
« DES POINTS PARTOUT » : UNE ANALYSE DU TRAVAIL DES ÉLÈVES EN TERMES DE LA STRUCTURE DE L'ATTENTION

Stéphane FAVIER¹

FPSE, Université de Genève, Suisse

Marina DE SIMONE²

FPSE, Université de Genève, Suisse

Résumé. Dans cet article, nous analysons le travail de deux élèves d'une classe genevoise de 2P (5-6 ans) impliqués dans le problème « Des points partout » des nouveaux moyens d'enseignement romands³. Pour le recueil des données, nous avons équipé les élèves avec des caméras embarquées. Cela nous a permis d'avoir accès à des observables que nous n'aurions pas eu avec une caméra fixe : mouvements d'avancée ou de recul de tête, gestes, *etc.* Ceci nous a conduits à utiliser le cadre théorique de la structure de l'attention proposé par Mason, qui nous informe sur les formes de l'attention que les élèves activent et sur la manière dont ils les articulent pendant leur activité mathématique. Le but de cet article est d'analyser le travail des élèves lors de ce problème en nous focalisant en particulier sur les formes de l'attention qui permettent aux élèves de réussir le problème « Des points partout ».

Mots-clés. Résolution de problèmes ; stratégie « ajustements d'essais successifs » ; attention ; caméra embarquée.

Introduction

En Suisse romande, le Plan d'Études Romand (PER) est le document qui définit ce que les élèves doivent apprendre durant leur scolarité obligatoire. Pour le mettre en œuvre, l'institution propose pour chaque niveau scolaire un ensemble de documents officiels, que l'on appelle les moyens d'enseignements romands (MER). La particularité de ces moyens est qu'ils constituent une réserve de problèmes organisés selon cinq axes thématiques : Espace, Nombres, Opérations, Grandeurs et mesures, Recherche et stratégies, mais ne donnent pas des pistes prescriptives sur comment mettre en œuvre ces problèmes dans les classes. En 2018, ces MER ont été actualisés dans le canton de Genève pour les niveaux 1P-2P (élèves de quatre à six ans). Suite à l'introduction de ces nouveaux MER, une formation continue d'enseignants du primaire du canton de Genève a été mise en place. Un des volets de cette formation repose sur des capsules vidéos présentant certains problèmes nouveaux ou emblématiques de ces nouveaux moyens. Les problèmes choisis pour les capsules recouvrent tous les axes thématiques des MER. Ces capsules vidéos ont été élaborées par l'équipe de didactique des mathématiques de Genève (DiMaGe) en collaboration avec douze enseignantes volontaires du primaire et la coordinatrice de discipline pour les mathématiques. Les six capsules réalisées présentent à la fois des mises en œuvre possibles des problèmes ainsi que le travail des élèves des classes dans lesquelles nous avons

¹ stephane.favier@unige.ch

² marina.desimone@unige.ch

³ La page d'accueil des nouveaux moyens d'enseignement romands est disponible à l'adresse : <http://www.plandetudes.ch/web/mer>

mené les expérimentations.

Le choix du problème « Des points partout⁴ » (CIIP⁵) est en lien avec la thèse⁶ en cours du premier auteur⁷. Le sujet de cette thèse porte sur le travail de recherche des élèves en résolution de problèmes dans le cas où la résolution de problème constitue l'objet de l'apprentissage. Parmi les problèmes expérimentés dans le cadre de la formation, le problème « Des points partout » est le seul qui ne vise pas l'apprentissage d'une notion mathématique précise. Son objectif est « résoudre un problème en utilisant la stratégie ajustements d'essais successifs ». Précisons que cette stratégie est définie dans les MER comme la stratégie qui

consiste à faire des essais pour tester une solution puis, en fonction des résultats obtenus, à faire de nouveaux essais. Contrairement au simple tâtonnement, les essais sont fonction des résultats précédents et ne sont pas totalement le fruit du hasard. Si l'on procède au hasard, on a très peu de chance de trouver la solution (CIIP, 2018).

Pour filmer les élèves ou les groupes d'élèves au travail, nous avons utilisé des caméras embarquées. Cela nous a permis d'avoir accès au travail des groupes avec un point de vue subjectif. Nous nous sommes alors interrogés sur la façon dont nous pouvons rendre compte de ces aspects des données d'observations et cela nous a conduits à utiliser un cadre d'analyse développé par Mason (2003), qui repose sur la structure de l'attention.

L'objectif de cet article est de rendre compte de ce point particulier de notre travail sur le problème cité. Ainsi, après avoir présenté le problème « Des points partout », nous explicitons le cadre théorique de la structure de l'attention ; cela nous permet de formuler, dans les termes de ce cadre, nos questions de recherche. Nous détaillons ensuite la méthodologie mise en place pour mener cette recherche. Par la suite, nous analysons des extraits de l'activité mathématique de deux élèves avant de présenter nos conclusions.

I. « Des points partout »

1. Description

Le matériel principal utilisé dans ce problème est le « Géoplan », qui est une plaque en plastique de 15 cm par 15 cm sur laquelle se trouvent 5 rangées de 5 picots (figure 1) et sous laquelle on peut disposer une feuille donnant une couleur à certains picots (ici jaune, rouge ou vert).

Ces picots servent à accrocher un élastique. L'enjeu du problème consiste à trouver comment poser l'élastique pour qu'il respecte un certain nombre de règles. L'élastique doit donc :

- passer par tous les picots jaunes,
- encercler (sans toucher) tous les picots rouges,
- laisser à l'extérieur (sans toucher) tous les picots verts.

⁴ Les auteurs ne sont pas les concepteurs de ce problème.

⁵ Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique (2018). <http://www.ciip-esper.ch>

⁶ Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'un projet financé par le Fonds National Suisse et mené par l'équipe DiMaGe. Ce projet s'intitule : « La résolution de problèmes comme objet ou moyen d'enseignement au cœur des apprentissages dans la classe de mathématiques : un point de vue fédérateur à partir d'études dans différents contextes » Subside n° 100019_173105/1.

⁷ Les auteurs font partie de l'équipe DiMaGe, ont mené les expérimentations sur le problème « Des points partout » et ont réalisé la capsule correspondante.

La ressource « Des points partout » propose différentes planches en les classant par niveau de difficulté sans expliciter sur quels critères ce classement repose. Pour « colorer » les picots transparents du *Géoplan*, les enseignantes impliquées dans cette recherche ont utilisé ces planches de jeu qu'elles ont disposées sous le *Géoplan*.



Figure 1 : Le Géoplan.

2. Variables didactiques et stratégies

Dans cette section, nous discutons les variables didactiques du problème « Des points partout » et nous présentons, selon les différentes valeurs attribuées à ces variables, les stratégies que les élèves peuvent mettre en œuvre.

a. Le nombre de couleurs sur la planche

La présence d'une, deux ou trois couleurs influence sur le nombre de règles donc sur le nombre de contraintes à respecter. Toutes les planches proposées par la ressource présentent au moins un picot de chaque couleur donc les élèves seront amenés à gérer les trois couleurs.

b. La tension de l'élastique

Durant leur recherche, les élèves peuvent avoir à disposition différents élastiques de différentes tensions, ou bien un seul, préparé à l'avance par l'enseignant, dont la tension est adaptée à la planche. Dans le premier cas, les élèves devront choisir l'élastique et prendre l'initiative de le changer si besoin. Ainsi, certaines configurations de l'élastique risquent d'être bloquées si ce dernier est trop « court ». Inversement, si l'élève travaille avec un élastique trop détendu, sa recherche l'amène à utiliser des picots plus éloignés pour accrocher et tendre l'élastique, picots qu'il ne souhaitait pas forcément utiliser *a priori*.

c. Le croisement de l'élastique

Cette variable est particulièrement importante dans la mesure où autoriser les croisements permet, entre autres, d'utiliser un même picot plusieurs fois. À l'inverse, interdire les croisements contraint les élèves à chercher un autre picot encore libre, ou à modifier le parcours déjà réalisé pour libérer le picot convoité.

d. Les règles du jeu

Les élèves peuvent ou non disposer d'une fiche récapitulant les règles du jeu. Dans l'affirmative, l'ordre de présentation des couleurs sur la fiche constitue une variable didactique supplémentaire. En effet, si les élèves utilisent cette fiche, elle est susceptible d'induire un ordre dans le traitement des picots que ce soit lors de la validation ou de la recherche. Par exemple, un

élève qui utilise une fiche sur laquelle les couleurs sont présentées dans l'ordre jaune, rouge, vert, peut commencer à accrocher l'élastique sur les picots jaunes avant de traiter les rouges ou les verts.

e. Le nombre de picots de chaque couleur et leurs positions relatives

Ce sont les différentes configurations proposées sur les planches de jeu qui vont permettre de modifier les différentes valeurs de ces variables et induire des stratégies différentes.

Les élèves peuvent mettre en œuvre principalement deux stratégies⁸. Nous appelons « stratégie par couleur » la stratégie de base pour ce problème. Dans ce cas, les élèves peuvent poser l'élastique de telle sorte qu'il respecte la règle associée à une des couleurs, puis l'ajuster de manière à respecter la règle relative à une deuxième couleur et enfin l'ajuster pour que la règle correspondant à la dernière couleur soit respectée. Dans le cas où cette stratégie se révèle inefficace, autrement dit si les élèves repèrent un picot qui n'est pas conforme aux règles, ils peuvent surmonter cette difficulté en mettant en œuvre une « stratégie par zone ». Cela peut se traduire par des ajustements au niveau local, c'est-à-dire qu'une solution est obtenue grâce à des ajustements dans la zone qui contient le problème repéré. Donc, il s'agit de déplacer la partie de l'élastique concernée par le problème à régler sans toucher au reste du tracé. Toutefois, certaines configurations résistent à ce type d'ajustements et vont provoquer des ajustements au niveau global. Pour espérer trouver une solution, sans réinitialiser la recherche, il est nécessaire d'intervenir aussi sur les zones non concernées directement par le problème relevé. Une partie du tracé de l'élastique, potentiellement correcte *a priori*, devra être remise en question et modifiée pour permettre de régler le problème identifié.

Évidemment, c'est une combinaison de ces différentes stratégies que nous risquons d'observer. Les raisonnements des élèves peuvent être matérialisés par la succession des différentes configurations de l'élastique mais aussi par d'éventuels échanges langagiers pendant l'action (langage pour soi, échanges entre pairs ou avec l'enseignant).

II. Cadre théorique

Rappelons que nous nous intéressons au raisonnement mis en œuvre par les élèves dans la résolution de ce problème. Le raisonnement mathématique est un processus complexe auquel il est impossible d'avoir accès dans sa globalité. Néanmoins, Boavida et *al.* (2012) ont mis en évidence le lien entre le raisonnement mathématique et les formes particulières de l'attention en particulier en résolution de problèmes. Comme nous l'avons dit dans notre introduction, le fait d'avoir filmé les élèves par le biais de caméras embarquées nous a amenés à nous intéresser de plus près à ce cadre théorique pour enrichir nos analyses sur le raisonnement des élèves du point de vue des différentes formes de l'attention mobilisées par les élèves.

1. La structure de l'attention

Mason (2008) définit l'« attention » comme la manifestation de la volonté, de l'intention. L'attention ne peut pas être observée directement mais nous pouvons inférer des éléments sur l'attention portée par un sujet à travers l'observation de ses actions. Il affirme que le raisonnement mathématique demande l'activation de formes particulières de l'attention (Boavida et *al.*, 2012). Notamment, l'auteur s'intéresse à l'analyse du focus de l'attention d'un sujet lors de la résolution de problèmes de mathématiques. Pour lui, il ne s'agit pas seulement d'identifier

⁸ Voir Favier (2018) pour une analyse plus détaillée des différentes stratégies.

sur quoi porte l'attention d'un sujet mais de chercher *comment* il la porte. Pour cela, Mason (2003, 2008) décline cinq formes différentes de l'attention : *regarder l'ensemble* (« *gazing at the whole* ») ; *discerner les détails* (« *discerning details* ») ; *reconnaître des relations* (« *recognizing relationships* ») ; *percevoir des propriétés* (« *perceiving properties* ») ; *raisonner sur la base de propriétés spécifiques* (« *reasoning on the basis of specified properties* »).

Regarder l'ensemble revient à « observer » dans la globalité sans se focaliser sur quelque chose en particulier. Selon Mason, c'est par exemple regarder le dessin d'une figure géométrique comme un tout, sans encore bien savoir sur quel élément on va travailler.

Discerner les détails se réfère à l'acte de distinguer des détails qui peuvent être considérés et traités comme des entités à part entière. Dans la figure 2 (Mason, 2008), on peut porter son attention en discernant certains détails de cette bande : elle est constituée de carrés alignés ; certains carrés sont grisés d'autres sont blancs ; les cinq carrés semblent identiques ; *etc.*



Figure 2 : L'exemple de la bande.

Reconnaître des relations correspond à la recherche et à l'identification de relations à partir des détails discernés. Ces relations sont caractérisées par le fait d'être ancrées dans le particulier. Dans l'exemple précédent, c'est la relation entre 2, 3 et 5 qui est essentielle. Nous pourrions par exemple formuler les relations suivantes : trois carrés sur cinq sont grisés ou deux carrés sur cinq sont blancs. De manière plus formelle, en prenant la bande complète pour unité, les $\frac{3}{5}$ de la bande sont grisés ou les $\frac{2}{5}$ sont blancs.

Percevoir des propriétés : lorsqu'un sujet est conscient d'une possible relation et qu'il cherche des éléments pour la renforcer/confirmer, il perçoit une propriété. Les relations particulières sont considérées, donc, comme des exemples de propriétés générales, autrement dit les relations particulières sont des instanciations de propriétés. Dans l'exemple de la bande, un élève perçoit une propriété relative aux fractions entre 2, 3 et 5 s'il cherche et trouve d'autres relations particulières venant alimenter cette propriété. Pour $\frac{5}{3}$, il s'agirait de considérer que l'unité est formée par les trois carrés gris, la bande complète correspond ainsi aux $\frac{5}{3}$ de l'unité.

Raisonner sur la base de propriétés spécifiques se réfère à l'utilisation des axiomes, des théorèmes, des définitions ou des propriétés perçues pour la construction du raisonnement mathématique.

En présentant et en illustrant ainsi les différentes formes de l'attention, on pourrait laisser croire qu'elles interviennent selon un ordre stable. Mason considère au contraire qu'elles se succèdent rapidement et sans ordre particulier.

2. Questions de recherche

À la lumière de ce cadre théorique, nous allons décrire et analyser les raisonnements mis en œuvre par les élèves, lorsqu'ils cherchent le problème « Des points partout », en termes des différentes formes de l'attention. Nos questions de recherche initiales peuvent dès lors se

formuler ainsi : Quelles formes de l'attention sont mobilisées par les élèves au cours de leur recherche du problème « Des points partout » ? Peut-on établir un lien entre ces formes de l'attention mobilisées et la réussite/l'échec du problème ?

III. Méthodologie de recherche

1. Contexte de la recherche

Nous avons expérimenté le problème « Des points partout » dans le cadre de la préparation d'une formation continue adressée aux enseignants du cycle 1 à Genève. Nous avons observé le déroulement de ce problème dans deux classes différentes d'une école primaire genevoise : une classe de 1P (4-5 ans) et une autre de 2P (5-6 ans). La classe de 1P était constituée de 12 élèves et celle de 2P de 19. Dans cet article, nous nous focalisons sur l'activité mathématique de deux élèves de 2P. Dans cette classe, les élèves avaient une certaine familiarité avec le matériel prévu pour ce problème, car l'enseignante avait déjà consacré plusieurs séances à sa découverte et à l'introduction du problème. En particulier, les élèves avaient déjà manipulé le *Géoplan*, les élastiques de différentes tailles et couleurs en partageant un vocabulaire commun pour s'y référer dans la suite du travail. Ensuite, avant de passer au problème à proprement parler, les élèves ont reproduit sur le *Géoplan*, à partir d'un dessin sur papier, des figures formées par des traits colorés selon les couleurs des élastiques prévus dans le problème. Puis, en utilisant le tableau blanc interactif (TBI), l'enseignante a expliqué les règles du problème. À cette occasion, avant de mettre les élèves au travail individuel, l'enseignante a commis volontairement une erreur dans le tracé d'une des planches afin de pouvoir vérifier avec les élèves la compréhension de l'objectif et des consignes du problème.

Le jour de notre observation, les élèves ont travaillé sur les planches du niveau 4 (niveau estimé le plus difficile par la ressource). Dans cette séance de 45 *min* environ se sont succédé des moments de travail individuel, des moments de mise en commun au TBI et une partie finale de travail en binôme. Dans cet article, nous allons analyser des extraits du travail individuel de deux élèves, Léa et Fanny.

2. Méthode de recueil et de traitement des données

Un maximum d'élèves étaient équipés de caméras de type *GoPro* fixées sur la tête, ce qui nous a permis d'avoir accès aux mouvements d'avancée ou de recul de la tête ou encore aux différents gestes de pose ou d'ajustement de l'élastique. C'est à partir de la conjugaison de ces données que nous inférons des éléments de l'attention portée par l'élève sur le travail qu'il est en train d'effectuer. Nous disposons de six caméras embarquées. Elles ont été attribuées à six élèves de niveau hétérogène désignés par l'enseignante.

De plus, nous avons installé une caméra fixe pour avoir une vision globale de la classe pendant les moments de travail individuel mais, surtout, pendant les moments de mise en commun autour du TBI.

Ensuite, les vidéos ont été transcrites pour le traitement de données. En particulier, les vidéos des caméras *GoPro* ont été segmentées grâce au logiciel *Elan*⁹. La fonction de segmentation offerte par *Elan* permet de marquer la vidéo en définissant les moments où l'élève est en train de réaliser une « action ». Nous avons fait correspondre une « action » de l'élève à chaque manipulation

⁹ Logiciel ELAN, version 5.3 (The Language Archive, 2000). <https://tla.mpi.nl/tools/tla-tools/elan/download/>

effectuée sur l'élastique. Ensuite, nous avons analysé le travail de l'élève de manière très fine, afin de reconstituer toutes les configurations successives de l'élastique qui constituent chaque essai. C'est ce type d'analyse que nous présentons dans la section suivante.

IV. Analyse des données

Pour rendre compte de façon succincte de nos analyses, nous faisons le choix de confronter la réussite et l'échec chez un même élève (sur des planches de jeu différentes) et pour une même planche (pour des élèves différents). C'est pourquoi nous proposons l'analyse de la recherche faite par deux élèves, Léa et Fanny, sur deux planches de jeu différentes (figures 3 et 4).

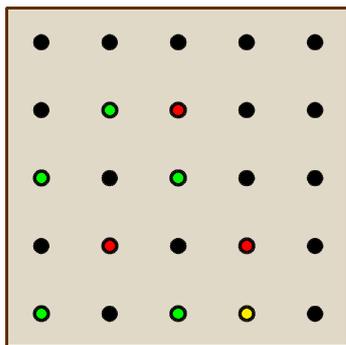


Figure 3 : 3^e planche du niveau 4.

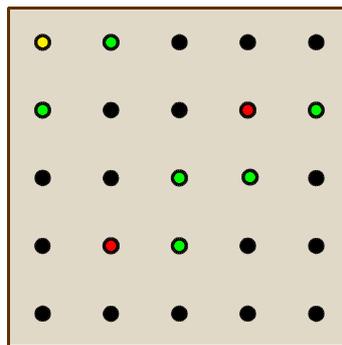


Figure 4 : 2^e planche du niveau 4.

Aucun élément langagier n'étant ressorti pendant l'action, nos analyses du raisonnement de ces deux élèves s'appuient sur leurs gestes et la succession des configurations de l'élastique. Dans la mesure où ces élèves ont déjà réussi les trois premiers niveaux du problème, nous supposons qu'ils ont bien intégré les règles et que leurs modes d'actions sont cohérents. Nous interprétons donc chaque mouvement de l'élastique comme l'intention de respecter au moins une règle.

Dans la suite, « ajustement » désigne le passage d'une certaine configuration de l'élastique à la suivante. Un « essai » désigne la succession des ajustements compris entre la pose de l'élastique et soit la fin de la recherche (réussite de la planche), soit l'enlèvement de l'élastique.

Confrontée à la dernière planche de jeu du niveau 4 (la plus difficile selon la ressource, figure 3), Léa réussit au troisième essai. Ensuite, cette élève reste bloquée, sans parvenir à une solution, sur une autre planche de jeu du niveau 4 (figure 4). Pour cette même planche, Fanny trouve une solution au premier essai, après quelques ajustements.

Pour rendre compte des essais des élèves, nous avons choisi d'illustrer chaque ajustement par une photo et une rapide description placée en légende. Chaque série de photos est complétée par un texte qui analyse le raisonnement en termes de la structure de l'attention¹⁰. Dans un souci de clarté, nous avons codé les picots utilisés pour décrire et analyser le travail des élèves par une lettre (l'initiale de la couleur ou « P » pour les picots non colorés) et un nombre (dans l'ordre de lecture, de gauche à droite puis de haut en bas). Ainsi, par exemple, R_3 désignera le troisième picot rouge de la planche.

Dans les légendes des photos qui illustrent les configurations de l'élastique, la conjonction « et », par exemple dans « faire sortir V_1 et R_1 », correspond à une conséquence (le geste qui fait sortir

¹⁰ Dans les parties relatives à l'analyse du travail des élèves, le lecteur trouvera les différentes formes de l'attention, identifiées par Mason, indiquées entre parenthèses et marquées en italique.

V_1 fait aussi sortir R_1) et non à une autre action.

1. Analyse de la recherche sur la première planche

Pour faciliter la lecture de l'analyse, nous avons nommé les picots (figure 5).

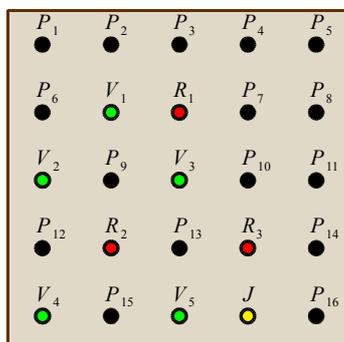


Figure 5 : Planche 1 numérotée.

a. Premier essai

Voici comment Léa commence sa recherche :

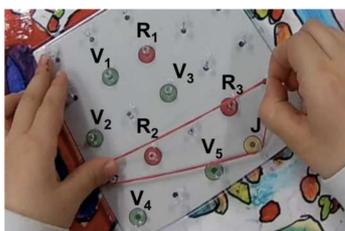


Figure 6 : Léa commence par le jaune.



Figure 7 : Elle agrandit la zone encadrée par l'élastique.

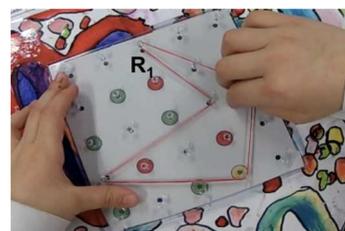


Figure 8 : Elle fait sortir V_3 et aussi R_1 .

Dans ce premier passage (figure 6), l'observation des gestes de Léa peut donner lieu à deux hypothèses différentes. Soit cette élève raisonne sur la base de la règle du jeu qui concerne les picots jaunes (*Raisonnement sur la base de propriétés¹¹ spécifiques*) et, à partir de là, elle distingue le détail « picot jaune » sur la planche (*Discerner les détails*), soit elle se focalise sur le picot jaune de la planche (*Discerner les détails*) et, à partir de là, elle raisonne sur la base de la règle qui concerne les picots jaunes (*Raisonnement sur la base de propriétés spécifiques*). Pour passer à la configuration en figure 7, Léa semble avoir une vision plus globale au niveau des picots rouges qui lui permet de tous les englober. Enfin, pour passer à la configuration montrée en figure 8, soit Léa repère V_3 (*Discerner les détails*) puis raisonne à partir de la règle qui concerne les picots verts (*Raisonnement sur la base de propriétés spécifiques*), soit elle raisonne sur la base de la règle qui concerne les picots verts (*Raisonnement sur la base de propriétés spécifiques*) puis elle recherche les picots verts qui ne respectent pas cette règle (*Discerner les détails*) pour les faire sortir de l'élastique. Cette manipulation comporte inévitablement la sortie de R_1 de la zone encadrée par l'élastique.

Ensuite, Léa procède de la façon suivante :

¹¹ Dans ce contexte, nous considérons que les règles du jeu constituent des propriétés sur lesquelles les élèves vont baser leur raisonnement.

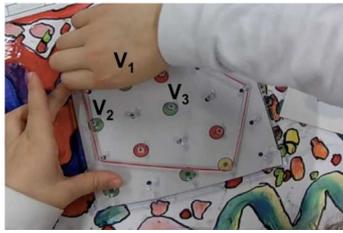


Figure 9 : Léa fait rentrer R_1 et aussi V_1 , V_2 et V_3 .

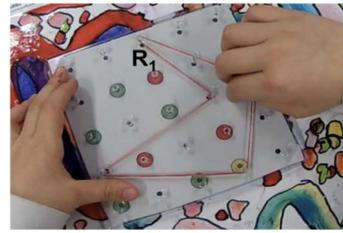


Figure 10 : Elle fait sortir V_1 , V_2 , V_3 et aussi R_1 .



Figure 11 : Elle fait rentrer R_1 et aussi V_1 .

Pour passer de la figure 8 à la figure 9, elle repère que R_1 n'est pas conforme aux règles (*Discerner les détails*) et elle active cette même forme de l'attention pour passer de la figure 9 à la figure 10 en se concentrant sur V_1 , V_2 et V_3 , puis procède de la même façon de la figure 10 à la figure 11 en se focalisant sur R_1 . Enfin, elle enlève l'élastique, pour réinitialiser sa recherche.

Dans ce premier essai, de façon générale, nous pouvons affirmer que l'attention de Léa reste focalisée sur des détails qu'elle considère séparément. En faisant sortir les picots verts, elle fait aussi sortir les picots rouges. Ceci est la conséquence de la disposition des picots : une action faite sur un picot engendre des effets sur d'autres. Ainsi, cette manière de porter l'attention n'est pas suffisante pour réussir la planche en question.

b. Deuxième essai

Dans son deuxième essai, Léa suit, dans l'ensemble, le même raisonnement qu'au premier essai, mais elle commence aussi à mettre en relation des éléments qu'elle vient de distinguer. Pour ce deuxième essai, nous mettrons en lumière seulement les passages significatifs de son travail pour mieux saisir les différences avec sa première tentative.

Ci-dessous, les configurations initiales de son deuxième essai :



Figure 12 : Léa commence par le jaune.



Figure 13 : Elle agrandit la zone encerclée par l'élastique.



Figure 14 : Elle fait rentrer R_1 et sortir V_1 .

Léa pose l'élastique sur le picot jaune (figure 12), puis, dans la figure 13, elle agrandit la zone encerclée par l'élastique en essayant de « modeler » avec ses doigts l'élastique de telle sorte qu'il « serpente » entre R_1 et V_3 . Les contraintes spécifiques du milieu matériel imposées par l'élastique font que ce geste n'aboutit pas à un résultat correct. En effet, l'élastique touche les picots R_1 et V_3 . Néanmoins, ce geste nous indique qu'elle établit une relation entre les deux picots R_1 et V_3 (*reconnaître des relations*). Elle refait le même geste dans le 8^e ajustement (figure 14) entre R_1 et V_1 (*reconnaître des relations*) sans plus de succès. Enfin, elle enlève l'élastique, pour recommencer une deuxième fois.

Dans ce deuxième essai, l'attention de l'élève reste focalisée *sur des détails* que cette fois-ci elle

commence à mettre en relation. Toutefois, ce n'est pas encore suffisant pour réussir la planche en question.

c. Troisième essai

Dans son troisième essai, Léa démarre ainsi sa recherche :



Figure 15 : Léa sépare V_1 et R_1 .



Figure 16 : Elle fait toucher J .

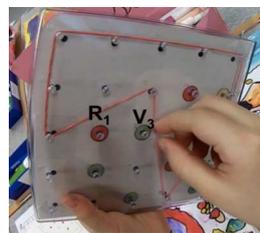


Figure 17 : Elle fait sortir V_3 et aussi R_1 .

Dans cet essai, Léa a réussi à séparer V_1 et R_1 à son troisième ajustement. Puis, guidée par le fait que le picot jaune J est à l'extérieur de l'élastique (*discerner les détails*, figure 15), elle fait en sorte de faire passer l'élastique par J (figure 16). Dans le passage de la figure 16 à la figure 17, elle se concentre sur V_3 (*discerner les détails*) et elle essaie de le faire sortir de l'élastique mais l'ajustement qu'elle réalise oblige R_1 à sortir de l'élastique.



Figure 18 : Léa sépare V_1 et R_1 (R_1 touche).



Figure 19 : Elle sépare V_1 et R_1 (V_3 rentre).



Figure 20 : Elle fait sortir V_3 et réussite.

Au 8^e ajustement (figure 18), Léa a réussi à séparer V_1 et R_1 , mais l'élastique passe par R_1 , ce que Léa repère (*discerner les détails*). Cela va guider le passage de la figure 18 à la figure 19, dans laquelle on voit que R_1 ne touche plus l'élastique et est bien à l'intérieur, mais V_3 se trouve lui aussi à l'intérieur de l'élastique. En discernant de nouveau le détail du picot V_3 , Léa arrive à le faire sortir de l'élastique sans engendrer d'autres problèmes ailleurs et à réussir, ainsi, la planche de jeu (figure 20).

Dans ce dernier essai, elle réussit seulement en *discernant des détails*, sans les mettre vraiment en relation. Dans ce cas, cette stratégie marche car la planche de jeu le permet, mais elle se révélera insuffisante pour des planches différentes, comme nous allons le montrer pour la planche 2 (figure 21).

2. Analyse de la recherche sur la deuxième planche

Voici la planche (figure 21) sur laquelle nous allons successivement analyser le travail de Léa puis de Fanny. Nous avons là aussi codé la planche de jeu (figure 22).

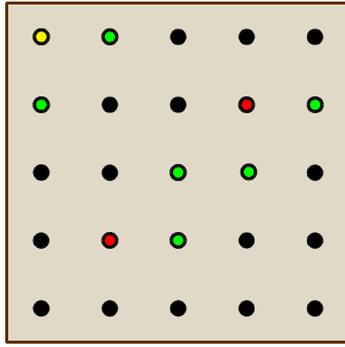


Figure 21 : Planche 2.

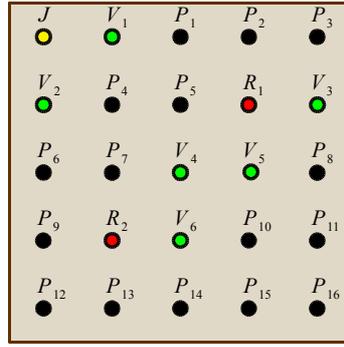


Figure 22 : Planche 2 numérotée.

a. Le travail de Léa

La recherche de Léa démarre comme suit :



Figure 23 : Léa commence par J.



Figure 24 : Elle encercle R_1 .



Figure 25 : Elle fait sortir V_3 .

Comme pour la planche précédente, Léa commence par poser l'élastique sur le picot jaune (figure 23). Ensuite, elle discerne R_1 (*discerner les détails*) et elle déplace l'élastique pour l'entourer (figure 24). Puis elle se focalise sur V_3 (*discerner les détails*) qui devrait être à l'extérieur de l'élastique, ce qui conduit à la configuration de la figure 25, pas encore satisfaisante car V_3 , notamment, touche l'élastique. Donc l'élève continue sa manipulation de la façon suivante :



Figure 26 : Léa fait sortir V_3 sans le faire toucher.



Figure 27 : Elle fait rentrer R_2 .



Figure 28 : Elle fait sortir V_4 .

Elle parvient à une solution locale pour R_1 et V_3 (figure 26), soit après les avoir mis en relation (*reconnaître les relations*), soit en se focalisant sur V_3 (*discerner les détails*) et en appliquant la règle pour les picots verts. Ensuite, elle repère R_2 et ajuste pour le faire rentrer dans l'élastique (figure 27). Le discernement de V_4 à l'intérieur de l'élastique (*discerner les détails*) l'amène à le faire sortir, comme montré en figure 28.

seule solution est de passer l'élastique sur le picot P_5 . Ensuite, pour laisser le rouge R_1 à l'intérieur, on passe par P_2 pour arriver à P_8 . À partir de là, il n'y a plus aucun moyen de continuer la recherche en respectant toutes les règles. Ainsi, en commençant avec le segment bleu foncé $[JP_4]$ de la figure 34, on arrive dans une situation de blocage que seule une mise en relation entre certains picots du *Géoplan* peut résoudre. Par exemple, libérer P_5 est impossible car il n'y a pas d'autre solution pour exclure V_1 . La seule alternative est de libérer P_4 (par exemple en utilisant le picot P_7) pour relier P_4 avec P_2 . Ces mises en relation amènent l'élève à remettre en cause le début en bleu foncé, alors qu'il respecte bien les règles.

C'est la même logique qui opère sur les figures 36 et 37.

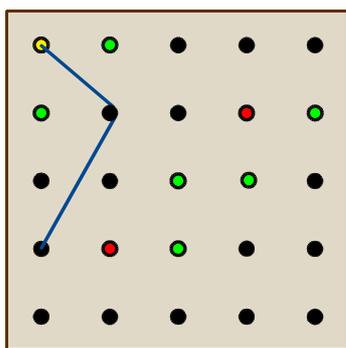


Figure 36 : Trajet « bloquant » 2.

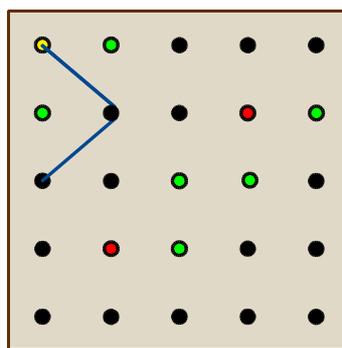


Figure 37 : Trajet « bloquant » 3.

L'analyse de ces deux exemples nous montre qu'activer le *discernement de détails* comme seule forme de l'attention ne permet pas à Léa de mettre en relation des « picots stratégiques pour cette planche ». De ce fait, elle ne remet pas en question le début de sa recherche représentée par le segment bleu foncé $[JP_4]$ de la figure 34, conduisant à un blocage dont elle ne peut pas se sortir.

b. Le travail de Fanny¹³

La première recherche de Fanny aboutit à la solution représentée en figure 38.



Figure 38 : Première solution de Fanny.

Comme cette solution est obtenue par un croisement de l'élastique, elle a été rejetée par l'enseignante. Puis, Fanny se lance dans un deuxième essai. Après trois ajustements, l'élastique est à nouveau dans une configuration croisée. Elle le retire puis réinitialise sa recherche en posant l'élastique sur la dernière rangée du bas $[P_{12}P_{16}]$ (figure 40).

¹³ Pour l'analyse du travail de Fanny, nous décrivons et interprétons les actions faites par l'élève sur le début de sa recherche sans les illustrer à travers des images car la qualité de la vidéo ne le permet pas.

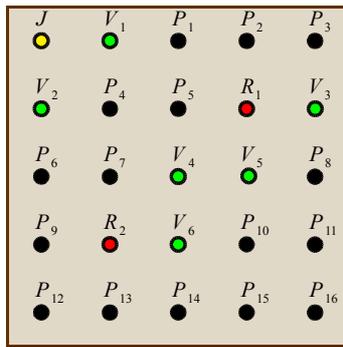


Figure 39 : Planche 2 numérotée.

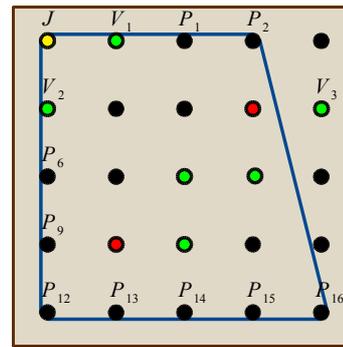


Figure 40 : Configuration reconstituée.

Elle repère alors le picot jaune de la planche (*discerner les détails*) et elle tire l'élastique de manière à le bloquer en P_2 puis en J (figure 40). Cette opération fait rentrer tous les picots verts sauf V_3 . Ensuite, Fanny saisit l'élastique (sans le déplacer) entre l'index et le pouce de la main gauche au niveau de P_6 et, en même temps (sans le déplacer), avec l'index et le pouce de la main droite au niveau de V_1 . Elle continue sa recherche de la façon suivante :

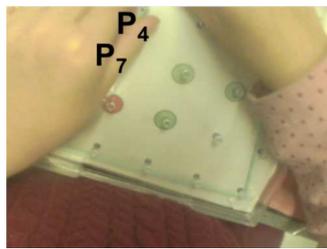


Figure 41 : Fanny pose sur P_4 .

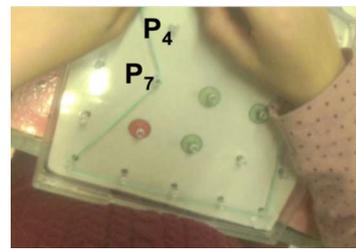


Figure 42 : Elle déplace sur P_7 .

Elle cherche à faire sortir d'abord V_2 (figure 39) (*discerner les détails*). Pour cela, avec la main gauche, elle fait passer l'élastique sur P_4 (figure 41), puis amorce un déplacement de la main droite mais qu'elle ne réalise pas. Elle marque un temps d'arrêt avant de faire descendre l'élastique de P_4 à P_7 (figure 42) avec la main gauche. Nous interprétons ce temps d'arrêt et cette hésitation avec la main droite comme la mise en relation de deux relations reconnues :

- P_4 peut servir à extraire V_2 ;
- P_4 peut servir à extraire V_1 .

Mais le fait de déplacer l'élastique de P_4 à P_7 pour extraire V_2 et permettre de libérer P_4 pour extraire V_1 (au lieu d'utiliser P_5) nous semble mettre en évidence une autre mise en relation de relations reconnues au premier essai :

- P_5 peut servir à extraire V_1 ;
- P_5 peut servir à extraire V_4 , V_5 et V_6 .



Figure 43 : Léa descend l'élastique sur P_4 .

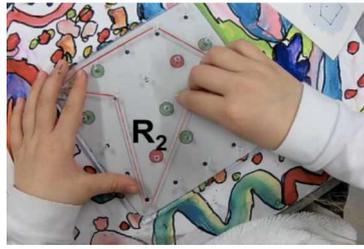


Figure 44 : Elle fait sortir V_4 , V_5 et V_6 .



Figure 45 : Réussite.

Par la suite, elle utilise P_4 pour faire sortir V_1 (figures 39 et 43). Elle se concentre sur la partie inférieure à droite du *Géoplan*, V_4 , V_5 , V_6 , qui sont les seuls picots non conformes avec une des règles (*discerner les détails*). Fanny fait sortir V_4 , V_5 , V_6 tout en bloquant l'élastique sur P_{13} pour que R_2 reste à l'intérieur de l'élastique (figure 44). Ce geste montre qu'elle met en relation R_2 et V_4 , V_5 , V_6 pour séparer le picot rouge des verts. Cette dernière action permet à l'élève de réussir la planche en question (figure 45). La mise en relation de toutes les relations reconnues à partir de P_4 et P_5 est déterminante pour ne pas se retrouver dans la situation bloquante décrite précédemment dans le cas de Léa.

V. Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié comment deux élèves de 5 ans mettent en œuvre la stratégie « ajustements d'essais successifs » dans le problème « Des points partout ». En particulier, nous avons décrit et analysé leurs stratégies en termes de la structure de l'attention de Mason. Nos analyses ont été rendues possibles par l'utilisation de caméras embarquées sur la tête des élèves. En effet, celles-ci nous permettent à la fois d'enregistrer les gestes des élèves et la succession des configurations de l'élastique. Ces données nous informent sur la manière dont les élèves portent l'attention et nous permettent de caractériser leur raisonnement.

Le raisonnement de Léa est guidé essentiellement par le discernement de détails. Il est complété par quelques mises en relation de deux picots ayant des couleurs différentes (rouge et vert). Une telle mise en relation conduit à trouver une solution locale (c'est-à-dire sur une certaine partie du *Géoplan*) mais ne permet pas à coup sûr de trouver une solution au problème dans le cas de planches plus complexes. Ces deux formes de l'attention ne sont donc pas suffisantes.

Bien que mobilisant les mêmes formes de l'attention, le raisonnement de Fanny est plus riche au niveau de la qualité des mises en relation produites. En effet, après avoir identifié les relations entre P_4 et V_2 , P_4 et V_1 , P_5 et V_1 , P_5 et V_4 - V_5 - V_6 , elle réussit à les mettre toutes en relation dans le même temps. Ainsi, elle parvient à mettre en relation certaines relations reconnues, ce qui constitue la valeur ajoutée par rapport au travail de Léa, et qui lui permet de réussir le problème.

Reprenons notre deuxième question de recherche : Peut-on établir un lien entre ces formes de l'attention mobilisées et la réussite/l'échec du problème ? Pour réussir la première planche de jeu, Léa mobilise principalement les discernements de détails et les reconnaissances de relations qui, à leur tour, sont considérées de manière indépendante. En ce qui concerne la deuxième planche, en activant les mêmes formes de l'attention cette même élève n'a pas réussi à trouver une solution. Par contre, Fanny qui résout le problème a non seulement identifié des relations, mais est allée plus loin en mettant en relation ces relations reconnues. Il nous semble ainsi que la réussite du problème ne tient pas seulement aux formes de l'attention mobilisées, mais aussi à la

manière dont les élèves vont articuler ces formes durant leur processus de recherche.

Précisons, pour finir, que ces résultats sont le fruit de l'analyse d'une étude de cas et, à ce titre, ne sont pas généralisables. Ceci étant, nous pouvons nous interroger sur leur représentativité par rapport au travail des autres élèves. Ils nous invitent ainsi à approfondir cette piste en élargissant l'échantillon des élèves de manière à identifier des différences et/ou des invariants dans les stratégies des élèves.

Références bibliographiques

- Boavida, A.-M., Oliveira, H. & Mason, J. (2012). Reasoning reasonably in mathematics. *Quadrante*, 21, 165-195.
- Favier, S. (2018). Zoom sur la stratégie « ajustements d'essais successifs » au travers de l'activité Des points partout (1H-2H). *Revue de Mathématiques pour l'école*, 230, 15-22.
- Mason, J. (2003). On the structure of attention in the learning of mathematics. *Australian Mathematics Teacher*, 59(4), 17.
- Mason, J. (2008). Being mathematical with and in front of learners: Attention, awareness, and attitude as sources of differences between teacher educators, teachers and learners. *Handbook of Mathematics Teacher Education*, vol. 4, 31-55. Brill Sense.