habituellement rigides, les règles du jeu des diamants sont amenées à évoluer tout au long d'une année scolaire et peuvent ainsi s'adapter aux objectifs visés par l'enseignement.

1.1. Présentation et règles du jeu

D'abord, le matériel pour une classe d'environ 24 élèves comprend une douzaine d'ensembles dans lesquels on retrouve quatre sortes de diamants³ (de différentes couleurs et grosseurs), deux dés, et des cartes d'échanges. Certains y verront des similitudes avec le jeu du banquier (Charnay et al., 1995). La figure 1 présente le contenu d'un ensemble :

³ Le jeu pourrait être conçu avec toute sorte de matériel : jetons, cubes, ou toute collection d'objets facilement différenciables et dénombrables.

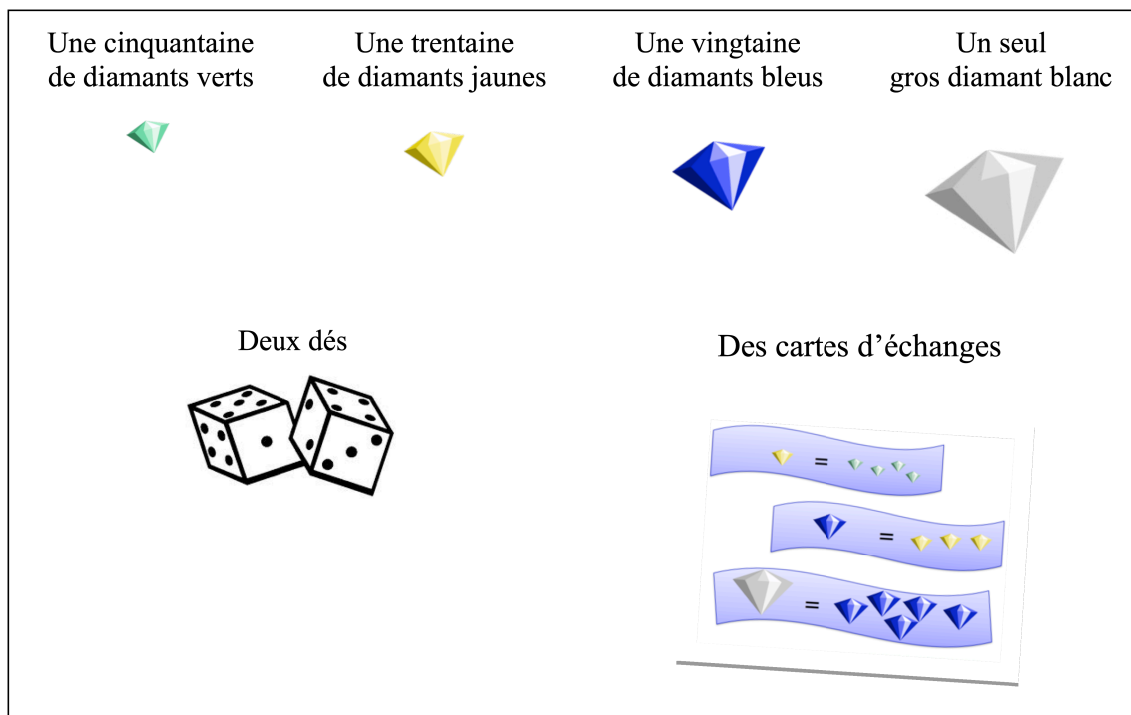


Figure 1 : Le contenu d'un ensemble du Jeu des diamants.

Pour jouer, les élèves placés par deux — face à face (ils joueront un contre un) — reçoivent un ensemble de jeu. Ils doivent suivre les règles suivantes :

- choisir la carte d'échanges (ce choix peut être fait par l'enseignant-e ou par les élèves eux-mêmes, les cartes sont numérotées) ;
- déterminer le joueur qui commencera le tour en jetant chacun un seul dé. Celui qui obtient le résultat le plus élevé commence le tour ;
- le premier joueur jette les dés et prend autant de diamants verts qu'il y a de points sur les dés ;
- le deuxième joueur jette les dés et prend autant de diamants verts qu'il y a de points sur les dés ;
- ainsi de suite...
- lorsque c'est leur tour, les joueurs peuvent échanger leurs diamants selon les échanges proposés sur la carte d'échanges. Ils n'ont pas à faire les échanges dès qu'ils le peuvent, mais bien quand ils le choisissent ;
- le premier joueur à atteindre le gros diamant blanc gagne la partie !

1.2. Analyse du jeu

À propos des mathématiques en jeu et des choix didactiques

Du point de vue mathématique, les élèves sont amenés à constituer une collection de diamants qui, au fil des tours, se transforme, s'accroît. Cependant, contrairement à la constitution d'une collection d'objets dans laquelle tous les objets ont une même valeur, dans le jeu des diamants, la valeur des diamants varie selon leur grosseur et leur couleur. De plus, cette variation de la valeur se fonde sur celle d'une unité de référence, le diamant vert.

Ensuite, contrairement à notre système de numération ou au jeu du banquier, les groupements

menant aux échanges ne sont pas nécessairement constants comme on peut le voir sur la carte d'échanges présentée à la figure 1. Autrement dit, il n'y a pas une base de référence. Ce choix est volontaire puisque d'un point de vue mathématique, bien que ce ne soit pas très efficace, rien n'empêche d'avoir un système dont la taille les groupements varient d'une position à l'autre. Il suffirait de bien connaître les différents groupements pour utiliser le système. Le fait d'avoir une base de référence avec des groupements constants rend le système beaucoup plus fonctionnel. Faire varier les groupements dans le cadre du jeu permet, d'une part, de travailler différentes stratégies de calcul sur les petits nombres et, d'autre part, de faire réaliser aux élèves la pertinence des groupements constants. En effet, cette idée devrait même selon nous faire partie d'une discussion à avoir avec les élèves. En ce sens, il apparaît intéressant d'avoir des cartes d'échanges comme celle présentée à la figure 1 et des cartes d'échanges comme celle présentée à la figure 2 et d'amener les élèves à comparer leurs façons de jouer dans les deux cas.

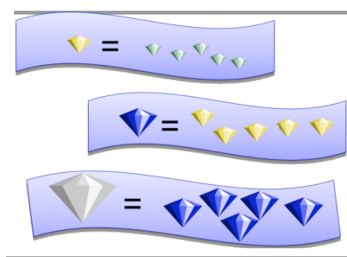


Figure 2 : Exemple de cartes d'échanges avec groupements constants (et différents de 10).

Aussi, le jeu n'est pas limité à deux niveaux de groupement comme l'est celui du banquier. Il y a des groupements de troisième ordre, c'est-à-dire des « groupements de groupements de groupements ». Ainsi, dans les cas présentés (figures 1 et 2), il y a trois niveaux de groupement. Dans l'exemple donné à la figure 1, le premier niveau de groupement est strictement inférieur à 7, ce qui permet de l'obtenir sur un seul dé (par exemple, un élève qui obtiendrait « 4 » sur un dé pourrait se rendre compte qu'il peut prendre un diamant jaune). Aussi, sur cette même carte d'échanges, il a été choisi de faire apparaître la possibilité de prendre directement un diamant bleu avec un seul coup de dés. En effet, en obtenant deux dés « 6 », soit « 12 », il est possible de prendre directement un diamant bleu (douze diamants verts valent trois jaunes qui eux valent un diamant bleu). L'élaboration des cartes d'échanges n'est donc pas laissé au hasard.

De plus, sur les cartes d'échanges, la disposition des diamants de part et d'autre du symbole d'égalité met en évidence le sens d'équivalence associé à ce symbole (ex. un diamant jaune équivaut à quatre diamants verts).

À propos du rôle du matériel

Lorsqu'il est question de numération, on distingue trois types de matériel (Poirier, 2001) :

- **matériel aux groupements apparents et accessibles** : non seulement les groupements sont visibles dans les groupements subséquents (ex. dizaines, centaines, *etc.*), mais ils sont aussi accessibles, c'est-à-dire que l'on peut défaire un groupement, une dizaine par exemple en dix unités ; travailler à partir de bâtonnets qu'on regroupe en paquets de dix, puis en dix paquets de dix constitue un exemple de matériel aux groupements apparents et accessibles ;
- **matériel aux groupements apparents et non accessibles** : contrairement au type de matériel précédent, les groupements, bien qu'apparents, ne sont pas divisibles (ex. certains types de bloc multibases) ;

- **matériel symbolique** : les groupements ne sont pas visibles et donc non accessibles. Les abaques, la monnaie, constituent des exemples de matériel symbolique.

Comme nous l'avons mis en évidence ailleurs (Corriveau & Jeannotte, 2015), dans la progression des apprentissages du programme québécois (MELS, 2009), chaque type de matériel est associé à un niveau scolaire spécifique, progressant d'un matériel aux groupements apparents et accessibles, puis non accessibles jusqu'au matériel symbolique. Pourtant, il semble intéressant de ne pas se limiter au seul matériel aux groupements apparents et accessibles avec les élèves et d'utiliser un matériel symbolique même avant ou au début de l'apprentissage de la numération, comme nous le suggérons dans le *Jeu des diamants*. En effet, tout comme la monnaie, un diamant d'une certaine couleur ne vaut pas un diamant d'une autre couleur (cependant, sur la monnaie, la valeur est indiquée).

À propos du rôle de l'enseignant-e pendant le déroulement du jeu

Pendant que les élèves jouent, l'enseignant-e est amené-e à repérer notamment les différentes stratégies de dénombrement mises en œuvre par les élèves : comment s'organisent-ils pour dénombrer les diamants ? Comment passent-ils de ce qu'ils ont obtenu comme résultat sur les dés à la constitution de leur collection de diamants ? L'enseignant-e peut aussi repérer les différentes stratégies d'échanges mises en œuvre par les élèves. Il (elle) est alors à même de constater les difficultés rencontrées par les élèves lors du dénombrement ou lors des échanges. Il (elle) peut intervenir en poussant l'activité des élèves plus loin. Par exemple, il (elle) peut stopper la partie d'une équipe et demander de déterminer l'élève qui a la collection avec la plus grande valeur à cet instant, comme dans le jeu du banquier (Charnay et al., 1995). Ainsi, les élèves sont amenés à comparer leur collection de diamants. Elle pourrait aussi demander ce qu'il manque à chacun d'eux pour remporter la partie. Ce travail lui permettra de planifier son retour collectif en repérant les élèves à interroger, les questions à poser, les exemples à fournir, etc.

À propos de l'animation d'un retour collectif

Comme le précise Eysseric (1999), l'institutionnalisation joue aussi un rôle crucial : « *le fait qu'une connaissance mathématique soit utilisée dans un jeu ne saurait suffire à lui donner le statut de savoir utilisable ici et ailleurs* » (p. 6). Ainsi, pour faire suite au jeu et pousser la réflexion mathématique, plusieurs types de retours sont possibles. En voici quelques exemples.

Lors d'un premier retour, l'enseignant-e peut miser sur le partage des stratégies pour constituer la collection à partir d'un résultat obtenu. Par exemple, l'enseignant-e peut demander comment les élèves s'y sont pris pour prendre les diamants lorsqu'ils ont « 1 et 2 » (« 3 ») points sur les dés. Certains diront qu'ils ont pris trois diamants verts, d'autres diront qu'ils ont d'abord pris deux diamants verts et ensuite un diamant vert. Lorsque l'enseignant-e demande ce qu'ils ont fait lorsqu'ils ont obtenu « 4 et 2 » (« 6 »), les deux stratégies mentionnées ci-dessus réapparaîtront, mais il est possible que des élèves proposent de prendre directement un diamant jaune et deux diamants verts (si la carte d'échanges de la figure 1 est utilisée). De la même manière, l'enseignant-e peut demander ce que les élèves font avec un résultat de « 3 et 3 » (« 6 ») pour permettre de réinvestir les stratégies partagées juste avant.



Figure 3 : Deux façons de faire apparaître un diamant jaune.

Alors que dans le premier cas, le « 4 » associé à un diamant jaune est visible sur un dé, dans le deuxième cas, les élèves doivent le faire apparaître à partir des deux dés (voir figure 3). Ce type de retour permet un enrichissement des stratégies des élèves en lien avec le jeu.

En prolongement, le contexte du jeu peut favoriser diverses discussions mathématiques. Par exemple, l'enseignant-e peut demander aux élèves de lui dire à quoi peuvent correspondre, sur les dés, deux diamants jaunes et un diamant vert. Les élèves devront alors effectuer un travail de décomposition pour obtenir « 9 » (diamants verts) et pourront alors proposer différentes combinaisons des dés menant à un total de « 9 » (« 3 et 6 » et « 4 et 5 » dans ce cas précis). Un lien peut être fait ici avec les activités de composition, décomposition des nombres écrits qui seraient, selon Tempier (2016) révélatrices de la compréhension de notre système de numération.

De même, on peut aussi offrir différents scénarios à faire compléter par les élèves, un peu à la manière d'un récit permettant de supporter le développement du raisonnement mathématique en classe (Moulin, 2010). Par exemple : « si Martine a quatre diamants bleus et deux diamants jaunes, que doit-elle obtenir sur les dés pour gagner en un seul coup ? » Ou encore, « si Martine a quatre diamants bleus, peut-elle gagner en un seul coup ? ».

2. Expérimentation en classe

Le *Jeu des diamants* a été expérimenté par deux chercheurs et les enseignant-e-s titulaires dans quatre classes du primaire : deux classes de première année (élèves de 6 et 7 ans) et deux classes multiniveaux de première et deuxième année (élèves de 6 à 8 ans). Le tableau 1 présente le détail de la collecte de données :

Année	Classe	Effectif
2013	Première année	20
2015	Première et deuxième années	18
2018	Première année	20
2018	Première et deuxième années	18

Tableau 1 : Classes qui ont participé à l'expérimentation.

Nous avons recueilli le matériel de recherche suivant : vidéos des expérimentations en classe (et leur verbatim) ; notes d'observations. Durant la phase de jeu en équipe, les trois intervenants limitaient au minimum leurs interventions afin d'observer comment les élèves s'organisaient.

2.1. Compte rendu d'observations

Dans ce qui suit, nos observations sont présentées selon une certaine hiérarchisation des stratégies prises par les élèves, partant des moins complexes aux plus complexes sur le plan du raisonnement. Il est important de rappeler que dans tous les cas observés, les élèves jouaient au *Jeu des diamants* pour la première fois. Bien que nous ayons pu observer des variations dans les stratégies utilisées dès la première utilisation, il serait pertinent, dans le cadre d'un prolongement de la recherche, de documenter l'évolution des stratégies des élèves à plus long terme.

Stratégie 1 : accumuler sans échanger

Sans grande surprise, certains élèves accumulent les diamants verts sans faire d'échanges. Cette stratégie apparaît chez certains élèves dès le début du jeu. Deux raisons distinctes peuvent être à la base de cette façon de faire : un raisonnement et une difficulté. En effet, certains élèves cherchent à accumuler le plus de diamants possible et refusent d'échanger beaucoup de diamants verts pour moins de diamants jaunes. Cette stratégie pourrait venir de la difficulté à faire la différence entre valeur et quantité qui doit être dépassée par les élèves pour accéder à la numération. D'autres ne savent tout simplement pas quand et comment faire les échanges et accumulent les diamants verts.

La quantité limitée de diamants verts (une cinquantaine pour deux joueurs) mène à une remise en question de cette stratégie. Alors que certains élèves vont entamer des échanges lorsqu'il n'y a plus de diamants verts, d'autres vont décider de passer leur tour ou d'arrêter de jouer. Plusieurs interventions de l'enseignant-e ont permis de faire évoluer cette stratégie. Une première intervention observée est celle de demander comment l'élève pourra gagner la partie. Nos observations nous ont conduites à considérer qu'il s'agissait d'une intervention qui arrivait à faire progresser le raisonnement de l'élève, qui se rend alors compte qu'il ne gagnera jamais en se contentant de cumuler les diamants verts puisque c'est le premier élève à avoir le gros diamant qui gagne.

Lorsque l'élève veut échanger mais éprouve des difficultés, l'enseignant-e devenait momentanément un « banquier ». On peut observer cette intervention dans l'extrait suivant. Ici, Chloé et Martine ont entamé une partie. Chloé se débrouille avec les échanges alors que Martine a de la difficulté à les gérer.

Intervenante : *Qu'est-ce que tu me donnes si tu veux que je te donne un [diamant] jaune ?*

[Chloé donne à l'intervenante quatre diamants verts].

Intervenante : *Tu m'en donnes quatre [diamants verts]. Je te donne un jaune.* [En s'adressant à l'autre élève, Martine]. *Et toi, en as-tu assez aussi ?*

Martine : *Oui.*

Intervenante : *J'ai un jaune ici, qu'est-ce que tu me donnes (en échange) ?*

[Martine prend le diamant jaune dans la main de l'intervenante].

Intervenante : *Il faut que tu l'échanges...*

Martine : *Un.* [elle montre un petit vert].

Intervenante : *Un pour un ? Regarde* [en prenant la carte d'échanges], *lui* [elle pointe le diamant jaune sur la carte], *il vaut quatre petits verts.*

Martine : *Quatre* [en donnant quatre petits diamants verts].

Intervenante : *Ah !*

Stratégie 2 : échanger à partir de l'unité de référence

Dans la continuité de la stratégie 1, nous avons observé des élèves qui cumulent les diamants verts en faisant apparaître les groupements (ici de quatre) permettant les échanges (voir figure 4). Ces élèves échangent lorsqu'ils manquent de diamants verts.



Figure 4 : l'organisation en groupements.

D'autre part, plusieurs élèves commencent par prendre autant de diamants verts que le nombre de points obtenu sur les dés. Nous avons observé trois sous-stratégies que nous illustrons avec l'exemple suivant. Une élève qui a déjà dans son jeu un diamant jaune et deux diamants verts obtient « 4 et 3 » sur les dés (figure 5).

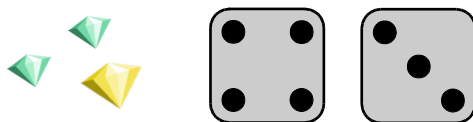


Figure 5 : Jeu à la base des illustrations des trois sous stratégies.

Deux niveaux d'échanges

Elle commence par prendre sept diamants verts puis les échange contre un diamant jaune et trois diamants verts et les ajoute à sa collection (deux diamants jaunes et cinq diamants verts). Elle échange à nouveau pour obtenir trois diamants jaunes et un diamant vert.

Un seul échange

Elle commence par prendre sept diamants verts et les ajoute à sa collection (un jaune et neuf verts). Elle fait ensuite les échanges de huit verts contre deux jaunes et aboutit à trois jaunes et un vert.

Tenir compte de sa collection et traiter les dés séparément

Par ailleurs, nous avons observé une stratégie complexe, pour laquelle l'élève tient compte de sa collection initiale. Par exemple, l'élève prend d'abord trois verts (premier dé) qu'elle complète avec un vert de son jeu pour les échanger contre un jaune. Elle prend ensuite les quatre verts (deuxième dé) qu'elle transforme en un jaune.

Stratégie 3 : travailler avec les groupements sur les dés

Percevoir les groupements sur les dés sans passer par la somme

Les élèves sont nombreux à avoir vu que lorsqu'ils obtenaient « 4 » sur un des deux dés, ils pouvaient prendre directement un diamant jaune. Bien que moins nombreux, certains ont aussi vu des groupes de quatre dans la somme des dés. Autrement dit, il n'était pas nécessaire d'avoir explicitement « 4 » sur un des deux dés pour qu'ils réalisent qu'ils pouvaient prendre un diamant jaune. Par exemple, comme nous l'avons présenté à la figure 3, en obtenant deux « 3 », certains prennent directement un diamant jaune et deux diamants verts. Finalement, quelques-uns ont pris directement un diamant bleu en obtenant deux « 6 ». C'est donc dire qu'ils arrivent à voir un groupement de deuxième ordre à travers le résultat obtenu sur les dés (encore faut-il avoir obtenu « 12 »). Toutefois, le passage du « 12 » sur les dés au diamant bleu demande souvent à l'élève de manipuler les trois diamants jaunes, c'est-à-dire que l'élève prend trois diamants jaunes du sac sans complètement les sortir pour ensuite les remettre et les remplacer par un diamant bleu. On peut y voir une certaine forme de vérification, l'élève ressentant le besoin de contrôler son calcul.

Associer un résultat à une collection précise

Dans certains cas, les élèves associent de mémoire un résultat à une collection. Par exemple, lorsque l'intervenante fait formuler les actions d'un des élèves, ce dernier finit par formuler que « 8, c'est deux jaunes ». À partir de là, dès qu'il obtient « 8 », il sait que cela correspond à deux diamants jaunes :

L'intervenante arrive et observe que Paul a cumulé des diamants verts devant lui.

Intervenante : *Qui a obtenu neuf sur les dés ?*

Paul : Moi [Paul met quatre diamants verts dans le sac et en prend un jaune].

Intervenante : *Et qu'est-ce que tu es en train de faire ? Tu es en train d'échanger tes diamants ? Comment tu as fait ?... Si tu en enlèves huit (sous-entendu de ta collection), tu dois prendre combien de jaunes ?*

Paul : *Deux.*

Intervenante : *Pourquoi ?*

Paul : *Huit c'est deux quatre.*

À partir de ce moment, dès qu'un des deux joueurs de ce binôme obtient huit, il prend deux diamants jaunes.

Décomposition après calcul du total

D'autres élèves utilisent une forme de calcul réfléchi par addition ou par soustraction pour prendre la bonne quantité de diamants. Par exemple, ayant obtenu « 9 » (« 6 et 3 » sur les dés), une élève prend successivement deux diamants jaunes et un diamant vert en disant « quatre et quatre et un ça donne neuf ». Ou encore, d'autres utilisent plutôt la soustraction « neuf moins quatre, moins quatre, il reste un ».

Les interventions ici consistent essentiellement à demander aux élèves d'expliquer ce qui leur permet de faire cette action.

Stratégie 4 : articuler le résultat des dés et sa collection de diamants

Un élève de deuxième année réussit à utiliser une stratégie qui est, selon nous, la plus complexe de toutes celles observées puisqu'elle nécessite le travail simultané sur plusieurs groupements (Bednarz & Janvier, 1984). Ce dernier articule le résultat des dés et les éléments de sa collection. Par exemple, il possède déjà une collection d'un diamant jaune et trois diamants verts, et obtient « 5 et 1 » (« 6 ») sur les dés (voir figure 6).

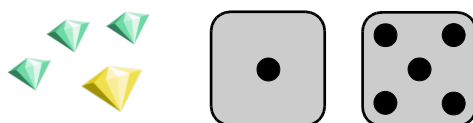


Figure 6 : *Collection de départ et résultat obtenu sur les dés.*

Il dépose ses trois diamants verts dans le sac et en retire deux diamants jaunes qu'il joint à celui qu'il avait déjà, les transforme en un diamant bleu. Son coéquipier lui remet le diamant vert qui lui manque. Il se retrouve donc avec un diamant bleu et un diamant vert.

À la figure 7, ce même élève vient d'obtenir « 10 » (deux « 5 ») sur les dés et possède déjà un diamant bleu et trois diamants verts. Sous l'œil attentif de son coéquipier, il prend deux diamants jaunes (A) en gardant sa main au-dessus du sac, il ajoute deux diamants verts de sa propre

collection (B) et dépose le tout dans le sac (C) puis retire un diamant bleu (D). Il possède donc maintenant une collection de deux diamants bleus et un vert.

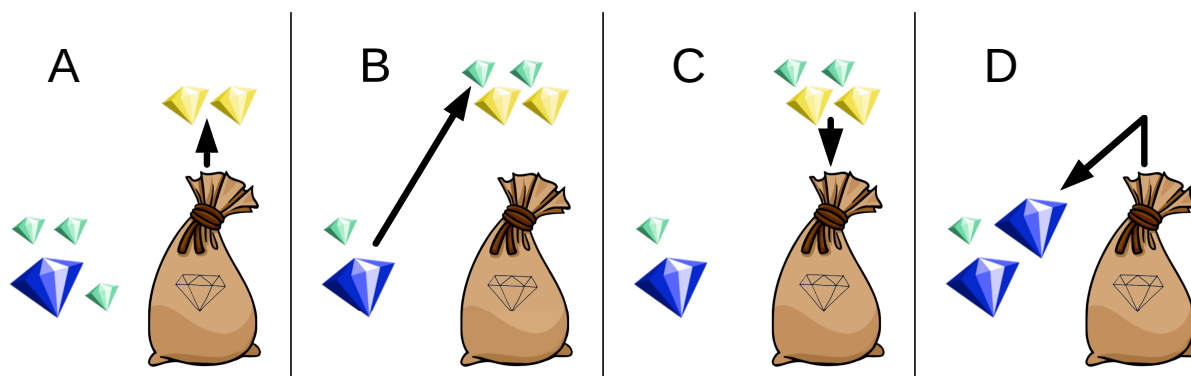


Figure 7 : Illustration de la stratégie 4 d'un élève ayant obtenu « 10 » sur les dés.

La stratégie 4 demande aux élèves de mettre en œuvre plusieurs stratégies de calcul réfléchi sur des petits nombres. On peut penser que cette stratégie deviendra de plus en plus commune au fil des semaines, peu importe la carte d'échanges.

Discussion

Le jeu des diamants s'est avéré une activité intéressante pour débiter une conversation avec les élèves à propos de certaines règles de notre système de numération, pour initier à différentes stratégies de calcul réfléchi sur les petits nombres et discuter de la notion d'échange et de valeur/quantité. Le matériel, quoique hautement symbolique, a permis aux élèves de développer des stratégies intéressantes pour faire les échanges dès la première séance. Ainsi, il leur a permis de passer du dénombrement un à un à l'utilisation de groupements par l'entremise du jeu (voir stratégies 3 et 4). Toutefois, il y a une part de contingence qui peut certainement permettre ou non l'apparition de certaines stratégies. Par exemple, avec la carte d'échanges de la figure 1, si un élève a une collection de deux diamants verts et qu'il obtient « 2 » sur les dés, il verra peut-être plus facilement qu'il peut prendre directement un jaune en remettant ses deux verts que s'il n'a jamais obtenu cette combinaison. Afin de pousser plus loin l'idée d'exploiter les groupements, on pourrait proposer aux élèves de créer eux-mêmes une carte d'échanges permettant de rendre le jeu plus simple ou plus complexe⁴. Enfin, le fait de ne pas utiliser la base dix a permis d'observer comment les élèves se débrouillaient pour faire les échanges d'un ordre à l'autre en allant au-delà de l'application d'une procédure automatisée (faire des paquets de 10 pour passer d'un groupement à l'autre).

Plusieurs variables associées au jeu peuvent favoriser l'émergence de certaines stratégies. Un nombre limité de diamants de chacune des couleurs est une variable qui peut provoquer le retour aux échanges. Ensuite, les échanges choisis pour le jeu vont permettre ou non de voir les groupements sur les dés. Dans le cas de la carte présentée à la figure 1, il est possible de voir trois groupements de quatre points lorsqu'on obtient « 12 » sur les dés (un diamant bleu), ce qui ne serait pas le cas avec une autre carte. Enfin, le type de dés est aussi une variable en jeu pour deux raisons différentes. Premièrement, l'utilisation des dés à six faces (standard) permet de visualiser les groupements sur les dés, ce qui ne serait pas possible avec des dés chiffrés. Dans ce dernier cas, la gestion de la décomposition en différents groupements devrait se faire

⁴ À cet effet, nous avons observé des élèves proposer des cartes d'échanges plus complexes (par exemple, échanger cinq diamants verts pour deux jaunes).

mentalement. Deuxièmement, il est possible de varier le nombre de faces du dé pour permettre de travailler avec d'autres groupements. Par exemple, avec deux dés à dix faces et la carte d'échanges de la figure 1, un élève pourrait prendre directement un diamant bleu et deux diamants jaunes lorsqu'il obtient vingt.

La compréhension de notre système de numération écrit, de sa structure et des règles qui le régissent est un enjeu majeur de l'apprentissage des mathématiques dans les classes du 1^{er} cycle du primaire (équivalent à CP et CE1). Cette compréhension aura des répercussions sur toute la scolarité, en particulier lorsque l'élève sera initié aux algorithmes écrits, à l'algèbre, voire à la preuve (par exemple pour les critères de divisibilité). Comprendre la structure de notre système de numération, c'est être en mesure de travailler avec les groupements de différents ordres. C'est aussi être en mesure de les exploiter pour effectuer des calculs réfléchis. Ceci va au-delà de l'écriture chiffrée et du calcul posé.

Références bibliographiques

- Bednarz, N. & Janvier, B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage ; une stratégie didactique cherchant à favoriser sa compréhension. *Grand N*, 33, 5-31.
- Bednarz, N. & Poirier, L. (2002). *Banque de jeux pour l'apprentissage des mathématiques au primaire*. Montréal : Modulo.
- Corriveau, C. & Jeannotte, D. (2015). L'utilisation du matériel de mathématique en classe de mathématiques au primaire : quelques réflexions sur les apports possibles. *Bulletin AMQ*, 55(3), 32-49.
- Charnay, R., Douaire, J., Guillaume, J.-C., Valentin, D., Hubert, C. & Nonnon, É. (1995). *Chacun, tous... différemment ! Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages*. Paris : INRP.
- Eysseric, P. (1999). Des jeux et des mathématiques de la maternelle au CM2. *Bulletin APMEP*, 420, 5-14.
- Houdement, C. & Tempier, F. (2015). Teaching numeration units: why, how and limits. In Xuhua Sun, Berinderjeet Kaur and Jarmila Novotná. (Eds) *Conference Proceedings of ICMI Study 23: Primary Mathematics Study on Whole Numbers*. Macau. 99-106.
- Jeannotte, D. & Corriveau, C. (2016). Analyse de l'utilisation d'un matériel symbolique en troisième année du primaire : raisonnement mathématique et accompagnement. *Actes du 47^e colloque du GDM*. Université de Sherbrooke.
- Koudogbo, J., Giroux, J. & René De Cotret, S. (2013). Portrait actuel des connaissances d'élèves du second cycle de l'ordre primaire au regard de celui des élèves issus de la génération de l'approche par objectifs. Dans L. Bacon (dir.) *Expériences mathématiques uniques et multiples : Actes du 45^e colloque du GDM*, 71-81. Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Val-d'Or.
- Moulin, M. (2010). Mathématiques et Récits : Des textes de fiction pour « bien lire » des énoncés de problèmes de mathématiques en classe de CM2. *Grand N*, 86, 33-57.

- Nantais, N. (1991). L'analyse d'erreurs appliqués aux algorithmes arithmétiques. *Instantanés mathématiques*, vol. XXVII, 5-11.
https://www.amq.math.ca/wp-content/uploads/instantanes-math/Vol_XXVII_no_5_1991_mai_pages_5_11.pdf (consulté le 06/10/19).
- Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire. Notes didactiques*. Montréal : ERPI.
- Rodriguez, A. (2010). *Un projet pour... associer jeux et apprentissages*. Paris : Delagrave.
- Tempier, F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N*, 98, 67-90.
- MELS (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport) (2009). *Progression des apprentissages en mathématiques au primaire. Programme de formation de l'école québécoise*. Gouvernement du Québec : Québec.