

---

# QUELLE MANIPULATION, REPRÉSENTATION ET COMMUNICATION DANS LES ATELIERS MONTESSORI DE PREMIÈRE NUMÉRATION ?

---

Marie-Line GARDES

Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod, CNRS & Université Lyon 1

Philippine COURTIER

Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod, CNRS & Université Lyon 1

**Résumé :** Les recherches sur les effets de la pédagogie Montessori sont rares et certains résultats apparaissent contradictoires selon les études (Denervaud & Gentaz, 2015). Dans le cadre d'une recherche sur les effets de cette pédagogie dans l'enseignement public et en milieu défavorisé, nous nous interrogeons sur la nature des apprentissages mathématiques effectués grâce au matériel de mathématiques Montessori. Par exemple, quels aspects de la construction du nombre sont en jeu dans les activités associées à un matériel ? Permettent-elles de développer les compétences attendues en fin de cycle 1 ? D'un point de vue didactique, peut-on modéliser ces activités avec des situations d'action, formulation, validation ? Dans cet article, nous nous focalisons plus spécifiquement sur les activités de manipulation, représentation et communication mises en jeu dans les ateliers Montessori de première numération.

*Mots-clés : construction du nombre, matériel de mathématiques Montessori, maternelle, sémiotique.*

## INTRODUCTION<sup>1</sup>

Actuellement, en France, l'intérêt pour les pédagogies alternatives — et en particulier pour la pédagogie Montessori — ne cesse de se développer. En témoignent des rééditions ou traductions des ouvrages de Maria Montessori (par exemple Montessori, 2015, 2016a, 2016c), de nombreuses publications d'enseignants (par exemple Alvarez, 2016 ; Morin, 2017 ; Poussin, 2017), des articles et dossiers dans la presse (par exemple Le Point n° 2348 du 7 septembre 2017, Parents n° 569 en mai 2017, émission *Montessori Superstar* sur France Culture<sup>2</sup> le 24 septembre 2017) ainsi que des films (comme *École en vie*, sorti en 2016 ou *Le maître est l'enfant*, sorti en septembre 2017). Certains de ces auteurs (par exemple Poussin, 2017) avancent l'argument des mauvais résultats aux études internationales (notamment PISA, OECD, 2016) pour justifier ce regain d'intérêt, en particulier par les enseignants. Du côté de la recherche, peu d'études se sont intéressées aux effets de la pédagogie Montessori sur les apprentissages et certains résultats

---

<sup>1</sup> Cet article est repris du compte-rendu d'un atelier animé à la COPIRELEM en juin 2017 à Épinal, publié dans les actes du colloque (Gardes & Courtier, 2018).

<sup>2</sup> En podcast sur : <https://www.franceculture.fr/emissions/rue-des-ecoles/montessori-superstar> (consulté le 30/12/17).

apparaissent contradictoires (pour une revue, voir Denervaud & Gentaz, 2015).

Dans le cadre d'une recherche sur les effets de cette pédagogie en milieu défavorisé et dans l'enseignement public, nous nous interrogeons sur la nature des apprentissages mathématiques effectués grâce au matériel de mathématiques Montessori. Plus particulièrement, nous nous sommes demandé quelles activités de manipulation, représentation et communication sont possibles puis effectives dans les ateliers Montessori de première numération, mais également quels aspects de la construction du nombre sont en jeu dans les activités associées à ce matériel. Permettent-elles par exemple de développer les compétences attendues en fin de cycle 1 ? Précisons que nous appelons un « atelier Montessori », l'association d'un matériel, de sa présentation à l'élève par l'enseignant et de son utilisation par l'élève<sup>3</sup>.

Étudier ces ateliers du point de vue de la sémiotique est particulièrement intéressant dans la mesure où la manipulation, dans le sens d'explorer des objets physiques avec les mains pour effectuer une opération donnée, a un rôle central dans les apprentissages avec cette pédagogie. En effet, tout apprentissage débute par la manipulation d'un matériel didactique spécifique, conçu pour travailler, selon Maria Montessori, sur un concept particulier. Par exemple, dans la figure 1, la photo met en scène des enfants d'une classe Montessori qui manipulent différents matériels, qui interagissent entre eux et qui mobilisent différentes représentations du nombre (des cartons avec des écritures chiffrées, des barrettes de billes, des barres et des cubes en bois). Se pose ainsi la question de comprendre la nature de cette manipulation, son rôle dans le « passage du concret vers l'abstrait » et son articulation avec des représentations et des phases de communication.



**Figure 1** : Activités dans une classe Montessori.

Dans une première partie, après une courte présentation du cadre de notre recherche en cours, nous détaillons les grands principes de la pédagogie Montessori puis nous présentons le matériel de première numération et les activités mathématiques associées. Dans une seconde partie, nous proposons une première analyse didactique des ateliers Montessori de première numération en questionnant les activités manipuler, représenter, communiquer et les différents aspects de la construction du nombre qui peuvent être travaillés.

---

<sup>3</sup> Nous avons choisi d'introduire cette terminologie « atelier Montessori » pour distinguer le matériel des activités associées à ce matériel. Ces termes ne semblent cependant pas utilisés par les éducateurs et formateurs Montessori.

## PRÉSENTATION DE NOTRE RECHERCHE

L'origine de cette recherche est une rencontre avec des enseignants de maternelle de l'enseignement public (en milieu défavorisé « REP+ ») qui expérimentent cette pédagogie dans leur classe. Soucieux d'évaluer leur enseignement, ils nous ont demandé si nous pouvions construire et mettre en place un protocole de recherche pour évaluer les effets de leur enseignement avec la pédagogie Montessori sur les apprentissages.

L'objectif principal de cette recherche est donc de savoir si l'utilisation de la méthode Montessori en école maternelle peut avoir des effets bénéfiques par rapport à l'école « traditionnelle » pour les enfants français issus de milieu socio-économique défavorisé. La méthodologie de recherche consiste en une double étude, transversale et longitudinale, sur un échantillon randomisé et contrôlé d'enfants dans une école maternelle publique de milieu défavorisé (École Maternelle Ambroise Croizat à Vaulx-en-Velin). L'étude transversale a pour but d'évaluer l'impact cognitif de l'approche Montessori sur des élèves de maternelle d'une même classe d'âge. Nous comparons ainsi les compétences mathématiques, les compétences verbales, les compétences sociales, les compétences de contrôle exécutif<sup>4</sup> et le bien-être d'enfants de 5 à 6 ans des classes Montessori à celles d'enfants du même âge dans des classes « traditionnelles ». L'étude longitudinale a pour objectif d'évaluer l'impact de l'approche Montessori sur le développement cognitif des élèves de maternelle pendant 3 ans. Chaque année, nous testons ainsi tous les enfants de 3 à 6 ans de l'école et nous suivons ces enfants longitudinalement pendant 3 ans à l'aide des mêmes tests. Nous comparons les gains à ces tests année après année des enfants des classes Montessori et des enfants de classes « traditionnelles » de même âge.

Pour évaluer les capacités cognitives des enfants dans cette méthodologie, nous utilisons des outils relevant de la psychologie cognitive et de la didactique des mathématiques. Nous utilisons des tests psychométriques, sans effet plafond (Heissling, Traxel & Schmidt, 2004), que nous repropsons chaque année à tous les enfants de l'échantillon : la première fois en début de petite section, la deuxième fois à mi-parcours de l'année de moyenne section et la troisième fois à la fin de l'année de grande section. Ces tests évaluent d'une part les évolutions d'un même enfant sur les trois années de l'étude, et d'autre part les performances des enfants par rapport à une population de référence (de même âge). Ils permettent également de faire une étude comparative des deux publics (Montessori versus « traditionnel »). Les résultats sont analysés avec des méthodes statistiques (tests inférentiels paramétriques ou non paramétriques et statistiques bayésiennes). Les compétences mathématiques sont évaluées de deux manières différentes : avec un sous-test d'une batterie de tests standardisée et normée (Woodcock-Johnson-III de Woodcock, McGrew et Mather (2001)) et avec une évaluation diagnostique didactique sur les compétences numériques du cycle 1. Cette évaluation diagnostique a été élaborée par nos soins, en appui sur des recherches en didactique des mathématiques (ERMEL, 1995 ; Laurençot-Sorgius, Vaultrin & Bergeaut, 2008 ; Margolinas & Wozniak, 2012 ; *Spécial Grand N Maternelle : Approche du nombre, tome 1*, 2001) et sur les attendus des programmes de cycle 1 de l'école maternelle (MEN, 2015). L'enjeu de cette évaluation diagnostique est de mener une étude qualitative des compétences numériques des élèves des classes de maternelle impliquées dans la recherche en analysant plus précisément le degré de maîtrise des concepts en jeu (par

---

<sup>4</sup> Voici quelques exemples des compétences évaluées : mathématiques (compter, dénombrer, réciter la comptine numérique, réaliser des transformations, etc.), verbales (vocabulaire, conscience phonologique, reconnaissance de lettres, lecture et pragmatique), sociales (capacités des enfants à comprendre les connaissances, croyances et désirs d'autrui, le partage et la justice) et de contrôle exécutif (inhibition, flexibilité, mémoire de travail et planification).

exemple les procédures mises en œuvre par les élèves, les erreurs effectuées, etc.). Ces analyses seront complétées par une étude didactique complémentaire<sup>5</sup> : celle des ateliers mathématiques Montessori, du point de vue des savoirs en jeu, de l'activité de l'élève et du rôle de l'enseignant. Nous pensons que ces analyses permettront d'apporter des éléments de compréhension sur la nature de la construction du nombre dans cette pédagogie.

## LA PÉDAGOGIE MONTESSORI

Dans cette partie, nous présentons en quelques mots les grands principes de la pédagogie Montessori puis nous détaillons la vision des mathématiques de Maria Montessori. Enfin, nous présentons le matériel de mathématiques pour les enfants de 3 à 6 ans ainsi que la progression associée.

### Principes de la pédagogie Montessori

La pédagogie Montessori tient son nom de la médecin italienne Maria Montessori, qui l'a développée à partir du début du XX<sup>e</sup> siècle. Maria Montessori s'est d'abord intéressée à la pédagogie lorsqu'elle a travaillé auprès d'enfants déficients intellectuels en hôpital psychiatrique, puis, on lui a proposé d'ouvrir une école maternelle pour des enfants sains d'un quartier défavorisé. Elle a alors profité de cette opportunité pour faire de cette école une salle d'expérimentation où elle observait les enfants qui travaillaient avec différents matériels qu'elle leur proposait. De cette observation, Maria Montessori a proposé des principes de développement de l'enfant sur lesquels elle a basé sa philosophie et ses techniques d'enseignement. D'abord, elle a décrit que l'enfant naît doté d'un « *esprit absorbant* » (Montessori, 1959, 2010) et d'une motivation à apprendre qui le poussent à explorer son environnement et à s'y adapter de plus en plus consciemment. Ensuite, que lors de cette exploration, l'enfant passe par des « périodes sensibles » (Montessori, 1936, 2016a) au cours desquelles il est particulièrement attiré par certains apprentissages et donc réceptif à les assimiler facilement et rapidement. Enfin, elle a avancé que tous les enfants ne progressent pas au même rythme et qu'il faut donc permettre à ces derniers d'exploiter leurs périodes sensibles au moment adapté.

Dans la salle de classe, ces principes se traduisent par plusieurs spécificités concernant l'environnement offert aux enfants et la posture de l'enseignant. L'environnement est une classe multi-âge (par exemple 3-6 ans) de 28 à 35 enfants. Ils travaillent en autonomie, seuls ou à plusieurs, activement ou en observant leurs camarades, et à partir de matériels spécifiques conçus par Maria Montessori. Ces matériels, sur lesquels nous reviendrons dans la prochaine partie, sont pensés dans une progressivité et par domaine de compétences (« *vie pratique* », « *raffinement sensoriel* », « *mathématiques* » et « *langage* »). Chaque matériel est laissé à disposition des enfants en exemplaire unique et rangé spécifiquement dans la classe selon son domaine de compétences et son degré de difficulté. L'adulte veille au respect de l'ordre dans la classe, sans recourir à un système de récompense et punition, et adopte une posture de médiateur entre l'enfant et son environnement. Par exemple, il propose aux enfants de longues plages horaires de travail sans interruption (idéalement 2 à 3 h chaque demi-journée) pendant lesquelles il leur présente individuellement les matériels qui correspondent à leur niveau de progression et avec lesquels les enfants pourront ensuite s'entraîner librement. Il réoriente ceux qui choisissent des matériels trop difficiles ou en détournent l'utilisation et veille à ce que les enfants ne se dérangent pas les uns les autres dans leur travail. Enfin, il se met en retrait pour observer ses

<sup>5</sup> Les premiers éléments de cette analyse sont présentés dans la seconde partie de cet article.

élèves et tenter de repérer leurs « *périodes sensibles* » (Montessori, 1909, 2015).

## La pédagogie Montessori et les mathématiques

Les mathématiques ont une place centrale dans l'œuvre de Maria Montessori. Elle a consacré deux ouvrages à la présentation de l'ensemble du matériel de mathématique qu'elle a construit et à la description des concepts mathématiques travaillés. Il s'agit de *Psicoaritmética* et *Psicogeometría* (Montessori, 1934a, 1934b).

Pour Maria Montessori, l'esprit humain est un « *esprit mathématique* », c'est-à-dire qu'il a la capacité, d'une part à imaginer et d'autre part à abstraire.

*L'esprit est naturellement porté à distinguer les qualités [par exemple couleur, son, forme] indépendamment des objets. [...] Cet esprit n'a pas seulement la possibilité d'imaginer, qui permet de voir ce qui ne se perçoit pas directement, mais il possède la possibilité de synthétiser, d'extraire des innombrables choses qu'il rencontre autour de lui [des qualités]. Cette propriété dirige naturellement l'esprit vers les abstractions.* (Montessori, 2010, p. 148).

Cet esprit mathématique « *se construit à travers l'exactitude* » (*Ibid.*, p. 148), c'est-à-dire l'ordre et la précision. Pour cela, Maria Montessori a construit un matériel, qu'elle qualifie d'« *abstractions matérialisées* », dans le sens où la matérialisation permet à l'enfant d'accéder à l'abstraction. Selon elle, abstraire, c'est isoler mentalement une propriété d'un objet afin de la considérer pour elle-même. Par exemple, présenter plusieurs objets identiques qui ne se différencient que par leur couleur puis manipuler et expérimenter sur ces objets (former des paires d'objets de même couleur par exemple) permet à l'enfant d'isoler la notion de couleur et de la travailler pour elle-même. Puis, petit à petit, il va se détacher du matériel et c'est en ce sens que la pédagogie Montessori parle de passage à l'abstraction.

Pour Maria Montessori, la rencontre avec les mathématiques débute avant l'utilisation du matériel spécifique dédié à ce domaine. Ainsi, lorsque les enfants commencent à utiliser le matériel de vie pratique (dès 3 ans), ils développent déjà leur « *esprit mathématique* ». Ce matériel a pour objectifs d'aider l'enfant à perfectionner la coordination de ses mouvements, à agir avec précision et à développer sa concentration. Par exemple, le matériel appelé « *les cadres* » isole une technique d'habillement particulière (boutons, bouton-pression, fermeture éclair, nœuds, etc.) et permet à l'enfant de se perfectionner dans chaque technique en répétant le mouvement de nombreuses fois, l'aidant par ailleurs à devenir autonome pour s'habiller. Puis la rencontre avec les mathématiques se poursuit vers 3 ans ½ avec le « *matériel sensoriel* », dont l'objectif est de permettre à l'enfant d'abstraire de manière sensorielle et matérialisée certains concepts, tels que la couleur, le poids, la forme, la texture, la taille, le son ou encore l'odeur. Chaque matériel sensoriel isole l'une de ces « *qualités* »<sup>6</sup>, en éliminant ou en minimisant les autres. Par exemple, le matériel « *les barres rouges* » (cf. figure 2) permet à l'enfant de reconnaître les différences de longueur.

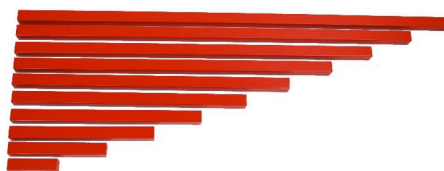


Figure 2 : Les barres rouges Montessori.

<sup>6</sup> Terme utilisé par Maria Montessori.

En effet, dans cet atelier, l'enfant doit placer les barres rouges (même forme — prisme rectangulaire à section carrée, même couleur, même taille de section, même matériau, mais longueurs différentes) dans un ordre précis : de la plus courte (qui mesure 10 cm) à la plus longue (qui mesure 1 m).

Pour Maria Montessori, ce matériel en particulier donne à l'enfant les bases sensorielles pour appréhender les quantités. Ensuite les mathématiques sont travaillées pour elles-mêmes à travers un matériel spécifique appelé « matériel de mathématiques ». Ce matériel est présenté à l'enfant lorsqu'il a manipulé la majorité du matériel de vie pratique et du matériel sensoriel (vers 4 ans). Le matériel de mathématiques isole certaines notions mathématiques, telles que les quantités, les symboles ou la parité, ce qui va permettre à l'enfant d'analyser chacune de ces propriétés présentées séparément par un matériel concret que nous présentons ci dessous.

### **Le matériel de mathématiques 3-6 ans**

Dans la pédagogie Montessori, dès la maternelle, les ateliers de mathématiques visent l'introduction de la numération décimale (orale et écrite) et du calcul. Pour cela, les premiers principes d'enseignement sont les suivants : exposer d'abord l'enfant aux quantités, puis aux symboles et enfin à l'association entre les quantités et les symboles. Viendront ensuite la présentation du système décimal, les quatre opérations et les fractions (Montessori, 2016c, p. 11).

Comme cela a été écrit plus haut, le matériel de mathématiques a été élaboré par Maria Montessori de façon à décomposer les concepts en éléments simples et isolés les uns des autres. Chaque matériel est alors inséré dans une progressivité et ne peut être utilisé que si l'élément de concept travaillé précédemment est acquis. Par exemple, le premier atelier permet d'appréhender la notion de quantité avec une grandeur continue, le second atelier confronte l'enfant aux symboles de l'écriture chiffrée puis le troisième à l'association d'une quantité à un symbole. Ces ateliers doivent être utilisés dans cet ordre précis. Viennent ensuite des ateliers sur la notion de quantité avec des collections discrètes (cf. ci-dessous).

L'Association Montessori Internationale<sup>7</sup> (AMI) propose une progressivité du matériel de mathématiques pour les enfants de 3 à 6 ans en six catégories<sup>8</sup>, à l'intérieur desquelles plusieurs ateliers se suivent (voir annexe 1 pour le détail des catégories et des ateliers). Dans la suite de cet article, nous présentons uniquement les six ateliers de première numération<sup>9</sup> de 1 à 10, proposés généralement à partir de 4 ans.

### **Les ateliers de première numération**

À partir des écrits de Maria Montessori (Montessori, 2015, 2016c), pour chaque atelier de première numération (cf. figure 3), nous détaillons le matériel, le lien qu'il a avec d'autres ateliers, les objectifs mathématiques principaux et secondaires, la notion mathématique spécifiquement travaillée et des éléments de présentation de l'atelier faite par l'enseignant à

---

<sup>7</sup> L'Association Montessori Internationale a été créée en 1929 par Maria Montessori et a pour buts de promouvoir et défendre la pédagogie de Maria Montessori mais aussi de former des éducateurs à cette pédagogie. Ses membres sont principalement des éducateurs Montessori, des formateurs Montessori ou des parents.

<sup>8</sup> À consulter sur <https://www.montessori-france.asso.fr/page/166600-la-charte-qualite> (consultée le 30/12/17).

<sup>9</sup> Dans la suite, lorsque nous utilisons ces termes « ateliers de première numération », nous faisons référence aux ateliers de Maria Montessori.

l'enfant, notamment avec la « *leçon en trois temps* » (reprise d'Édouard Seguin<sup>10</sup>). Précisons que cette « *leçon en trois temps* » est utilisée pour « *fixer les idées de l'enfant en lui apprenant une nomenclature exacte* » (Montessori, 2016b, p. 104). Comme son nom l'indique, elle s'opère en trois étapes et individuellement.

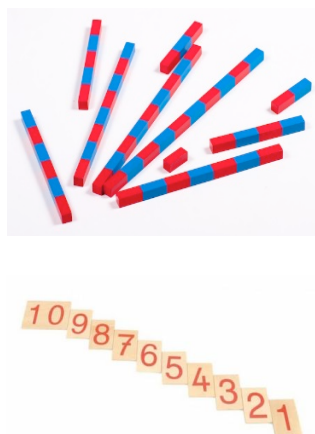
- « *le mot* » : l'éducateur<sup>11</sup> donne le nom précis de l'objet à l'enfant.
- « *la reconnaissance* » : l'éducateur demande à l'enfant de donner ou montrer l'objet qui possède la caractéristique qu'il est en train d'apprendre.
- « *la prononciation du mot* », c'est l'éducateur qui montre l'objet et demande à l'enfant de le nommer pour vérifier qu'il a bien appris le mot (Montessori, 2016b).



Les barres numériques



Les chiffres rugueux



Association  
barres numériques et chiffres<sup>12</sup>



Les fuseaux



Le jeu des jetons



Le jeu de mémoire  
des nombres

**Figure 3** : Matériel de mathématiques - catégorie : première numération.

Nous décrivons maintenant chacun de ces six ateliers en précisant le matériel, les objectifs mathématiques et la présentation.

<sup>10</sup> Édouard Seguin (1812-1880) est un psychiatre français ayant exercé surtout aux États-Unis et connu pour ses travaux pionniers au XIX<sup>e</sup> siècle dans l'éducation des enfants déficients intellectuels.

<sup>11</sup> Terme utilisé par Maria Montessori.

<sup>12</sup> Vocabulaire utilisé couramment dans la pédagogie Montessori (voir par exemple Montessori, 2015).

## Les barres numériques

### Description du matériel et lien avec d'autres ateliers

Cet atelier est le premier atelier de mathématiques proposé pour les 3-6 ans. Il fait suite à un atelier de vie sensorielle : les barres rouges (cf. figure 2). Les barres numériques (ou appelées aussi « *barres rouges et bleues* ») ont des caractéristiques communes avec les barres rouges (même forme — prisme rectangulaire à section carrée, même longueur, même taille de section, même matériau) et une « qualité » différente : chaque barre est colorée avec une alternance de rouge et de bleu tous les 10 cm (cf. figure 3). L'enfant aura appris à distinguer les barres rouges selon leur longueur et à les ordonner de la plus petite longueur à la plus grande longueur. Cela lui permet ainsi d'effectuer la première tâche de l'atelier des barres numériques : placer les barres en « escalier » en alignant le côté rouge à gauche (cf. figure 4).

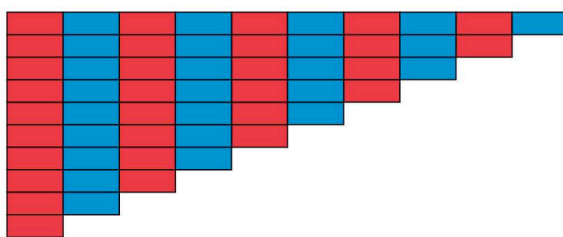


Figure 4 : Rangement en « escalier » des barres numériques.

### Objectifs mathématiques principaux

Les objectifs mathématiques principaux de cet atelier sont l'introduction des quantités de 1 à 10 et la désignation orale des quantités de 1 à 10. Deux objectifs mathématiques secondaires sont précisés : l'introduction au concept de l'unité (préparation au système décimal) et la mémorisation de la suite des nombres de 1 à 10. Pour Maria Montessori, la « qualité » travaillée avec ce matériel est la quantité (Montessori, 2016c). Dans *Pédagogie scientifique* (tome 1), elle précise qu'une des difficultés de la numération réside dans la compréhension de l'augmentation d'une collection à chaque fois qu'on ajoute une unité (Montessori, 2015). Autrement dit, il s'agit de comprendre que tout nombre s'obtient en ajoutant un et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente. Pour faciliter cet apprentissage, elle propose alors une présentation des quantités avec une grandeur continue (la longueur). Selon elle, le fait que les unités soient réunies mais distinctes (grâce à l'alternance des couleurs) sur chaque barre, associé au fait de ranger les barres dans un ordre précis, permet de voir (visuellement et par le toucher) que la quantité augmente lorsqu'on ajoute 1 (une unité). Pour elle, ce matériel facilite la compréhension du concept de quantité et met en évidence les relations entre les quantités. De plus, il permet à l'enfant d'apprendre à compter.

### Présentation de l'atelier à l'enfant

La présentation<sup>13</sup> de l'atelier à l'enfant par l'éducateur consiste d'abord à demander à l'enfant de ranger les barres dans un ordre précis (cf. figure 4) puis à proposer une leçon à trois temps :

- **Temps 1** : Prendre la barre de 1, pointer la section et dire : « *C'est 1* ». Prendre la barre de 2, dire : « *C'est 2* » puis pointer chaque section en disant « *1, 2, c'est 2* ». Faire de

<sup>13</sup> <http://albummontessori.blogspot.fr/> (consulté le 30/12/17). Il s'agit d'un blog écrit par une éducatrice Montessori formée par l'AMI. Elle a rendu public ses « albums », c'est-à-dire la présentation des différents ateliers Montessori. Il semble qu'ils soient assez représentatifs de ce qui est dispensé dans les formations AMI.



même pour les barres suivantes. Proposer ensuite à l'enfant de le faire.

- **Temps 2** : Reposer les barres devant l'enfant, dans l'ordre puis lui demander : « *Montre-moi 1, montre-moi 2, montre-moi 3* ». Ensuite, faire de même en plaçant les barres dans le désordre. Faire les demandes dans l'ordre (1, 2, 3) puis dans le désordre (par exemple 3, 1, 2).
- **Temps 3** : Demander à l'enfant : « *Qu'est-ce que c'est ?* » en montrant les barres une par une. Les barres sont d'abord placées devant l'enfant dans l'ordre puis en désordre. Les questions portant sur les quantités se posent également d'abord dans l'ordre puis dans le désordre.

Notons que lors de la première présentation du matériel, seules les barres de 1, 2 et 3 seront présentées à l'enfant.

## Les chiffres rugueux

### *Description du matériel et lien avec d'autres ateliers*

Le matériel est composé de dix cartes présentant l'écriture chiffrée des nombres de 0 à 9 en papier de verre (*cf.* figure 3). Cet atelier peut être introduit en parallèle de l'atelier précédent. Un matériel similaire est également utilisé par les enfants pour apprendre les lettres (i.e. les « *lettres rugueuses* »).

### *Objectifs mathématiques principaux*

L'objectif mathématique principal de cet atelier est, selon Maria Montessori, la reconnaissance des nombres de 1 à 10 à partir de leur écriture chiffrée. Le caractère rugueux des chiffres a été pensé pour faciliter cette reconnaissance par la vue et par le toucher. L'objectif mathématique secondaire est la préparation à l'écriture des nombres grâce au toucher. Pour Maria Montessori, cet atelier est nécessaire pour ensuite travailler l'association entre les quantités et les symboles numériques (Montessori, 2016c, p. 5).

### *Présentation de l'atelier à l'enfant*

La présentation de l'atelier à l'enfant par l'éducateur consiste en une leçon à trois temps :

- **Temps 1** : Prendre une carte et toucher l'écriture en papier de verre avec l'index et le majeur, dans le sens de l'écriture, et dire, pour le 5 : « *5 c'est 5* ». Proposer à l'enfant de le faire.
- **Temps 2** : Demander à l'enfant : « *Montre-moi 5* », « *Montre-moi 6* », dans l'ordre puis dans le désordre.
- **Temps 3** : Demander à l'enfant « *Qu'est-ce que c'est ?* » en pointant une carte (par exemple la carte où il y a le 5), dans l'ordre puis dans le désordre.

La première présentation de cet atelier ne propose que trois cartes à la fois. Les nombres ne sont pas nécessairement présentés dans l'ordre et ceux qui se ressemblent ne sont pas présentés en même temps (le 6 et le 9 par exemple). Enfin, le 0 n'est introduit qu'une fois l'atelier des fuseaux présenté (*cf.* ci-dessous).

## Association barres numériques / symboles numériques

### *Description du matériel et lien avec d'autres ateliers*

Le matériel se compose, d'une part, des barres numériques, et, d'autre part, de petits cartons présentant les écritures chiffrées des nombres de 1 à 10 (*cf.* figure 3). Cet atelier est

nécessairement présenté après les deux premiers ateliers (barres numériques et chiffres rugueux). En effet, il nécessite la connaissance des quantités, qui a été introduite par les barres numériques, et celle des symboles en écriture chiffrée, qui a été introduite avec les chiffres rugueux.

### Objectifs mathématiques principaux

L'objectif mathématique principal de cet atelier est la construction du lien entre quantité et symbole grâce au comptage un à un<sup>14</sup>. Les objectifs mathématiques secondaires sont doubles : d'une part préparer aux opérations (décomposition de 10) et d'autre part introduire le système décimal.

### Présentation de l'atelier à l'enfant

La présentation de l'atelier à l'enfant se fait en plusieurs étapes. Nous en donnons quelques-unes ci-dessous<sup>15</sup> :

- **1<sup>re</sup> présentation** : Poser les barres numériques dans le désordre. Prendre le carton 10 et le poser devant l'enfant. Montrer la barre correspondante et inviter l'enfant à compter en la touchant (toucher chaque section rouge ou bleue). Déposer le carton 10 au bout de la barre correspondante (à droite). Prendre le carton 7, le poser devant l'enfant. Lui demander de trouver la barre correspondante puis de déposer le carton au bout. Faire de même avec les autres cartons.
- **2<sup>e</sup> présentation** : Les barres numériques sont posées en désordre sur un premier tapis et les cartons avec les écritures chiffrées sont déposés sur un second tapis éloigné. Prendre un carton, le montrer à l'enfant et lui demander d'aller chercher la barre correspondante puis déposer le carton au bout de la barre numérique. Continuer avec les autres cartons. Les barres numériques et les cartons doivent être placés comme en figure 5.

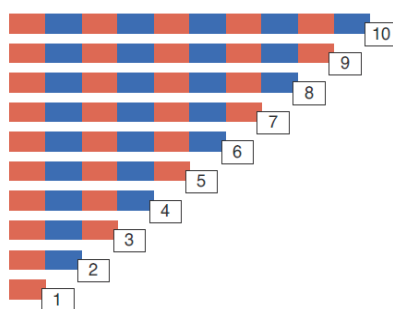


Figure 5 : Association quantité / symbole.

- **3<sup>e</sup> présentation** : Les barres numériques sont posées en désordre sur un premier tapis et sur un second tapis éloigné sont déposés les cartons avec les écritures chiffrées. Montrer une barre numérique à l'enfant et lui demander d'aller chercher le carton avec l'écriture chiffrée correspondante. Lui faire lire les nombres dans l'ordre puis dans le désordre.

L'atelier évolue ensuite vers d'autres tâches et en particulier vers les compléments à 10 (Montessori, 2016c, p. 7) : si on met la première barre à la suite de la neuvième barre, on obtient 10. De même pour  $8+2$ ,  $7+3$  et  $6+4$ .

<sup>14</sup> Il s'agit bien d'un comptage un à un et non d'un dénombrement car on ne demande pas à l'enfant « combien il y en a ».

<sup>15</sup> Pour plus de détails, consulter le site <http://albummontessori.blogspot.fr/> (consulté le 30/12/17).

## Les fuseaux

### *Description du matériel et lien avec d'autres ateliers*

Le matériel est composé d'une boîte compartimentée en 10 cases (numérotées de 0 à 9), de 45 fuseaux (baguettes en bois) et de 10 élastiques (ou rubans) (cf. figure 3). L'exercice consiste à placer dans chaque compartiment, en les comptant un à un, la quantité de fuseaux correspondante au nombre indiqué. Après vérification qu'aucune erreur de comptage n'ait été commise, chaque groupe de fuseaux est attaché avec un ruban<sup>16</sup>. Cet atelier est présenté après l'atelier de l'association des barres numériques et des écritures chiffrées. En effet Maria Montessori précise que cet atelier est un

*test de l'expérience acquise avec les barres numériques, dans la mesure où l'enfant reconnaît le nombre et, sans incitation, regroupe les fuseaux nécessaires pour le représenter* (Montessori, 2016c, p. 10).

Contrairement à l'atelier précédent, les symboles sont proposés dans un ordre fixe et les unités (représentées par chaque fuseau) sont séparées et non fixées (comme cela était le cas sur chaque barre rouge et bleue).

### *Objectifs mathématiques principaux*

Les objectifs mathématiques principaux de cet atelier sont la constitution du nombre à partir d'unités distinctes, la reconnaissance de « 0 » comme désignation d'une quantité nulle et la compréhension du concept de cardinalité. Les objectifs secondaires sont le renforcement de la mémorisation de l'ordre des premiers nombres et la préparation au calcul mental. La notion mathématique travaillée est toujours la quantité, via des objets discrets. Maria Montessori précise en effet que cet atelier répète le comptage des unités (pour les nombres de 0 à 9) déjà effectué avec les barres numériques mais qu'avec cet atelier, les unités sont représentées par des objets identiques mais séparés (Montessori, 2016c, p. 9). Ainsi, il est conçu pour que l'enfant découvre que des quantités discrètes peuvent former une collection et correspondent à un symbole numérique déjà rencontré. De plus, elle précise que ce matériel propose à l'enfant les symboles numériques inscrits au-dessus des compartiments comme point de départ, et non la quantité, comme c'est le cas avec les barres numériques. Enfin, les fuseaux attirent l'attention de l'enfant sur le premier nombre de la série : le zéro, qui ne correspond à aucune quantité car il n'y a aucun fuseau.

### *Présentation de l'atelier à l'enfant*

La présentation<sup>17</sup> de l'atelier à l'enfant, par l'éducateur, s'effectue de la manière suivante : nommer le matériel puis inviter l'enfant à lire les nombres inscrits sur les casiers. Ensuite prendre un fuseau, le nommer « 1 » puis le mettre dans le casier 1. Prendre deux fuseaux, l'un après l'autre, en comptant, et les mettre dans le casier 2 puis les assembler avec un élastique. Proposer à l'enfant de terminer le rangement des fuseaux dans les casiers. À la fin, lui faire constater que dans le casier 0, il n'y a aucun fuseau.

---

<sup>16</sup> Aujourd'hui, les rubans sont remplacés par des élastiques.

<sup>17</sup> <http://albummontessori.blogspot.fr/> (consulté le 30/12/17).

## Le jeu des jetons

### Description du matériel et lien avec d'autres ateliers

Le matériel se compose de 55 jetons et de chiffres en bois<sup>18</sup> (symboles en écriture chiffrée), de 0 à 9 (cf. figure 3). L'exercice consiste à placer les chiffres en bois dans le bon ordre (de 1 à 10) puis à associer à chacun le nombre correspondant de jetons. Les jetons doivent être mis selon une configuration précise : par rangées de deux (cf. figure 6). Cet atelier est présenté après les fuseaux car là, les symboles et les quantités sont mobiles en même temps. De plus, Maria Montessori précise que

*cet exercice est un test pour vérifier si l'apprentissage s'est effectué, c'est-à-dire si la séquence des nombres est connue ainsi que leur association avec la quantité qu'ils représentent* (Montessori, 2016c, p. 10).

### Objectifs mathématiques principaux

Les objectifs mathématiques principaux de cet atelier sont le renforcement de la connaissance qu'un nombre est constitué d'unités distinctes, la vérification de la connaissance de la séquence des nombres, le renforcement de la maîtrise de la cardinalité et de l'ordinalité et la compréhension du concept de pair et impair. Un objectif mathématique secondaire est précisé : la préparation à la division par 2.

### Présentation de l'atelier à l'enfant

La présentation de l'atelier à l'enfant par l'éducateur consiste en plusieurs étapes dont une leçon à trois temps :

- **Étape 1** : inviter l'enfant à mettre les nombres (en bois) dans l'ordre, les uns à côté des autres puis lui demander de lire la séquence.
- **Étape 2** : Inviter l'enfant à poser la quantité de jetons correspondant sous les nombres, de façon ordonnée, en commençant par le 1. Lui montrer si nécessaire comment les placer (comme sur la figure 6).

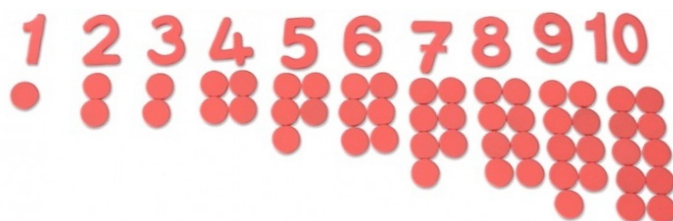


Figure 6 : Configuration des jetons.

- **Étape 3** : une leçon en trois temps pour introduire le concept de parité.
  - **Temps 1** : Séparer, quand cela est possible, les jetons en deux colonnes et déplacer le nombre correspondant vers le haut. Montrer les nombres pairs, en glissant l'index entre les deux colonnes de jetons : « ça passe », et dire « pair ». Montrer les nombres impairs et dire « impair » (on ne peut pas passer le doigt : « ça coince »). Dire « 2, 4, 6, 8, 10, c'est pair, pair c'est toujours par deux, on peut passer le doigt ». Inviter l'enfant à répéter. Dire « 1, 3, 5, 7, 9, c'est impair ». Inviter l'enfant à répéter.
  - **Temps 2** : Demander à l'enfant « Montre-moi un nombre pair, un nombre impair ».

<sup>18</sup> Dans *Psychoarithmetic*, Maria Montessori décrit le matériel avec 45 objets et les symboles de 0 à 9.

- **Temps 3** : Demander à l'enfant « *Qu'est-ce que c'est ?* », en montrant un nombre. L'enfant doit répondre « pair » ou « impair ».

L'atelier peut évoluer : l'éducateur peut inviter l'enfant à compter de deux en deux ; lui demander, sans compter, de déterminer si un tas de jetons représente un nombre pair ou impair ou encore de construire une collection de jetons correspondante à une écriture chiffrée.

## **Le jeu de mémoire des nombres**

### *Description du matériel et lien avec d'autres ateliers*

Le matériel se compose de plusieurs étiquettes sur chacune desquelles est inscrit un nombre en écriture chiffrée (entre 0 et 10), et d'objets divers (*cf.* figure 3). Cet atelier est proposé lorsque les enfants reconnaissent les nombres écrits et que leur signification numérique leur est connue.

### *Objectifs mathématiques principaux*

Les objectifs mathématiques principaux de cet atelier sont de renforcer la notion de nombre, et d'aider l'enfant à transférer la connaissance du nombre d'un matériel pédagogique à des objets de la vie quotidienne. L'objectif mathématique secondaire est d'entraîner la mémoire de l'enfant.

### *Présentation de l'atelier à l'enfant*

La présentation<sup>19</sup> de l'atelier par l'éducateur consiste à inviter l'enfant à tirer une étiquette puis à aller chercher la quantité d'objets équivalente au nombre inscrit sur le papier. Les objets sont placés sur le bureau de l'éducateur. L'enfant doit aller chercher la quantité d'objets correspondant au nombre tiré, l'étiquette étant restée à sa place. Ensuite, il pose les objets sur la table, dans la même configuration que les jetons (*cf.* figure 6), puis l'éducateur vérifie. Précisons que ce matériel n'est pas présenté dans *Psychoarithmétique* (Montessori, 2016c) mais dans *Pédagogie scientifique, tome I* (Montessori, 2015) où Maria Montessori détaille la mise en œuvre de l'atelier associé à ce matériel<sup>20</sup>.

Pour Maria Montessori, la progressivité de ces ateliers repose sur les éléments suivants : d'abord, on présente la représentation d'une quantité et les symboles numériques séparément (par les barres numériques et les chiffres rugueux), puis on travaille l'association entre quantités et symboles numériques (barres numériques et symboles numériques) ; ensuite, on demande de déterminer la quantité correspondant à un symbole numérique (les fuseaux) puis de construire la séquence des nombres avec la quantité qui leur correspond (le jeu des jetons) et, enfin, de construire une collection d'objets divers correspondant à un cardinal donné où le nombre est écrit en chiffre (le jeu de mémoire) (Montessori, 2016c, p. 11). Selon elle, ces six ateliers constituent la période pré-élémentaire de l'arithmétique (*Ibid.*, p. 11) et permettent à l'enfant d'acquérir les notions fondamentales pour débiter l'apprentissage du calcul.

Les six ateliers Montessori de première numération étant maintenant présentés et décrits, nous proposons, dans la suite de cet article, une première analyse didactique de ces ateliers en questionnant l'activité de l'élève sous l'angle de la sémiotique d'une part et en identifiant les différents aspects de la construction du nombre qui peuvent être travaillés d'autre part.

---

<sup>19</sup> Source : Montessori, 2015.

<sup>20</sup> La présentation de cet atelier est très succincte et il est difficile de comprendre les différentes étapes de sa mise en œuvre. Maria Montessori parle de « *groupes d'objets* » sur le bureau qui pourrait laisser penser que les collections sont déjà constituées à l'avance. Il s'agirait alors d'une tâche de reconnaissance de collections de cardinal donné.

## QUELLE MANIPULATION, REPRÉSENTATION ET COMMUNICATION DANS LES ATELIERS DE PREMIÈRE NUMÉRATION ?

Nous interrogeons, dans cette partie, l'activité de l'élève dans les six ateliers Montessori de première numération. En particulier, quelle manipulation, représentation et communication peut-il effectuer ?

### Quelle manipulation ?

Il est évident que ces ateliers permettent aux enfants de manipuler. Mais de quelle manipulation s'agit-il ? Est-ce de la manipulation ou de l'expérimentation (Dias, 2012) ? Les enfants sont-ils placés dans une démarche d'investigation (Gardes, 2018) ?

Nos premières réflexions, dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998), nous mènent à penser que l'enfant est placé dans une situation d'action. En effet, il est dans une situation d'apprentissage où il doit résoudre une tâche en utilisant ses connaissances pour agir sur le milieu. Par exemple, dans le jeu des jetons, il doit tout d'abord placer les nombres dans l'ordre puis construire des collections de jetons représentant une quantité (connaissances qu'il a apprises dans les ateliers précédents). Dans certains ateliers, le milieu lui renvoie des rétroactions pour contrôler ses actions. Par exemple, dans le jeu des jetons, à la fin, s'il reste des jetons ou s'il n'y en a pas assez pour représenter 10, il sait qu'une erreur aura été commise avant. On peut alors considérer que cette phase est a-didactique et engage une certaine dialectique de l'action entre l'enfant et le milieu<sup>21</sup>. Notons que pour cela, l'atelier doit être présenté au préalable par l'enseignant.

En accord avec Dias (2008), nous considérons l'expérimentation et la manipulation dans un rapport dialectique et non en opposition, l'objectif principal étant d'aider au passage progressif de la perception à l'abstraction. Selon lui, manipuler, c'est déplacer, manier, toucher, palper, actionner et utiliser ; expérimenter, c'est contrôler, essayer, tester, vérifier et éprouver. Il s'agit ainsi de dépasser l'idée du « tâtonnement » au profit de la notion d'action : agir selon une intention, grâce à une organisation et en appui sur un raisonnement, pour atteindre un but.

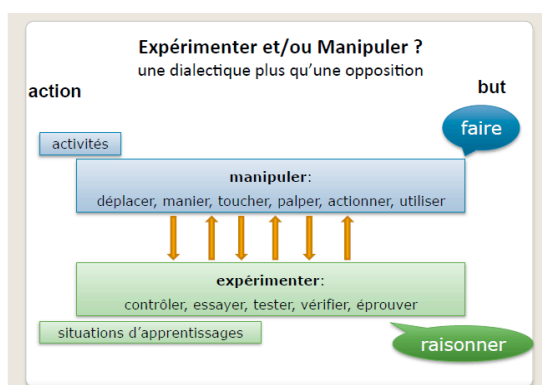


Figure 7 : La dialectique<sup>22</sup> expérimenter / manipuler (Dias, 2012).

<sup>21</sup> Selon nous, la présentation de l'atelier par l'éducateur fait partie du milieu initial de l'élève (lorsqu'il utilise le matériel en autonomie) et c'est en ce sens que l'on peut considérer que le milieu lui renvoie des rétroactions. Il peut alors y avoir une phase a-didactique pour le savoir « associer une quantité à un symbole ».

<sup>22</sup> Figure empruntée à Dias : [http://dias.thierry.pagesperso-orange.fr/ForPE/conf\\_expérimenter\\_manipuler.pdf](http://dias.thierry.pagesperso-orange.fr/ForPE/conf_expérimenter_manipuler.pdf) (consulté le 30/12/17).

On retrouve, dans cette vision des mathématiques, celle de Maria Montessori qui préconise d'aller du concret vers l'abstrait via le matériel, en le manipulant, de manière précise et organisée pour explorer certaines propriétés mathématiques d'un concept, de manière séparée. De ce point de vue-là, on peut considérer que, dans la pédagogie Montessori, les élèves manipulent et expérimentent. Mais Dias va plus loin dans la définition de l'expérimentation. En effet, il précise que « *l'expérimentation telle que nous l'entendons n'a de sens que par ses articulations avec la formulation (dimension langagière) et la validation (par la preuve)* » (Dias, 2008, p. 27). Or dans les ateliers Montessori, il nous semble que l'expérimentation est limitée. D'une part, la phase d'action peut être réduite à une reproduction des gestes proposés par l'enseignant dans la présentation de l'atelier, et d'autre part, les phases de formulation et de validation ne sont pas toujours présentes (cf. les paragraphes suivants).

Ainsi, selon nous, les enfants, dans la pédagogie Montessori, manipulent, expérimentent parfois mais ne sont pas dans une démarche d'investigation de type expérimentale (Gardes, 2018). En effet, le but et l'utilisation de l'atelier sont connus, mais les enfants ne sont pas amenés à formuler de conjectures et sont très rarement engagés dans un processus de preuve (i.e. argumentation). Les présentations des ateliers semblent trop guidées pour pouvoir engager les élèves dans une réelle démarche d'investigation.

### **Quelle représentation ?**

Les ateliers de première numération proposent différentes représentations de la quantité et des nombres. En effet, la quantité est d'abord appréhendée avec une grandeur continue (les barres numériques) puis avec des objets discrets (fuseaux, jetons, objets divers dans le jeu de mémoire). Les nombres sont représentés sous les trois dimensions du triple code de Dehaene (1992) : dimension analogique (dans les ateliers avec barres numériques, fuseaux, jetons), dimension visuelle arabe (chiffres rugueux, fuseaux, jetons, jeu de mémoire) et dimension auditive verbale (chiffres rugueux, fuseaux, jetons). Les liens entre ces différentes représentations sont davantage axés sur l'articulation entre les représentations analogique et visuelle arabe. En effet, le symbolisme numérique est introduit très rapidement (en parallèle du premier atelier des barres numériques) et est présent ensuite dans tous les ateliers. Même si la désignation auditive verbale est présente également dans ces ateliers, elle n'est pas travaillée pour elle-même. On peut d'ailleurs remarquer qu'elle n'est pas explicitement mentionnée dans les trois moments-clés décrits par Maria Montessori pour l'apprentissage des mathématiques, à savoir exposer d'abord l'enfant aux quantités, puis aux symboles et enfin à l'association entre les quantités et les symboles (Montessori, 2016c, p. 11).

Nous avons également remarqué que certaines représentations analogiques « courantes » telles que les doigts de la main, les dés ou encore les nuages de points, ne sont pas travaillées à travers ces ateliers de première numération. De même, seul le jeu de mémoire des nombres propose aux enfants de créer des collections avec des objets divers et non imposés.

Enfin, nous nous interrogeons sur la place des représentations spontanées des enfants pour le nombre. *A priori*, ils ne sont pas (ou peu) amenés à produire une représentation personnelle et spontanée d'une quantité, d'une collection d'objets ou d'un nombre, comme cela pourrait être fait dans une situation de communication à autrui (Margolinas & Wozniak, 2012). Ce point est toutefois à analyser plus en détail, notamment lors d'un temps d'observation en classe. En effet, même si cela n'est pas décrit dans la présentation puis la manipulation d'un atelier, un enfant pourrait avoir recours à une représentation spontanée d'un nombre (par exemple une configuration de dés dans le jeu des jetons) et l'enseignant pourrait laisser vivre cette

représentation avant d'intervenir (i.e. lui montrer à nouveau la configuration demandée par le jeu des jetons).

## Quelle communication ?

Lors de la présentation des ateliers de première numération, l'enseignant s'appuie sur un langage verbal, des actions avec le matériel et des gestes pour communiquer avec l'enfant. Par exemple, dans la leçon en trois temps, l'éducateur nomme le matériel, le manipule et montre sa signification (par exemple pour les barres numériques, il dit « *c'est deux* », puis il montre avec un geste le premier tronçon en disant « *un* » puis le second tronçon en disant « *deux* »). Il invite ensuite l'enfant à reproduire ces actions et gestes. Il n'y a *a priori* pas de phases de communication, au sens formulation, c'est-à-dire de description d'une situation, d'explicitation d'une démarche ou d'un raisonnement ou encore d'exposition d'une argumentation, qui sont envisagées. Néanmoins, on peut faire l'hypothèse que ces phases de communication peuvent entrer en jeu lorsqu'un enfant est amené à présenter un atelier à un autre enfant (ce qui se produit parfois).

De même, pendant la réalisation d'un atelier, des phases de verbalisation pourraient apparaître lors d'interaction entre plusieurs enfants sur la réalisation d'une tâche ou l'explicitation du fonctionnement de l'atelier. Mais Maria Montessori n'évoque pas de situations où l'enfant serait amené à expliciter ce qu'il fait avec le matériel. Cependant, nous pouvons là encore faire l'hypothèse que ponctuellement, l'enfant en fasse la demande à l'éducateur ou inversement, par exemple pour valider la réalisation d'une tâche ou un résultat.

Concernant les phases de validation, elles semblent être de deux natures : d'une part certaines sont portées par le matériel, d'autre part certaines sont effectuées par l'éducateur. Le matériel est qualifié d'auto-validant, dans la mesure où il permet d'avoir certaines rétroactions. Par exemple, on peut voir visuellement que les barres numériques ne sont pas mises « en escalier ». Dans ce cas-là, la validation de la tâche « *mettre les barres en escalier* » est portée par le matériel et la situation et peut être à la charge de l'élève. En revanche, dans d'autres cas, une validation extérieure semble nécessaire. Maria Montessori évoque pour l'atelier des fuseaux et pour l'atelier du jeu de mémoire une validation explicite de la « maîtresse » :

*Quand il croit avoir fini, il est bon qu'il appelle la maîtresse afin qu'elle vérifie.*

*La maîtresse arrive, déplie les billets [i.e. les étiquettes], lit et jette des exclamations de satisfaction quand elle constate qu'il n'a pas été fait d'erreur. (Montessori, 2015, pp. 206-208).*

Enfin, nous nous interrogeons sur la présence et la nature de phases d'institutionnalisation. En effet elles ne sont pas (ou peu) évoquées dans les écrits de Maria Montessori ainsi que dans les descriptions des différents ateliers. Nous trouvons en effet peu de traces de la reconnaissance des savoirs ou des pratiques, enjeux de l'apprentissage attendu via un atelier. Par exemple, on peut se demander si la « *qualité* » isolée et travaillée dans un atelier est reconnue et signifiée à l'enfant comme un savoir.

Pour conclure, il semble nécessaire de conduire des observations en classe pour pouvoir identifier la présence de phases de communication, les caractériser et éventuellement les quantifier. Cela permettrait de comprendre plus en profondeur la nature des phases de verbalisation, de validation ou d'institutionnalisation et leurs rôles dans les apprentissages mathématiques avec le matériel Montessori.



## QUELLE CONSTRUCTION DU NOMBRE DANS LES ATELIERS DE PREMIÈRE NUMÉRATION ?

Dans le cadre de notre recherche, nous cherchons également à identifier quels éléments de la construction du nombre peuvent être travaillés à travers les ateliers de première numération.

Nos premières analyses mettent en évidence que le matériel de première numération permet *a priori* aux enfants d'acquérir certains attendus de cycle 1 (cf. annexe 2). En particulier les attendus « *quantifier des collections jusqu'à 10 au moins* » et « *lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix* » sont pris en charge par ces 6 ateliers. Ce qui semble cohérent avec leurs objectifs de présenter les quantités, les symboles numériques puis de travailler leur association. Les attendus « *évaluer* » et « *comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques* » et « *utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités* » peuvent être acquis grâce aux ateliers des barres numériques et du jeu de mémoire. En effet, nous pouvons faire l'hypothèse que les élèves peuvent mobiliser des procédures non numériques (par comparaison des tailles des barres numériques par exemple) ou numériques (dénombrement par comptage un à un par exemple, comme l'envisage Maria Montessori) pour réaliser le rangement des barres numériques en escalier, l'association des barres numériques et des symboles ou la reconnaissance d'une collection dont le cardinal est donné. L'attendu « *réaliser une collection dont le cardinal est donné* » est travaillé à travers les ateliers des fuseaux, du jeu des jetons et du jeu de mémoire. En effet, dans les trois cas, les enfants doivent mettre la quantité d'objets (fuseaux, jetons ou autres objets) correspondant à un nombre écrit en chiffres. L'attendu « *mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales ou écrites sur une quantité* » est partiellement pris en charge dans les ateliers. Ces derniers amènent en effet l'enfant à mobiliser différentes représentations du nombre (analogique, auditive verbale et visuelle arabe) pour communiquer sur une quantité, mais se focalisent sur l'articulation entre les dimensions analogique et visuelle arabe. De plus, comme nous l'avons souligné plus haut, certains symboles analogiques comme les doigts ou les dés ne sont pas travaillés. De même, il semble que les enfants sont peu amenés à mobiliser des symboles représentant les nombres de manière spontanée et non conventionnelle. Enfin, l'atelier des barres numériques permet de travailler un aspect de la décomposition des nombres : l'itération de l'unité. En effet, il est construit pour mettre en évidence le fait que « *tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente* », attendu de fin de cycle 1.

D'autres attendus, en revanche, ne semblent pas travaillés pour *eux-mêmes* dans les ateliers de première numération. Par exemple, aucun des 6 ateliers ne fait spécifiquement réaliser une collection de quantité égale à une autre en utilisant le dénombrement (attendu « *utiliser le dénombrement pour réaliser une collection de quantité égale à une collection proposée* »). La correspondance terme à terme comme procédure non numérique pour évaluer ou comparer deux collections semble peu prise en charge par ces ateliers (i.e. dans les présentations et les manipulations décrites), même si c'est parfois une procédure pertinente et efficace (par exemple pour comparer deux barres rouges et bleues). De même, l'aspect ordinal du nombre n'est *a priori* pas abordé par les ateliers de mathématiques (attendu « *utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions* »). En effet, il semble réduit à la connaissance de l'ordre des nombres dans la comptine numérique. Cet aspect est plusieurs fois mentionné dans les objectifs mathématiques des ateliers (par exemple dans les fuseaux et dans le jeu des jetons). Or, de notre point de vue, cet ordre des nombres dans la séquence relève davantage de la connaissance de la

comptine numérique que l'aspect ordinal du nombre. En accord avec Margolinas et Wozniack (2012), nous considérons que l'aspect ordinal du nombre est lié au repérage d'une position. Nous ne sommes pas convaincues que les enfants comprennent, à travers ces ateliers, que le 2 dans la séquence des nombres de 0 à 10 signifie qu'il est en deuxième position après le 0. D'autre part, peu ou pas de travail n'est engagé autour de la reconnaissance d'une constellation de dé ou de domino ou même d'une quantité représentée avec les doigts de la main. Enfin, l'apprentissage de la comptine numérique ne s'effectue pas via un matériel spécifique où elle serait l'objectif d'apprentissage mathématique principal. Elle semble être davantage travaillée à travers différents matériels de numération, comme objectif secondaire (les fuseaux, le jeu des jetons puis l'atelier de comptage linéaire par exemple). Ainsi, l'attendu « *dire la suite des nombres jusqu'à trente* » n'est pas spécifiquement travaillé via les ateliers de première numération. Précisons que ces attendus de fin de cycle 1 ne sont *a priori* pas pris en charge dans les ateliers de première numération, mais cela ne veut pas nécessairement dire qu'ils ne sont pas du tout travaillés. Des études complémentaires de l'ensemble des ateliers de mathématiques ainsi que de la pédagogie Montessori dans son ensemble seront nécessaires pour déterminer s'ils ne sont pas étudiés à d'autres moments et à l'aide d'autres matériels disponibles dans la classe. Enfin, soulignons également que d'autres compétences sont particulièrement travaillées dans les ateliers Montessori de première numération, comme « *mettre dans l'ordre les nombres de 1 à 10* » ou encore « *écrire les nombres avec des chiffres* ». Pour cette dernière compétence, elle est explicitement prise en charge par l'atelier des chiffres rugueux. Dans certaines présentations, il est suivi des tâches suivantes : « *écrire les nombres en chiffres dans la semoule, sur une ardoise, sur du papier plastifié ou encore sur une feuille* ».

Pour résumer, voici un tableau (cf. figure 8) illustrant les attendus de fin de cycle 1 qui peuvent être potentiellement pris en charge par les ateliers Montessori de première numération.

<i>Attendus de fin de cycle 1</i>	<i>Ateliers Montessori première numération</i>
Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.	<i>OUI - partiellement</i>
Réaliser une collection dont le cardinal est donné.	<i>OUI</i>
Utiliser le dénombrement pour :	
• comparer deux quantités,	<i>OUI</i>
• constituer une collection d'une taille donnée,	<i>OUI</i>
• réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.	<i>NON</i>
Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.	<i>NON</i>
Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.	<i>OUI - partiellement</i>
Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.	<i>NON</i>
Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.	<i>OUI</i>
Quantifier des collections jusqu'à dix au moins	<i>OUI</i>
Les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.	<i>NON</i>
Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.	<i>NON</i>

Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.	NON
Dire la suite des nombres jusqu'à trente.	NON
Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.	OUI

**Figure 8** : Tableau des attendus de fin de cycle 1 potentiellement pris en charge par les ateliers Montessori de première numération.

## CONCLUSION

Le fondement de la pédagogie Montessori est l'accompagnement du développement naturel de l'enfant, via un environnement préparé adapté aux caractéristiques et aux besoins de son âge. L'enfant décide lui-même du moment où il va manipuler le matériel proposé, devenant ainsi déclencheur de ses apprentissages. Concernant les mathématiques, le matériel qu'elle a élaboré décompose les concepts en éléments simples et isolés pour permettre à l'enfant de découvrir ces concepts dans un processus partant du concret et allant vers l'abstrait. Nous avons ainsi mis en évidence une certaine cohérence dans la progressivité des ateliers de première numération proposés aux enfants dans les classes Montessori 3-6 ans. Tout d'abord le concept de quantité est présenté avec des grandeurs continues (les barres numériques) pour montrer des unités distinctes mais unifiées. Parallèlement, les symboles numériques sont introduits à l'aide des chiffres rugueux puis un travail sur l'association d'une quantité à un symbole numérique est mené. Ensuite, le concept de quantité est présenté avec des grandeurs discrètes, les unités sont donc des objets « séparés » (des fuseaux, des jetons), puis le travail est centré, d'une part, sur l'association d'une quantité à un symbole numérique donné (les fuseaux) et, d'autre part, sur la construction de la séquence des nombres avec la quantité qui leur correspond (le jeu des jetons). Enfin, un travail de création d'une collection d'objets correspondante à un nombre donné (écrit en chiffre) est proposé pour clore la séquence intitulée première numération par Maria Montessori.

D'un point de vue didactique, nous nous sommes intéressées, dans un premier temps, à la sémiotique en jeu dans ces ateliers. En effet, si le matériel et les principes fondamentaux de la méthode Montessori garantissent des activités de manipulation, nous nous interrogeons sur la nature de cette manipulation. En particulier, le fait que les présentations, puis l'utilisation des ateliers, soient très codifiées nous laisse penser qu'ils ne permettent pas à l'enfant d'entrer dans un projet d'expérimentation (au sens de Dias, 2008). Nous faisons l'hypothèse qu'il fait plutôt « l'expérience de » alors qu'une démarche de type expérimentale le place dans « faire l'expérience sur » (Dias, 2008, p. 36). Concernant les représentations, nous avons mis en évidence la présence des trois dimensions du triple code (Dehaene, 1992) avec toutefois une focalisation sur l'articulation entre les dimensions analogique et visuelle arabe. Nous avons soulevé l'absence *a priori* de mobilisation de représentations spontanées du nombre par les élèves ainsi que l'absence de recours à des configurations conventionnelles telles que les doigts ou les dés. Enfin, nous nous interrogeons sur la présence et la nature de phases de communication. S'il semble clair qu'il existe de nombreuses interactions entre les enfants dans une classe Montessori, les phases de formalisation et de validation (au sens de Brousseau, 1998) semblent plus difficiles à identifier et à caractériser. La présentation des ateliers ne laisse par exemple pas (ou peu) de place à l'explicitation par l'enfant de sa réflexion ou de sa démarche. La validation semble portée soit par la situation via le matériel, soit par l'enseignant, mais l'existence de situations de validation reste encore à déterminer. Enfin, nous avons évoqué la question de l'institutionnalisation : l'élément simple et isolé du concept mathématique d'un atelier est-il mis en évidence et identifié comme savoir ? Sous quelles formes l'enseignant

propose-t-il aux élèves des moments d'institutionnalisation ? Cette question est cruciale dans la mesure où les concepts étant « décomposés » en éléments isolés, il semble important, à un moment donné, de procéder à une « reconstruction » pour finaliser le processus de conceptualisation (au sens de Vergnaud, 1991). Dans un second temps, nous avons exposé notre réflexion sur la nature des apprentissages autour de la construction du nombre via ces ateliers de première numération. Ainsi, ces ateliers travaillent l'aspect cardinal du nombre, sous la tâche emblématique de l'association d'une quantité à sa représentation chiffrée et en particulier la réalisation d'une collection d'objets de cardinal donné (les fuseaux, le jeu des jetons et le jeu de mémoire).

Pour approfondir ces premières réflexions didactiques, sur la sémiotique et sur la construction du nombre dans la pédagogie Montessori, il nous est apparu nécessaire de poursuivre nos recherches. C'est ce que nous faisons actuellement dans le cadre de la recherche présentée plus haut (cf. premier paragraphe). D'une part, nous menons une analyse praxéologique de l'ensemble des ateliers de mathématiques (3-6 ans) avec leurs présentations associées, et d'autre part, nous débutons une analyse de la mise en œuvre de ces ateliers en classe, notamment avec l'étude des rôles de l'enseignant et des élèves grâce à la théorie des situations didactiques. Pour conclure, ces analyses didactiques nous semblent particulièrement pertinentes à mener dans un contexte où cette pédagogie prend de plus en plus d'ampleur auprès des professeurs des écoles, expérimentés comme débutants. Elles permettent d'avoir une analyse objective du savoir en construction et des phénomènes d'enseignement-apprentissage en jeu. Pour la formation d'enseignant, ces analyses pourraient aider les formateurs à répondre à cet engouement et à suivre des professeurs des écoles mettant en œuvre cette pédagogie (ou des éléments de cette pédagogie) dans leurs classes.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Alvarez, C. (2016). *Les Lois naturelles de l'enfant : La Révolution de l'éducation*. Paris : Les Arènes.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1), 1-42.
- Denervaud, S. & Gentaz, E. (2015). Les effets de la « méthode Montessori » sur le développement psychologique des enfants : une synthèse des recherches scientifiques quantitatives. *Approche Neuropsychologique Des Apprentissages Chez L'enfant*, 27(139), 593-598.
- Dias, T. (2008). *La dimension expérimentale des mathématiques : un levier pour l'enseignement et l'apprentissage*. Université Claude Bernard Lyon 1.
- Dias, T. (2012). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris : Magnard.
- Gardes, M.-L. (2018). Démarches d'investigation et recherche de problèmes. In *Le rallye mathématique dans la classe : un jeu très sérieux !*, 73-96. Canopé (sous presse).
- Gardes, M.-L. & Courtier, P. (2018). Manipuler, représenter, communiquer dans les ateliers Montessori. In *Actes du 44<sup>e</sup> colloque de la COPIRELEM - Épinal 2017*.
- Laurençot-Sorgius, I., Vaultrin, M. & Bergeaut, J.-F. (2008). *Évolution des compétences*

- numériques en Grande Section. Autour du repérage des compétences dans les domaines mathématiques en cycle 1 et 2.* Toulouse : IUFM Midi-Pyrénées - Université Toulouse 2, IREM de Toulouse.
- Margolinas, C. & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle : une approche didactique.* Bruxelles : De Boeck.
- Montessori, M. (1909). *Il metodo della pedagogia scientifica.* Città di Castello, Lapi.
- Montessori, M. (1934a). *Psicoaritmetica.* Barcelona: Casa Editorial Araluce.
- Montessori, M. (1934b). *Psicogeometria.* Barcelona: Casa Editorial Araluce.
- Montessori, M. (1936). *L'enfant.* Paris : Desclée de Brouwer.
- Montessori, M. (1959). *L'esprit absorbant.* Paris : Desclée de Brouwer.
- Montessori, M. (2010). *L'esprit absorbant.* Paris : Desclée de Brouwer.
- Montessori, M. (2015). *Pédagogie scientifique, tome 1 : la maison des enfants.* Paris : Desclée de Brouwer.
- Montessori, M. (2016a). *L'enfant.* Paris : Desclée de Brouwer.
- Montessori, M. (2016b). *Le manuel pratique de la méthode Montessori.* Paris : Desclée de Brouwer.
- Montessori, M. (2016c). *Psychoarithmetic.* Amsterdam: Montessori-Pierson Publishing Company.
- Morin, M. (2017). *La pédagogie Montessori en maternelle.* Paris : ESF Sciences Humaines.
- Poussin, C. (2017). *La pédagogie Montessori.* Paris : Presses Universitaires de France.
- Spécial Grand N Maternelle : Approche du nombre, tome 1.* (2001). Grenoble : IREM de Grenoble.
- Vergnaud, G. (1991). *La théorie des champs conceptuels.* RDM, 10/2.3, 133-169.
- Woodcock, R. W., McGrew, K. S. & Mather, N. (2001). *Woodcock-Johnson tests of achievement.* Itasca, IL.
- ERMEL. (1995). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes. Cycle des apprentissages - grande section de maternelle.* Paris : Hatier.
- MEN (2015). Programme de l'école maternelle. *Bulletin Officiel Spécial n° 2 du 26 mars 2015.*
- OECD. (2016). *Résultats du PISA 2015, volume I : L'excellence et l'équité dans l'éducation.* Paris : OECD Publishing.

## ANNEXE 1

### LISTE DU MATÉRIEL DE MATHÉMATIQUES MONTESSORI 3-6 ANS

- **Première numération de 1 à 10** - 6 ateliers
  - Les barres numériques (barres rouges et bleues)
  - Les chiffres rugueux
  - L'association des barres numériques et des chiffres
  - Les fuseaux
  - Le jeu des jetons
  - Le jeu de mémoire des nombres
- **Le système décimal** - 6 ateliers
  - Premier Plateau : présentation des quantités
  - Les symboles
  - Deuxième plateau : la formation des grands nombres
  - Les opérations avec le système décimal : matériel du système décimal pour les opérations
  - Les timbres
  - La Table des points
- **La numération suite** - 6 ateliers
  - Numération de 11 à 19 : les perles de couleur
  - La première table de Seguin
  - La deuxième table de Seguin
  - La Chaîne de 100
  - La Chaîne de 1000
  - Le meuble des perles de couleurs (compter en sautant)
- **La mémorisation des opérations** - 11 ateliers
  - Le serpent de l'addition
  - Le Tableau d'addition
  - Les Tables de mémorisation de l'addition 1, 2, 3,4 avec contrôles (1 et 2)
  - Le serpent de la soustraction
  - Le Tableau de la soustraction
  - Les Tables de mémorisation de la soustraction 1 et 2 et contrôle (1)
  - Les perles de couleur (mémorisation de la multiplication)
  - Le tableau de la multiplication
  - Les Tables de mémorisation de la multiplication 1, 2,3 et contrôles (1 et 2)
  - Le Tableau de division
  - Les Tables de mémorisation de la division 1 et 2
- **Passage à l'abstraction** - 4 ateliers
  - Le petit boulier
  - Le matériel des hiérarchies
  - Le grand boulier
  - La grande division avec tubes
- **Les fractions** - 1 atelier
  - Les fractions

## ANNEXE 2

### EXTRAIT DES ATTENDUS DE FIN DE CYCLE 1

Nous reproduisons ci-dessous la liste des attendus de fin de cycle 1 (MEN, 2015) pour ce qui concerne la partie « *Construire les premiers outils pour structurer sa pensée, et plus spécifiquement la construction du nombre* ».

#### *Utiliser les nombres*

- Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.
- Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.

#### *Étudier les nombres*

- Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.