MÉTHODOLOGIE D'ANALYSE DE MANUELS ET ÉTUDE DU MANUEL *MÉTHODE DE SINGAPOUR* CP

Nadine GRAPIN[1]
Laboratoire de Didactique André Revuz - ESPE de l'académie de Créteil

Éric MOUNIER[2]
Laboratoire de Didactique André Revuz – ESPE de l'académie de Créteil

Résumé : Nous avons élaboré une méthodologie d'analyse de manuels en trois temps : décrire les caractéristiques de la ressource, analyser l'enseignement d'une notion-clé, généraliser ce qui a été observé précédemment en revenant sur les intentions affichées des auteurs. Cette méthodologie est exploitée pour étudier le manuel CP de la collection *Méthode de Singapour*. Nous avons choisi comme notion-clé l'enseignement du sens des écritures chiffrées au CP : nous faisons donc un premier état des lieux des recherches existantes sur ce point avant d'étudier la façon dont cette notion est traitée dans le manuel.

Mots-clés : analyse de manuels, numération, cycle 2, Singapour.

INTRODUCTION

Alors qu'il est proposé dans les 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques (Rapport Villani & Torossian, 2018, p. 11) que *« les manuels de mathématiques feront l'objet d'un positionnement sur une échelle, par un comité scientifique, en regard de chacun des critères d'une courte liste arrêtée par ce même comité »*, il nous semble complémentaire de proposer une méthodologie permettant d'analyser, pour un manuel de mathématiques, le contenu et la progression - programmation de son enseignement. Nous retenons pour définition de *« manuel scolaire »*, celle utilisée pour le rapport du Cnesco[3] relatif à l'enseignement des nombres et du calcul par Mounier et Priolet (2015), à savoir :

> *Est considéré comme manuel scolaire tout support pédagogique (livres ou fiches) qui doit être acquis par l'élève (lycée) ou qui est mis à sa disposition par l'établissement (école primaire et collège). […]*
>
> *Chaque manuel peut prendre deux formes : support livre ou support fichier, ce dernier se présentant sous l'aspect d'un cahier personnalisé sur lequel l'élève écrit les réponses aux exercices, ce qu'il ne peut faire dans le support livre.*

---

[1] nadine.grapin@u-pec.fr

[2] eric.mounier@u-pec.fr

[3] Conseil national d'évaluation du système scolaire.

Ce même rapport conclut que les manuels dont disposent les professeurs des écoles (PE) de cycle 2 sont très souvent accompagnés d'un guide pédagogique, *« documentation annexée au manuel scolaire et destinée au professeur »* (*ibid.*, p. 7) dans lequel est réservée *« une place plus ou moins grande au volet organisationnel tel que le mode d'emploi, aux partis-pris pédagogiques et didactiques ou encore aux indications de gestion de chacune des séances »* (*ibid.*, p. 9). Ainsi, la méthodologie d'analyse que nous proposons implique systématiquement l'analyse de ces deux supports (manuel de l'élève sous la forme de livre ou de fichier et guide pédagogique) et éventuellement des autres éléments matériels ou numériques qui les accompagnent.

Notre avons conçu une méthodologie d'analyse de manuels pour les chercheurs dont nous réfléchissons à la transposition pour l'enseignant afin de l'outiller dans son choix de manuels. Au-delà de l'étude du contenu mathématique et de la programmation de son enseignement prescrits dans le manuel, nous nous intéressons aussi à la faisabilité des situations proposées en classe ordinaire et à leur potentialité d'apprentissage concernant les notions mathématiques en jeu. Nous n'intégrerons pas l'utilisation effective par les élèves ou par les enseignants, comme ont pu le faire Leroyer (2013) ou encore Mounier et Priolet (2015), mais reviendrons sur ce point en conclusion.

Nous présentons dans un premier temps notre méthodologie d'analyse, puis l'appliquons à l'ensemble des supports mis à disposition de l'enseignant dans la collection *Méthode de Singapour* au niveau CP. Enfin, nous revenons brièvement sur la méthodologie et discutons les résultats obtenus.

I. ANCRAGES THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIE D'ANALYSE

Nous inscrivons notre méthodologie dans le prolongement de celle utilisée dans le rapport sur les manuels scolaires mené par Mounier et Priolet en 2015[4]. L'analyse s'effectue à deux niveaux : globalement pour des caractéristiques générales concernant l'ensemble des supports proposés par l'éditeur, et localement pour des éléments relatifs à un objectif d'apprentissage sur une notion clé. Elle comporte trois temps.

- 1er temps : globalement, nous présentons les supports à disposition de l'élève et de l'enseignant (avec une étude systématique du manuel et du guide pédagogique) et indiquons les choix didactiques et pédagogiques affichés par les auteurs ainsi que l'utilisation du manuel telle qu'ils la prévoient en classe ;
- 2e temps : nous nous centrons sur les séances qui traitent une des « notions-clé », c'est-à-dire une notion correspondant à un objectif d'apprentissage important au niveau auquel elle est enseignée (nous précisons ceci par la suite) ;
- 3e temps : nous faisons des hypothèses argumentées pour généraliser certaines caractéristiques trouvées dans le deuxième temps et compléter le premier temps.

Nous allons désormais décrire chacun des temps d'analyse, indépendamment du niveau de classe où cette étude est réalisée et de la notion-clé choisie. Afin d'éviter toute confusion, nous précisons que, désormais, dans le texte de cet article, le terme de « manuel » désigne le support destiné à l'élève (sous la forme de livre et-ou de fichier).

[4] Dans cette étude, une analyse descriptive de dix collections de manuels scolaires du CP au CM2, disponibles à la rentrée 2014, a été menée ; quatre de ces collections ont été étudiées plus précisément afin de décrire l'approche choisie pour enseigner l'écriture chiffrée en CP, les quatre opérations et pour introduire les fractions et les décimaux au cycle 3. Les programmes de mathématiques en vigueur étaient ceux de 2008.

1er temps : caractéristiques générales et intentions des auteurs

Ce premier temps d'analyse, essentiellement descriptif, s'appuie sur différents éléments :

- les noms et la fonction des auteurs ayant participé à la rédaction des supports ;
- les supports mis à disposition des élèves et des enseignants et leurs fonctions telles qu'elles sont envisagées par les auteurs ;
- le coût d'équipement d'une classe (manuel élève, guide et matériel pédagogiques) ;
- l'organisation générale du manuel : progression, nombre de séances, *etc.* ;
- la répartition des séances par domaines mathématiques ;
- la structure générale d'une séquence[5] (si elle existe) et celle d'une séance.

Nous complétons cette liste en nous intéressant aussi aux intentions affichées des auteurs. Figurant généralement au début des guides pédagogiques, elles donnent les orientations quant au contenu didactique et aux choix pédagogiques réalisés. Elles peuvent intégrer des éléments du programme, apporter des précisions relatives à l'évaluation des élèves ou à la différenciation. Ces indications donnent aussi des informations et des conseils aux enseignants sur la façon d'utiliser les différents supports mis à sa disposition : mise en place des séances en général ou plus spécifiquement des rituels ou du calcul mental, activités préparatoires, *etc.* Ce sont ces orientations qui pourront par la suite être interrogées au regard de l'analyse menée dans le deuxième temps : les propositions d'enseignement d'une notion-clé sont-elles cohérentes avec les intentions affichées des auteurs ?

2e temps : analyse de l'enseignement d'une notion clé

Une notion-clé est une notion dont les programmes soulignent l'importance dans un niveau de classe pour la construction des apprentissages. Nous la sélectionnons si, en outre, cette importance est aussi relevée dans des travaux réalisés en didactique des mathématiques. Nous voulons aussi analyser la faisabilité et les potentialités d'apprentissage des prescriptions des auteurs en classe ordinaire, et nous inscrivons ainsi dans une double approche ergonomique et didactique (Robert & Rogalski, 2002). Nous suivons en particulier leur méthodologie d'analyse consistant à étudier les scénarios des séances et des séquences *a priori* pour dégager les activités potentielles *a priori* des élèves à partir des tâches qui leur sont données.

Ceci nécessite des apports didactiques propres au contenu mathématique en jeu et que nous devrons donc préciser en tout premier lieu. À l'aune de ces apports didactiques où l'épistémologie de la notion mathématique a un rôle central, nous découpons alors l'apprentissage en trois phases qui se suivent dans l'avancée didactique du savoir (Perrin-Glorian & Hersant, 2003) : la phase dans laquelle le savoir est nouveau et enjeu de l'apprentissage, la phase qui la précède et la phase qui la suit. Nous déterminons de manière globale la programmation sur l'année de ces phases puis nous étudions le contenu de chacune plus précisément.

Dans la phase qui précède l'apprentissage du savoir nouveau nous regardons le traitement des connaissances anciennes participant à cette introduction, ces connaissances anciennes ayant été déterminées par l'étude didactique préliminaire. Nous nous limitons à une analyse globale d'identification de ces connaissances et de leur progression et programmation.

[5] Nous entendons par séquence, *« un ensemble de séances portant sur le même objet de savoir »* (Chopin, 2006, p. 56).

Dans la phase où le savoir nouveau est enjeu d'apprentissage, nous regardons de manière spécifique ce que nous appelons la nature des situations d'apprentissage proposées et la manière dont ce savoir est institutionnalisé (Mounier, 2013). Il s'agit d'évaluer le partage de la responsabilité du savoir entre enseignant et élèves (Perrin-Glorian & Hersant, 2003) : est-ce que le savoir émerge préférentiellement des activités de l'élève (de manière collective ou individuelle) ou de celles de l'enseignant ? Quelle est la potentialité problématique des tâches proposées par rapport au savoir visé ? Pour ce faire, nous estimons le potentiel a-didactique des situations d'apprentissage visant l'introduction d'une nouvelle notion (Brousseau, 1998). Notre méthodologie consiste à étudier leur proximité à une situation-problème au sens de Fénichel et Pfaff (2004-2005) en investiguant les caractéristiques qu'elles retiennent : l'emploi de la connaissance visée par l'objectif de la séance permet-elle de répondre à la tâche ? Y a-t-il une validation des réponses que les élèves peuvent faire eux-mêmes ? La réponse est-elle immédiate ? Les élèves peuvent-ils s'engager dans la résolution de la tâche ? Nous regardons aussi la place et la teneur des textes de savoir : quel est leur contenu ? À quel moment de la séquence apparaissent-ils ? Par qui et comment sont-ils élaborés ? Sous quelle forme les élèves en disposent-ils ?

Pour l'étude de la 3e phase, celle dans laquelle le savoir en jeu n'est plus nouveau, nous revenons à une étude plus globale en relevant essentiellement la complexité des tâches proposées, en particulier à travers l'identification du niveau de mise en fonctionnement des connaissances (Robert, 2008), et leur variété, en fonction de plusieurs classes de problèmes définies au préalable. Pour ce faire, nous regardons les valeurs des variables didactiques utilisées selon une tâche donnée et les procédures favorisées en lien avec l'enseignement reçu.

Cette étude nous permet alors de faire une synthèse sur trois points : le savoir prescrit, les situations d'apprentissage et ce que nous nommons la faisabilité des scénarios prescrits.

Pour les situations d'apprentissage, nous allons estimer en quoi le scénario prescrit par les auteurs favorise ou non un des trois dispositifs didactiques décrits par Rey (2001, pp. 31-35). Dans le dispositif *« explication-application »* les exercices d'application suivent la présentation aux élèves d'un objet de savoir (sous la forme d'une définition par exemple), dans celui *« observation-compréhension-application »*, l'exposition des savoirs est précédée d'un temps d'observation des élèves qui permet par exemple une généralisation et, enfin, dans le dispositif *« problème-compréhension-application »*, la formalisation des savoirs est précédée d'une résolution d'un problème mettant en jeu une « manipulation d'objets » matériels mais aussi conceptuels (*ibid.*, p. 35).

Dans les modalités d'enseignement, nous incluons aussi les conditions d'exercice en classe. Elles diffèrent sensiblement selon le niveau d'enseignement mais aussi selon des paramètres propres à chaque classe et école. C'est pourquoi, pour compléter l'analyse, nous relevons certains éléments matériels comme la durée des séances et le matériel utilisé (sa nature et sa variété) qui renseignent sur la gestion des tâches et des interactions en classe, autrement dit sur ce que nous appelons la faisabilité des scénarios en permettant d'envisager d'éventuelles adaptations à apporter (investissement de marges de manœuvre). Nous ne faisons cependant pas l'inventaire ni l'analyse de tout le matériel utilisé dans le manuel, nous revenons sur ce point dans la conclusion.

3e temps : généralisation de l'étude au manuel dans sa globalité

Le troisième temps de l'analyse a pour but d'étudier ce qui peut être généralisé concernant le deuxième temps et de revenir sur les intentions affichées des auteurs décrites dans le premier temps au regard de l'analyse faite dans le deuxième. En effet, les constats effectués à partir de l'étude de l'enseignement de la notion-clé nous permettent de formuler différentes hypothèses à éprouver sur d'autres notions. Par exemple, si dans l'analyse menée sur l'enseignement d'une notion-clé, nous observons que les dispositifs utilisés sont principalement du type *« explication-application »* (Rey, 2001), nous chercherons à vérifier si c'est ce même type de dispositif qui est proposé pour d'autres notions, relevant éventuellement d'autres domaines mathématiques. Enfin, le manuel assurant encore actuellement un rôle de formation pour les enseignants (Bueno-Ravel & Gueudet, 2015), nous nous assurons aussi que le vocabulaire mathématique est correctement utilisé (dans le manuel ou le guide pédagogique) et que les définitions et les propriétés sont mathématiquement justes. L'observation d'une certaine rigueur mathématique peut ainsi être étudiée localement sur une notion-clé, et par la suite interrogée sur l'ensemble des supports.

II. APPLICATION DE LA MÉTHODOLOGIE D'ANALYSE AU MANUEL *MÉTHODE DE SINGAPOUR CP*

Dans cet article, nous nous intéressons au niveau CP et avons choisi comme « notion-clé » la compréhension de la position des chiffres dans les écritures chiffrées des nombres inférieurs à cent en termes de dizaines et d'unités. En effet, les repères de progressivité des programmes de cycle 2 de 2015 indiquent que :

> *L'étude de la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu'à 100 et celle de la désignation orale permet aux élèves de dénombrer et constituer des collections de plus en plus importantes (MEN, 2015).*

Pour analyser le manuel *Méthode de Singapour*, nous avons exploité les différents supports matériels mis à disposition de l'enseignant souhaitant utiliser ce manuel, à savoir le guide pédagogique à destination de l'enseignant (Neagoy et *al.*, 2016a), les deux fichiers à destination de l'élève (Neagoy et *al.*, 2016b et 2016c), les fiches photocopiables (Neagoy et *al.*, 2016d), les ressources numériques téléchargeables par l'enseignant sur le site de l'éditeur et les ressources matérielles conseillées à l'enseignant.

1^er^ temps : caractéristiques générales et intentions des auteurs

L'analyse des différentes ressources nous a conduits à identifier quelques spécificités ; nous les présentons en reprenant la liste des éléments descripteurs définis dans la partie précédente.

a. AUTEURS ET ENSEMBLE DES RESSOURCES À DISPOSITION DE L'ENSEIGNANT

L'ensemble de la collection des manuels *Méthode de Singapour* est dirigée par Monica Neagoy, docteure en *« mathematical education »* ; les ressources papier pour le CP ont été rédigées par des professeurs de mathématiques, des conseillers pédagogiques et des professeurs des écoles. Les auteurs ayant rédigé les fichiers à destination des élèves n'ont pas tous contribué à la rédaction du guide pédagogique, et réciproquement. Par ailleurs, dans le guide pédagogique, chacune des séquences est signée du nom de son auteur ; par exemple, les deux premières unités sur les nombres sont rédigées par M. Neagoy et l'unité 10 — *« les nombres jusqu'à 100 »* — par J-M. Jamet. Une telle répartition des rôles des auteurs n'a pas été relevée dans les manuels étudiés par Mounier et Priolet en 2015 ni dans ceux que nous avons analysés en 2018 (Grapin & Mounier, 2018).

Les supports papier pour l'élève sont constitués de deux fichiers et ceux pour l'enseignant d'un guide pédagogique et d'un recueil de fiches photocopiables. Les deux fichiers sont pensés pour être utilisés *« pour la pratique guidée, c'est-à-dire projetés en classe et étudiés avec l'enseignant »* (guide pédagogique, p. 13). En complément :

> *Les fiches photocopiables fournissent des exercices qui permettent aux élèves de s'entraîner chaque jour en autonomie. Les élèves travaillent sur ces exercices indispensables pour l'automatisation et l'appropriation des concepts, lorsqu'ils ont montré qu'ils étaient capables de résoudre des problèmes tout seuls (ibid.).*

Ces précisions figurant dans le guide pédagogique impliquent donc la nécessité d'un dispositif de vidéo-projection pour afficher les pages du fichier et utiliser ce dernier de façon guidée. L'articulation entre ces fiches et le contenu du fichier n'est pas explicité dans le descriptif général des supports, même s'il est indiqué qu'*« ils sont directement corrélés »* (guide pédagogique, p. 13).

De façon générale, le contenu du guide pédagogique correspond à ce qui est attendu d'un tel ouvrage (selon la définition que nous avons choisie) et il est similaire à ce que l'on trouve dans les guides pédagogiques proposés dans d'autres collections en France (Mounier & Priolet, 2015).

Pour équiper une classe de 23 élèves[6] avec les supports pour les élèves et le guide enseignant, le coût s'élève à 380 euros environ. À cela s'ajoute un coût de reproduction que nous ne chiffrons pas ici, mais qui ne peut être négligé puisque, pour chaque séance, les élèves doivent travailler en autonomie quotidiennement à partir d'une ou plusieurs fiches photocopiées ; 265 fiches (une fiche par page) sont ainsi prévues pour un élève sur une année.

Sur le site de l'éditeur[7] peuvent être téléchargés : le guide de l'éditeur, mais aussi de nombreuses autres ressources complémentaires à celles papier telles que des fiches proposant des problèmes complémentaires ou des exercices de révision, des jeux et d'autres documents annexes (tables d'addition par exemple). Il est aussi possible de visionner des vidéos et des témoignages d'enseignants utilisant la méthode.

b. ORGANISATION GÉNÉRALE DU MANUEL ET RÉPARTITION DES SÉANCES PAR DOMAINE

La progression proposée dans le manuel est découpée en cinq périodes de sept semaines environ chacune, comme la quasi-totalité des manuels en France (Mounier & Priolet, 2015). Le contenu mathématique est structuré en 16 unités[8] réparties selon les domaines de la façon suivante : 11 sur le domaine *« Nombres & calculs »*, 2 sur *« Espace & géométrie »* et 3 sur *« Grandeurs & mesures »*. Ces 16 unités sont découpées en 135 séances : 106 (79 %) pour *« Nombres & calculs »*, 14 (10 %) pour *« Espace & géométrie »* et 15 (11 %) pour *« Grandeurs & mesures »*. À titre de comparaison, huit manuels de CP sur les dix étudiés pour le rapport du Cnesco accordent entre 67 % et 72 % des séances au domaine *« Nombres & calculs »* ; le nombre de séances relevant de ce domaine dans le manuel *Méthode de Singapour CP* est donc important. Par ailleurs, les unités portant sur l'espace et la géométrie et les grandeurs sont réparties au fil de l'année (annexe 1), comme le montre le graphique suivante (figure 1).

---

6 Le nombre moyen d'élèves par classes du CP au CM2 dans l'enseignement public était, en 2016, 23 élèves. http://cache.media.education.gouv.fr/file/2017/41/3/depp_rers_2017_801413.pdf (consulté le 30 avril 2018).

7 http://www.lalibrairiedesecoles.com/la-methode-de-singapour-nouvelle-edition/ (consulté le 14/10/2018).

8 Le terme d'*« unité »* n'est pas défini par les auteurs dans le guide pédagogique.

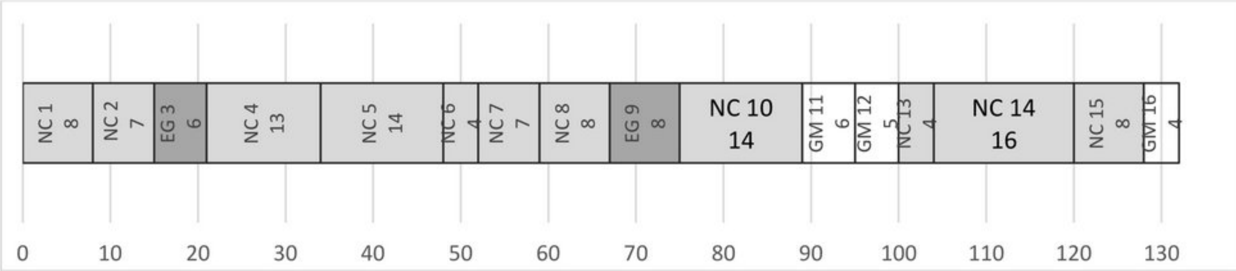


Figure 1 : Répartition sur l'année des 135 séances selon les domaines
(NC : nombre & calcul, EG : espace & géométrie, GM : grandeurs & mesures)
et les unités[9].

c. STRUCTURE GÉNÉRALE D'UNE SÉQUENCE ET D'UNE SÉANCE

Le terme « unité » employé par les auteurs ne semble pas toujours s'apparenter à celui de séquence que nous avons défini précédemment, puisque différents objets de savoir peuvent exister à l'intérieur d'une même unité : par exemple l'unité 14 porte sur l'*« addition et la soustraction des nombres jusqu'à 100 »*, ce qui correspond, *a priori*, à au moins deux séquences distinctes.

La première séance de chaque unité dite *« d'introduction »*, et intitulée *« observons l'image »*, vise à :

> *inviter et encourager les élèves à poser des questions, les aider à trouver ce qu'ils veulent savoir puis leur montrer comment procéder de façon systématique pour trouver les réponses à leurs questions (Guide pédagogique, p. 14).*

Selon l'unité, entre trois et quinze séances suivent cette séance d'introduction ; une séance dite *« d'objectivation »*, intitulée *« ce que j'ai appris »* et visant à *« récapituler les grandes idées »* (*ibid.*, p. 15) clôt chaque unité.

Dans le guide pédagogique, une description globale de chaque unité est réalisée au préalable de chacune des séances. Le descriptif de ces dernières contient :

- les objectifs ;
- un tableau synoptique indiquant la durée des phases de la séance et les modalités de travail ; ce tableau ne figure pas pour la première séance de l'unité, ni pour la dernière ;
- des indications pour que l'enseignant puisse mener les différentes étapes prescrites par les auteurs ;
- des propositions de différenciations, d'évaluations, de situations à caractère optionnel, de calcul mental, une *« synthèse de la leçon »* et un encadré contenant *« des conseils utiles [...] de nature mathématique ou pédagogique »*. (*ibid.*, pp. 14-15).

Chacune des séances est prévue pour une durée approximative et moyenne d'une heure. Nous notons cependant que dans le tableau synoptique, la durée prévue des phases dédiées au calcul mental, à la synthèse de la séance ou encore à l'évaluation continue ne sont pas indiquées ; il incombe donc à l'enseignant de les intégrer, mais la durée moyenne des séances est par conséquent plus importante que celle indiquée. Par ailleurs, les séances de calcul mental ne sont décrites qu'une séance sur deux alors qu'il est prescrit dans les programmes une pratique quotidienne de 15 minutes : le contenu d'une séance sur deux de calcul mental est donc à la

[9] *« EG 9 »* signifie qu'il s'agit de l'unité 9, qu'elle relève du domaine *« Espace & géométrie »* ; elle est composée de 8 séances.

charge de l'enseignant.

d. INTENTIONS DIDACTIQUES AFFICHÉES PAR LES AUTEURS

Au début du guide pédagogique (pp. 6–7) les auteurs se réfèrent à l'enseignement des mathématiques tel qu'il est conçu à Singapour et rappellent les bonnes performances des élèves singapouriens aux évaluations TIMSS[10] pour montrer l'intérêt de l'approche qu'ils choisissent dans la collection. L'expression *« méthode de Singapour »* utilisée dans ce préambule puis dans la partie suivante intitulée *« la méthode de Singapour au CP »* est d'ailleurs ambiguë, se référant tour à tour à l'enseignement des mathématiques tel qu'il est prescrit à Singapour puis à l'enseignement proposé par les auteurs. Par conséquent, pour éviter toute ambiguïté dans notre propos, nous n'utilisons pas le terme de « méthode » pour qualifier l'enseignement proposé à Singapour ni pour qualifier ce qui est prescrit dans le manuel.

Il est aussi précisé dans le guide pédagogique que le manuel utilisé à Singapour a été adapté pour correspondre aux attendus des programmes français *« tout en respectant l'esprit et les principes de la méthode »*, mais aucune indication sur les transpositions réalisées n'est mentionnée ; cela ferait un objet de recherche que nous n'abordons pas ici.

Toujours dans le préambule du guide pédagogique, les auteurs affichent entre autres, comme *« pilier »* de l'approche de l'enseignement à Singapour, *« une grande importance accordée à la résolution de problèmes »* et, en se référant à deux études montrant son efficacité, ils justifient le choix d'une *« approche concrète-imagée-abstraite »* :

> *1. L'approche concrète : les élèves sont guidés dans leur compréhension du concept grâce à la mise en situation ou la manipulation d'objets concrets (didactiques ou de la vie quotidienne).*
>
> *2. La présentation imagée : la situation est « schématisée » le plus souvent au tableau ou à l'aide du manuel. Elle permet de mettre en lumière, d'expliciter et d'exprimer les liens et les éléments importants du concept. Cette étape est appelée « semi-concrète ».*
>
> *3. La présentation abstraite : le recours aux symboles mathématiques constitue l'objet de cette ultime étape (guide pédagogique, p. 8).*

Si on peut déjà percevoir dans ces définitions le fait que l'élève doive être guidé, les auteurs précisent qu'une *« pratique guidée »* rend efficace le processus de modélisation[11] (guide pédagogique, p. 7). Pour eux, *« le professeur présente d'abord aux élèves le schéma qui va l'aider à résoudre le problème, puis invite les élèves à représenter à leur tour les données du problème à l'aide de ce même schéma »* (*ibid.*). Différents types de schématisation sont ensuite proposés pour représenter des problèmes additifs et soustractifs ; ces schémas, dont un exemple est donné en figure 3, peuvent aussi être exploités pour travailler les familles de nombres, nous y reviendrons dans la partie suivante de notre analyse.

Enfin, la manipulation est présentée comme un passage *« nécessaire à la compréhension [...] au service de l'abstraction au lieu d'être une fin en soi »* ; elle est prévue d'être *« utilisée pendant une, voire deux leçons »*, dans le cadre de l'approche concrète. Sur le site internet[12], des

---

[10] Trends in International Mathematics and Science Study est une évaluation internationale menée en fin de grades 4 (élèves âgés de 9 à 10 ans) et 8 (élèves âgés de 13 à 14 ans). Nous précisons que Singapour est premier des classements sur les deux niveaux en 2015 ; il se classe premier sur le grade 4 et second sur le grade 8 en 2011.

[11] La modélisation est ici définie comme *« une représentation par un schéma d'un concept ou d'une situation mathématique »* (Neagoy et *al.*, 2016b, p. 7) et par conséquent, ne constitue pas un processus.

[12] http://www.lalibrairiedesecoles.com/produit/maths-fichier-de-leleve-a-cp-nouvelle-edition/ (consulté le 17 avril 2018).

précisions sont apportées, notamment :

> *Au CP, la manipulation est essentielle pour que les élèves acquièrent une sensibilité des nombres, des quantités et des mesures. [...] C'est pour cette raison que la méthode de Singapour introduit chaque notion par une étape concrète, faisant appel à un matériel pédagogique riche et varié : jetons, cartes, cubes multidirectionnels, cubes de base 10...*

Les auteurs préconisent aussi des moments de verbalisation où il s'agit d'amener les élèves *« à décrire, à expliquer les étapes qui permettent de résoudre des problèmes »* ; l'enseignant est invité à le faire régulièrement *« afin de montrer l'exemple »* à ses élèves.

Pour conclure, nous retenons donc que c'est une pratique *« guidée »* qui est prescrite, à l'intérieur de laquelle la résolution de problèmes occupe une place importante. La manipulation est vue comme une étape importante, et première dans le cadre de l'approche *« concrète-imagée-abstraite »*. Enfin, l'apprentissage progressif de la représentation des problèmes passe par différentes schématisations avant d'aboutir à une écriture mathématique avec les symboles opératoires.

Nous reviendrons dans un troisième temps de la méthodologie sur ces intentions au filtre de l'étude de l'enseignement prescrit sur une notion-clé (deuxième temps).

2e temps : Analyse de l'enseignement d'une notion-clé : l'écriture chiffrée

a. ÉLÉMENTS DE CONTEXTUALISATION ET APPORTS THÉORIQUES SUR L'APPRENTISSAGE ET L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMÉRATION ÉCRITE CHIFFRÉE

Les écritures chiffrées de la maternelle au CP

À la maternelle, d'après les programmes, la comptine numérique est enseignée jusqu'à 30. Les problèmes (relevant essentiellement de la structure additive, Vergnaud, 1986) concernent surtout des quantités inférieures à 10. Les autres nombres apparaissent dans des tâches de dénombrement de collections au-delà de 10, et possiblement dans des tâches de comparaison. Les élèves voient les écritures chiffrées (EC) comme mesurant le cardinal d'une collection ou dans des situations quotidiennes (pages sur des livres, date, *etc.*). Ces EC sont perçues comme la/une forme écrite du nom du nombre et suivent donc la logique de ces dernières.

Au CP, il s'agit d'introduire les EC des nombres jusqu'à 99 en donnant du sens à chacun des chiffres. Dans les programmes 2016 (MEN, 2015), les deux aspects de la numération écrite chiffrée — positionnel et décimal — sont présentés comme des enjeux essentiels d'apprentissage dès le cycle 2. À la suite de Chambris (2012), Tempier (2016) montre l'importance de proposer des problèmes amenant à des compositions, recompositions et décompositions du nombre. Ainsi, au CP, pour les nombres à deux chiffres (d'après les recommandations des programmes 2016), il s'agit de travailler les relations entre une EC telle que 63 et les expressions en unités de numération du type 6 dizaines 3 unités (nous abrègerons en 6d 3u) mais aussi et surtout de type 3u 6d (aspect positionnel à l'œuvre), 5d 13u ou 5d 23u (aspect décimal à l'œuvre) et 13u 5d ou 23u 5d (aspects positionnel et décimal à l'œuvre). Comme le proposent les programmes, ces relations se travaillent notamment par des problèmes dans lesquels les collections ne sont pas toujours organisées en dizaines et unités de manière maximale, c'est-à-dire pour une collection de cardinal 63 en 6 groupes de dix et 3 objets isolés, et qui sont donc à organiser par les élèves pour obtenir l'EC. Nous y reviendrons plus précisément au fil de l'analyse.

Apprentissage et enseignement

Si nous prenons l'exemple emblématique de l'EC comme désignation du cardinal d'une collection, une première difficulté pour l'élève est de comprendre qu'une collection peut se concevoir comme un tout ou comme la réunion de sous-ensembles, une partition de ce tout. La dizaine joue un rôle majeur dans l'abord du nombre par la numération orale (dont les noms des nombres égrenés dans la comptine numérique sont les signes) et la numération écrite chiffrée (dont les EC sont les signes). DeBlois (1995) montre les difficultés des élèves à concevoir une dizaine comme une autre désignation du nombre 10 qui devra ensuite être utilisée comme une nouvelle unité de compte (donc un nouveau « un »). Une des manifestations de cette difficulté est la réponse « 10 dizaines » quand on demande à un élève combien il y a de dizaines dans une dizaine de cubes (l'élève veut indiquer le nombre de cubes, dix, mais aussi la façon dont la collection se présente, c'est à dire organisée en dizaines) ou encore quand un élève qui dénombre une collection organisée en 4 dizaines et 2 unités utilise la comptine des dizaines pour les dizaines mais aussi pour les unités, ce qui donne dix, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante (Mounier, 2010).

Ces exemples montrent les possibles liens entre procédures de dénombrement et numération. En étudiant leurs signes, Mounier (2012) a distingué la numération orale et la numération EC. Prenons l'exemple d'une collection de 42 objets. Deux procédures utilisent en-acte les propriétés de la numération orale : le comptage, un à un, de un à quarante-deux, ou le comptage avec la comptine des dizaines, dix, vingt, trente, quarante, suivie de celle de un en un, quarante-et-un, quarante-deux. Contrairement à la seconde, la première procédure ne met pas en exergue les repérants (dix, vingt, trente, quarante). La procédure qui mobilise en-acte au plus près les propriétés de la numération EC est encore différente de celles-ci. Elle consiste à organiser en dizaines de manière maximale toute la collection puis à coder cette organisation en comptant le nombre de dizaines (chiffre 4) et d'unités restantes (chiffre 2), et à accoler ces deux chiffres dans l'ordre conventionnel (42). Ici, la collection doit être totalement organisée pour faciliter le codage car il s'agit de connaître le nombre de dizaines et d'unités, alors que pour les premières procédures citées il n'est pas nécessaire de connaître ces nombres (Mounier & Pfaff, 2015 ; Mounier, 2017). On peut aussi remarquer que l'EC peut être ainsi obtenue sans connaître le nom du nombre, et que réciproquement les deux premières procédures permettent d'obtenir le nom du nombre sans que l'on sache l'écrire. Il existe donc deux numérations usuelles qui sont objet d'apprentissage à l'école : la numération orale et la numération écrite chiffrée. Cette distinction fondamentale est inhérente à toutes numérations orales et dépasse donc le simple cadre de la numération orale utilisée en France. Cette distinction des numérations a des conséquences sur les possibilités d'enseignement (Mounier, 2010) : soit emprunter l'itinéraire d'enseignement distinguant initialement les deux numérations avant de faire apparaître leurs points communs[13], soit emprunter l'itinéraire d'enseignement confondant les deux numérations avant de faire apparaître leurs différences[14].

Pour clore ce paragraphe sur l'apprentissage et l'enseignement de la numération EC au CP, signalons que les tâches de dénombrement ne sont pas les seules possibles pour introduire la signification des chiffres puisqu'il peut aussi s'agir de comparer les cardinaux de collections (Mounier, 2010). Ces situations de comparaison ont un certain potentiel pour problématiser l'intérêt de la dizaine que n'ont pas forcément les dénombrements, fussent-ils de collections

[13] Cet itinéraire est utilisé par au moins un manuel français en 2018, *Mon année de Maths CP*, Ed. Sed (Mazollier, Mounier & Pfaff, 2016).

[14] Cet itinéraire est utilisé dans tous les manuels analysés en 2015 par Mounier et Priolet.

importantes. En effet la réussite à ces dénombrements dépend moins du fait de choisir entre le comptage un à un et le comptage avec des dizaines que la maîtrise de connaissances en énumération qu'elles mobilisent (Mounier & Pfaff, 2015). En outre, l'enseignement des opérations est un lieu privilégié pour réinvestir les connaissances sur les numérations : la numération orale via le calcul mental et la numération EC via les techniques opératoires. Une technique opératoire est en effet *« une technique de calcul qui peut être algorithmisée et qui opère sur les chiffres des écritures chiffrées des nombres »* (Mounier & Priolet, 2016, p. 7), l'algorithme est ensuite mis en signes en le présentant sur le papier, ce qui peut se faire de différentes manières.

b. LES TROIS PHASES D'APPRENTISSAGE DANS LE MANUEL *MÉTHODE DE SINGAPOUR CP*

Les tableaux des annexes 1 à 4 concernent les savoirs prescrits sur l'année sur le nombre, en fonction de la programmation de la progression du champ numérique. Dans les tableaux des annexes 1, 3 et 4, nous avons considéré les tâches qui ne sont pas répertoriées dans les exercices qualifiés de calcul mental par les auteurs, ces dernières étant listées dans le tableau de l'annexe 2. Nous avons pu ainsi distinguer les trois phases que nous voulions déterminer concernant l'enseignement de la signification des chiffres des EC (figure 2). Nous avons analysé les contenus en centrant notre étude sur les apprentissages concernant les deux numérations, orale et EC.

Ces trois phases ne sont pas de poids équivalent en termes de durée d'apprentissage, comme le montre la figure 2, qui indique le nombre de séances consacrées à chaque phase sur les 102 concernant les apprentissages sur le nombre.

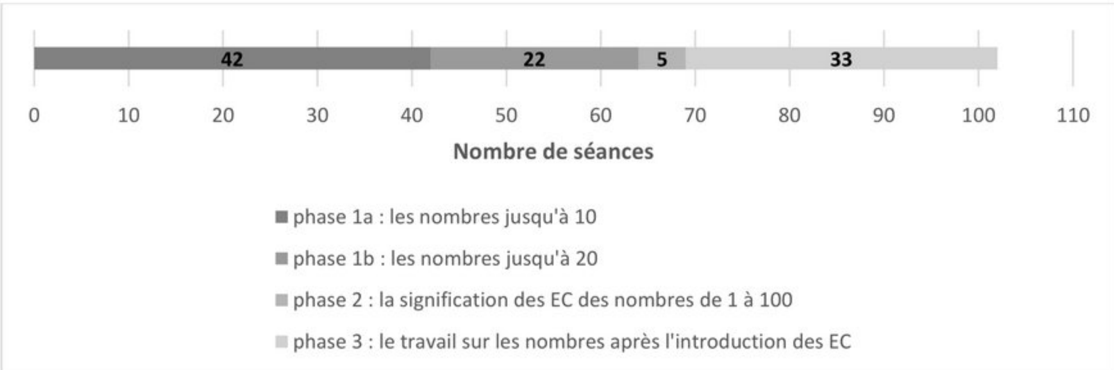


Figure 2 : Poids relatifs et chronologie des différentes phases concernant l'enseignement du nombre, calculé en nombre de séances[15].

La signification des chiffres des EC (phase 2) est introduite à 57 % de l'année scolaire, c'est-à-dire au début de la période 4 sur les 5 de l'année. Ainsi, pendant plus de la moitié de l'année (la phase 1, regroupant les phases 1a et 1b), les élèves n'identifient pas les chiffres des EC en termes de nombre de dizaines et d'unités. À titre de comparaison, c'est un peu plus tardivement que les quatre manuels étudiés par Mounier et Priolet (2015) puisque, pour ces derniers, cette introduction se déroule en période 3 (40 à 50 % de l'année). En outre, le découpage du champ numérique est différent. Trois des quatre manuels analysés en 2015 abordaient auparavant les nombres jusqu'à 32, 59 ou 69. Les EC et le nom de ces nombres étaient donc connus des élèves

[15] La phase 1 (64 séances) est scindée en phases 1a et 1b pour distinguer l'étude des nombres jusqu'à 10 et jusqu'à 20.

avant qu'on ne leur enseigne la signification des chiffres (dizaine, unité). Comme pour le manuel *Méthode de Singapour CP*, le 4e manuel étudié en 2015 n'abordait que les nombres jusqu'à 20 avant de donner du sens aux chiffres des EC. Il n'abordait ensuite ce sens (phase 2) que pour les nombres jusqu'à 59, à la différence du manuel *Méthode de Singapour CP* qui traite dans cette phase le cas des nombres jusqu'à 100. Dans les deux cas, une opportunité se présentait d'utiliser un itinéraire d'enseignement différent en faisant une disjonction entre les EC et la numération orale. Nous verrons que ce n'est pas l'option prise avec l'analyse suivante des trois phases.

La phase 1 : les séances avant l'introduction du savoir nouveau sur les EC

Hors exercices répertoriés par les auteurs comme relevant du calcul mental, la phase 1 est constituée de 42 séances pour l'étude des nombres jusqu'à 10 et de 22 séances pour celle jusqu'à 20. L'étude des nombres jusqu'à 10 (phase 1a) se termine à la 48e séance sur les 135 de l'année et celle des nombres jusqu'à 20 (phase 1b) à la 70e séance sur 135.

Les tâches d'apprentissage durant les 42 séances de la phase 1a abordent successivement :

- des liens entre différentes représentations du nombre comme la désignation orale, l'écriture chiffrée et littérale, des points dans une boite de dix, la bande numérique ;
- le comptage un à un ;
- les comparaisons par comptage de chaque collection (ou, sur le fichier, par association terme à terme en reliant deux objets par un trait) ;
- des décompositions des nombres en « tout et partie » avec un formalisme spécifique (*cf.* figure 3) ;
- les additions et soustractions.

Les additions et soustractions concernent respectivement 13 et 14 séances donc en tout 27 des 42 séances soit près des 2/3. Ce sont des problèmes de réunion et de transformation (Vergnaud, 1986) qui sont support à une modélisation avec des égalités de type $7+2=9$ ou $7-2=5$. Les élèves sont ensuite confrontés à la recherche du tout ou de l'état final après transformation positive pour l'addition, ainsi que d'une partie ou de l'état initial après transformation négative pour la soustraction. Les procédures prescrites pour trouver le résultat ne sont pas des calculs posés mais le comptage un à un, le surcomptage et le comptage à rebours : les éléments des collections sont la plupart du temps déjà tous représentés ou parfois manipulables. Outre les égalités mentionnées précédemment, différentes schématisations sont proposées : dessins de cubes, de bandes et un schéma *« parties dans le tout »* (figure 3), qui n'est pas un code mathématique utilisé dans l'enseignement en France.

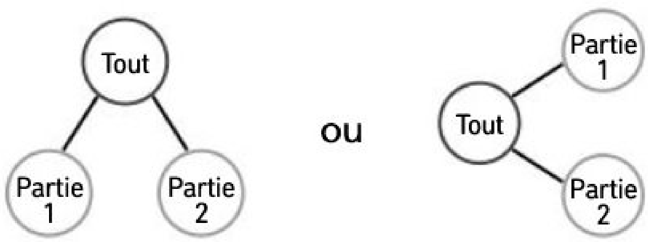


Figure 3 : Schéma *« parties dans le tout »* (extrait du guide pédagogique, p. 9).

On retrouve ces mêmes enjeux d'apprentissage dans les 22 séances concernant les nombres jusqu'à 20, avec en outre 4 séances sur le nombre comme désignant un rang grâce aux ordinaux (1er, 2e, *etc.*). Pour comparer les cardinaux de deux collections c'est le comptage des éléments de chacune d'entre elles qui est privilégié et non plus l'association terme à terme. Comme pour l'enseignement des nombres jusqu'à 10, les collections que les élèves doivent traiter individuellement sont le plus souvent non manipulables. Sur les 22 séances de cette phase 1b, la moitié sont consacrées aux additions et soustractions. Ces dernières reprennent les apprentissages de la phase 1a pour les nombres jusqu'à 20 avec non seulement l'introduction de la procédure de comptage avec appui sur dix (surcomptage) mais aussi la décomposition d'un nombre entre 10 et 20 avec appui sur 10 ($10+7=17$) qui met en jeu une « boîte » de dix ou le schéma *« parties dans le tout »* de la figure 3 (séance 63). Les problèmes donnés (fin de l'unité 8) concernent d'une part des problèmes de transformation avec la recherche de l'état final après transformation positive ou négative dans un contexte de briques de constructions et d'autre part la recherche de l'état initial avant une transformation positive dans le contexte des wagons d'un train. Les collections étant représentées sur le fichier, il est toujours possible de procéder par comptage un à un pour répondre aux questions.

Dans cette première phase les apprentissages concernant la comptine numérique et la lecture ou écriture des nombres sont essentiellement travaillés durant le calcul mental qui est proposé environ toutes les 2 séances (annexe 2). Le champ numérique de ces exercices de calcul mental (comptine numérique, EC, écriture littérale, faits numériques) n'est pas fréquemment indiqué : quand il l'est, il est conforme à celui travaillé durant les séances, c'est-à-dire jusqu'à 10 ou 20.

En conclusion, comme cela est attendu pour cette phase, les EC sont utilisées comme la version écrite des noms des nombres dans les différentes tâches et problèmes cités. Les procédures de comptage et le surcomptage sont prescrites la plupart du temps. Une interrogation subsiste sur l'apprentissage de la comptine numérique : nous n'avons relevé que des tâches pour des nombres jusqu'à vingt. En conséquence, si les enseignants décident d'aller au-delà de vingt, dans cette phase, le manuel ne leur fournit pas d'indication sur la structure de la comptine numérique, avec les repérants tels que vingt, trente, quarante, *etc.* (Mounier, 2012).

La phase 2 : les séances dédiées à l'introduction du savoir nouveau

Le tableau de l'annexe 4 permet de voir la programmation dans l'année du savoir selon les séances et le champ numérique abordé : de 20 à 30 (séance 80), de 30 à 40 (séance 81), les dizaines entières jusqu'à 100 (séance 82) et finalement les nombres de 20 à 100 (séance 83).

Une première séance (la n° 79) consiste à observer une image représentée sur une page entière (figure 4) du fichier et de discuter avec les élèves. L'enseignant doit amener les élèves à discuter de cette scène. Des questions sont posées aux élèves pour qu'ils vérifient ce que disent les personnages sur le nombre de jouets qu'ils ont. La réponse attendue est une vérification par comptage en utilisant les dizaines constituées et le fait que *« 10 et 10 font 20 »*, les éléments restants étant des objets *« isolés »* car non groupés par 10.

Ensuite, dans chaque séance, des tâches de dénombrement permettent de traiter les EC dans le champ numérique dédié. Il s'agit essentiellement de compter les éléments de collections non manipulables par les élèves et déjà organisées en dizaines de manière maximale. La comptine des dizaines est indiquée aux élèves comme étant plus performante que celle de un en un. Au début des séances, le comptage se fait le plus souvent de manière collective au tableau, le nom du nombre et son écriture chiffrée sont alors exprimés la plupart du temps simultanément.

Figure 4 : Extrait du fichier de l'élève (p. 21).

Comment les élèves peuvent-ils produire le nom des nombres et les EC à partir de la tâche ?

Comme nous l'avons montré les élèves n'ont *a priori* travaillé que le champ numérique jusqu'à 20. Il nous semble difficile alors d'imaginer savoir dénombrer une collection de plus de 20 éléments, ce qui requiert des connaissances sur la comptine elle-même mais aussi sur l'énumération. Les tâches proposées étant collectives (groupe classe et PE), il est envisageable que ce soit l'enseignant qui donne la solution pour le dénombrement en utilisant la comptine numérique (de un en un, de dix en dix), bien que les élèves ne la maîtrisent pas *a priori*. Quoi qu'il en soit, en ne considérant que les apprentissages prescrits par le manuel en phase 1, il n'est pas possible aux élèves de résoudre par eux-mêmes les tâches qui leur sont proposées.

Dans la séance 80, pour indiquer la signification des chiffres (des écritures chiffrées déjà là), suite à un dénombrement, l'enseignant demande aux élèves ce que représentent le 1 et le 2 dans le nombre vingt-et-un écrit en chiffres. La réponse attendue est en référence à la collection présentée : le 1 représente l'image isolée et le 2, les deux groupes de dix images. Nous savons que les élèves ont de grandes difficultés à répondre à cette question, même dans des situations dont la potentialité d'apprentissage a-didactique est plus grande (Mounier, 2010 et 2013). La séance 81 est structurée de façon identique (nombres de 30 à 40), le comptage d'un nombre de cartes comportant dix points intervient à un moment donné mais il n'y pas de lien explicite avec les chiffres des EC. C'est dans les séances 82 et 83 qu'intervient de manière explicite la signification des chiffres en termes de nombres de dizaines et d'unités. Nous allons détailler ces séances.

Dans la séance 82 sont abordés les nombres composés de dizaines entières (20, 30, ..., 100). Les mots *« unité »* et *« dizaine »* sont introduits comme vocabulaire pour décrire des assemblages de dix éléments isolés. Cette introduction se fait de manière collective : le PE montre une collection de crayons devant la classe entière avec des crayons isolés puis regroupés avec une ficelle. La collection de crayons est présentée en trois groupements (nommés dizaines) et la question posée aux élèves est de dire combien il y a de crayons. Les élèves ne pouvant pas manipuler cette collection, et en se référant aux tâches de dénombrement précédemment rencontrées, nous faisons l'hypothèse que la procédure attendue est un comptage avec la comptine des dizaines pour obtenir le mot « trente » et simultanément l'écriture chiffrée « 30 ». Ces deux désignations, ainsi que le comptage, sont donc soit censées être connues des élèves (bien que non traitées auparavant en phase 1), soit introduites par l'enseignant à ce moment. L'expression des 3 paquets de dix crayons en termes de 3 dizaines et 0 unité est, selon les auteurs, le moyen de justifier *« l'écriture de 3 et 0 pour désigner 30[16] »* (guide pédagogique, pp. 178 et 179). Il s'agit ainsi d'expliquer pourquoi « trente » s'écrit avec un « 3 » et un « 0 », et cette explication est réutilisée pour les nombres 40, 50 et 60. Concernant 70, 80, 90 et 100, il s'agit à l'inverse de partir d'une collection : tout d'abord 7 dizaines de crayons et 0 unités (collection non manipulable par les élèves puisque présentée par l'enseignant devant eux) dont l'EC est obtenue en accolant les 2 chiffres (il n'y a pas de commentaire prescrit sur cette opération inverse de la précédente et cette extension aux dizaines au-delà de 60). Ensuite le nom du nombre est obtenu en montrant la décomposition qui s'appuie sur une interprétation arithmétique du nom du nombre[17] (que les élèves ne connaissent pas *a priori*) : soixante-dix en soixante plus dix, quatre-vingts en quatre fois vingt et quatre-vingt-dix en quatre fois vingt plus dix.

Durant la séance 83, les EC des nombres de 20 à 99 sont obtenues à partir d'une décomposition en dizaines et unités d'une collection déjà organisée sous cette forme. Les décompositions avec appui sur la dizaine inférieure la plus proche (40 et 2 font 42) sont aussi demandées alors que le nom des nombres ne l'est que pour certains nombres jusqu'à quarante-deux. Les procédures ne sont pas indiquées, mais la procédure prescrite auparavant étant le comptage à partir de la comptine de dizaines, c'est elle qui pourrait être attendue ici puisque la collection est présente (non manipulable et organisée en dizaines et unités de manière maximale). Le comptage un à un est cependant possible aussi, mais rappelons que nous n'avons pas trouvé d'apprentissages concernant ces dénombrements (phase 1).

Finalement pour les nombres de 20 à 100, les EC émergent de l'organisation d'une collection en termes de dizaines et d'unités. Le nom des nombres est obtenu indépendamment à l'aide de la comptine des dizaines (dix, vingt, *etc.*) ne mobilisant pas la connaissance du nombre de dizaines.

Quelle est la nature des situations d'apprentissage ?

Mise à part la 1re séance décrite précédemment, le scénario des séances de la phase 2 est le suivant : une tâche collective de dénombrement dont le but est d'amener le savoir nouveau suivi de tâches à résoudre de manière individuelle sur le fichier puis sur une fiche photocopiée. Ces dernières sont des tâches de dénombrement à partir desquelles différentes expressions des nombres sont demandées (EC, écriture littérale, décomposition additive). Elles sont similaires à la première dans le sens où le contexte est proche et les valeurs des variables didactiques, comme

[16] Nous imaginons que les auteurs veulent dire « l'écriture de 3 et 0 pour désigner « trente » » car sinon nous voyons une certaine redondance dans cette justification.

[17] Mounier (2010, 2012) montre que les noms des nombres peuvent s'interpréter de manière arithmétique en convoquant une décomposition mettant en jeu l'addition et la multiplication : vingt-trois interprété comme vingt plus trois, quatre-vingt comme quatre fois vingt. Cette interprétation n'est cependant pas première quand on fait une étude sémiotique de la numération parlée. C'est l'interprétation ordinale (avec repérants) qui s'impose alors, celle liée à la succession des noms des nombres et aux régularités qui apparaissent ; c'est elle qui permet de mieux comprendre le sens donné à la comptine numérique par les élèves de l'école maternelle puisque les structures arithmétiques n'y sont qu'ébauchées. Le lecteur pourra d'ailleurs faire l'expérience de demander à un jeune élève combien font « trente plus cinq » ou « trois plus vingt » par exemple : la réponse n'est pas instantanée pour tous.

l'organisation des collections en dizaines et unités et leur non manipulabilité, sont identiques. Nous ne relevons que quelques moments où les élèves manipulent eux-mêmes du matériel.

Conformément à notre méthodologie, nous allons alors voir en quoi les tâches dont le but est d'amener le savoir nouveau comportent ou non des éléments d'une situation-problème au sens de Fénichel et Pfaff (2004) en donnant des éléments de réponse aux questions dont la liste a été donnée précédemment.

L'emploi de la connaissance visée par l'apprentissage, la signification des chiffres des EC, ne permet pas de répondre aux tâches. Ceci est attendu dans ce type de situation de dénombrement (Mounier, 2013) et les manuels scolaires français étudiés par Mounier et Priolet (2015) sont dans le même cas. Pour les mêmes raisons, la validation par les élèves n'est pas possible. Certaines procédures pourraient cependant *a priori* servir les apprentissages : ce sont les dénombrements utilisant la comptine numérique des dizaines. Cependant, d'après l'analyse de la phase 1, ces procédures n'ont pas été travaillées auparavant. Ainsi, les élèves ne peuvent pas s'engager dans la résolution de la tâche (donner le nom du nombre d'éléments d'une collection organisée en dizaines[18]) bien qu'elle soit vraisemblablement comprise. La réponse demande donc des connaissances hors de portée des élèves si on se fie à la programmation des apprentissages du manuel, ce qui n'est pas le cas des manuels étudiés par Mounier & Priolet (2015). Par ailleurs, la résolution des tâches proposées pour introduire le savoir nouveau se fait de manière collective sans que chaque élève puisse s'y engager individuellement, puisqu'il ne dispose pas des collections (c'est le PE qui les montre et les manipule). En outre, même si la procédure de comptage avec des dizaines avait été disponible, une autre, celle du comptage un à un, l'aurait été aussi. Les auteurs du manuel justifient la préférence du comptage avec les dizaines comme étant plus facile que celui un à un. Les élèves pourraient avoir testé cette affirmation dans la séance 79 pour le cas de quantités entre 20 et 24, mais il est difficile aux élèves de percevoir la comptine des dizaines comme étant la plus efficace, d'autant que l'organisation en dizaines et unités simples n'est ici pas questionnée mais donnée (Mounier & Pfaff, 2015).

Les variables didactiques dont les valeurs varient sont essentiellement la nature des objets de la collection, la façon dont la dizaine apparaît et les différentes représentations du nombre en jeu : EC, nom du nombre, décompositions additives (20 et 3, 10 et 10 et 10, *etc.*), en unités, tableau de numération. Par exemple, pour les tâches proposées dans le fichier pour la séance 83 (figure 5).

Dans l'exercice 1, l'écriture chiffrée du nombre étant déjà là (75), il suffit pour répondre d'isoler chacun des chiffres, le « 7 » et le « 5 », en associant le premier au terme « dizaine » et le 2e au terme « unité », sans obligatoirement donner du sens à aucun des deux.

Pour le 2e item, il est nécessaire de réaliser un comptage. Les quantités étant petites, il est possible de dénombrer un par un et d'obtenir le nom du nombre (trente-six) que les élèves peuvent savoir écrire (36) et ensuite procéder comme pour 75 auparavant. Une autre procédure est de compter effectivement les dizaines mais le code couleur et l'exemple au-dessus peuvent amener l'élève à répéter des actions de manière mécanique sans en comprendre le sens : les dizaines sont déjà là, les unités aussi, identifiées par leur couleur et en outre il y a moins de 10 unités.

[18] Concernant l'écriture chiffrée, l'enseignant indique aux élèves la façon de l'obtenir. Ces derniers ont donc à appliquer la démarche.

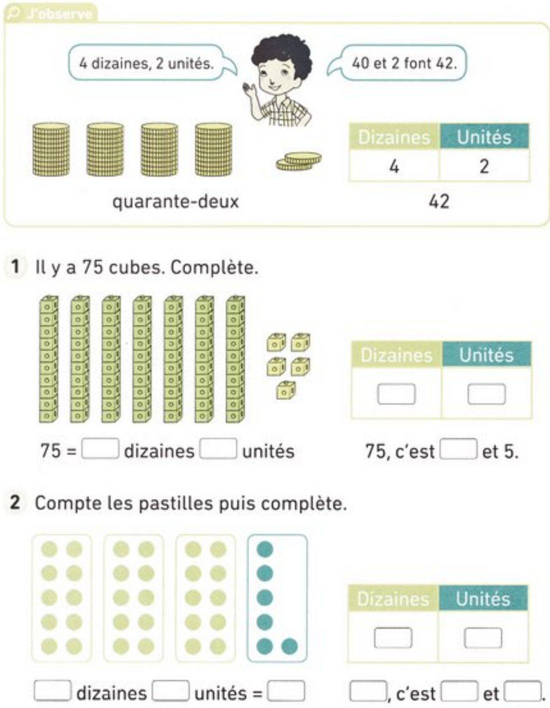


Figure 5 : Extrait du fichier (p. 27).

La mise en fonctionnement des connaissances est donc de niveau technique, il n'y pas eu besoin d'adaptation par rapport aux tâches proposées auparavant, elles sont simples et isolées.

La phase 3 : les apprentissages après l'introduction du savoir nouveau

Nous indiquons ce qui est travaillé à l'aune de l'analyse des tâches que nous avons relevées. D'après l'annexe 1, les connaissances concernant strictement le domaine des nombres, problèmes et calculs se situent essentiellement à la fin de l'unité 10 (séances 84 à 92) et dans les unités 14 (séances 108 à 123) et 15 (séances 124 à 131), soit en tout 33 séances sur les 102 de ce domaine et sur les 135 séances au total (24 % de la totalité des apprentissages).

De manière plus détaillée, voici la répartition selon les prescriptions des auteurs (figure 6) :

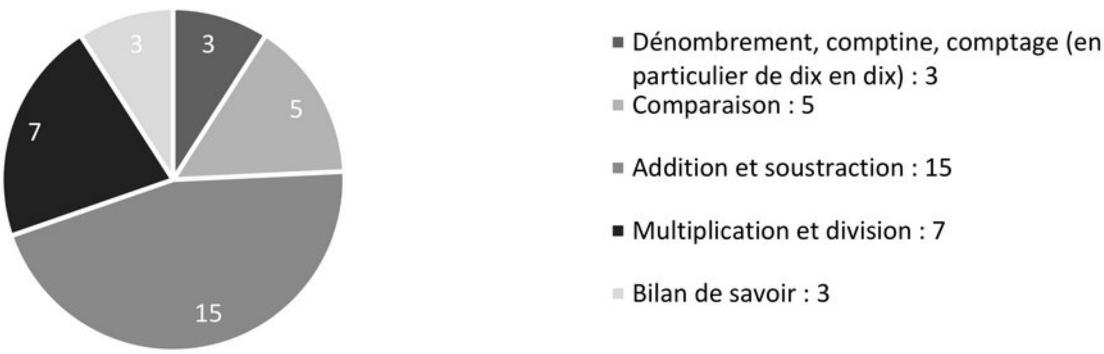


Figure 6 : Poids relatifs des différents types de tâche de la phase 3 concernant l'enseignement du nombre, calculés en nombre de séances (exceptés les bilans de savoir, les types de tâches sont indiqués dans l'ordre chronologique de leur programmation).

Le passage EC-nom du nombre nous semble être en jeu dès la séance 84, la première qui suit l'introduction des EC des nombres de 20 à 100, grâce à un tableau avec les EC des nombres de 1 à 100. Pour autant, outre celui concernant les nombres jusqu'à 20 en phase 1 et un exercice dit de calcul mental en séance 80 pour les nombres entre 10 et 50 (comptage à rebours), nous n'avons pas noté d'enseignement explicite de la comptine numérique sauf dans un exercice de calcul mental (le 44 en séance 109, comptage à rebours). Tout se passe comme si cette comptine devait être apprise simultanément aux EC (séance 84) et donc suivre la logique des EC, ce que corroborent certains exercices concernant le comptage de dix en dix (les séances 84 et 85 et les exercices dits de calcul mental 37 de la séance 88 et 48 de la séance 117). Ce n'est pourtant pas ainsi que les deux numérations ont été reliées jusqu'à présent comme nous l'avons souligné dans l'analyse des deux phases précédentes.

Les EC sont réinvesties dans des problèmes de dénombrement et de comparaison (séances 88 à 91) ainsi que dans les calculs additifs et soustractifs. Ces situations de réinvestissement permettent de mobiliser avec pertinence la signification des chiffres des EC (aspects décimal et positionnel), ressource qui peut être ainsi perçue comme efficace si la comptine numérique est peu travaillée et donc peu opérationnelle. Cette disponibilité est sujet à discussion cependant car nous avons signalé par ailleurs qu'elle semblait supposée connue des élèves. Nous remarquons que les collections en jeu restent très fréquemment organisées en dizaines et unités de manière maximale (ce n'est donc pas à l'élève de le faire) ne questionnant donc pas l'intérêt de faire des dizaines pour dénombrer.

Le sens donné aux opérations se fait dans un contexte de collection (de cardinal jusqu'à 99) dont il va s'agir d'ajouter ou d'ôter des objets[19]. Ensuite, des problèmes arithmétiques (comparaison, transformation, composition) questionnent l'emploi de l'addition ou de la soustraction mais ne nécessitent pas de mobiliser les techniques opératoires apprises auparavant puisque le champ numérique ne va pas au-delà de 20. Le signe opératoire de l'addition est repris à l'occasion de la 1re séance sur la technique opératoire (séance 109, à 80 % de l'année) mais il a été introduit séance 23 et les auteurs considèrent que *« la plupart des élèves connaissent déjà le symbole* **+** *»* (guide pédagogique, p. 72). La technique de l'addition est formalisée ainsi (figures 7 et 8) :

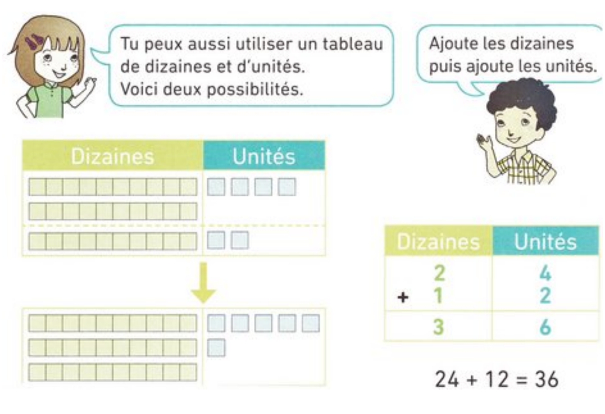


Figure 7 : Formalisation de la technique opératoire de l'addition sans « retenue » (extrait du fichier, p. 66).

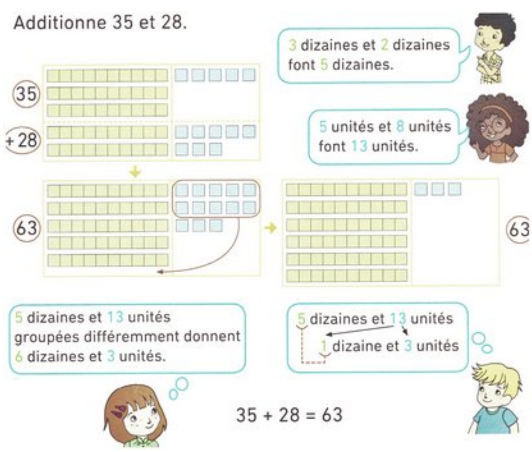


Figure 8 : Formalisation de la technique opératoire de l'addition avec « retenue » (extrait du fichier, p. 68).

[19] La soustraction a été abordée auparavant mais dans un contexte de comparaison pour des quantités inférieures à 20.

Si l'algorithme sous-jacent est le même, et donc les propriétés des EC sous-tendent bien la compréhension de la technique, le manuel *Méthode de Singapour CP* ne propose pas la même technique que les manuels français, c'est-à-dire la formalisation en une addition posée en colonnes. Ce qui est visé se rapproche plus d'un calcul « en ligne » avec décomposition des EC en termes de dizaines et unités, tout particulièrement lorsqu'il y a une « retenue » comme dans le cas de $35+28$. Signalons cependant que dans le dispositif de différenciation indiqué (guide pédagogique, p. 237), en approfondissement, donc pour une partie de la classe seulement, les élèves sont incités à *« modéliser leurs calculs en se servant du tableau de numération sans nommer les colonnes « dizaines et « unités » »*. Par ailleurs, les nombres en jeu ne nécessitent jamais de retenue dépassant 1, même pour les sommes à plusieurs termes qui sont abordées ultérieurement.

Le signe « $-$ » est introduit séance 36 ; il est repris en séance 87 dans un contexte de comparaison de collections. Ce contexte est bien utilisé pour réinvestir la signification des chiffres des EC mais il n'est pas le support à l'enseignement de la technique opératoire qui, elle, débute en séance 110 (81 % de l'année). Comme pour l'addition, il y a une formalisation de la technique dans un tableau de numération uniquement pour les opérations « sans retenue ». Les manuels français étudiés en 2015 ne proposent pas en CP de formalisation pour la soustraction, celle-ci est faite au CE1 et le plus souvent durant la seconde moitié de l'année (Mounier & Priolet, 2015, 2016).

Bien que des problèmes de partage et de réunion soient proposés (à partir de la séance 124, 92 % de l'année), les techniques opératoires de la multiplication et de la division ne sont pas abordées. Cependant, le signe opératoire « $\times$ » est introduit (en séance 126), ce qui n'est pas le cas des manuels étudiés en 2015 (Mounier & Priolet, 2015).

SYNTHÈSE

Le savoir en jeu et son apprentissage

Remarquons tout d'abord que différentes classes de problèmes sur le nombre sans opérations sont abordées recouvrant ainsi partiellement le champ conceptuel de l'addition, ce qui semble attendu pour le niveau CP, bien qu'aucune prescription ne soit donnée dans les programmes[20].

Nous avons trouvé peu de tâches qui nous semblent participer à la conceptualisation de la dizaine (DeBlois, 1995). Ceci peut aussi se retrouver dans certains manuels français tandis que d'autres font un travail spécifique à ce sujet (Mounier & Priolet, 2015). Le dénombrement par comptage un à un est largement abordé mais essentiellement pour les nombres inférieurs à 20, tandis que l'énumération (Briand et *al.*, 2000) ne l'est pas, même pour des collections plus importantes. L'énumération est en effet le plus souvent prise en charge implicitement par la présentation des collections en dizaines déjà constituées, et ceci durant toute l'année. Ainsi, comme le relevait déjà Briand il y a près de 20 ans, travaux repris et enrichis par Margolinas (2012), cette connaissance reste cachée et ici non enseignée. Notons que les programmes de l'école maternelle de 2015 citent pourtant l'énumération comme enjeu d'apprentissage et que Mounier et Pfaff (2015) ont montré qu'elle était le facteur principal d'échecs dans les dénombrements au CP.

Les relations entre les deux numérations sont complexes. En phase 2, pour les nombres inférieurs à 20, mais aussi ceux inférieurs 40, ainsi que pour les deux nombres 50 et 60, la numération écrite chiffrée reste la version écrite de la numération orale dans une interprétation ordinale avec

[20] *« Au CP, les élèves commencent à résoudre des problèmes additifs et soustractifs auxquels s'ajoutent des problèmes multiplicatifs dans la suite du cycle »* (BO, 2016, p. 79).

repérants. La reprise des nombres de 20 à 100 présente ensuite deux interprétations différentes des numérations : ordinale avec repérants pour la numération orale et en termes de dizaines et unités pour les EC. Le jeu entre ces interprétations et les liens entre les deux numérations interrogent car ils ne distinguent pas chacune des numérations de manière explicite, en particulier du fait des traitements différents selon les nombres. Le parti pris pour structurer la numération orale questionne en particulier pour « soixante-dix », « quatre-vingts » et « quatre-vingt-dix ». En effet, ce choix ne permet ni de suivre l'itinéraire d'enseignement distinguant initialement les deux numérations avant de faire apparaître leurs points communs, ni l'itinéraire d'enseignement confondant les deux numérations avant de faire apparaître leurs différences. Ceci est un des indices du mélange fait entre les propriétés propres aux EC (70 c'est 7 dizaines et 0 unité, quelle que soit la façon de dire le nombre) et celles de la numération orale employée en France.

La phase 3 est l'occasion de mobiliser des connaissances sur les deux numérations. Il nous semble que la numération orale suit alors maintenant la logique de la numération EC, bien qu'elles ne soient pas structurées de la même façon (leur proximité formelle est plus importante dans le cas des numérations asiatiques) : autrement dit, il s'agit de décrire les EC en termes de dizaines et unités, sans que le nom ne soit toujours explicitement enjeu d'apprentissage. En effet, les tâches dédiées à l'apprentissage des noms des nombres (comptine numérique) et leurs liens avec les EC (dire, écrire, lire) sont peu nombreuses. Il nous est apparu difficile de percevoir comment ces connaissances sont travaillées. Tout se passe comme si celles-ci ne devaient pas faire l'objet d'un apprentissage explicite d'une durée importante. Doivent-elles être apprises ailleurs qu'à l'école ? Les difficultés sont-elles minorées par les auteurs ? Pourtant les programmes du cycle 2 (MEN 2015, p. 76) recommandent un apprentissage explicite puisqu'il s'agit de *« Passer d'une représentation à une autre, en particulier associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées »*. Le travail sur la signification des chiffres des EC en termes de dizaines et unités est quant à lui poursuivi dans les comparaisons de collections et les techniques opératoires. Concernant ces dernières, les algorithmes ne sont pas formalisés sous forme d'opérations posées en colonnes telles que nous les rencontrons dans les manuels français et dans les documents institutionnels. Les repères de progressivité des programmes 2015 indiquent en effet que *« Au CP, les élèves apprennent à poser les additions en colonnes avec des nombres de deux chiffres »* (MEN 2015, p. 79)[21]. Le manuel *Méthode de Singapour CP* ne suit donc pas ici les prescriptions officielles.

En conclusion, la construction des deux numérations ne suit pas clairement l'un ou l'autre des deux itinéraires d'apprentissage, et c'est, nous semble-t-il, source de confusion pour les élèves. En outre, les tâches proposées ne permettent pas d'aborder les questions relatives aux spécificités des écritures chiffrées (aspects décimal, aspect positionnel, rôle du zéro). En particulier, la logique propre aux écritures chiffrées dans les dénombrements est d'organiser une collection de manière maximale en dizaines puis de coder celle-ci : lors de l'introduction des apprentissages à ce sujet, mais aussi par la suite, il n'y a pas de telles tâches d'organisation avec de telles procédures puisque les collections sont présentées presque exclusivement organisées en dizaines et de manière maximale. Ainsi il n'y a pas de tâches explicites qui permettent le travail sur la conceptualisation de la dizaine et les unités de numération tels que préconisées par les programmes et dont Chambris (2012) a souligné l'importance puisqu'elles permettent de travailler l'aspect décimal et positionnel.

[21] La note de service n° 2018-051 d'avril 2018 du ministère de l'éducation nationale précise que l'algorithme opératoire de l'addition relève du CP ; c'est l'addition posée en colonnes des nombres qui apparaît explicitement.

Les situations d'apprentissage

Les situations d'introduction du nouveau savoir proposées en phase 2 ont un faible potentiel a-didactique et ne mettent pas les élèves en situation de résolution de problème pour découvrir une notion. Il s'agit essentiellement de reproduire des gestes dans des contextes peu variés, mobilisant des connaissances à un niveau technique. La séquence débutant par l'observation d'une image et par la présentation d'un cas particulier au début de chaque séance, le dispositif didactique pourrait se rapprocher d'un dispositif *« observation-compréhension-application »*, selon la définition de Rey (2001). Cependant, il ne nous semble pas possible que la plupart des élèves puissent généraliser le savoir qui est alors en jeu si on se réfère aux connaissances antérieures, à la non problématisation de la situation, à l'étayage important de l'enseignant, et au fait que les tâches ne sont pas à traiter de manière individuelle avant l'exposition du savoir. Nous en concluons que le dispositif se rapproche d'une *« explication-application »*, le savoir étant présenté aux élèves et ceux-ci devant ensuite l'appliquer. Le savoir qui a été exposé est éventuellement repris lors d'une activité individuelle ou collective, puis il est suivi d'une tâche sur le fichier de l'élève. Sur ce fichier, l'élève découvre alors en premier un encadré intitulé *« j'observe »* qui reprend le contexte de la situation qui vient d'être vécue, en formalisant le savoir à retenir. Ce contenu reste disponible aux élèves pour la résolution des tâches d'entraînement qui suivent.

Les connaissances dans les tâches de réinvestissement sont de niveau de mise en fonctionnement technique (elles demandent peu ou pas d'adaptation par rapport aux tâches rencontrées initialement) et avec des valeurs de variables qui ne permettent pas d'éprouver les connaissances construites dans des situations variées.

La faisabilité des scénarios

Nous allons prendre en exemple la séance 81 (guide pédagogique, pp. 176 et 177) avec le découpage en indiqué par les auteurs : trois temps de 10 minutes, un dernier de 30 minutes, soit une heure au total (hors calcul mental, synthèse, différenciation et activité optionnelle).

Certains « temps » nous interrogent quant au nombre de tâches qui y sont proposées et leur durée. Ainsi dans le 1^er^ temps, les élèves doivent, en moins de 10 minutes, dénombrer collectivement 13 collections de points au tableau (qui sont obtenues successivement par ajout de 1 ou de 10) puis dessiner individuellement sur ardoise 3 collections, respectivement de 16, 26 et 28 points, avec une mise en commun pour chaque cas. Les connaissances mobilisées étant récentes, peu travaillées en amont voire nouvelles, cette durée nous apparaît très insuffisante, même si le PE décide de se baser sur le rythme des plus rapides. En outre, les élèves sont amenés à changer fréquemment de support pour effectuer le travail demandé. En effet, durant cette séance, ils doivent, successivement, regarder les cartes *« constellation »* au tableau, sortir leur ardoise et un ou des feutres ou craies, ouvrir le fichier à une page donnée (et donc vraisemblablement ranger l'ardoise et les feutres), fermer le fichier, regarder les cartes *« constellation »* au tableau, réouvrir le fichier à une page donnée, ranger le fichier, utiliser deux fiches photocopiables, puis, selon les élèves, utiliser des cubes ou une ardoise, pour terminer la séance par une synthèse (modalité et forme non indiquée). Ce n'est pas l'emploi de supports et matériel divers qui nous interroge mais le fait de la multiplicité des actions à faire pour des élèves de cet âge, ce qui nécessite du temps et des moments de re-concentration qui ne nous apparaissent pas nécessairement pris en compte par les auteurs. Globalement, il nous apparaît ainsi difficile de réaliser le scénario prescrit dans le temps imparti, et impossible de proposer les tâches optionnelles indiquées sur le guide.

3. Généralisation de l’étude au manuel dans sa globalité

Les deux premiers temps de l’étude nous amènent à structurer la généralisation en deux axes : revenir sur les intentions affichées des auteurs et étudier ce qui peut être généralisé de l’étude de l’enseignement de la notion clé. Pour ce faire, nous reprenons les trois points de la synthèse (le savoir prescrit, les situations d’apprentissage et la faisabilité des scénarios prescrits) pour dégager des éléments que nous pouvons (ou non) généraliser et pour les mettre en perspective des intentions affichées par les auteurs.

a. LE SAVOIR PRESCRIT

L’étude que nous avons faite sur l’unité 10 nous a conduits à remarquer aussi quelques erreurs mathématiques telles que la définition d’une unité comme étant *« un objet seul »* (guide pédagogique, p. 178), ou encore, *« le chiffre qui est une représentation du nombre »* (*ibid.*, p. 160). Nous avons observé de telles erreurs dans d’autres unités sur des domaines autres que celui des nombres et du calcul : par exemple, dans l’unité 9 sur *« les formes »*, (*ibid.*, p. 160) : une figure a *« une couleur »* et *« un polygone n’est que le contour de la figure mais ne contient pas l’intérieur »* ou encore *« un solide [...] est un volume qui se mesure en unité-cube »* (*ibid.*, p. 166). La fonction de formation mathématique et didactique associée à un manuel n’est donc pas complètement remplie.

Si le manuel adopté dans l’enseignement des mathématiques à Singapour a fait l’objet d’adaptations pour les élèves français afin de respecter les programmes, l’étude de l’enseignement du sens des écritures chiffrées (partie précédente) montre des différences de taille avec d’autres manuels, mais aussi des manques ou des écarts quant aux prescriptions institutionnelles. Les unités relevant des autres domaines (Espace & géométrie, Grandeurs et mesures) n’ont pas été étudiées, et comme elles sont écrites par des auteurs différents, il est difficile d’en tirer ici des généralités.

b. LES SITUATIONS D’APPRENTISSAGE

En introduction du guide pédagogique (p. 14), les auteurs expliquent que chacune des séances se compose de :

> *[...] trois parties essentielles, mais qui ne se succèdent pas toujours dans le même ordre : une phase d’exploration pratique (manipulation), une phase où l’on se concentre sur la leçon abordée (pratique guidée) et une phase d’entraînement individuel (pratique autonome).*

Nous avons observé que les séances de l’unité 10 présentaient une structure et un scénario identiques, se rapprochant d’un dispositif didactique *« explication-application »* et que la manipulation, en jeu dans la phase dite *« d’exploration pratique »*, était fréquemment prise en charge par l’enseignant, et non par l’élève ou sinon dans le cadre de processus de différenciation : la manipulation n’est donc plus utilisée pour découvrir (*« exploration »*), mais plutôt pour appliquer ou faire fonctionner ce qui a déjà été découvert. La prescription de ce type de pratique rejoint la volonté des auteurs de proposer une approche *« concrète »*, l’élève devant être *« guidé »* dans sa *« compréhension du concept grâce à la mise en situation ou la manipulation d’objets concrets »*. En revanche, dans d’autres unités (unité 8, p. 148 ou encore unité 9, p. 166 en géométrie), les élèves sont amenés à manipuler eux-mêmes les objets à leur disposition : ce type de dispositif didactique se rapprocherait, dans ce cas, davantage de celui qualifié par Rey (2001) de *« observation-compréhension-application »*. Même s’il est difficile de généraliser nos observations sur la façon dont est gérée la manipulation sur l’unité 10 à l’ensemble du manuel, et sur le type de dispositif prescrit par les auteurs de façon générale, nous pouvons néanmoins constater qu'aucune situation problème (Fenichel & Pfaff, 2014) n'est proposée. De plus, nous avons observé dans l'unité 10 que certaines tâches ne pouvaient pas être résolues par les élèves avec leurs seules connaissances antérieures. Seule une étude approfondie (identique à celle menée dans le deuxième temps) peut permettre de repérer de telles tâches et nous ne pouvons pas généraliser cette observation à d'autres domaines.

Dans la phase d'*« entraînement individuel »*, les tâches proposées dans l'unité 10 demandaient un niveau de mise en fonctionnement technique des connaissances, hormis les situations *« explorons »* qui sont proposées en fin d'unité ; les tâches proposées dans le fichier pour les autres unités sont construites sur le même modèle et, par conséquent, les élèves ont rarement à adapter leurs connaissances pour répondre à la tâche proposée.

c. LA FAISABILITÉ

Nous avons conclu que le scénario pédagogique prévu pour la séance 81 semblait difficile à mettre en œuvre dans le temps prévu par les auteurs. Sur cette même unité, les séances ont une durée moyenne (indiquée par les auteurs) de 53 minutes. Si on compare avec des unités d'autres domaines, la durée moyenne des séances peut être moins importante (par exemple, 42 minutes pour l'unité 12 sur l'heure) ; en revanche, la durée moyenne des séances de l'unité 4 (additions et soustractions) est de 62 minutes. Par ailleurs, la durée des séances est aussi variable (de 40 à 90 minutes). Nous n'avons pas étudié la faisabilité de chacune d'elles mais nous remarquons que les durées des séances diffèrent selon l'auteur, les unités présentant les séances les plus longues étant rédigées par le même auteur. La durée actuellement préconisée par les textes officiels des apprentissages mathématiques est en CP de 180 heures annuelles soit 5 heures hebdomadaires en moyenne (arrêté du 09/11/2015, J.O. du 24/11/2015) dont 15 minutes de calcul mental quotidien, ce qui correspond à des séances d'une heure en moyenne (pour 4 séances par semaine) hors calcul mental. Dans la réalité des classes, Blanchouin (2015) a observé que les plages didactiques durent en moyenne de 30 à 45 minutes, les temps de transition représentant environ 16 % du temps quotidien en CP. Ainsi, le PE utilisant le manuel *Méthode de Singapour CP* sera sans-doute amené à réorganiser certaines des séances telles qu'elles sont prévues par les auteurs.

DISCUSSION ET CONCLUSION

Avant de revenir sur la méthodologie, nous discutons certains des résultats obtenus suite à l'étude du manuel *Méthode de Singapour CP*.

Nous avons signalé que certains choix tranchaient avec les manuels français étudiés en 2015 par Mounier et Priolet mais aussi avec les programmes scolaires et documents les accompagnant. Certains relèvent de la faisabilité en classe et de l'utilisation de matériel, comme l'apparition soudaine d'un boulier en séquences 109 et 110, sans que les auteurs en donnent une description[22] et sans qu'il soit indiqué si les élèves doivent en avoir un à leur disposition (il nous semble que oui, ce qui ajoute un matériel pédagogique à se procurer). D'autres sont d'ordre mathématique et didactique. Ainsi, au niveau notionnel, le traitement de la numération orale nous questionne. Pour les nombres au-delà de 40, tout se passe comme si l'apprentissage de la comptine numérique dérivait de celui des EC (dizaines et unités), malgré leur non congruence au niveau formel et conceptuel. Nous avons aussi souligné le cas de l'addition posée en colonne qui n'est pas enseignée ou encore de codes pour la modélisation des opérations (schéma *« partie dans le*

[22] Il existe en effet différents types de bouliers qui ont donc des modes de fonctionnement différents. Leur utilisation pour l'apprentissage en classe est source de recherches, et donc ne va pas de soi.

tout ») qui à notre connaissance ne sont pas utilisés en France. La programmation des progressions ne suit donc pas toujours les recommandations de progressivité des programmes. Que se passe-t-il quand l'élève change de classe s'il ne poursuit pas avec cette collection de manuels ? Cette question apparaît ici de manière cruciale du fait des spécificités signalées, mais elle nous semble aussi pouvoir se poser pour les manuels de l'offre éditoriale française.

Par ailleurs, les dispositifs didactiques relevés sont de type *« explication-application »* ou *« observation-compréhension-application »*, dispositifs qui peuvent être aussi trouvés dans d'autres manuels (Mounier & Priolet, 2015). Les séances d'introduction des notions nouvelles sont donc assez éloignées de situation-problème et les changements nécessaires pour en élaborer ne consistent pas en de simples adaptations (comme des changements de variable didactique). Les problèmes évoqués par les auteurs ne se réfèrent donc pas à cette fonction dans l'enseignement[23]. Il s'agit en fait de problèmes arithmétiques visant à donner du sens aux opérations (Vergnaud, 1986). Les auteurs proposent une approche *« partie dans le tout »* pour les aborder. Leurs intentions font échos à la compétence *« modéliser »* des programmes (MEN, 2015, p. 74) mais l'analyse que nous faisons nous interroge sur le travail de la compétence *« chercher »* (*ibid.*)[24].Une étude plus approfondie est nécessaire pour voir comment le manuel permet aux élèves de se représenter les problèmes et *« d'enrichir la mémoire des problèmes de chaque élève »* (Houdement, 2017, p. 64). Une telle entreprise nécessite de suivre des élèves sur plusieurs années scolaires et dépasse très largement la simple analyse du manuel.

Si le type d'enseignement privilégié dans cette collection de manuels semble avoir porté ses fruits au regard des performances des élèves singapouriens dans les évaluations internationales, qu'en est-il pour cette transposition en France ? Pour répondre à cette question il est nécessaire d'étudier la robustesse du manuel dans le sens où il s'agit de savoir si les connaissances construites par les élèves sont celles visées par la ressource (Grapin & Mounier, 2016). Les élèves dont les enseignants ont suivi cette ressource seront-ils capables d'adapter leurs connaissances à des situations plus complexes alors qu'ils ont été confrontés le plus souvent à des tâches de niveau de mise en fonctionnement technique ?

Nous avons choisi de centrer notre propos sur le savoir, les situations d'apprentissage et leur faisabilité sans étudier spécifiquement d'autres éléments, tels que le rôle et la place de la manipulation (Grapin & Mounier, à paraître), des signes véhiculés (approche sémiotique), ou encore la façon dont est prévue la différenciation. Ce sont autant de points qui pourraient faire l'objet d'analyses complémentaires. Pour poursuivre cette étude, nous avons mis en perspective le contenu et la progression de ce manuel avec ceux d'autres manuels de CP (Grapin & Mounier, accepté), mais il serait aussi intéressant d'éprouver notre méthodologie sur des manuels de mathématiques du secondaire pour déterminer jusqu'où elle peut être étendue et éventuellement complétée.

Nous n'avons pas étudié la façon dont les PE peuvent s'emparer du manuel (*cf.* l'article de Maryvonne Priolet dans ce même numéro de *Grand N*). De manière générale, le manuel reste une ressource importante sur laquelle le professeur peut baser son enseignement, pouvant constituer un *« document générateur »* en particulier durant les premières années d'exercice

---

[23] Pour une classification des problèmes selon leur fonction dans l'enseignement, voir Coppé et Houdement (2002) et Houdement (2003).

[24] *« S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome. Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur ».*

(Margolinas & Wozniak, 2009). Différents rapports au support peuvent être repérés selon les niveaux d'adaptations plus ou moins importants et la distance que l'enseignant prend avec la ressource : utilisateur, adaptateur ou concepteur (Leroyer, 2013). Un même enseignant n'est en général pas dans un même rapport au support selon la phase structurant la conception de son enseignement : programmation de sa progression des apprentissages, situation de départ d'une séance, exercices d'entraînement (Priolet & Mounier, 2018). Quoi qu'il en soit, les choix didactiques et pédagogiques du manuel dessinent des contraintes et marges de manœuvre de l'activité enseignante. Or certains manuels peuvent receler des particularités ou parti-pris que seule une étude didactique peut révéler. Le PE n'a pas toujours le temps de faire une telle étude, mais les connaissances de didacticiens spécialistes du sujet sont des apports qui peuvent l'outiller.

Alors que les PE sont régulièrement confrontés au choix d'un manuel de mathématiques pour leur classe, les aider dans ce choix nous semble être une perspective de formation nécessaire pour comprendre les choix pédagogiques et didactiques réalisés par les auteurs et leurs répercussions dans ce qui est proposé aux élèves. Même s'il est indispensable que nous réalisions au préalable une transposition de cette méthodologie, notamment de la partie dédiée à l'analyse d'une notion-clé qui demande des connaissances avancées en didactique des mathématiques, nous pensons néanmoins qu'étudier l'enseignement prescrit d'une notion dans un manuel est un levier pour approfondir les connaissances didactiques des enseignants. Par ailleurs, il est aussi possible de proposer les résultats de cette analyse — ou d'une similaire, menée sur plusieurs autres manuels (Grapin & Mounier, 2018) — à des enseignants pour déterminer en quoi ce type de recherche répond à leurs besoins quand ils sont amenés à choisir un manuel.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Blanchouin, A. (2015). *La journée de classe de l'enseignant polyvalent du primaire : étude sur une année scolaire du cours d'action quotidien en cours préparatoire.* Thèse de doctorat. Université Paris 13, Paris.

Bueno-Ravel, L. & Gueudet, G. (2015). Quelles ressources pour les professeurs des écoles et leurs formateurs ? Apports de la recherche en didactique. *Grand N, 95*, 71-89.

Briand, J., Lacave Luciani, M.-J., Harvouët, M., Bedere, D. & Goua de Baix, V. (2000). Enseigner l'énumération en moyenne section. *Grand N, 66*, 7-22.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La pensée sauvage.

Chambris, C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs - le système métrique peut-il être utile ? *Grand N, 89*, 39-69.

Chopin, M.-P. (2006). Temps d'enseignement et temps didactique. Approche didactique de la question du temps dans l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école élémentaire. *Carrefour de l'éducation, 21*, 53-71.

Coppé, S. & Houdement C. (2002). Réflexion sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N, 69*, 53-62.

DeBlois, L. (1995). Le développement de l'écriture des nombres chez Christine. *Revue des sciences de l'éducation, 31(2)*, 331-351.

Fénichel, M. & Pfaff, N. (2004-2005). *Donner du sens aux mathématiques.* (2 tomes) Paris : Bordas.

Grapin, N. & Mounier, E. (2016). Étude de la robustesse d'une ressource à partir de l'évaluation des connaissances des élèves, *Colloque international « évaluation en mathématiques : dispositifs, validités et pratiques »*, Créteil, 21-22 novembre 2016.

Grapin, N. & Mounier, E. (2018). Vers un outil d'analyse de manuels : exemple d'étude en 1re année d'école élémentaire (3H). *Revue de mathématiques pour l'école, 230*, 30-37.

http://www.revue-mathematiques.ch/files/4615/3839/6767/RMe-230.pdf

Grapin, N. & Mounier, E. (à paraître). Quel rôle de la manipulation dans le manuel *Méthode de Singapour CP* ? *Actes du 4e colloque COPIRELEM*.

Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N, 71*, 7-23.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100.*

Leroyer, L. (2013). Le rapport au travail de préparation en mathématiques des enseignants du premier degré. *Éducation et didactique, 7, 1*, 147-164.

Margolinas, C. & Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation, 35, 2*, 59-82.

Margolinas, C. (2012). Des savoirs à la maternelle : oui, mais lesquels ? *Actes du XXXIXe colloque COPIRELEM*. Quimper : France.

Mounier, E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes.* Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot, Paris.

Mounier, E. (2012). Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique. Application à la numération parlée en France. *Annales de didactique et de sciences cognitive*s, 17, 27-58.

Mounier, E. (2013). Y a-t-il des marges de manœuvre pour piloter la classe durant une phase de bouclage ? *Recherches en didactique des mathématiques, 33(1)*, 79-113.

Mounier, E. (2017). Nouveaux outils d'analyse des procédures de dénombrement pour explorer leur lien avec la numération écrite chiffrée et la numération parlée. *Recherches en didactique des mathématiques, 36(3)*, 347-396.

Mounier, E. & Pfaff, N. (2015). Quoi de neuf dans la numération au CP ? Le dénombrement en question. *Actes du XXXXIe Colloque Copirelem - Mont de Marsan, 2014*. Sur CD-ROM.

Mounier, E. & Priolet, M. (2015). Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire - De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire. *Rapport présenté lors de la conférence de consensus. Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire.* Paris : CNESCO, Lyon : IFÉ-ENS.

Mounier, E. & Priolet, M. (2016). La programmation des techniques opératoires dans les manuels scolaires de l'école élémentaire. Le cas de l'addition et de la soustraction. *Grand N, 98*, 5-26.

Neagoy, M., Nakatani, N., Szikora, N., Touchard, E. & Jamet, J.-M. (2016a). *Méthode de Singapour CP - Guide pédagogique.* Paris : La librairie des écoles.

Neagoy, M., Nakatani, N., Berriaux, B., Grasse. & Deville, A. (2016b). *Méthode de Singapour CP. Fichier 1.* Paris : La librairie des écoles.

Neagoy, M., Nakatani, N., Berriaux, B., Grasse. & Deville, A. (2016c). *Méthode de Singapour CP. Fichier 2.* Paris : La librairie des écoles.

Neagoy, M., Nakatani, N., Berriaux, B., Grasse. & Deville, A. (2016d). *Méthode de Singapour CP. Fiches photocopiables.* Paris : La librairie des écoles.

Perrin-Glorian M.-J. & Hersant M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 23(2)*, 217-276.

Priolet, M. & Mounier, E. (2018). Le manuel scolaire : une ressource au « statut paradoxal ». Rapport de l'enseignant au manuel scolaire de mathématiques à l'école élémentaire. *Éducation et Didactique, 11.1*.

Rey, B. (2001). Manuels scolaires et dispositifs didactiques. Dans Y. Lenoir, B. Rey, G.-R. Roy et J. Lebrun (Éd.), *Le manuel scolaire et l'intervention éducative : regards critiques sur ses apports et ses limites*, 25-40. Sherbrooke : Éditions du CRP.

Robert A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, 59-68. Toulouse : Octarès.

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques de enseignants de mathématique : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, 2/4*, 505-528.

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 23(3)*, 343-388.

Tempier F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N, 98*, 67-90.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. *Grand N, 38*, 21-40.

MEN (2015). *BO spécial du 26 novembre 2015 : programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège en vigueur à la rentrée 2016.* Ministère de l'Education Nationale.

ANNEXE 1
SAVOIRS PRESCRITS SUR L'ANNÉE EN FONCTION DE LA PROGRESSION DU CHAMP NUMÉRIQUE

Les unités grisées sont celles qui ne concernent pas le nombre.

	Champ numérique : 0 à 10				
Réf. manuel	Unité 1	Unité 2	Unité 3	Unité 4	Unité 5
Nombre de séances	8	7	6	13	14
Enjeu d'apprentissage	Représentation, comparaison, comptage	Décomposition additive et soustractive	Repérage dans l'espace	Addition	Soustraction

	Champ numérique : 0 à 20			
Réf. manuel	Unité 6[25]	Unité 7	Unité 8	Unité 9
Nombre de séances	4	7	11	8
Enjeu d'apprentissage	Aspect ordinal (1^er^, 2^e^, 3^e^, ...)	Comparaison, comptage	Addition et soustraction	Figures planes et solides

	Champ numérique : 0 à 100				
Réf. manuel	Unité 10	Unités 11, 12, 13	Unité 14	Unité 15	Unité 16
Nombre de séances	8	6+5+4=15	16	8	4
Enjeu d'apprentissage	Signification des chiffres, comparaison, comptage, soustraction, classement	Longueurs, lecture de l'heure, lecture de tableaux	Addition et soustraction	Multiplication et division	La monnaie (euros)

[25] Le travail se fait essentiellement sur des nombres jusqu'à 10. Une tâche évoque des nombres au-delà de 20, mais il s'agit uniquement de *« proposer des nombres avec ou sans indication de position : 25^e^ - 46 - 7 - 56^e^ - etc. et de demander aux élèves de lever le doigt quand ils entendent le nom d'une position »* (guide de l'enseignant, p. 123).

ANNEXE 2
CONTENUS DES EXERCICES DITS *« DE CALCUL MENTAL »*

Les tâches proposées sont systématiquement données collectivement. La tâche est décrite sans que les modalités de passation et de gestion ne soient indiquées, que ce soit pour la phase de recherche des élèves, le traitement des erreurs, le processus de mise en commun. L'objectif d'apprentissage n'est pas souvent indiqué. Nous n'avons pas repéré de textes dans le guide pédagogique qui parlent de la progression en calcul mental. Cependant, il existe des conseils sur le calcul mental au fil des séances (voir par exemple p. 91 du guide pédagogique, *« S'appuyer sur des faits connus »*) mais sans tâche prescrite ; les variantes des tâches sont prises en compte mais pas les tâches optionnelles.

Dans le tableau, si le champ numérique n'est pas stipulé c'est que les auteurs ne le mentionnent pas, nous avons cependant indiqué le champ numérique qui est abordé dans les séances d'apprentissage du fichier.

	Phase 1 : nombres jusqu'à 10				
	Ex 1, s. 2	Ex 2, s. 4	Ex 3, s. 6	Ex 4, s. 10	Ex 5, s. 12
Comptine numérique orale	Jusqu'à 10[26]		Dire le nombre d'avant, et celui d'après	De 1 jusqu'à ... Autre que 1 jusqu'à ...	
Comptage		Constellations de 1 à 5[27]			
Dire, lire, écrire les nombres[28]					O → EC : de 0 à 5

[26] Il est indiqué que *« cette activité devra être pratiquée de façon récurrente avec des suites de nombres variés »*, mais sans autres précisions.

[27] Il s'agit d'indiquer le nombre de points d'une collection au tableau. Nous reprenons le mot constellation, mais il est difficile de savoir le sens que les auteurs attachent à ce mot. Le plus souvent on parle de constellations du dé, mais ce ne peut être le cas de collections de cardinaux supérieurs à 6 (ex 6, séance 14). Les auteurs indiquent que *« Pour les constellations de 6, 7 et 8, laissez quelques secondes de réflexion aux élèves car ils sont trop jeunes pour reconnaître immédiatement les quantités »*. À un autre endroit du texte, les auteurs attendent que les élèves puissent repérer des groupements pour les additionner. Nous sommes assez sceptiques sur la possibilité de le faire à distance, sauf si les collections sont organisées en sous-collections facilement identifiables de loin.

[28] Demande de l'EC à partir de la désignation Orale (O → EC) ou réciproque (EC → O). Demande de l'écriture littérale à partir de la désignation Orale (O → L) ou réciproque (L → O). Ou à partir d'une collection de points (C → EC), (EC → C), (C → L) ou réciproque (L → C).

	Phase 1 : nombres jusqu'à 10			
	Ex 6, s. 14	Ex 7, s. 17	Ex 8, s. 19	Ex 9, s. 23
Comptine numérique orale		Compter à rebours à partir d'un nombre inférieur à 10	Dire le nombre $+1$ et le nombre -1 (le nombre $+2$ et le nombre -2)	Dire le nombre d'avant, et celui d'après (1 à 9)
Comptage	Constellations de 1 à 8			
Dire, lire, écrire les nombres				

	Phase 1 : nombres jusqu'à 10				
	Ex 10, s. 25	Ex 11, s. 27	Ex 12, s. 29	Ex 13, s. 31	Ex 14, s. 33
Comptine					
Comptage			Sur les doigts ; surcomptage à partir de 5 ou de 10		Sommes $\leqslant 10$
Dire, lire, écrire					
Calculs		Doubles inférieurs à $5+5$		$n+1$, $n+2$, $1+n$, $2+n$	Sommes inférieures à 10 ; $+1$ et -1
Autre (non num.)	×				

	Phase 1 : nombres jusqu'à 10			
	Ex 15, s. 36	Ex 16, s. 38	Ex 17, s. 40	Ex 18, s. 42
Comptine				
Comptage				
Dire, lire, écrire	O → EC : de 0 à 5 C → L : de 0 à 10			
Calculs		Doubles inférieurs à $10+10$	$n+1$, $n-1$, $n+2$, $n-2$, $n+3$, $n-3$; $n=?+1$ ($n\leqslant 5$ puis $n>5$)	$n=?+?$ ($n\leqslant 9$)
Autre (non num.)				

	Phase 1 : nombres jusqu'à 10		Phase 1 : nombres jusqu'à 20		
	Ex 19, s. 44	Ex 20, s. 46	Ex 21, s. 50	Ex 22, s. 54	Ex 23, s. 56
Comptine	De 2 en 2, à partir de *n*, *n* « petit »		Le nombre d'avant, et celui d'après		$n<?<n+2$, $n<?<n+3$
Comptage		Doigts, $n-p$, n et $p\leqslant 5$			
Donner EC ou L				O → EC, EC → O et EC → L : de 0 à 20	
Calculs		Doigts, $n-p$, n et $p\leqslant 5$			
Comparaison					

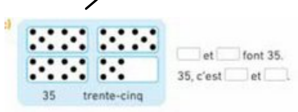
	Phase 1 : nombres jusqu'à 20			
	Ex 24, s. 58	Ex 25, s. 61	Ex 26, s. 63	Ex 27, s. 65
Comptine				
Comptage				
Donner EC ou L				
Calculs	$n+2=?$, $n=?+2$, $n=2+?$		$5+n$ ($0 \leqslant n \leqslant 5$) ; $n=5+?$ ($5 \leqslant n \leqslant 10$)	Problèmes additifs et soustractifs
Comparaison		entre 2 nombres		

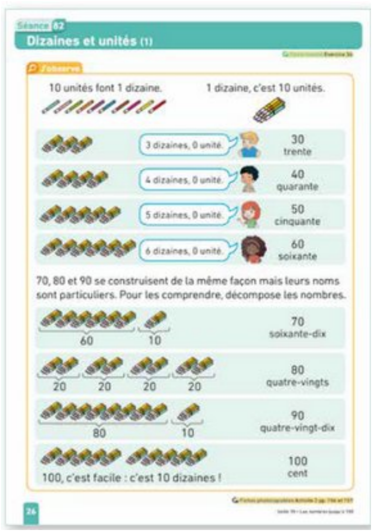
	Phase 1 : nombres jusqu'à 20				
	Ex 28, s. 67	Ex 29, s. 69	Ex 30, s. 72	Ex 31, s. 74	Ex 32, s. 76
Comptine					
Comptage	Doigts ; $n-p$ ou $n+p$ (n et $p \leqslant 10$)				
Donner EC ou L					
Calculs	Doigts ; $n-p$ ou $n+p$ (n et $p \leqslant 10$)	Doubles $\leqslant 5+5$; $n+(n+1)=?$			Problèmes additifs et soustractifs
Comparaison			Entre 2 nbres entre 10 et 20		
Autre num.				Représenter un nbre $\leqslant 20$ (EC, L, décomposition additive ou soustractive)	

	Phase 1 : nombres jusqu'à 20					
	Ex 33, s. 80	Ex 34, s. 82	Ex 35, s. 84	Ex 36, s. 86	Ex 37, s. 88	Ex 38, s. 90
Comptine	Compter à rebours à partir d'un nombre entre 10 et 50				De 10 en 10 à partir de ... À rebours de 10 en 10 à partir d'un nbre proche de 100	
Comptage						
Donner EC ou L						O → EC, EC → O et EC → L : de 0 à 40
Calculs				Doubles $\leqslant 10+10$; $n+(n+1)=?$		
Comparaison						
Autre num.		Devinettes pour trouver un nombre (indices : encadrement et chiffres)	Demande du signe opératoire ($3?5=8$) ; $n+?=p$			

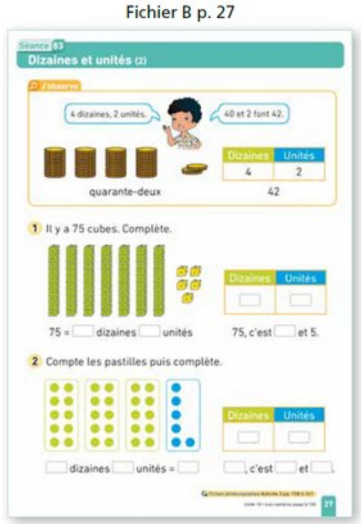
ANNEXE 3
PLACE DES SÉANCES D'INTRODUCTION DE LA SIGNIFICATION DES CHIFFRES DANS LA PROGRESSION DANS L'ANNÉE SELON LE CHAMP NUMÉRIQUE ET LES CONTENUS D'APPRENTISSAGE

<table>
<tr><td colspan="2">64/102
sur le nombre
(63 %)</td><td colspan="4">5 séances de l'unité 10</td><td>33/102
sur le nombre
(32 %)</td></tr>
<tr><td>1 à 10</td><td>1 à 20</td><td>20 à 29</td><td>20 à 40</td><td>Dizaines entières
30, 40, ..., 100</td><td>20 à 100</td><td>0 à 100</td></tr>
<tr><td>42 séances</td><td>22 séances</td><td>1 séance
(s. 79)</td><td>2 séances
(s. 80 et 81)</td><td>1 séance
(s. 82)</td><td>1 séance
(s. 83)</td><td>33 séances</td></tr>
<tr><td colspan="2">EC = version écrite de l'oral
Pas de dizaine
Quantité présente non organisée
Position dans une liste (n-ième) pour les 4 premières séances des 22 sur les nombres jusqu'à 20</td><td>EC = version écrite de l'oral
20 apparaît comme 10 et 10
« 10 et 10 font 20 […]
20 et 1 font 21 »</td><td>EC = version écrite de l'oral
Décomposition additive :
35 c'est 30 et 5
+ représentation des dizaines avec quantité apparente (collection organisée)</td><td>EC = version écrite de l'oral pour 30, 40, 50, 60 mais pas pour 70, 80, 90 dont il s'agit d'expliquer la raison du nom en français</td><td>EC = codage de l'organisation d'une collection
42 c'est 4 dizaines et 2 unités ; représentation des dizaines et unités avec quantité apparente</td><td>Utilisation dans divers contextes de la num EC en termes de dizaines et unités.
Pas d'enseignement explicite de la num. orale</td></tr>
</table>





Fichier B p. 27



ANNEXE 4
PROGRAMMATION SELON LES SÉANCES ET LE CHAMP NUMÉRIQUE : CAS DES SÉANCES D'INTRODUCTION DE LA SIGNIFICATION DES CHIFFRES DES EC

<table>
<tr><th></th><th>Nombres en jeu</th><th>Apprentissage visé (selon les auteurs)</th><th>Nature des tâches principales[29]</th><th>Variables, procédures, connaissances</th></tr>
<tr><td>Séance 1
(n° 79)
Observons l'image</td><td>21 à 29</td><td>Mise en contexte
Introduction du mot « isolé »</td><td>Observation d'une image
Dénombrement (collection, EC et nom du nombre)</td><td>Les collections sont toujours organisées en dizaines de manière maximale et non manipulables par les élèves.</td></tr>
<tr><td>Séance 2
(n° 80)
Comptons (1)</td><td>20 à 30</td><td>EC et nom des nombres, en lien avec dizaines et unités (⩽10)</td><td>Dénombrement (collection, EC et nom du nombre)</td><td>Les collections sont déjà organisées en dizaines de manière maximale, ou bien il est indiqué que cette organisation doit être faite ; collections manipulées par les élèves (2 tâches) et non manipulées (12 tâches).
Le comptage avec la comptine des dizaines ;décomposition avec appui sur 20 (par exemple 27 c'est 20 et 7) en référence à la famille des nombres (famille des vingt).</td></tr>
<tr><td>Séance 2
(n° 81)
Comptons (2)</td><td>30 à 40</td><td>Idem</td><td>Idem</td><td>Idem, avec ici aucune collection manipulable par les élèves. C'est l'appui sur 30 et la comptine des dizaines qui sont ici majoritairement utilisés.</td></tr>
<tr><td>Séance 4
(n° 82)
Dizaines et unités (1)</td><td>30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100</td><td>Idem + Introduction des termes « unité » et « dizaine ».</td><td>Idem</td><td>Idem. Les EC des nombres 30, 40, 50, 60 sont d'abord obtenues comme traduisant la désignation orale (nom du nombre) du cardinal d'une collection déjà organisée en dizaines de manière maximale. Ensuite, la dénomination de la collection en termes de dizaines et unité sert de justification à l'écriture chiffrée.
Les EC 70, 80 et 90 sont d'abord produites à partir de la dénomination de la collection en termes de dizaines et unité. L'organisation en soixantaine, dizaine ou vingtaine sert à justifier le nom de ces nombres</td></tr>
<tr><td>Séance 5
(n°83)
Dizaines et unités (2)</td><td>20 à 100[30]</td><td>EC et nom des nombres, en lien avec dizaines et unités (⩽10)</td><td>Idem</td><td>L'EC est obtenue à partir d'une collection déjà organisée en dizaines de manière maximale.
<table><tr><th>Dizaines</th><th>Unités</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>
Introduction d'un tableau de numération. Le nom des nombres n'est pas relié de manière ostensive aux EC.</td></tr>
</table>

[29] Nous ne répertorions pas les tâches indiquées comme optionnelles ni celles à faire *« s'il reste du temps »*.

[30] Les auteurs indiquent traiter les nombres jusqu'à 100 mais nous n'avons pas relevé de tâches concernant les nombres inférieurs à 20.