L'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ : UNE EXPÉRIMENTATION EN CLASSE DE SEGPA[1]

Samuel VOISIN
Formateur en Mathématiques, ESPE Académie de Caen
Chercheur associé au CIRNEF, HSRT 556

Résumé. Dans notre thèse, nous avons questionné l'enseignement de la proportionnalité à des élèves de 11 à 16 ans relevant de l'adaptation scolaire et de la scolarisation des élèves handicapés. Les travaux de didactique des mathématiques ont montré l'inaboutissement fréquent du projet d'appropriation de la proportionnalité auprès des élèves jusqu'au collège et tout particulièrement en ASH. Afin de savoir si une adaptation peut se faire sans dénaturer le savoir, nous avons proposé une progression sur l'enseignement de la proportionnalité en classe de Quatrième SEGPA (Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté). Nous insistons sur l'importance de l'organisation des savoirs au sein de cette progression et sur la pertinence des contextes et des valeurs des variables didactiques numériques. Nous présentons ci-après une partie de notre expérimentation, son analyse et des éléments de conclusion.

Mots-clés. Proportionnalité, adaptation, pertinence mathématique, contextes

Abstract. In our thesis we investigated the teaching of proportionality to 11 to 16-year old pupils registered in special-needs schools including pupils with more severe learning disabilities. Studies related to the teaching of mathematics have shown that the understanding of proportionality by pupils up to middle school age and more particularly by children with significant learning difficulties is often inappropriate. In order to find out if an adjustment can be made without any impact on the knowledge requirements, we experimented a teaching plan concerning the learning of proportionality by children with special-needs in the context of our study. We insist on the importance of the organization of the different types of knowledge within this teaching plan and also on the relevance of backgrounds and values of numerical didactical parameters. We present below some of our experimentation, analysis and conclusion of elements

Key-words. Proportionality, adaptation, mathematical relevance, background.

Introduction

Dans les programmes de 2016 en mathématiques au cycle 3, le quatrième domaine « Représentations de données et proportionnalité » présent dans les programmes précédents disparaît. La proportionnalité est maintenant conçue comme un champ d'étude commun aux trois domaines « Nombres et calculs », « Grandeurs et mesures » et « Espace et géométrie ». Dans les différents documents institutionnels, des repères de progressivité sont également indiqués.

- Au cycle 2, les élèves rencontrent des situations de proportionnalité dans des problèmes multiplicatifs. Ces problèmes préparent les élèves à la reconnaissance de situation de proportionnalité et à leur résolution par une procédure utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre.

- Au cycle 3, les élèves ont recours à des procédures utilisant les propriétés de la linéarité (procédure utilisant la propriété de linéarité pour l'addition, procédure utilisant la propriété de

[1] Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté.

linéarité pour la multiplication par un nombre). Ensuite, les élèves rencontrent progressivement des situations qui nécessitent de combiner des procédures utilisant les propriétés de la linéarité (procédure mixte utilisant les propriétés de linéarité pour l'addition et pour la multiplication par un nombre, passage par l'unité). Pendant la seconde moitié du cycle, s'ajoutent des problèmes impliquant des échelles ou des vitesses constantes. Si le coefficient de proportionnalité est rencontré au cours moyen lors de travaux sur les échelles, son institutionnalisation dans un cadre plus général peut être reportée en toute fin de cycle 3, pour préparer les élèves à compléter des tableaux de proportionnalité au cycle 4.

• Au cycle 4, toutes les procédures introduites au cycle 3 pour résoudre des problèmes de proportionnalité continuent à être utilisées en fonction des nombres en jeu dans les problèmes proposés et des connaissances de faits numériques des élèves. Des tableaux de proportionnalités sont régulièrement proposés, par les enseignants ou les élèves ; ils facilitent l'utilisation du coefficient de proportionnalité particulièrement utile quand un nombre important de données doivent être calculées. Le produit en croix est introduit, il conduit notamment à une résolution rapide, à la calculatrice, quand les nombres en jeu ne permettent pas d'utiliser facilement des procédures utilisant les propriétés de linéarité. En fin de cycle, les élèves font le lien entre les fonctions linéaires et la proportionnalité. (Eduscol, 2016, *Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3*, p. 2.)

Notre article porte sur l'enseignement de la proportionnalité en SEGPA et, au delà de la diffusion des travaux en didactique, il a plusieurs buts. Nous avons mis en place une expérimentation sur l'enseignement de la proportionnalité en classe de SEGPA en questionnant les adaptations, les contextes et les variables didactiques, d'une part, et l'organisation curriculaire d'autre part. Les savoirs abordés avec les élèves de SEGPA lors de cette expérimentation sont en adéquation avec ceux prévus au cycle 3. Notre progression – présentée en annexe – a pour visée la construction de la notion de coefficient de proportionnalité à partir des règles de linéarité ; ceci respecte la progressivité préconisée dans les instructions officielles. Enfin, notre expérimentation peut être questionnée lors d'échanges inter-degrés entre professeurs du primaire et professeurs du secondaire ou en formation initiale ou continue. Nous insistons en effet sur l'étude des contextes retenus et sur les variables didactiques.

Après une brève présentation des SEGPA, l'article s'attache à présenter l'expérimentation menée avec ce public. Dans notre expérimentation, nous avons questionné la proportionnalité dans les domaines « Nombres et calculs » et « Grandeurs et mesures ». Le choix de ce contenu comme objet premier de notre recherche a ses racines dans le document d'accompagnement des programmes de mathématiques de classes de SEGPA. Il y est mis en avant l'importance du thème de la proportionnalité dans la scolarité et des raisons qui sous-tendent ces choix :

Il est inutile d'insister sur le rôle important de ce thème dans la vie socioprofessionnelle et dans celle du citoyen : pourcentages, statistiques, etc., le mettent en jeu quotidiennement pour comprendre le monde dans lequel nous vivons. Là, réside la raison principale de ce choix ; les difficultés d'enseignement qu'il suscite en constituent une deuxième.

Document d'accompagnement des programmes à destination des classes de SEGPA (CNDP, 1999)

La progression élaborée et testée lors de notre expérimentation a pour finalité l'introduction du coefficient de proportionnalité comme alternative aux procédures relatives à la linéarité lorsque les relations numériques ne permettent plus leur utilisation.

1. Contexte de notre recherche : les SEGPA

En France, la loi n° 2005-102 du 11 février 2005 – pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées – a pour objectif de garantir à toute personne handicapée l'accès aux droits fondamentaux reconnus à tous les citoyens. Elle est applicable depuis le 1er janvier 2006. Dans ce contexte, l'enseignement adapté revêt plusieurs formes et cache de très grandes disparités. Constitue au sens de la présente loi un handicap :

> toute limitation d'activité ou restriction de participation à la vie en société subie dans son environnement par une personne en raison d'une altération substantielle, durable ou définitive d'une ou plusieurs fonctions physiques, sensorielles, mentales, cognitives ou psychiques, d'un polyhandicap ou d'un trouble de santé invalidant.

Le public de l'ASH peut donc relever de l'intégration ou de la scolarisation des élèves en grande difficulté d'apprentissage.

La première phase de notre recherche a consisté en une analyse de pratiques ordinaires d'enseignement de la proportionnalité en SEGPA. Nous en présentons ci-après le contexte particulier. Il nous semble en effet important de préciser plusieurs éléments à propos des élèves et des enseignants.

1.1. Les élèves de SEGPA

Afin de présenter les profils du public SEGPA, nous nous référons à la circulaire du 20 juin 1996 qui stipule que :

> Les [….] SEGPA accueillent des élèves présentant des difficultés scolaires graves et persistantes auxquelles n'ont pu remédier les actions de prévention, de soutien, d'aide et d'allongement des cycles dont ils ont pu bénéficier. Ces élèves ne maîtrisent pas toutes les compétences attendues à la fin du cycle des apprentissages fondamentaux et présentent *a fortiori* des lacunes importantes dans l'acquisition des compétences prévues à l'issue du cycle des approfondissements.
>
> Circulaire n°96-167 du 20 juin 1996 « Enseignements généraux et Professionnels Adaptés dans le second degré », BO n°26 du 27 juin 1996, RLR 501-5.

Les élèves de SEGPA sont donc bien repérés et désignés comme étant en difficulté. Cependant, une nuance est apportée sur les difficultés que les élèves rencontrent dans leurs apprentissages puisque, toujours selon cette circulaire :

> Ils présentent sur le plan de l'efficience intellectuelle des difficultés et des perturbations qui ne peuvent être surmontées ou atténuées que sur plusieurs années et qui, sans relever du retard mental selon les critères définis par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS), se traduisent par des incapacités et des désavantages tels qu'ils peuvent être décrits dans la nomenclature des déficiences, incapacités et désavantages.

Depuis 2005, les Enseignements Généraux et Professionnels Adaptés s'inscrivent dans le cadre des actions menées au bénéfice des élèves en difficulté au collège. Ainsi, selon l'institution, les élèves des classes de SEGPA sont des collégiens au même titre que les autres. Ils sont donc assujettis au programme du collège ; cependant, ces programmes sont appliqués par les enseignants d'une façon spécifique. On observe ainsi souvent des retards dans l'introduction de certaines notions.

Parallèlement aux spécificités des élèves de SEGPA, on trouve des particularités chez les enseignants de SEGPA.

1.2. Les enseignants de SEGPA

Au sein des SEGPA, nous trouvons deux catégories d'enseignants. Les enseignements disciplinaires sont statutairement assurés par des professeurs des écoles qui dépendent de l'ASH. Ils ont, la plupart du temps, suivi une formation de spécialisation. Les enseignements qui ont lieu dans les ateliers professionnels sont assurés par des professeurs de Lycées Professionnels. Ces ateliers sont constitués autour de champs professionnels (habitat ; hygiène, alimentation, service ; espace rural et environnement ; production industrielle ; vente, distribution, magasinage).

Dans les SEGPA, il existe différents systèmes de répartition des matières entre les enseignants. Les enseignants peuvent préférer un niveau ou une classe ou des disciplines. Ainsi, nous trouvons des fonctionnements différents. Certains enseignants préfèrent enseigner un petit nombre de disciplines à plusieurs classes, et se rapprochent du modèle des enseignants certifiés, d'autres qui sont ancrés dans l'organisation du premier degré revendiquent leur polyvalence et préfèrent prendre en charge un groupe classe et assurer ainsi les enseignements de disciplines très variées.

Même si les professeurs des écoles ont été formés à l'enseignement des mathématiques au primaire, et sensibilisés à l'enseignement des mathématiques au secondaire, ils ne sont pas nécessairement issus de filières scientifiques. Leur pertinence mathématique au sens de Bloch (2009) peut donc potentiellement faire défaut.

La pertinence mathématique est cependant un critère de réussite dans la mise en œuvre des adaptations scolaires.

1.3. Les adaptations scolaires en SEGPA

Selon les textes officiels en vigueur concernant l'adaptation scolaire, plusieurs pratiques relèvent d'une adaptation des enseignements à destination des élèves de SEGPA. On trouve une adaptation des enseignements dispensés aux élèves qui passe par l'aménagement des situations, des supports et des rythmes d'apprentissage, l'ajustement des démarches pédagogiques et des approches didactiques. Cette adaptation favorise les pratiques de différenciation et d'individualisation pédagogique. Une autre piste proposée par l'institution évoque les pratiques de projet qui peuvent être mises en œuvre tout au long de la scolarité. Leur réalisation ne doit pas être conçue comme une fin en soi, mais comme un moyen d'inscrire les objectifs d'apprentissage définis par les programmes dans des dynamiques qui rendent les élèves pleinement acteurs de leur formation. Le recours à des situations de recherche ou de résolution de problèmes, quel qu'en soit le contexte disciplinaire est également présenté comme une pratique motivante pour les élèves. En effet, ces situations sollicitent et stimulent la réflexion et le réinvestissement et elles favorisent les interactions au sein de la classe. L'apprentissage peut aussi passer par la pratique régulière d'exercices d'entraînement visant l'élaboration de stratégies autant que l'acquisition d'automatismes. Enfin l'élaboration et l'organisation des traces écrites des élèves doivent faire l'objet d'une attention particulière. Elles peuvent être brèves mais devraient constituer des outils de référence et permettre l'organisation méthodique des connaissances.

Pour notre étude, nous avons questionné plusieurs de ces modalités d'adaptation. Nous avons ainsi retenu l'aménagement des situations et l'ajustement des approches didactiques.

Lors de la construction de cette progression sur la proportionnalité à destination des élèves de SEGPA, notre but était de fournir un support adapté à cet apprentissage, sans oblitérer le sens de cette notion, ni « écraser » les variables didactiques impliquées. Pour cela nous avons adapté essentiellement des situations extraites de manuels de l'enseignement ordinaire de façon à conserver un niveau de difficulté suffisant et à varier les contextes des problèmes.

2. L'enseignement de la proportionnalité en SEGPA

2.1. Les ateliers, un lieu d'apprentissage

D'après nos observations exploratoires, au sein des questionnements et des savoirs existant dans les ateliers, la proportionnalité est abordée comme un outil. Le contexte de la situation d'enseignement permet aux enseignants et aux élèves de valider une relation de proportionnalité. Le repérage des indices de la proportionnalité constitue un enjeu de savoir. Dans l'action, la recherche d'une quatrième proportionnelle s'effectue très souvent grâce à l'utilisation du produit en croix. Nous nous demandons dans quelle mesure cet outil ne constitue pas un obstacle supplémentaire à la constitution du champ de savoirs complexes relatifs à la proportionnalité dans les cours de mathématiques. Même si les ateliers constituent des lieux d'apprentissage, il semble important de signaler qu'une grande place est accordée à l'oralité dans l'introduction des savoirs.

2.2. Les apports des recherches antérieures

La proportionnalité a fait l'objet de nombreuses recherches en didactique des mathématiques. Nous ne présentons ici que certains résultats de ces travaux, notamment pour expliciter les choix que nous avons faits en vue de notre expérimentation concernant l'enseignement de la proportionnalité en SEGPA.

Dans sa thèse, Belmas (2001) a étudié l'apprentissage de la proportionnalité et les symbolisations chez des élèves en échec scolaire. Dans sa recherche, il développe l'idée d'un apprentissage conceptuel de la proportionnalité qui ne se substitue pas à l'apprentissage des techniques mais se surajoute. Nous nous sommes appuyés sur son travail et avons proposé un approfondissement du questionnement relatif à l'apprentissage des techniques. Notre progression propose une certaine articulation des présentations de techniques afin de donner progressivement du sens au coefficient de proportionnalité. L'apprentissage conceptuel est donc visé sous un angle particulier, celui d'une prise en compte des valeurs numériques afin de choisir au mieux les modalités de résolution.

L'enseignement de la proportionnalité a été conçu par Mopondi (1986) comme un support à l'étude du problème de sens dans la négociation didactique en vue de l'institutionnalisation d'un algorithme. Dans sa thèse, il a retenu trois algorithmes associés aux tâches relevant de la proportionnalité : la règle de trois, la vérification et la comparaison. Il a mis en évidence le fait que la fréquence de l'utilisation d'une procédure de résolution de proportionnalité et son efficacité sont liées au choix des valeurs numériques en jeu dans les situations. En partant de ce constat, nous avons choisi d'utiliser certains outils de la TSD pour l'analyse *a priori* de notre progression. En effet, les choix relatifs aux variables didactiques numériques ont une incidence sur la réussite des élèves confrontés à des problèmes relevant de la proportionnalité.

Dans sa thèse, Comin (2000) propose une vision de la proportionnalité sous l'angle de la relation fonctionnelle. Il insiste sur le rôle, au niveau didactique, de la propriété de linéarité multiplicative, qu'il nomme « rapport interne ». Il nous a semblé pertinent de nous appuyer sur ses travaux en insistant sur le statut et le rôle des grandeurs dans ces relations fonctionnelles. Néanmoins, Comin émet l'hypothèse d'une introduction des fractions dès les premières leçons dans l'enseignement au collège. Vu les difficultés rencontrées par les élèves de SEGPA dans l'acquisition des notions relatives aux fractions, notre travail d'adaptation a notamment consisté à élaborer une progression qui ne fasse intervenir les fractions ni comme objet d'enseignement, ni comme outil.

Hersant (2005) rappelle que :

> Dans l'enseignement obligatoire français [...] l'application linéaire est aujourd'hui le modèle mathématique institutionnel qui a remplacé […] les problèmes de règle de trois et la théorie des proportions.

Quelle incidence cela peut-il avoir sur les pratiques des élèves de SEGPA ? Il nous a fallu penser notre progression en fonction de l'objectif final de la classe de troisième : la fonction linéaire.

2.3. Des pratiques ordinaires dans l'enseignement adapté

Lors du travail exploratoire précédant notre expérimentation, nous avons mené des entretiens avec des enseignants de SEGPA, consulté des cahiers d'élèves, des devoirs notionnels et des fiches de préparation de séances en classe de Quatrième. Nous avons, à cette occasion, observé trois types d'introduction de l'enseignement de la proportionnalité. Ces données ont permis une première approche des modalités d'adaptation et nous ont donné l'occasion d'appréhender des choix pédagogiques et didactiques effectués par des enseignants de l'ASH. Nous avons observé des introductions de la proportionnalité dans différents registres. On trouve ainsi :

- une étude des grandeurs dans le cas d'un agrandissement de figure ;
- l'observation par les élèves des caractéristiques de la représentation graphique d'une situation de proportionnalité ;
- l'appui sur les recettes de cuisine et l'étude de relation entre deux grandeurs.

Nous avons été « interpellé » par le constat d'un recours systématique à l'utilisation des tableaux de proportionnalité avec un format standardisé à deux lignes. Les enseignants justifient cette utilisation fortement répandue en référence aux manuels consultés et aux usages sociaux. Le travail de repérage des indices de la proportionnalité dans les énoncés est souvent mené en classe par les enseignants. À l'opposé, le tableau constitue un signe de la proportionnalité (y compris si la situation ne relève pas du modèle proportionnel) pour les élèves de SEGPA.

Partant de ce constat, il nous a semblé pertinent de nous concentrer sur la tâche de repérage de ces indices de proportionnalité en proposant des contextes variés faisant sens pour les élèves de SEGPA. La tâche de modélisation dans un tableau s'en trouve (pour cette expérimentation) secondaire. L'utilisation des tableaux n'est qu'un artefact nécessaire dans notre expérimentation. L'annexe présentée dans cet article est d'ailleurs dépourvue de tableaux pour une meilleur appropriation en adéquation avec les programmes actuels.

2.4. Un test exploratoire

À l'issue de ces observations naturalistes, notre première action a été de tenter de mesurer, dans des classes de SEGPA, les aptitudes et les pratiques des élèves et des enseignants concernant différentes tâches liées à la notion de proportionnalité. Nous avons, pour cela, élaboré un test qui nous a permis de mesurer, sur un petit échantillon, l'usage des différentes techniques relatives à la proportionnalité. Plusieurs conclusions ont pu être dégagées et nous présentons ci-après des résultats qui nous semblent les plus marquants.

Le taux de non réponse est important chez les élèves. Nous mettons en évidence un comportement des élèves de l'ASH que nous attribuons au fait que ces élèves n'osent plus essayer de peur de se tromper, ayant une mauvaise image d'eux-mêmes. Nous avons observé que la linéarité était peu utilisée même lorsque les valeurs des variables didactiques suscitent cette procédure. Nous en avons donc conclu que ces procédures devaient faire l'objet d'un apprentissage spécifique afin que les élèves s'en emparent.

L'utilisation du produit en croix a été fortement observée chez les élèves des classes de Quatrième et de Troisième ; néanmoins cette utilisation n'a pas été un gage de réussite. L'utilisation du produit en croix ne garantit pas l'exactitude des réponses, Roditi (2014) le mentionne à propos des calculs sur les doses médicamenteuses. Qui plus est, cette utilisation nécessite davantage d'opérations que d'autres techniques. En analysant dans le détail les réponses dans différentes classes de SEGPA, nous pouvons conclure à une pratique homogène du produit en croix dans une des SEGPA observées. Une forte cohésion d'équipe, l'habitude du travail par projet sont autant d'explications à cette observation. Nous avons eu l'occasion de suivre des heures de coordination et de synthèse de cette équipe pédagogique. Les projets transdisciplinaires sont nombreux. Les professeurs d'ateliers sont sollicités par les professeurs des écoles et en retour impulsent des habitudes issues du monde professionnel.

Ces constats ont orienté nos choix relatifs à l'organisation des savoirs dans la progression que nous avons construite.

Un autre constat a eu une répercussion sur l'expérimentation menée pour répondre à notre problématique. Les élèves questionnés par ce test étaient confrontés à des énoncés textuels et il leur était demandé de laisser les calculs afin de pouvoir les interpréter. Près d'un quart des questionnaires ont été rendus sans aucune trace de calcul. Toute interprétation quant à l'utilisation d'une procédure était alors impossible. Dias (2008) évoque la difficulté à identifier des connaissances dans ce contexte. En rappelant que ce sont les adaptations des élèves aux rétroactions du milieu qui témoignent de la mise en acte des connaissances, il note, dans le contexte de l'ASH, une certaine illisibilité des interactions avec le milieu (ses objets et ses acteurs) :

> les signes produits ne sont pas toujours des mots (oral ou écrit) : ils sont difficiles à percevoir dans la classe pour des raisons d'impossibilité de contrôle de toutes les productions des élèves, mais aussi par la difficulté d'attribuer des indices de signification dans un milieu expérimental […] Dias, *ibid.*, p. 122-123.

Il y a une différence entre l'activité des élèves et les traces qu'il nous est donné d'observer. Dans l'enseignement spécialisé, ces différences peuvent s'accentuer. Ainsi, Dias note plusieurs raisons à cette accentuation :

– certains élèves ne révèlent qu'une petite partie de leurs connaissances pour éviter de prendre le risque d'une trop grande exposition à l'échec, ceci pouvant conduire l'enseignant à une sous-évaluation de leurs capacités,
– d'autres ne sont pas à même de produire les signes nécessaires à la restitution de leurs connaissances (c'est le cas particulièrement avec les élèves souffrant de troubles sévères du langage),
– enfin certains élèves manifestent un grand nombre de connaissances "en vrac" dont une faible partie est appropriée à la situation ce qui rend l'évaluation difficile pour l'enseignant.

Dias, *ibid.*, p. 123.

Des contraintes fortes liées au lieu de notre expérimentation rendaient impossibles des entretiens avec les élèves. Dans notre progression adaptée, nous avons donc proposé non seulement des énoncés textuels mais aussi des tableaux, afin d'inciter les élèves à symboliser les calculs par des flèches ou à écrire les calculs à proximité des cases. Ce choix peut laisser penser qu'il s'agit là d'une réduction des tâches proposées aux élèves, mais la question ne se situe pas à ce niveau. Il nous semble important d'affirmer ici qu'il s'agit d'une nécessité de la recherche. Si nous voulions observer les productions écrites des élèves et dégager du sens, nous devions les inciter à laisser des traces significatives. Nous sommes tout à fait conscient que l'utilisation abusive des tableaux ne permet pas aux élèves d'aborder entièrement l'étude de la proportionnalité. La présentation des données dans un tableau ne laisse pas la possibilité aux élèves de prendre en charge la modélisation d'une situation issue des différents cadres (géométrique, grandeurs, numérique). Par ailleurs, les tableaux constituent en eux-mêmes un registre de représentation sémiotique pour la proportionnalité tout comme la représentation graphique. Ce registre de représentation sémiotique peut donc constituer un frein en influant sur le contrat didactique en SEGPA – comme dans l'enseignement ordinaire d'ailleurs.

3. Le contrat didactique en SEGPA : problématique et organisation de l'expérimentation

Selon Bloch (2013), des effets de contrats sont clairement identifiés en ASH et diffèrent selon l'institution :

> En SEGPA, on peut voir, à côté d'élèves en retard d'apprentissage, des élèves peu tolérants aux contraintes de la classe, et pour lesquels, parfois, apprendre c'est faire – une fois ! - une technique.

Dans l'ASH les types de handicap des élèves constituent une série de contraintes. Il existe d'autres contraintes qui induisent des dysfonctionnements didactiques dus à des prises de décision qui ne se révèlent pas toujours adaptées.

> [...] le professeur est dans un pilotage contraint par l'extrême difficulté qu'il y a à manifester (côté élève) et à constater (côté professeur) des connaissances ; et (que) cette grande incertitude ne lui permet pas toujours de prendre les bonnes décisions. (Bloch, *ibid.*)

Dans la mise en œuvre, d'une part, les comportements attendus au cours des phases d'action ont tendance à être perçus, par les élèves, comme l'objectif visé par l'enseignant et d'autre part, l'enseignant éprouve des difficultés à observer, dans l'action, l'acquisition des connaissances. On observe alors des phénomènes d'enlisement et un retard dans l'avancement didactique des processus d'institutionnalisation.

Selon Favre (2004), des conditions particulières régissent et contraignent l'avancement du temps didactique dans une classe de l'enseignement spécialisé. La première condition retenue est le fait que l'enseignant se retrouve majoritairement avec des élèves en échec. La deuxième condition est l'organisation temporelle des enseignements de mathématiques qui se démarque de l'organisation classique. Favre distingue ainsi les échecs « antérieur (préalable), présent (effectif) et anticipé (potentiel) ».

Dans le cadre de notre recherche, la non maîtrise des tables de multiplication, l'incapacité à reconnaître ou identifier les facteurs dans un produit donné, la méconnaissance des critères de divisibilité, sont autant de manques qui ont des incidences directes sur l'enseignement de la proportionnalité. Ces échecs, qu'ils soient préalables, effectifs ou potentiels, gênent l'acquisition de nouvelles connaissances ou la réintroduction de connaissances anciennes. En effet, le manque d'efficacité ou de réussite dans les procédures de calcul freine la réussite des élèves dans les tâches relatives à la proportionnalité.

Les élèves de SEGPA ont déjà été confrontés à des apprentissages relatifs à la proportionnalité depuis plusieurs années dans leur scolarité antérieure. Pour notre expérimentation nous avons donc effectué un choix raisonnable mais non orthogonal aux connaissances des élèves, ceci pour permettre un accès au sens et aux apprentissages. Plusieurs questions ont guidé ce choix : Qu’ont-ils retenu de la proportionnalité au primaire notamment ? Des techniques relatives à la proportionnalité sont-elles déjà figées ?

Ces questions sont à la base de notre problématique.

La question de l'adaptation des enseignements à un public particulier est donc plurielle. Nous parlons de public particulier dans le sens où ce public est défini selon certaines particularités que nous avons déjà exposées précédemment. Nous ne voulons pas stigmatiser une catégorie d'élèves mais nous ne pouvons nier les difficultés que rencontrent les élèves de SEGPA et, plus largement les élèves relevant de l'ASH, dans l'exercice de la citoyenneté (trouver une formation, un emploi, s'adapter aux mutations professionnelles ...).

Quelles formes prend l'adaptation selon les publics concernés, selon les savoirs à enseigner ? Au delà des difficultés épistémologiques liées à la proportionnalité, ce qui a motivé notre recherche est la prise en compte du collectif dans les actions d’enseignement. Ainsi notre problématique questionne la possibilité de construire un mode d’accès au savoir qui prenne en compte les spécificités de gestion de classe des SEGPA, sans sacrifier les situations et les contenus. Nous avons proposé une progression que nous avons conçue en adaptant des exercices de l'enseignement ordinaire et en proposant une organisation segmentée des savoirs.

Un autre élément à prendre en compte est notre souhait de présenter aux élèves de SEGPA la notion de proportionnalité entre grandeurs sans avoir besoin de recourir aux fractions.

Dans cette progression nous avons fait le choix de présenter, en premier lieu, les techniques de linéarité - plus intuitives si l'on se réfère à nos premières observations et aux programmes de l'enseignement primaire. Nous avons ensuite organisé une construction du statut et du rôle du coefficient de proportionnalité. Pour ce faire, le passage par l'unité joue le rôle charnière dans cette progression. Si l'on excepte les unités, l'observation de l'égalité entre le coefficient de proportionnalité et l'image de l'unité est, selon nous, une alternative à la conceptualisation du coefficient de proportionnalité comme grandeur quotient (quand il y a des grandeurs).

Nous avons décidé de ne pas trop nous éloigner des pratiques ordinaires du contexte de SEGPA, ainsi notre progression se veut proche des ressources disponibles.

3.1 Des choix qui régissent notre progression

Nous avons décidé de présenter dans un premier temps des situations affichées comme étant de proportionnalité avant de questionner les élèves sur le caractère proportionnel ou non des situations proposées. Ceci nous permet de présenter les différentes techniques aux élèves.

a. Notre progression

Nous avons abordé à la fois la linéarité additive dans le sens direct et la linéarité multiplicative dans le sens direct dans une séance, et la linéarité additive dans le sens réciproque et la linéarité multiplicative dans le sens réciproque[2] dans une autre séance. Nous avons souhaité ne pas regrouper la linéarité additive dans les sens direct et réciproque d'une part et la linéarité multiplicative dans les sens direct et réciproque d'autre part puisque le gel des procédures est un effet de contrat bien identifié dans l'ASH.

Les élèves de SEGPA ont des difficultés à reconnaître la division comme étant l'opération réciproque de la multiplication. L'identification d'un produit ou la détermination d'un facteur connaissant le produit et un autre facteur leur posent problème. Il est avéré que les élèves de SEGPA sont plus familiers du modèle additif que du modèle multiplicatif ; dit autrement, ils sont plus à l'aise dans la détermination d'un rapport arithmétique que dans la détermination d'un rapport géométrique. Nous nous sommes donc efforcé de ne pas insister sur la qualification du coefficient de proportionnalité comme grandeur quotient. Nous avons ainsi proposé un milieu qui comporte à la fois des rapports arithmétiques et des rapports géométriques pour les séances concernées par les techniques relatives à la linéarité.

b. Des représentations schématiques pour chaque technique

Dans leur article de 2006, Levain, Le Borgne et Simard relatent une expérimentation menée en SEGPA sur la résolution de problèmes mathématiques. Les auteurs ont mesuré l'impact d'un protocole d'aide à la résolution de problèmes. Ce protocole est basé sur l'apprentissage et l'analyse de schémas représentant les différentes classes de problèmes. Ils mettent en avant le fait que l'apprentissage de schémas se révèle coûteux pour les élèves, du fait d'une surcharge cognitive. Pour notre expérimentation, nous nous sommes abstenus de proposer aux élèves l'étude de schémas représentant les différentes techniques de résolution de problèmes relevant de la proportionnalité. Nous avons, en revanche, proposé ces différents schémas à l'enseignant de SEGPA qui a mis en œuvre notre progression. Ces représentations sont détaillées dans notre thèse.

3.2 Présentation des séances de la progression

Nous proposons ci-dessous une présentation succincte des séances de cette progression en nous focalisant sur les contextes proposés dans les différents exercices et sur les adaptations que nous avons prévues. Le lecteur trouvera les séances de notre progression en annexe.

[2] Cette nomenclature des procédures est définie dans notre thèse :
Linéarité additive dans le sens direct : $f(x+y)=f(x)+f(y)$
Linéarité additive dans le sens réciproque : $f(x-y)=f(x)-f(y)$
Linéarité multiplicative dans le sens direct : $f(kx)=kf(x)$
Linéarité multiplicative dans le sens réciproque : $f(x:k)=f(x):k$

Séance 1 : Recette d'une pâte à crêpes

La séance 1 a été prévue comme un questionnement initial sur les relations entre plusieurs grandeurs dans le cadre de la proportionnalité. Une recette de pâte à crêpes est donnée sous forme d'une liste de sept ingrédients avec les quantités prévues pour quatre personnes. Il s'agit de proportionnalité en parallèle contenant plusieurs grandeurs (Hersant, 2001). Trois enfants sont supposés faire cette recette chez eux mais pour deux personnes, pour huit personnes et pour six personnes. L'analyse sémantique de l'énoncé doit amener les élèves à préciser la notion de proportionnalité dans le cas des recettes. La formulation usuelle dans l'enseignement ordinaire est : « la recette proposée par chaque élève sera identique à celle proposée sur l'énoncé si les proportions entre les ingrédients sont respectées ». Cette formulation prend appui sur la théorie des proportions mais ceci ne fait pas sens pour des élèves qui ne se servent pas des fractions. Une autre validation peut être effectuée par les élèves. Il s'agit d'une validation par l'observation de relations de linéarité qui sont prévues par le milieu. Trois relations de linéarité sont possibles : « le double », « la moitié » et « moitié plus ». Les élèves sont ainsi amenés à observer des relations entre mesures d'une même grandeur (le nombre de personnes) et à appliquer cette relation de linéarité pour toutes les autres grandeurs.

Séance 2 : Les principes de linéarité de la proportionnalité additive et multiplicative dans le sens direct

Au cours de la séance 2, trois exercices sont proposés dont les valeurs numériques sont choisies de manière à inciter les élèves à observer et utiliser des relations de linéarité additive et multiplicative dans leur sens direct. Nous nous intéressons aux indices sémantiques de la proportionnalité dans chacun de ces trois exercices.

Le premier exercice a pour contexte un individu qui roule à vélo. Les élèves doivent comprendre que cet individu ne se fatigue jamais sur les parcours proposés et qu'il est d'une régularité sans faille. Pour ce faire, nous proposons la formulation usuelle « cet individu roule toujours à la même vitesse ». Cette formulation est une adaptation qui permet aux élèves de comprendre que l'on peut utiliser la proportionnalité entre les grandeurs distance et temps dans le cas d'une vitesse constante.

Le deuxième exercice est de nouveau contextualisé par une recette de mousse au chocolat mais seulement deux ingrédients de celle-ci sont étudiés : le nombre d'œufs et le nombre de personnes. Les indices de la proportionnalité sont restreints à la formulation : « la même mousse au chocolat pour un autre nombre de personnes ». Là encore, les élèves sont amenés à travailler directement avec les valeurs numériques puisque les indices de proportionnalité sont partagés entre un implicite sur l'idée « d'une même mousse au chocolat » et sur une reconnaissance de relations arithmétiques et géométriques entre données numériques présentes dans l'énoncé.

Le troisième exercice se base sur un savoir social : « il y a proportionnalité entre le coût et la quantité achetée dans les cas de prix fixes à l'unité, au kilogramme, au litre, au m, au m² ». L'énoncé n'évoque pas de prix au kilogramme fixe puisque l'utilisation d'un tel coefficient de proportionnalité n'est pas visée à ce moment de la progression. Nous informons donc les élèves du caractère proportionnel de la situation par la formulation « le prix payé en euros est proportionnel à la quantité de pommes exprimée en kilogrammes ».

Séance 3 : Les principes de linéarité de la proportionnalité additive et multiplicative dans le sens indirect

La séance 3 est constituée de trois exercices pour lesquels les valeurs numériques sont choisies de manière à inciter les élèves à observer des relations de nature arithmétique (différence) ou de nature géométrique (quotient). Les élèves sont ainsi incités à utiliser la linéarité entre les mesures de grandeurs proportionnelles.

L'exercice 1 comprend des indices sémantiques qui permettent aux élèves d'identifier une relation de proportionnalité : « crêpes, cuisinier, mélanger, ingrédients » et « proportionnalité ». Dans la première partie de l'énoncé, il est sous-entendu que le cuisinier connaît son métier et doit s'assurer du caractère proportionnel de la situation. Ainsi les deux grandeurs en jeu – le nombre d'œufs et la quantité de farine en grammes – sont bien proportionnelles.

La même technique est utilisée dans l'exercice 2. Les grandeurs proposées sont un nombre de personnes qui mangent dans un restaurant et une quantité de riz en grammes. Soit les élèves savent déjà que les quantités servies dans un restaurant sont standards et qu'il y a donc proportionnalité entre ces deux grandeurs ; soit nous enrichissons leur répertoire des contextes de proportionnalité. Les élèves de SEGPA ont suivi des cours en atelier « Hygiène Alimentation Services » durant lesquels ils sont amenés à prendre connaissance de règles concernant la restauration en collectivité. Dit autrement, les restaurateurs proposent des quantités fixées indépendamment de l'appétit des clients.

Dans l'exercice 3, il est précisé aux élèves que « le prix est proportionnel au nombre de bouteilles d'eau achetées ». Cette formulation est une adaptation que l'on peut observer dans la vie courante de la formulation plus rigoureuse : « le coût est proportionnel à la quantité d'objets achetés lorsque le prix à l'unité est fixe ». On observe donc ici une adaptation du vocabulaire : « prix » au lieu de « coût » et une absence de mention de prix fixe à l'unité. Cette absence est due à notre intention de proposer aux élèves le passage par l'unité dans la séance suivante. Cet exercice constitue donc une transition dans notre progression.

Séance 4 : Le passage par l'unité et l'introduction du coefficient de proportionnalité

La séance 4 est composée de trois exercices. Le premier est conçu pour présenter une identification d'un coefficient de proportionnalité grâce au passage par l'unité. Les deux suivants permettent un réinvestissement de cette technique du passage par l'unité.

Le contexte retenu pour le premier exercice est l'étude de la relation entre deux grandeurs proportionnelles que sont le coût en euros et la quantité de café acheté en kilogrammes. Dès le début de l'exercice, il est rappelé aux élèves que le prix du café est fixé au kilogramme. C'est un indice fort de la proportionnalité dans le sens où c'est aussi un savoir social. Les élèves sont amenés par le jeu sur les valeurs numériques à utiliser la linéarité et à calculer le prix en euros d'un kilogramme de café. Dans un deuxième temps de cet exercice, nous proposons une formulation rattachée au coefficient de proportionnalité : « avec ce prix au kilogramme ». Les élèves sont ainsi mis en position de questionnement sur la relation numérique entre la grandeur quotient « prix au kilogramme » et le prix en euros d'un kilogramme.

L'exercice qui suit vise le même but : calculer l'image de l'unité de la première grandeur afin d'utiliser cette mesure soit dans le cas de la linéarité multiplicative soit dans la construction de la grandeur quotient. Le contexte précisé aux élèves relève du mouvement uniforme. La grandeur quotient n'est pas la vitesse mais la distance parcourue en fonction du nombre de tours de pédales qu'un individu effectue pour se déplacer à vélo. Les indices de la proportionnalité sont basés sur l'emploi du mot « même » : « Franck fait du vélo sur le même plateau et sur le même braquet ; pour chaque tour de pédale il avance du même nombre de centimètres ». Cette acception du mot « même » doit évoquer chez les élèves la notion de proportionnalité. La formulation de la phrase évoque une relation fonctionnelle entre les grandeurs ce qui permet de donner du sens au coefficient de proportionnalité comme grandeur quotient. Afin d'aider les élèves à reconnaître une situation de proportionnalité dans cet exercice, nous précisons dans le texte qu'il s'agit effectivement d'une relation de proportionnalité.

Le dernier exercice de cette séance a pour contexte le prix payé en euros en fonction du nombre de tours de manèges effectués. Là encore les mesures de ces grandeurs incitent les élèves à calculer le prix d'un tour de manège par l'utilisation de la linéarité. La question est explicitement posée de la manière suivante : « Quel est le prix d'un tour de manège ? ».

Durant cette séance, les élèves sont amenés à observer la relation fonctionnelle entre les grandeurs. Ceci se fait par formulation sur les relations entre les grandeurs grâce à l'utilisation du paradigme : « en fonction de ».

Séance 5 : Le coefficient de proportionnalité

La séance 5 est prévue pour faire étudier aux élèves les relations externes entre deux grandeurs. Dans cette séance, composée de quatre exercices, les élèves sont confrontés à des signes de la proportionnalité. Les élèves peuvent, dans un premier temps, déterminer le coefficient de proportionnalité puis l'appliquer dans le sens direct ou dans le sens réciproque.

Dans le premier exercice, il s'agit de la quantité de lait en centilitres en fonction du nombre de personnes. La contextualisation est à la charge des élèves (imaginer un goûter ou une recette). Les élèves appliquent donc le coefficient de proportionnalité dans le sens direct après l'avoir calculé.

Dans le deuxième exercice, les grandeurs sont les mêmes qu'au premier exercice, mais cette fois-ci le coefficient de proportionnalité est explicitement mentionné. Les élèves doivent calculer des images et des antécédents.

Dans le troisième exercice, nous donnons l'information « c'est une situation de proportionnalité ». Cette information nous semble nécessaire puisque cette situation est une conversion de durées. Les conversions peuvent ne pas relever de la proportionnalité (température en degrés Celsius, en degrés Fahrenheit, en degrés Kelvin). Pour ce cas, nous avons fait le choix de présenter le caractère proportionnel de la conversion en minutes des heures et réciproquement.

Le quatrième exercice est décontextualisé de toute grandeur. Il s'agit d'un travail sur des suites proportionnelles. La première tâche est le calcul du coefficient de proportionnalité puis, dans un deuxième temps, les élèves ont à appliquer ce coefficient de proportionnalité dans le sens direct et dans le sens réciproque.

Séance 6 : Reconnaissance de tableaux de proportionnalité

La séance 6 est composée de six exercices dont deux sont contextualisés avec des grandeurs. Les élèves ont à se prononcer sur le caractère proportionnel éventuel dans chacun des cas. L'objectif visé est la réutilisation des techniques présentées dans les séances 1 à 5 dans le but de valider ou d'invalider une relation de proportionnalité dans le registre numérique et dans celui des grandeurs. Les deux exercices contextualisés proposent respectivement pour l'un, une relation entre la quantité de poires en kilogrammes et le prix en euros et pour l'autre, le prix en euros et la quantité d'essence en litres que l'on a pu acheter. La première relation fonctionnelle est celle d'usage et fait appel au prix au kilogramme. La deuxième relation est volontairement inversée par rapport aux usages sociaux. Les élèves sont incités à se questionner sur la place des grandeurs dans une relation fonctionnelle. Il serait plus cohérent socialement d'étudier le coût en euros en fonction de la quantité de litres de carburant. Nous avons d'ailleurs choisi, pour cet exercice, un coefficient de proportionnalité demi-entier pour cette relation plus usuelle entre les grandeurs afin d'observer les pratiques des élèves. En d'autres termes, nous avons voulu permettre aux élèves de choisir un ordre dans la relation fonctionnelle entre des grandeurs.

Comment rendre compte de notre expérimentation ? Dans notre thèse, nous avons mobilisé des outils d'analyse pour nos observations. Nous présentons ci-après des interprétations en rapport avec des cadres théoriques usuels en didactique des mathématiques.

4. Compte-rendu des expérimentations

Nos observations ont été analysées en référence à deux cadres théoriques distincts : la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) et la Double Approche (Robert et Rogalski, 2002). Il est nécessaire de clarifier la méthodologie utilisée pour l'analyse et l'interprétation des données recueillies lors de notre expérimentation. Ces deux cadres théoriques sont utilisés conjointement mais chacun a son utilité spécifique. Le paragraphe qui suit présente quelques interprétations que nous faisons de nos observations pour les élèves et pour l'enseignant grâce aux outils d'analyse présentés ci-avant.

4.1. Interprétants observés relatifs aux élèves

a. Outils d'analyse
Dans l'analyse de nos observations, nous avons utilisé le modèle milieux/répertoires/symboles défini par Bloch et Gibel (2011). Ce modèle se réfère à la TSD et à la sémiotique peircienne. Il se développe en trois axes dans l'étude des niveaux de milieux M-2 (milieu objectif ou heuristique), M-1 (milieu de référence) et M0 (milieu d'apprentissage).

Dans l'analyse des raisonnements, il s'agit d'observer ce que les élèves donnent à voir des raisonnements (ces raisonnements dépendent du milieu dans lequel les élèves se situent). Il s'agit aussi de prendre en compte les représentations observées (ces représentations traduisent des raisonnements produits dans la situation par les différents protagonistes).

Bloch et Gibel proposent de relever différents types de justifications en situation de validation ou de décision. La justification est syntaxique lorsque l'argumentation se réfère à des règles formelles (par exemple une démonstration de la validité du discours à l'aide des règles permises). La justification est sémantique lorsqu'il y a argumentation de la pertinence et de la validité des modèles. Cette pertinence est établie en se référant aux objets mathématiques pris en compte pour l'argumentation. La justification est pragmatique lorsque la validité et l'intérêt de la procédure sont pris en référence à l'adéquation du modèle.

Gibel (2009) définit le répertoire didactique de la classe comme l'ensemble des moyens sémiotiques que le professeur met en œuvre, et ceux qu'il pense pouvoir attendre des élèves, par suite de son enseignement. La fonction du répertoire est de faciliter la formulation des actions rendues nécessaires par la situation.

Nos observables sont constitués de discours, de propositions, de questions, de relances et de productions écrites sur les cahiers ou sur le tableau de la classe. Dans tous ces observables, nous avons entrepris de classer ce qui est du ressort de l'argumentation, afin de voir si cette argumentation est d'ordre sémantique ou d'ordre syntaxique.

Nous avons également relevé les traces d'utilisation de techniques par les élèves afin de vérifier si le répertoire de la classe était en adéquation avec les pratiques de chacun.

b. Interprétations
La confrontation à la contingence de notre progression nous a permis de mettre en évidence plusieurs manques ou choix discutables en rapport avec les tâches ou avec l'articulation des exercices que nous avons proposés. A titre d'exemples nous revenons sur les séances 4 et 6.

Ainsi dans la séance 4, l'analyse *a posteriori* montre que le prix au kilogramme du café (fixé à 16 euros) est une valeur numérique qui n'a pas permis aux élèves d'identifier le rôle fonctionnel du coefficient de proportionnalité. Nous pourrions proposer un prix de 10 € / kg ce qui pourrait permettre aux élèves d'observer des liens entre les valeurs numériques.

Pour la séance 6, l'analyse *a posteriori* montre qu'il serait sans doute plus pertinent de réorganiser les exercices. Les exercices dépourvus de contexte gagneraient à être proposés à la suite des autres puisque les élèves ont éprouvé de réelles difficultés pour ces exercices. Enfin, les exercices 1 et 2 devraient être placés en toute fin de séance puisque ce sont ceux qui demandent de sérieux efforts de mobilisation des connaissances.

L'utilisation de nombres rationnels non décimaux pose problème aux élèves de SEGPA. Pour un élève de SEGPA, un nombre doit s'écrire avec « une quantité finie de chiffres après la virgule », sinon on ne peut pas travailler avec. Ce constat corrobore notre volonté de ne pas cumuler les difficultés liées à l'enseignement de la proportionnalité et celles liées à l'enseignement des nombres rationnels non décimaux. Il semble cependant nécessaire d'adjoindre des compléments sur la division au préalable de notre progression.

4.2. Interprétants observés relatifs à l'enseignant

La Double Approche articule deux points de vue. Le premier, la didactique des mathématiques, cherche à analyser les pratiques d'enseignants singuliers en classe sur un contenu d'enseignement précis, en considérant les mathématiques potentiellement données à fréquenter. Le second, l'ergonomie cognitive, inclut le point de vue de l'enseignant exerçant son métier dans une institution parmi d'autres enseignants, en prenant en compte les personnes. La Double Approche considère plusieurs points de vue : global, local et micro. Pour notre expérimentation, le niveau global n'intervient pas puisque ce n'est pas l'enseignant qui a conçu la séquence. Au niveau local, nous avons observé les adaptations éventuelles du scénario proposé qui peuvent révéler des aspects de ses pratiques. Il s'agit de relever et d'analyser les gestes et les routines spécifiques du professeur lors de la mise en œuvre des séances proposées. À un niveau micro, l'analyse consiste à étudier ce qui est automatique, implicite, presque à l'insu du professeur : par exemple dans le discours, ce qui n'est pas préparé et relève des rituels du professeur, les gestes élémentaires, les déplacements, l'élaboration et la nature des traces écrites privilégiées au tableau.

a. Outils d'analyse

Afin de distinguer le plus objectivement possible les résultats qui relèvent de la progression de ce qui relève de l'enseignant, nous avons donc utilisé les cinq composantes de la Double Approche : cognitive, médiative, personnelle, sociale et institutionnelle, pour analyser les pratiques de l'enseignant. L'analyse selon les composantes de la Double Approche didactique et ergonomique des pratiques a permis de relever des régularités pour l'enseignant observé et nous avons pu interpréter ces régularités selon la classification en i-genres et e-genres.

> Les i-genres relatifs au versant **i**nstruction du métier de professeur des écoles [...] sont définis par les grandes conceptions des maîtres relatifs aux apprentissages scolaires (contenus d'apprentissages, notamment mathématiques) et à leur enseignement. Nous les caractérisons à l'aide d'indicateurs relatifs à l'enseignement des mathématiques. [...]
>
> Au delà des i-genres précédemment définis, les maîtres observés créent des environnements mathématiques et des modes de vie et de travail dans la classe de statut très différents. Nous appelons e-genres cette dimension permettant une nouvelle caractérisation de la cohérence des pratiques effectives d'un enseignant liée au versant **é**ducation du métier de professeur des écoles. […] (Butlen, Peltier et Pézard, 2004, p. 67.)

Ce centrage sur les interactions et les faits et gestes de l'enseignant a été rendu possible par l'analyse des transcriptions de séances filmées. En effet, la caméra était posée face à l'enseignant ce qui permettait d'observer tous ses faits et gestes.

b. Interprétations

Nous nous sommes longuement entretenus avec l'enseignant qui s'est porté volontaire pour mettre en œuvre dans sa classe notre progression. Nous avons tenu compte de son parcours professionnel. Nous nous sommes ensuite intéressés aux régularités que nous pouvions observer dans les cours lors de la prise en charge de notre progression par cet enseignant. Ce focus sur l'enseignant nous a permis, au moment de l'analyse des observations, de proposer des interprétations plus spécifiques dépendant de notre progression. L'analyse des régularités des pratiques observées chez cet enseignant nous permet d'avancer des éléments relatifs aux cinq composantes de la double approche. Pour la composante cognitive, nous avons observé que le professeur a suivi à la lettre la quasi totalité de la progression. Il a improvisé très peu d'exemples. Les retours en arrière qu'il a régulièrement effectués avaient pour support les exercices de notre progression. Concernant la composante médiative du professeur, nous avons observé une régularité dans les différentes phases (dévolution, action, validation, formulation et institutionnalisation). La dévolution a été systématiquement prise en charge par le professeur sur un mode public. A chaque fois il traduisait les informations dans les tableaux en consignes verbalisées.

Nous rattachons à la composante personnelle de l'enseignant les actions suivantes que nous avons observées. Le professeur a fait preuve de peu de tolérance en matière de risque. Au moment de la conception de la progression, le professeur nous avait fait savoir qu'il voulait prendre en charge une telle séquence mais qu'il fallait s'interdire l'utilisation des fractions. Dans le même ordre d'idée, le professeur a contourné le plus longtemps possible les questions relatives à la linéarité multiplicative dans le sens réciproque. En prenant en compte ces observations et leur analyse selon les composantes retenues nous pouvons rattacher les pratiques du professeur à la catégorie du i-genre 2 et du e-genre c (Butlen, Peltier et Pézard, 2004, 75-79).

	Critères relevant plutôt de la composante cognitive	Critères relevant plutôt de la composante médiative	Critères relevant plutôt de la composante institutionnelle
i-genre 2	- Scénarios faisant une part importante à la présentation collective de l'activité. - Questionnement collectif ou nominatif. - Phase de leçon modèle pouvant jouer le rôle d'institutionnalisation *a priori* ou ostension simple d'un exemple. - Temps de résolution individuelle d'exercices d'application. - Quasi absence de phase de synthèse. - Quasi absence de phase d'institutionnalisation - Les professeurs anticipent sur les difficultés des élèves. - Abaissement des exigences. - Exercice résolu collectivement avant toute recherche individuelle.	- Étayage consistant, relayé éventuellement par un tutorat organisé ou spontané entre élèves. - Traitement individualisé des comportements. - Entretien de la motivation des élèves par le recours aux jeux ou à des projets périscolaires.	- Une gestion du temps qui échappe partiellement ou totalement aux maîtres. - Utilisation de la pédagogie différenciée : groupes de niveaux ou tâches individualisées grâce à des fiches ou activités complémentaires.

les i-genres et les composantes

e-genre c	- La classe est un lieu d'acquisition de comportements cognitifs et d'une certaine forme d'autonomie. - L'école est là pour apprendre à apprendre. - Les mathématiques contribuent à développer l'autonomie des élèves, leur esprit d'initiative, et leur aptitude à raisonner. - L'accent est mis davantage sur les démarches que sur les résultats. - Peu de savoirs sont institutionnalisés.

les e-genres et les caractéristiques

La gestion du temps a échappé au professeur ; le questionnement est nominatif ou collectif, la présentation des exercices et des consignes est collective ; on observe des phases de leçon modèle pouvant jouer le rôle d'institutionnalisation *a priori*, des exercices qui sont résolus avant toute recherche individuelle, et un traitement individualisé des comportements. Tous ces éléments sont constitutifs du i-genre 2. Nous avons observé que, pour le professeur, la classe est un lieu d'acquisition de comportements cognitifs et d'une autonomie. Il tolère les erreurs de calculs et l'usage de la calculatrice si cela permet aux élèves de comprendre ce qu'ils sont en train de faire. Ces éléments sont constitutifs du e-genre c. Nous plaçons donc le professeur dans la catégorie du e-genre c même si nous ne pouvons nous prononcer qu'au niveau micro.

Grâce à l'observation du répertoire des élèves, nous pouvons attester que des apprentissages ont eu lieu même si deux élèves ont manifesté ce « gel des procédures » mentionné au début de cet article. Les élèves ont globalement réactivé toutes les techniques présentées dans les séances 1 à 5 au moment des questions soulevées dans les exercices de la séance 6. Les élèves ont donné des arguments qui relevaient de la sémantique et parfois de la syntaxe. Ainsi nous avons pu observer des élèves qui argumentaient en faveur d'une incompatibilité d'un résultat au regard des grandeurs mises en jeu dans la situation. D'un autre côté, nous avons observé de réelles difficultés pour les élèves de SEGPA à percevoir des relations numériques dans le champ multiplicatif (Vergnaud, 1991) pour des nombres entiers, *a fortiori* pour des décimaux. Par ailleurs, les tables de multiplication ne sont pas maîtrisées par les élèves de SEGPA ; 7 fois combien fait 56 ? Mystère... La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou la soustraction est peu mise en œuvre ; 7 fois 18 c'est 7 fois 10 plus 7 fois 8.

Le vocabulaire n'a pas toujours fait sens pour les élèves de cette classe. Nous avons ainsi observé des élèves qui calculaient plusieurs « coefficients de proportionnalité » afin de savoir s'il y avait bien proportionnalité. La détermination des rapports externes dans ce cas, tout comme l'emploi des fractions, n'a pas fait sens chez ces élèves. C'est tout aussi problématique dans l'enseignement ordinaire.

Dans notre progression, nous n'avions pas pris en charge des apprentissages spécifiques sur la division et sur la reconnaissance de cette opération comme étant réciproque de la multiplication. Il semblerait pourtant nécessaire de proposer un tel travail aux élèves avant de les confronter à notre progression. Pour cela nous renvoyons le lecteur aux travaux de Bloch (2008) sur le restauration du processus interprétatif : la multiplication en SEGPA et de Charnay (2007) sur le calcul à l'école élémentaire.

Conclusion

Une des hypothèses de notre expérimentation était que les élèves de SEGPA peuvent effectivement acquérir des savoirs associés à la proportionnalité en apportant peu de perturbation aux ressources et pratiques ordinaires. Nous pouvons attester que lors de notre expérimentation les élèves ont mobilisé les connaissances présentées dans la progression. Leur répertoire didactique s'est enrichi. Même si dans l'analyse *a posteriori* nous avons identifié des lacunes ou des erreurs, des apprentissages ont eu lieu. Les techniques ont été réutilisées et les contextes retenus ont permis des rétroactions. Au moins à court terme …

L'appropriation de la progression construite nécessite des connaissances mathématiques non triviales chez l'enseignant qui la met en œuvre. De plus, cette progression doit s'accompagner d'une guidance mettant en avant le rôle clef de la quatrième séance. En effet, l'identification d'un facteur de linéarité multiplicative et sa transformation en un coefficient de proportionnalité relève de l'étude des grandeurs et des liens entre leurs mesures. Par ailleurs, l'identification par l'enseignant de l'utilisation d'une technique par un élève pose problème. Nous avons pu observer des confusions entre le coefficient de proportionnalité comme grandeur quotient et un facteur de linéarité multiplicative.

Enfin, une présentation des méthodes de validation ou d'invalidation d'une relation de proportionnalité entre deux suites semble *a fortiori* nécessaire dans le cas de tableaux à deux lignes et deux colonnes, et ceci avant que les élèves ne s'approprient la recherche d'une quatrième proportionnelle par l'utilisation du produit en croix.

Bibliographie

BELMAS, P. (2001) *Apprentissage de la proportionnalité et symbolisations chez les élèves en échec scolaire*. Thèse de sciences de l'éducation, Université Paris V, Paris.

BLOCH I. (2008) Les signes mathématiques dans l'enseignement spécialisé : restauration du processus interprétatif, la multiplication en SEGPA. L*es sciences de l'Education, Pour l'ère nouvelle*, **41-1**, 91-113, Caen.

BLOCH, I. (2009) Les interactions mathématiques entre professeurs et élèves : Comment travailler leur pertinence en formation ? *Petit x,* **81**, 25-52. Grenoble, La Pensée Sauvage.

BLOCH, I. (2013) Elèves en difficulté à l'entrée au Collège : Quelques repères pour penser l'enseignement des mathématiques. *Petit x*, **93**, 29-51. Grenoble, La Pensée Sauvage.

BLOCH, I. & GIBEL, P. (2011) Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : Étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **31(2)**, 191-228. Grenoble, La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU, G. (1998) *Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

BUTLEN, D., PELTIER, M.-L., PÉZARD, M. (2004) Des résultats relatifs aux pratiques des professeurs débutants ou confirmés enseignants les mathématiques en ZEP/REP. In Peltier-Barbier, M.-L. (Eds.), *Dur d'enseigner en ZEP*, 69-81. Grenoble, La Pensée Sauvage.

CHARNAY, R. (2007) La division, le plus tôt possible ? La division, le mieux possible ! *APMEP*, **469**, 202-212.

COMIN, E. (2000) *Proportionnalité et fonction linéaire. Caractères, causes et effets didactiques des évolutions et des réformes dans la scolarité obligatoire*. Thèse de didactique des mathématiques, Université Bordeaux 1, École doctorale de mathématiques-informatique.

DIAS, T. (2008). *La dimension expérimentale des mathématiques : Un levier pour l'enseignement et l'apprentissage*. *Étude exploratoire dans des situations d'enseignement et de formation au sein de l'enseignement spécialisé.* Thèse, Université Lyon 1, École doctorale informatique et information pour la société.

FAVRE, J.-M. (2004) Étude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe de l'enseignement spécialisé. *Actes du séminaire national ARDM de didactique des mathématiques*, 109-126, Durand-Guerrier, V. & Tisseron, C. (Eds), IREM Paris 7.

GIBEL, P. (2009) Analyse des connaissances et des savoirs utilisés par les élèves lors de l'élaboration de raisonnements en situation adidactique à l'école Primaire. In Kuzniak, A. & Moustapha, S. (Eds) *Enseignement des mathématiques et développement : Enjeux de société et de formation - Actes du colloque EMF 2009* (GT9, 286-292).

HERSANT, M. (2001) *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège*. Thèse de l'Université Paris 7.

HERSANT, M. (2005) La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui, *Repères IREM*, **59**, 5-41.

LEVAIN, J.-P., LE BORGNE, P., SIMARD, A. (2006) Apprentissage de schémas et résolution de problèmes en SEGPA, *Revue Française de Pédagogie,* **155**, 95-109.

MOPONDI, B. (1986) *Problème de sens dans la négociation didactique en vue de l'institutionnalisation d'un algorithme : Notion de proportionnalité au Cours Moyen*. Thèse de didactique des mathématiques, Université Bordeaux 1.

ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : Une Double Approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies,* **2**, 505-528.

RODITI, E. (2014) Le calcul des doses médicamenteuses. Pratiques professionnelles et choix de formation en soins infirmiers. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **34(2-3)**, 103-132. Grenoble, La Pensée Sauvage.

VOISIN, S. (2013) *L'enseignement de la proportionnalité en SEGPA : Contraintes, Spécificités, Situations*. Thèse de sciences de l'éducation, Université Bordeaux 2, École doctorale sociétés, politique, santé publique.

VERGNAUD, G. (1991) *L'enfant, la mathématique et la réalité. Problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire* (4e éd.). Berne : Peter Lang.

Ressources institutionnelles

BULLETIN OFFICIEL SPÉCIAL n°11 du 26 novembre 2015. Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4). Arrêté du 9-11-2015 - J.O. du 24-11-2015 (NOR MENE1526483A). http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?pid_bo=33400

Documents d'accompagnement SEGPA, Orientations pédagogiques des enseignements généraux et professionnels adaptés dans le second degré, CNDP, 1999. http://www2.cccndp.fr/archivage/valid/15355/15355-11297-14371.pdf

Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques (cycle 3). Ressources thématiques : *Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3*, EDUSCOL, 2016. http://eduscol.education.fr/cid101461/ressources-maths-cycle-3.html

ANNEXES

Annexe 1. Séance 1 : Recette d'une pâte à crêpes (évaluation diagnostique)

Trois enfants ont appris à faire des crêpes chez leurs grands-parents. La recette est une préparation pour quatre personnes ; il faut prévoir 250 millilitres de lait, 120 grammes de farine, 2 œufs, 10 grammes de sucre vanillé, 6 g de sel et 20 grammes de beurre.
Quand ils rentrent chez eux, ils décident de faire des crêpes avec cette recette. Romane veut en faire pour 8 personnes, Rachel veut en faire pour 2 personnes et Thyl veut en faire pour 6 personnes. Indiquer les quantités des différents ingrédients pour chacun des trois enfants.

Annexe 2. Séance 2 : Les principes de linéarité de la proportionnalité (+ et x)

Exercice 1
Mathéo roule en vélo, toujours à la même vitesse. Il met 10 minutes pour parcourir 3 km et 15 minutes pour parcourir 4,5 km.
1) Quelle distance aura-t-il parcourue s'il roule pendant 25 minutes ?
2) Combien de temps mettra-t-il pour parcourir 6 km ?

Exercice 2
Pour faire une mousse au chocolat pour 9 personnes, j'utilise 6 œufs. Quand je fais la même mousse au chocolat pour 15 personnes, j'utilise 10 œufs.
1) Combien faudra-t-il d'œufs pour en faire pour 27 personnes ?
2) Combien faudra-t-il d'œufs pour en faire pour 24 personnes ?

Exercice 3
Chez un marchand, on peut lire que le prix payé en euros est proportionnel à la quantité de pommes exprimée en kilogrammes. Pour la variété de pommes qui m'intéresse, 3 kg de pommes coûtent 5,40 € et 5 kg coûtent 9,00 €.
1) Combien coûtent 8 kg de cette variété de pommes ?
2) Avec 27,00 €, combien puis-je acheter de kg de cette variété de pommes.
3) Combien coûtent 13 kg de cette variété de pommes ?

Annexe 3. Séance 3 : Les principes de linéarité de la proportionnalité (- et :)

Exercice 1
Pour réaliser des crêpes un cuisinier doit mélanger des ingrédients, on s'intéresse ici au nombre d'œufs et à la quantité de farine en grammes. Pour 520 grammes de farine il faut 8 œufs et pour 195 grammes de farine il faut 3 œufs.
1) Quelle quantité de farine, en grammes, dois-je prendre si j'ai 5 œufs ?
2) Combien dois-je prévoir d'œufs si j'ai 260 grammes de farine ?

Exercice 2
Le chef cuisiner d'un restaurant sait que la quantité de riz en grammes servie est proportionnelle au nombre de personnes à table. Pour une table de 18 personnes il prépare un plat de 1890 grammes de riz. Pour une table de 11 personnes, il prépare un plat de 1155 grammes de riz.
1) Quelle quantité de riz, en grammes, doit-il préparer pour 7 personnes ?
2) Il a un plat de 945 grammes de riz, combien de personnes mangent à la table pour laquelle ce plat est prévu ?
3) Quelle quantité de riz, en grammes, doit-il préparer pour 6 personnes ?
4) Quelle quantité de riz, en grammes, doit-il préparer pour 4 personnes ?
5) Quelle quantité de riz, en grammes, doit-il préparer pour 3 personnes ?

Exercice 3
Dans l'épicerie de mon quartier il n'y a qu'une seule sorte de bouteilles d'eau et le commerçant ne fait pas de remise même si je lui en achète beaucoup. Si je veux 30 bouteilles d'eau je paye 12,60 € ; si j'en veux 24 bouteilles je paye 10,08€.
1) Combien vont me coûter 6 bouteilles d'eau ?
2) Si j'ai 6,30 € combien de bouteilles d'eau puis-je acheter ?
3) Combien vont me coûter 10 bouteilles d'eau ?
4) Si j'ai 1,26 € combien de bouteilles d'eau puis-je acheter ?
5) Combien vont me coûter 4 bouteilles d'eau ?

Annexe 4. Séance 4 : Le passage par l'unité ; introduction du coefficient de proportionnalité

Exercice 1
Un grossiste ne vend qu'une seule sorte de café mais de très bonne qualité. Le prix au kilogramme de ce café n'évolue pas.Tâchons d'en savoir un peu plus !
1) Sachant que 12 kg coûtent 192€, combien vont me coûter 6 kg de ce café ?
2) Sachant que 15 kg coûtent 240 €, combien vont me coûter 5 kg de ce café ?
3) Sachant cela, combien va me coûter 1 kg de ce café ?
Maintenant, je peux répondre aux questions suivantes.
4) Combien vont me coûter 2 kg de café chez ce grossiste ?
5) Combien vont me coûter 4 kg de café chez ce grossiste ?
6) Combien vont me coûter 7 kg de café chez ce grossiste ?
7) Combien vont me coûter 10 kg de café chez ce grossiste ?

Exercice 2
Franck fait du vélo en restant sur le même plateau et sur le même braquet, pour chaque tour de pédale, il avance du même nombre de centimètres, peu importe la vitesse ou la force. Franck a fait deux mesures. Pour 6 tours de pédales il avance de 840 centimètres et pour 5 tours de pédales il avance de 700 centimètres.
1) Quelle distance, en cm parcourt-il avec un seul tour de pédales ?
Sachant cela, répondre aux questions suivantes.
2) Quelle distance, en cm parcourt-il pour 2 tours de pédales ?
3) Quelle distance, en cm parcourt-il pour 3 tours de pédales ?
4) Quelle distance, en cm parcourt-il pour 4 tours de pédales ?

Exercice 3
Un forain possède un manège. Le jour où j'y suis allé il n'y avait pas de remise et je n'ai pas eu de tour gratuit. Pour 6 tours j'ai payé 6,30 €.
1) Combien aurais-je payé pour 1 tour ?
Sachant cela, répondre aux questions suivantes.
2) Combien aurais-je payé pour 8 tours ?
3) Avec 10,50 € combien de tours de manège pourrais-je faire ?
4) Combien aurais-je payé pour 8 tours ?

Annexe 5. Séance 5 : Le coefficient de proportionnalité et le passage entre les lignes

Exercice 1
La quantité de sirop, en centilitres, prévue au goûter à la garderie de l'école maternelle est fixée de la manière suivante. Pour 4 enfants, il faut 20 centilitres de sirop.
1) Combien faut-il de centilitres de sirop par enfant ?
Sachant cela, répondre aux questions suivantes.
2) Combien de centilitres de sirop dois-je prévoir pour 7 enfants ?
3) Combien de centilitres de sirop dois-je prévoir pour 13 enfants ?

Exercice 2
La quantité de sirop, en centilitres, prévue au goûter à la garderie de l'école élémentaire est fixée de la manière suivante. Il faut 8 centilitres de sirop par enfant, ce que l'on note
8 cl / enfant.
1) Combien faut-il de centilitres de sirop pour 4 enfants ?
2) Combien faut-il de centilitres de sirop pour 7 enfants ?
3) Combien d'enfants peuvent s'asseoir à la table dont la carafe contient 72 cl de sirop ?
4) Combien d'enfants peuvent s'asseoir à la table dont la carafe contient 118 cl de sirop ?
5) Comment peut calculer la quantité de cl de sirop en fonction du nombre d'enfants ?
6) Comment peut calculer nombre d'enfants en fonction de la quantité de cl de sirop ?

Exercice 3
1) Pour convertir des heures en minutes on …
2) 1 h = … min
3) 1,5 h = … min
4) 2,5 h = … min
5) 0,5 h = … min
6) 1,2 h = … min
7) Pour convertir des minutes en heures on …
8) 180 min = … h
9) 600 min = … h

Exercice 4
J'ai choisi un nombre mystère. J'ai multiplié 45,6 par mon nombre mystère et ma calculatrice m'affiche 59,28. Grâce à la calculatrice, répondre aux questions qui suivent.
1) Quel est mon nombre mystère ?
2) Que va m'afficher ma calculatrice si je multiplie 13,5 par mon nombre mystère ?
3) Que va m'afficher ma calculatrice si je multiplie 5,4 par mon nombre mystère ?
4) Que va m'afficher ma calculatrice si je multiplie 78,5 par mon nombre mystère ?
6) Quel nombre ai-je choisi de multiplier par mon nombre mystère si ma calculatrice m'affiche 4,55 ?
7) Quel nombre ai-je choisi de multiplier par mon nombre mystère si ma calculatrice m'affiche 105,95 ?

Annexe 6. Séance 6 : Reconnaissance de relation de proportionnalité

Pour les exercices 1 à 4, dire si les séries de nombres proposées sont proportionnelles ?

Exercice 1

Première série de nombres :	12	;	16
Deuxième série de nombres :	20	;	30

Exercice 2

Première série de nombres :	6	;	11
Deuxième série de nombres :	15	;	30

Exercice 3

Première série de nombres :	12	;	1,5	;	3	;	1,2	;	11
Deuxième série de nombres :	36	;	4,5	;	9	;	3,6	;	33

Exercice 4

Première série de nombres :	6	;	7	;	8	;	9
Deuxième série de nombres :	1,8	;	2,1	;	2,4	;	2,7

Exercice 5

Je suis allé trois fois chez mon marchand et j'ai gardé mes factures pour mes achats de poires préférées. A chaque fois il s'agissait de la même variété de poires.
Pour 1 kg j'ai payé 2,40 €. Pour 3 kg j'ai payé 7,20 €. Pour 5 kg j'ai payé 10,80 €.
Peut-on dire que le prix au kilogramme pour ces poires est fixe chez ce marchand ?

Exercice 6

Je suis toujours allé faire le plein de super sans plomb pour ma moto chez le même pompiste
J'ai payé 9 € pour 6 litres ; 12 € pour 8 litres ; 15 € pour 10 litres et 21 € pour 14 litres.
Peut-on dire que le prix payé chez ce pompiste et la quantité de super sans plomb sont deux grandeurs proportionnelles ?