DÉCONSTRUCTION DIMENSIONNELLE ET VOCABULAIRE GÉOMÉTRIQUE CHEZ LES FUTURS ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE

Stéphane CYR
Université du Québec à Montréal

Fabienne VENANT
Université du Québec à Montréal

Résumé : La compréhension de concepts géométriques au primaire nécessite de posséder un vocabulaire spécifique à ce domaine et constitue l'un des aspects important à enseigner à ce niveau scolaire. Dans cet article, nous présentons les résultats d'une recherche réalisée au Québec et qui s'intéresse à la capacité des futurs enseignants du primaire à coordonner le langage et la visualisation lors de la réalisation d'une tâche géométrique. Nous cherchons du même coup à identifier la nature du vocabulaire que ces derniers emploient spontanément lors de la description de figures géométriques.

Mots-clés : Vocabulaire, géométrie, figure, futurs enseignants.

INTRODUCTION

L'enseignement-apprentissage de la géométrie au primaire est fondé sur la découverte et l'étude des formes et objets géométriques courants. C'est à travers une panoplie d'expériences diversifiées avec les objets géométriques qu'une personne concrétise cet apprentissage : construction, observation, manipulation, description, définition, classification et relation avec ces objets et les formes courantes de l'environnement. Ainsi, l'apprentissage de la géométrie conjugue activité scolaire et expérience personnelle fondée sur des relatons avec l'environnement. Aussi, tout comme Mathé (2012) et Bulf et *al.* (2014), nous considérons que les expériences géométriques prennent appui sur une coordination entre les activités langagières, les regards portés sur les figures et les actions posées avec les différents instruments géométriques.

Dans cette optique, le vocabulaire joue un rôle fondamental en géométrie. Il est essentiel pour la compréhension des concepts géométriques étudiés (Berthelot & Salin, 1992 ; Mathé, 2004) et constitue pour plusieurs un enjeu incontournable de l'enseignement des mathématiques (Mathé, 2004 ; Fénichel, 2003). En même temps, dans ce processus de production d'un vocabulaire, la visualisation occupe une place de premier plan et est intimement liée à ce processus. Les façons de percevoir les figures influencent notamment la production du discours et la nature du vocabulaire employé. Afin de caractériser cette relation, nous adoptons ici la perspective de

Duval (2005), pour qui l'articulation entre la visualisation[1] et le discours pour l'apprentissage de la géométrie est primordial et en même temps, plus complexe que dans la vie courante.

Dans le cadre de cet article, nous nous intéresserons à la coordination entre le langage (qui s'illustre par l'emploi d'un vocabulaire courant ou spécifique aux mathématiques) et les « manières de regarder » les objets géométriques chez les futurs enseignants du primaire. Plus particulièrement, nous porterons un regard sur la nature du vocabulaire que ces derniers emploient dans une tâche nécessitant cette coordination et dans laquelle les sujets ont une entière liberté de s'exprimer. Nous cherchons à cette occasion à identifier, chez ces étudiants qui ont un discours teinté d'expériences personnelles géométriques, la nature du langage qu'ils emploient spontanément dans une tâche géométrique.

Ce regard porté chez les futurs enseignants nous semble essentiel car le vocabulaire que ces derniers emploient joue un rôle fondamental dans la constitution du vocabulaire géométrique des élèves et, par conséquent, dans le développement de leur compréhension des concepts mathématiques. Dans les sections suivantes, nous justifierons notre choix par la complexité du vocabulaire géométrique et de son enseignement et aussi par le fait que ce vocabulaire contient des termes polysémiques qui nécessitent un enseignement explicite de la part du maître sur le sens des termes que les élèves doivent employer.

PROBLÉMATIQUE

L'acquisition d'un vocabulaire propre à la géométrie, que Berthelot et Salin (1992) qualifient de vocabulaire géométrique, pose différents problèmes pour les élèves du fait, entre autres, qu'il s'avère passablement lourd et technique (Duval, 2005). Mais plus problématique encore, le vocabulaire géométrique se confond souvent avec celui de la vie courante et il peut être difficile pour les élèves de faire la distinction entre les deux ou de faire la transition de l'un à l'autre. En effet, plusieurs termes du langage de la vie courante sont employés d'une manière bien spécifique en géométrie et une confusion peut s'opérer entre les différents sens de ces termes. Selon plusieurs auteurs (Duval, 2005 ; Fénichel, 2003 ; Mathé, 2004), de nombreux termes géométriques employés au primaire sont polysémiques et leurs sens courants entrent en compétition avec les sens mathématiques. Fénichel (2003) rapporte d'ailleurs que de nombreuses erreurs dans l'utilisation de ce vocabulaire sont dues au fait *« qu'un même signifiant peut désigner des signifiés différents selon le contexte référent »* (p. 449). Elle mentionne notamment le fait que le vocabulaire géométrique est constitué de mots ou expressions qui sont utilisés soit uniquement dans le domaine des mathématiques, soit dans d'autres domaines que les mathématiques ou encore dans les deux à la fois mais en désignant des signifiés différents. Il suffit de penser aux termes « sommet » et « hauteur » pour illustrer ce fait. En mathématiques, dans un triangle par exemple, trois sommets existent et ne correspondent pas au point le plus élevé du triangle comme suggéré dans le langage courant. Il en est de même pour la hauteur d'un triangle qui correspond en mathématiques à la mesure du segment reliant perpendiculairement le sommet d'un triangle au côté opposé de ce sommet. Dans chaque triangle, il y a donc trois hauteurs qui ne correspondent pas à une élévation verticale reliant le point le plus élevé d'un objet. Mathé (2004) et Barrier et Mathé (2007) mettent en évidence une coexistence de significations contradictoires attachées aux termes « forme », « côté » et « polygone » dans le discours des élèves. Selon eux, ce problème est dû au fait que ces termes, qui permettent aux

[1] Pour Duval (2005) cette visualisation est un mécanisme cognitif complexe qui implique une perception des formes mais également une déconstruction dimensionnelle de ces formes. Nous reviendrons sur le sens de ce dernier terme dans la cadre théorique.

élèves de saisir spontanément la signification des objets géométriques, sont aussi employés par eux dans la vie courante à travers une multitude de significations contradictoires, introduisant ainsi une ambiguïté référentielle autour de ces termes. Dans le langage courant on peut parler des côtés d'un cube (une boîte par exemple) pour désigner ses faces latérales, ce qui est impossible en géométrie. Face et côté sont synonymes dans ce contexte du langage courant, alors qu'en mathématiques ils désignent des objets totalement différents. Le mot côté désigne un segment de droite qui délimite un polygone et relève de la géométrie plane. Le mot face désigne une surface plane qui délimite un solide.

Cette polysémie des termes géométriques nécessite un travail explicite de la part de l'enseignant sur le sens des termes utilisés par les élèves (Mathé, 2004) et sur les particularités de ces termes. D'ailleurs, le passage entre un vocabulaire courant et un vocabulaire plus technique et spécifique aux mathématiques constitue l'un des enjeux de la géométrie au primaire (Duval, 2005 ; Fénichel, 2003). Fénichel (2003) formule à ce propos la recommandation suivante (p. 451) :

> *À l'école élémentaire, il s'agit de sensibiliser les élèves à cette polysémie : en même, qu'ils découvrent ou approfondissent une notion, il semble important de distinguer les différents sens que peut prendre un même mot ou une même expression et de mettre clairement en évidence ce qui relève du domaine des mathématiques.*

Or, comme le vocabulaire géométrique n'est souvent pas essentiel pour la réalisation des tâches quotidiennes, il est difficile pour les enseignants ou futurs enseignants de considérer l'importance de ce dernier en se basant sur leurs expériences personnelles. Il est donc important de sensibiliser les enseignants à ce fait, ainsi que le souligne Fénichel (2003). Elle mentionne d'ailleurs (*Ibid.*, 2003, p. 450) que :

> *Trop souvent, les enseignants n'ont pas conscience que ce qu'ils disent n'est pas entendu par leurs élèves, soit parce qu'ils ne peuvent imaginer que ces derniers ne se réfèrent pas au même domaine qu'eux (ici les mathématiques), soit parce qu'eux-mêmes emploient un langage peu précis et ambigu pour parler de mathématiques.*

Pourtant, il semblerait que le rôle de l'enseignant soit fondamental dans le processus complexe d'acquisition du vocabulaire spécifique à la géométrie. Le discours que tient l'enseignant en classe a évidemment une forte influence sur les conceptions développées par les élèves, sur leur compréhension des concepts et sur le développement du vocabulaire associé. Gobert (2005), dans une étude portant sur la nature des formulations que doivent employer les enseignants lors de l'enseignement de la géométrie, insiste sur le rôle prépondérant du discours enseignant (p. 31) :

> *Les formulations pour les savoirs de géométrie à l'école élémentaire sont multiples ; elles influent sur les conceptions des élèves des objets de la géométrie, et le maître, par les choix qu'il fait, engage ces derniers dans tel ou tel rapport à la géométrie.*

Elle ajoute p. 32 que :

> *Tout ce qui, dans le discours du maître, définit, explique, explicite, cerne, énonce, clarifie, instruit une connaissance ou un savoir, quel que soit le moment de l'énonciation, est important.*

Ainsi, que ce soit du fait de la complexité du vocabulaire géométrique et de son enseignement, ou du rôle fondamental de l'enseignant, il apparaît qu'une formation initiale des maîtres prenant en considération ces aspects est primordiale (Fénichel, 2003). Une telle formation devrait donner aux futurs maîtres des outils leur permettant d'analyser la manière dont sont évoqués les objets géométriques et les relations entre ces objets dans les documents qu'ils utilisent avec leurs élèves, de traiter des aspects liés aux particularités du vocabulaire géométrique, d'appréhender les difficultés des élèves face à l'acquisition de ce vocabulaire et d'explorer les différentes situations didactiques susceptibles d'exposer les particularités de ce même vocabulaire. Ceci est d'autant plus pertinent que selon Barrier et Mathé (2007), les futurs maîtres amorcent leur formation initiale avec des connaissances partielles des concepts de géométrie enseignés au primaire. Aussi, ces derniers n'ont sans doute pas abordé la question du vocabulaire associé avant cette formation, et ils sont encore moins au fait des particularités de ce vocabulaire et des situations didactiques nécessaires à un tel contexte d'enseignement.

Si les difficultés associées au vocabulaire géométrique sont relativement bien documentées chez les élèves du primaire, qu'en est-il chez les adultes, plus particulièrement chez les futurs enseignants ? Aussi, quelle est la nature du vocabulaire qu'emploient spontanément ces futurs enseignants lors d'une tâche de communication géométrique ?

CADRE THÉORIQUE

L'acquisition du vocabulaire

Un adulte dont la vie est teintée d'expériences extra-scolaires sociales et culturelles utilise, dans le langage courant, un vocabulaire qui est généralement suffisant afin d'opérer sur son réel. Les futurs enseignants qui débutent la formation en didactique de la géométrie ont vécu très peu d'expériences nécessitant l'emploi de concepts ou vocabulaire strictement géométriques. Leurs expériences quotidiennes les ont plutôt conduits à développer des connaissances leur permettant d'appréhender les situations de la vie courante, ce que Berthelot et Salin (1999) nomment des *connaissances spatiales*. Le vocabulaire qui est utilisé dans de telles situations ne requiert pas d'être aussi rigoureux et précis que celui employé en géométrie dans un cadre scolaire. Pourtant, l'articulation entre le vocabulaire géométrique et celui utilisé dans ces situations pragmatiques de la vie courante est reconnue pour être à la fois problématique et fondamental pour la compréhension des objets géométriques étudiés à l'école.

De plus, le vocabulaire géométrique se développe et se consolide en partie grâce à l'acte de visualisation sur des représentations de figures géométriques (dessins). Or, Selon Mathé (2004, p. 8) :

> *Le changement de registre de représentation, du langage naturel au dessin, met clairement en évidence les ambiguïtés engendrées par le langage naturel et la complémentarité des modes de représentation.*

Cette dernière constate que, lorsque les élèves passent du registre visuel (figure ou dessin) au discours, bien souvent ces derniers se rabattent sur le sens courant du mot et des malentendus sur les objets désignés apparaissent alors. Elle observe notamment ce fait avec le mot côté qui, dans le langage courant, est assimilable à celui du mot face, engendrant ainsi une confusion dans le discours de l'élève lorsqu'il traite de polyèdre ou de polygone.

Duval (2005) aborde aussi cette perspective du changement de registre, du visuel au discours, pour traiter de la complexité du vocabulaire géométrique. Cependant, son regard n'est pas uniquement porté sur la distinction entre langage courant et vocabulaire spécifique à la géométrie. Selon lui, ce qui est fondamental est l'articulation entre la visualisation et le discours pour l'apprentissage de la géométrie. Comme il le mentionne p. 48 : *« l'activité géométrique repose sur la synergie cognitive entre ces deux registres de représentation »*. Selon lui, cette synergie entre visualisation et production d'énoncés géométriques est beaucoup plus complexe que dans des activités non géométriques. Le développement et la coordination de ces deux registres doivent donc être considérés comme des objectifs fondamentaux d'enseignement de la géométrie.

Aussi, Duval (2005) est d'avis qu'une étude convenable d'une figure géométrique implique une visualisation qui permette de percevoir dans celle-ci, les formes constitutives plus élémentaires (droites, points, intersections. Le sujet doit alors procéder à une séquence d'opérations permettant la reconnaissance des propriétés géométriques de la figure. Ces opérations peuvent être physiques et réalisées à l'aide de tracés additionnels sur la figure (avec instruments ou non) ou bien être mentales et effectuées par un procédé abstrait. Ce procédé est appelé *déconstruction dimensionnelle* par Duval. Le sujet ne procède plus par identification d'une ressemblance intuitive d'une figure avec une classe d'objets mais doit effectuer un travail physique ou mental afin de décomposer la forme discriminée en *unités figurales*. Cette décomposition peut se faire selon deux procédés, l'un à l'aide de tracés supplémentaires, l'autre sans introduction de tracés supplémentaires. Par exemple, avec un parallélogramme, un sujet qui maîtrise ce concept est en mesure de repérer les unités figurales, c'est-à-dire les éléments constitutifs de cette figure (côté, angle, sommet), certaines relations (parallélisme des côtés, congruence des angles opposés) et ajouter des tracés additionnels (diagonales, centre, hauteur).

La visualisation et le discours

Selon Duval (2005), une grande part des difficultés en géométrie, outre celles liées à la capacité des sujets à percevoir les composantes constitutives d'une figure, est la façon dont le discours géométrique s'articule avec cette visualisation. En effet, selon lui, la compréhension des figures géométriques dépend de ces deux registres de représentation (discours et représentation visuelle) et de l'articulation entre les deux. Or, selon lui, cette articulation n'est pas nécessairement triviale du fait que ces deux registres fonctionnent en parallèle et de façon indépendante. Et comme le stipule Duval (2005, p. 28) : *« cette articulation est cognitivement plus complexe que l'articulation spontanée entre langage et image »*. En d'autres mots, l'articulation entre langage et image dans des situations de la vie courante est plus aisée qu'en géométrie face à des figures théoriques et décontextualisées.

Classification des termes géométriques

En plus de cette complexité cognitive à articuler les deux registres, le vocabulaire géométrique est constitué d'une terminologie qui possède une hétérogénéité sémantique qui rend son utilisation et son acquisition passablement difficile. Pour illustrer ce fait, Duval (2005) distingue quatre types de termes dénominatifs associés au vocabulaire géométrique. La distinction entre ces termes est fondée sur la manière dont le sens de ces termes est utilisé afin d'identifier ou de mettre en correspondance des unités figurales associées à la visualisation de figures. En effet, lorsque vient le temps de verbaliser à propos d'unités figurales, il est possible de recourir à des termes analytico-descriptifs, dénominatifs d'objets, de propriétés caractéristiques permettant de classer les objets et de relation entre des tracés. Les deux premiers types font référence à des termes décrivant un ou des tracés associés à un objet géométrique (de dimension 1, 2 ou 3), alors que les deux derniers types font plutôt référence à des termes exprimant des relations entre les tracés.

1. Les termes *analytico-descriptifs* sont associés à un seul tracé visuel et donnent un statut d'« élément » à ce tracé dans l'organisation visuelle de plusieurs tracés. Ils servent à nommer des éléments constitutifs d'un objet géométrique (côté, diagonale, rayon, sommet, face, ...).
2. Les termes *dénominatifs* réfèrent à une dénomination d'un objet d'étude constitué de plusieurs tracés en une forme typique (triangle, carré, pyramide, cercle, cube, ...).
3. Les termes *de propriétés* permettent de classer des objets d'étude en leur attribuant des

propriétés issues d'une comparaison de plusieurs tracés constituant une forme typique (milieu, centre, équilatéral, rectangle, régulier, convexe, ...).

4. Les termes *de relation entre des tracés* ne décrivent pas un tracé ni un objet mais bien des relations entre ceux-ci et ne réfèrent donc pas à un élément visuel apparent (parallèle, perpendiculaire, symétrique, égal, ...).

Les termes de types 1 et 4 impliquent de la part du sujet une déconstruction dimensionnelle dans la mesure où ils traitent d'éléments isolés dans une figure ou un solide. Ces termes visent à nommer ou à comparer ces éléments. Ils sont, par conséquent, fondamentaux pour le processus de visualisation géométrique du fait que (Duval, 2005, p. 32) :

> *la déconstruction dimensionnelle des formes devient l'étape intermédiaire nécessaire entre la reconnaissance perceptive immédiate des formes et l'identification des objets mathématiques correspondants.*

En effet, les termes de types 1 et 4 sont rarement pris en compte dans le vocabulaire courant car l'acte de description dans un contexte hors mathématiques n'est pas aussi spécifique. Par exemple, lors de la visualisation de relation entre des formes, très peu de déconstruction dimensionnelle s'opère et des termes qualitatifs plus vagues sont employés (se coupe, se touche, pointe vers, ...). Or, il apparaît à son avis que ces termes spécifiques aux mathématiques entrent en concurrence avec le vocabulaire du langage courant et peuvent être source de problème pour l'apprentissage de la géométrie. Quant aux termes de types 2 et 3, ils appartiennent à la fois au langage courant et au vocabulaire spécifique aux mathématiques et peuvent à l'occasion, devenir polysémiques et source de confusion.

De plus, selon Duval (2005), la déconstruction dimensionnelle n'est pas un acte caractéristique d'une pratique dans le langage courant. Selon lui, le langage courant est principalement lié à des situations de la vie courante, lesquelles correspondent à des pratiques graphiques, à des déplacements sur des espaces de jeu ou des plans dessinés, des traçages, des repères physiques ou des relations qualitatives entre des objets.

Ainsi, nous pensons que la distinction entre ces types de termes est fondamentale pour les enseignants car elle permet de caractériser la nature de la visualisation employée par un élève lors d'une activité discursive en géométrie. Elle permet également d'apporter certaines explications quant aux difficultés potentielles lors de l'étude de figures géométriques. Par conséquent, le type de regard que porte un sujet sur un objet géométrique et la façon d'exprimer ce regard sont fondamentaux pour le développement de sa compréhension approfondie des concepts géométriques.

OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

Dans la lignée des auteurs tels que Fénichel (2003), Mathé (2004) et Gobert (2005), nous considérons le rôle de l'enseignant comme fondamental dans le processus d'acquisition chez les élèves du primaire du vocabulaire géométrique. Aussi, à l'instar de Duval (2005), nous pensons que l'articulation entre la visualisation et le discours pour l'apprentissage de la géométrie est fondamentale. Ces deux registres de représentation se développent en parallèle et en synergie : ainsi, pour développer l'un, il est nécessaire de s'appuyer sur l'autre.

Dans la même lignée que Venant et Venant (2014) qui partagent eux aussi la position de Duval (2005, p. 4), nous considérons que :

> *La compréhension de ce qu'est une figure géométrique réside sur la capacité de l'élève à passer d'une visualisation iconique (basée sur la perception et les formes 2D, c'est-à-dire à deux*

dimensions) à une visualisation géométrique (basée sur les propriétés et la décomposition de la figure en lignes 1D — une dimension — et en points 0D — zéro dimension).

Dans cette optique, le processus de déconstruction dimensionnelle apparaît comme fondamental. Tout comme Venant et Venant (2014), nous avons élaboré une tâche expérimentale géométrique nécessitant le recours à la déconstruction dimensionnelle et la coordination entre la visualisation et le discours.

Toutefois, à la différence de ces dernières, qui ont effectué leur expérimentation auprès d'élèves du primaire, nous avons plutôt ciblé les futurs enseignants en formation des maîtres de mathématiques au primaire. À travers une expérience de communication en dyade (décrite dans la prochaine section), nous voulons vérifier si le discours qu'emploie l'étudiant spontanément et librement diffère grandement du discours géométrique attendu ou scolarisé. Également, en lien avec le cadre proposé par Duval (2005), nous cherchons à analyser la façon dont les futurs maîtres utilisent et coordonnent la déconstruction dimensionnelle et le vocabulaire géométrique dans une tâche de description-production de figures géométriques. Aussi, nous cherchons à vérifier si le recours à la déconstruction dimensionnelle affecte la réussite d'une telle tâche.

Les questions de recherche sous-jacentes à ces objectifs sont les suivantes :

1. Quelle est la nature du vocabulaire qu'emploient spontanément les futurs enseignants dans une tâche géométrique nécessitant de coordonner visualisation et discours ?
2. Dans quelle mesure ont-ils recours spontanément à la déconstruction dimensionnelle ?
3. Est-ce que le recours à la déconstruction dimensionnelle est affecté par la nature du vocabulaire (courant ou géométrique) qu'emploient nos sujets ?
4. Est-ce que le recours à la déconstruction dimensionnelle a une influence sur la réussite de la tâche chez nos sujets ?

MÉTHODOLOGIE

Afin d'explorer nos questions de recherche, nous avons soumis des étudiants en formation des maîtres du primaire au Québec (Montréal) à une tâche géométrique conjuguant visualisation, discours et production de figures géométriques. Les étudiants participant à ce projet en sont à leur deuxième année de formation en enseignement mais à leur premier cours de didactique de la géométrie au niveau universitaire. Ils sont pour la plupart issus d'un parcours scolaire nécessitant peu de mathématiques ; leurs dernières expériences en géométrie remontant au niveau secondaire ou collégial[2]. L'activité expérimentée se déroule en début de session universitaire, alors qu'aucun concept ni vocabulaire géométrique n'a été abordé. Ce choix s'explique par notre intention d'avoir accès au discours spontané du sujet. Nous faisons l'hypothèse qu'il sera teinté de langage courant.

Description de la tâche

La tâche expérimentale a été réalisée après de deux groupes de 30 et 31 étudiants, donc au total 61 sujets ont participé à cette expérience. Cette tâche avait pour but de faire émerger le langage personnel d'un sujet dans le cadre d'une description de figures géométriques et d'en vérifier l'effet sur la production de ces mêmes figures chez un autre étudiant. Afin de faire émerger ce langage, la tâche consistait d'abord à placer des étudiants en équipes de 2, chaque étudiant ayant une feuille sur laquelle des dessins de figures géométriques sont représentés, les dessins n'étant

[2] Secondaire : 14-17 ans ; collégial : 17-19 ans.

pas les mêmes pour les deux étudiants (voir figures 1 et 2 plus bas). Les figures sont relativement simples et connues des étudiants. Aussi, les positions relatives des figures les unes par rapport aux autres sont relativement régulières (côtés parallèles, côtés de figures appuyés sur un même axe, ...) afin de faciliter leur description.

Sans que l'un puisse voir la production de l'autre, chaque étudiant devait décrire sur une feuille les figures qu'il voyait sous forme d'un programme de construction pour l'autre étudiant. Une fois les figures décrites, les sujets s'échangeaient leur description toujours sans avoir vu les dessins correspondant à la description de l'autre étudiant et devaient tenter de construire le dessin correspondant au programme de construction. Notons que dans le cadre de cette recherche, nous considérons le dessin représenté sur la feuille au sens de Parzysz (1988) et Laborde et Capponi (1994), c'est-à-dire comme une représentation graphique et visuelle des objets de la géométrie théorique. Dans les dessins donnés aux étudiants, aucune indication théorique n'était fournie. Ainsi, à travers le programme de construction élaboré, le dessin se voit conférer le statut de figure géométrique, c'est à dire un objet géométrique idéal et théorique. Par conséquent, figure géométrique et procédé de déconstruction dimensionnelle deviennent intimement liés.

Afin de guider les étudiants dans la réalisation de la tâche, nous leur avons distribué une feuille précisant les directives à suivre. Comme nos sujets n'ont pas été formés à la didactique de la géométrie avant cette tâche, certains termes techniques ont du être évités et l'emploi du langage courant a été privilégié dans les directives. Ainsi, nous leur avons demandé de décrire sur une feuille des consignes plutôt que d'élaborer un programme de construction[3], nous avons évité la distinction figure-dessin, nous avons utilisé le terme superposable afin de décrire un dessin dont les objets géométriques ont les mêmes formes et les mêmes distances et positions relatives que sur le dessin original. Aussi, étant donné que cette tâche est conçue pour un contexte d'enseignement au primaire, et aussi, considérant le niveau plutôt faible de nos sujets en mathématiques, nous leur permettions de s'orienter avec les rebords de la feuille afin d'avoir un référent initial horizontal et vertical.

Les directives suivantes leur ont donc été distribuées pour les encadrer dans la tâche.

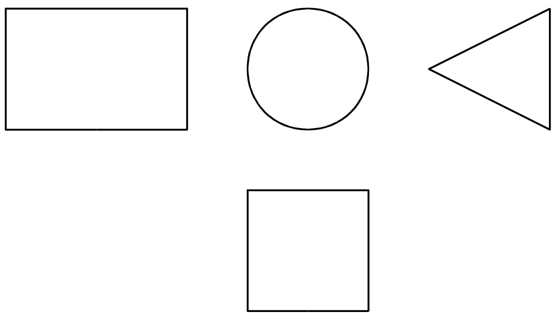
1. Les personnes de la même équipe prennent des dessins différents.
2. Il faut cacher son dessin à l'autre personne et aussi au reste de la classe.
3. Une fois à votre place, continuez à cacher votre dessin à l'autre.
4. Sur une feuille, vous écrivez des consignes précises afin que votre coéquipier puisse reproduire le plus fidèlement possible votre dessin sans le voir mais uniquement en lisant les consignes.
5. Il est impossible de répondre à des questions de l'autre coéquipier pendant l'activité.
6. Pour donner vos directives, vous pouvez vous servir de la règle, du rapporteur d'angle, du compas.
7. Vous pouvez nommer les figures que vous voyez.
8. Une fois les directives terminées, vous passez à votre coéquipier votre feuille de directives et vous recevez la sienne, SANS LUI MONTRER VOTRE DESSIN.
9. Les deux personnes de l'équipe doivent tenter de dessiner les figures que l'autre personne a décrites le plus fidèlement possible.

---

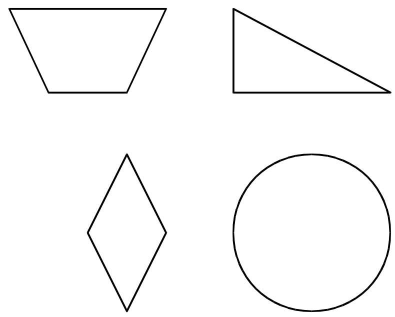
[3] Ces étudiants étant à leur premier cours de didactique de la géométrie, ils ne sont pas familiarisés avec le terme *« programme de construction »*.

10. La disposition sur la feuille n'a pas d'importance mais le dessin doit être le plus possible superposable à l'original (identique).
11. Vous pouvez dessiner sur la feuille contenant les formes.
12. Vous pouvez vous aider des rebords de la feuille comme référents pour l'orientation des figures (horizontal et vertical).

Dans cette tâche, aucune directive n'a été donnée aux étudiants sur la nature du vocabulaire à employer à l'exception qu'ils devaient utiliser un vocabulaire et des concepts accessibles à des élèves du primaire. Ils pouvaient ainsi nommer les figures et donner des mesures à l'aide d'instruments, alors que des concepts comme tangente au cercle ne pouvaient être employés. Nous permettions que les étudiants dessinent sur la feuille contenant les figures (directive 11) afin qu'ils puissent effectuer des tracés complémentaires qui permettent de mettre en évidence les relations géométriques entre les figures géométriques. Aussi, la directive 12 était à notre avis essentielle car une description sans référent n'est pas une activité mathématique que ces étudiants ont déjà réalisée ici au Québec. Il s'agissait ici de s'assurer que les étudiants produisent quelque chose et d'éviter qu'ils ne bloquent en ne sachant comment débuter la description. Même si cette directive ne respecte pas les règles mathématiques formelles, elle était essentielle dans un contexte de mathématiques du primaire plus informelles, tel que véhiculé ici au Québec. Le but final étant que le dessin réalisé par l'étudiant suite à la lecture des directives de l'autre puisse le plus possible être superposable au dessin initial. Voici les deux séries de dessins distribuées aux étudiants (ces dessins ne sont pas à l'échelle) :



Figures 1



Figures 2

Analyse *a priori* d'une description

Nos attentes impliquaient donc à la fois l'emploi convenable du vocabulaire et la présence de déconstruction dimensionnelle. En ce qui a trait aux termes de catégorie 2 et 3 (termes dénominatifs et de propriétés) au sens de Duval (2005) les étudiants devaient identifier convenablement les 4 figures en présence, soit : un triangle rectangle, un cercle, un losange et un trapèze isocèle. Les étudiants devaient ensuite positionner convenablement ces figures sur leur feuille et, pour ce faire, recourir aux termes de catégorie 1 et 4 (termes analytico-descriptifs et de relations entre les tracés) et, par conséquent, mettre en jeu une déconstruction dimensionnelle. Par exemple, pour situer le losange convenablement en termes d'orientation et de longueurs de segments, mais aussi, pour le situer par rapport au cercle, les sujets devaient idéalement recourir aux diagonales du losange et au prolongement horizontal du diamètre du cercle comme suit :

1. Trace un cercle de rayon 3 *cm* vers la partie inférieure droite de ta feuille.
2. Prolonge le diamètre horizontal du cercle vers la gauche de 10 *cm* à partir du centre du

cercle.

3. À gauche du cercle se trouve un losange dont la grande diagonale est verticale et la petite diagonale est horizontale.
4. La diagonale horizontale se situe sur le prolongement du diamètre horizontal du cercle.
5. Le sommet de droite du losange est sur la diagonale horizontal à 5 *cm* du centre du cercle.
6. Le sommet de gauche est à 3 *cm* du sommet de droite.
7. Trace la diagonale verticale du losange qui a 6 *cm* de long (3 *cm* vers le bas et 3 *cm* vers le haut).

De même, pour situer convenablement le trapèze, le recours à la déconstruction dimensionnelle s'avère une stratégie presque essentielle comme illustrée ici :

8. À partir du sommet supérieur du losange, prolongez sa diagonale verticale de 3 *cm* vers le haut et placez un point *E*.
9. Ce point est le sommet d'un trapèze isocèle dont les côtés parallèles sont horizontaux. La petite base constitue le côté inférieur du trapèze.
10. À partir du sommet *E*, tracez un segment horizontal de 3 *cm* vers la gauche. Nommez ce point *F*.
11. Au centre de ce segment [*EF*], tracez l'axe de symétrie verticale du trapèze de 3 cm de haut.
12. Au bout de cet axe, placez un point *M*, qui est le point milieu de la grande base du trapèze.
13. Cette base mesure 6 *cm*.
14. Nommez les sommets gauche et droite *G* et *H*.
15. Reliez les points *EFGH*.

L'exemple précédent illustre un programme de construction possible pour la figure. Plusieurs variantes existent. Nous sommes conscient qu'un programme de construction rigoureux du point de vue de la géométrie euclidienne, qui situerait les éléments géométriques les uns par rapport aux autres sans jamais avoir recours à l'horizontale, la verticale, la droite ou la gauche, est quelque chose de difficilement accessible pour ces étudiants compte tenu de leurs connaissances en mathématiques et n'est pas non plus une approche employée au niveau primaire au Québec. Également, selon la figure de départ choisie et l'instrument de mesure utilisé, le programme de construction peut varier légèrement. Par exemple, pour le losange et le trapèze, un sujet pouvait choisir de mesurer les angles formés par les côtés plutôt que d'utiliser les concepts de diagonales et de hauteur pour décrire les figures. Également, des variations au niveau des propriétés existent également. Dans le losange, au lieu d'utiliser les diagonales, un sujet pouvait se rabattre sur les axes de symétrie. De même, pour le cercle, autant l'utilisation du rayon que du diamètre produisent des descriptions adéquates mais légèrement différentes.

Notre évaluation des productions et des descriptions

Comme chercheurs, notre objectif était donc d'évaluer à la fois le programme de construction et la construction des figures géométriques. Ainsi, nous avons cherché à analyser la nature et la précision du vocabulaire employé ainsi que la clarté des consignes données par l'étudiant A dans son programme de construction. En même temps, nous voulions analyser les effets de ces variables sur la qualité de la reproduction faite par l'étudiant B des figures décrites par l'étudiant

A. Il fallait donc analyser à la fois la description de l'étudiant A et la production de l'étudiant B pour pouvoir identifier le lien qui les unissait et porter un regard sur l'effet produit par le discours sur la construction des figures géométriques. Ces évaluations ont été réalisées par les chercheurs de cette étude ; elles permettent en même temps d'apporter des éléments de réponse à nos quatre questions de recherche. Aussi, pour y parvenir, nous avons développé une grille d'analyse fondée sur l'attribution de notes chiffrées pour chacun des critères. Notre intention par cette approche quantitative était de pouvoir réaliser des corrélations entre certains critères de la description et d'autres appartenant à la production du dessin. Cette intention visait à identifier l'existence de relations entre la qualité de la description et celle de la production du dessin.

L'ÉVALUATION DE LA PRODUCTION DU DESSIN

La production du dessin s'évaluait de façon globale sur le niveau de congruence avec les figures du dessin initial. Or, pour qu'il y ait congruence entre deux dessins représentant plusieurs figures (dessins superposables), les critères suivants doivent être employés :

A. nature des figures,

B. orientation des figures dans le plan (par rapport aux rebords de la feuille)[4],

C. distance des figures les unes par rapport aux autres,

D. taille des figures,

E. position relative des figures.

Pour le critère A, nous avons attribué un point par figure si la production respectait la nature des figures, c'est-à-dire si elles se retrouvent bien sur le dessin. Par exemple, si le dessin présente un losange et qu'il y en avait un sur la production, le critère était atteint. Pour récolter un maximum de quatre points, chaque figure devait apparaître sur le dessin, quelles que soient sa position et sa taille. Pour le critère B, nous avons accordé, pour chacune de ces figures, un point pour l'orientation des figures par rapport aux rebords de la feuille, en excluant le cercle. Pour ce critère, trois points pouvaient être cumulés. À travers le critère C, nous avons analysé la production de l'étudiant en fonction de la distance entre les 4 figures concernées à partir d'éléments de distance mesurable entre deux figures : côtés, centres, axes de symétrie ou sommets. Quatrièmement, nous avons évalué la taille de chacune des figures (D), pour quatre autres points et, finalement, quatre points étaient accordés si les figures étaient à la bonne position dans le plan les unes par rapport aux autres.

L'évaluation de la production du dessin nous permet d'apporter des précisions pour répondre aux questions 2 et 4. En effet, à partir de cette évaluation, il est possible de mettre en lien la qualité du dessin avec l'évaluation du recours à la déconstruction dimensionnelle identifiée dans la description des figures par l'autre sujet.

L'ÉVALUATION DES DESCRIPTIONS DES FIGURES

Notre analyse de la description des étudiants était fondée sur deux critères issus d'une analyse *a priori* de l'activité et sur la base de notre cadre théorique. Le premier critère touche à des aspects de la déconstruction dimensionnelle selon Duval (2005) tandis que le second cible l'exactitude du vocabulaire employé.

La déconstruction dimensionnelle

Ce critère vise à évaluer si les étudiants ont recours spontanément à un vocabulaire faisant appel

[4] Les feuilles utilisées sont du format québécois (8 ½ par 11 en mesure impériale).

à la déconstruction dimensionnelle. Par conséquent, il permet d'apporter des précisions pour répondre à notre question de recherche 2. Ce critère fait intervenir des termes géométriques associés aux catégories 1 et 4 (termes analytico-descriptifs et de relations entre les tracés) de la classification de Duval (2005). Ces termes sont utilisés soit pour décrire une figure à partir de ses composantes ou unités figurales, soit pour mettre en relation les différentes figures ou unités figurales présentes dans le dessin. En effet, la précision dans la description des positions relatives entre deux figures implique le recours à des unités figurales telles que diagonales, axes de symétrie, droites perpendiculaires, centre, côté et des termes de relations entre ces unités (parallèle, perpendiculaire, symétrique...). Le recours à ces termes évite tout ambiguïté sur les positions relatives des figures dans un plan non orthonormé. Ainsi, dans notre analyse, un premier regard était porté sur la description de chaque figure et ensuite sur les relations entre les figures. Dans chaque dessin, 4 figures géométriques apparaissent. Un point par figure est accordé pour la présence de déconstruction dimensionnelle dans la description de la figure (4 points au total) et 4 points pour l'utilisation de cette déconstruction afin d'établir les relations entre les figures. Par exemple, un étudiant qui aurait mentionné la chose suivante : *« en partant du centre du cercle, trace une ligne de deux centimètres qui sera parallèle au côté [AB] du rectangle »*, nous lui avons accordé tout le point, car non seulement il met en relation les figures, mais il utilise les composantes et unités figurales de manière précise. Pour une absence de référence aux autres figures ou même aux bords de la feuille, nous n'avons accordé aucun point. Ainsi, pour l'ensemble de ce critère, les étudiants A pouvaient avoir un maximum de 8 points.

La précision du vocabulaire

En ce qui a trait à la précision du vocabulaire, nous avons choisi de l'évaluer en plus de la déconstruction dimensionnelle d'abord parce qu'elle influence la précision globale de la description, et, de ce fait, la compréhension que peut en avoir la personne qui réalise la production, mais aussi parce que le vocabulaire intervient directement dans le processus de déconstruction dimensionnelle. Nous pensons que l'imprécision engendrée par un vocabulaire courant vient limiter la qualité ou l'impact du recours à la déconstruction dimensionnelle. Ainsi, à l'aide de ce critère, nous pourrons répondre à la question 1. Aussi, en croisant les résultats de ce critère avec celui du précédent (la déconstruction dimensionnelle), il nous sera possible de répondre à la question 3.

Par ailleurs, nous avons choisi de coder les usages fautifs du vocabulaire selon deux catégories :

1. L'usage inapproprié d'un mot, ou la mauvaise association entre un concept et un mot,
2. L'usage courant de la langue, non spécifique à la géométrie, ou un manque de précision lié à un usage courant.

Ainsi, il s'agit d'un barème de correction négatif car il comptabilise les erreurs.

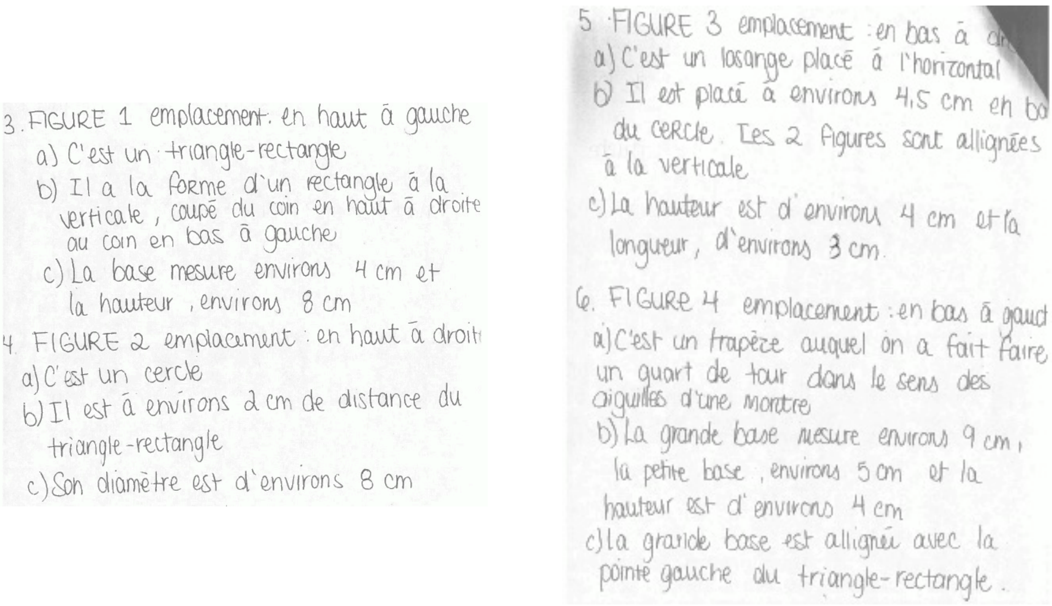
La première catégorie signifie que les mots utilisés pour nommer un élément du dessin, que ce soit la figure dont il est question (carré, trapèze, triangle équilatéral, *etc.*) ou ses unités figurales (angle, base, hauteur, *etc.*) sont inexacts. Il s'agit ici d'un problème lexical.

Aussi, nous avons, avec la deuxième catégorie, tenu compte des formulations approximatives relevant du vocabulaire courant dans notre analyse de la production. Intervient ici l'idée notamment de polysémie des termes ou bien d'usage imprécis de termes n'appartenant pas au vocabulaire géométrique. Ces usages de la langue courante étant vagues, ils s'appuient sur l'interprétation du récepteur, en opposition à un lexique spécifique beaucoup plus précis. Par exemple, un étudiant qui aurait dit que le losange à dessiner était *« placé à l'horizontale »* (copie 3) aurait employé des formulations courantes, ou sollicitant le sens commun, faisant en sorte que plusieurs dessins auraient pu correspondre à la consigne. Dans la même copie, on pouvait lire que deux figures étaient *« alignées »*, ce qui constitue une indication imprécise, puisqu'elle ne mentionne pas quels points de la figure A, par exemple, seraient alignés avec quels autres points de la figure B, sans compter que la signification même du terme « alignement » ne permet pas de positionner une figure par rapport à une autre. Un alignement présuppose une droite tracée ou non qui permet de donner une direction à cet alignement. Sans cette droite on peut attribuer à cet « alignement » plusieurs interprétations possibles, puisque la droite dont il est question pourrait être verticale, oblique, horizontale, *etc.* Également, plusieurs étudiants ont employé les termes *« à gauche »* et *« à droite »* afin de donner une position relative d'une figure par rapport à l'autre. Là Encore, situer une figure par rapport à une autre en utilisant uniquement les termes *« à gauche »* ou *« à droite »* apporte une grande imprécision car ce qui se trouve à gauche d'une figure est un demi-plan et non des lieux précis où positionner une figure. Par exemple, dans la figure 1, le rectangle se situe bien à gauche du cercle. Toutefois, pour décrire une position exacte d'une figure l'une par rapport à l'autre, il faut par exemple prolonger le diamètre horizontal du cercle à gauche et constater que ce prolongement constitue l'un des axes de symétrie du rectangle. Il en est de même pour les termes *« en haut »* et *« en bas »*.

Ainsi, à chaque fois qu'une expression ou terme imprécis ou fautif était employé dans la description, un point était ajouté à cette copie. Donc un étudiant qui aurait obtenu la note 0 n'aurait, selon notre évaluation, commis aucune erreur au niveau de la précision du vocabulaire. Dans les copies analysées, nous avons observé jusqu'à un maximum de 24 points pour un sujet à cette composante.

Exemple d'analyse d'une copie

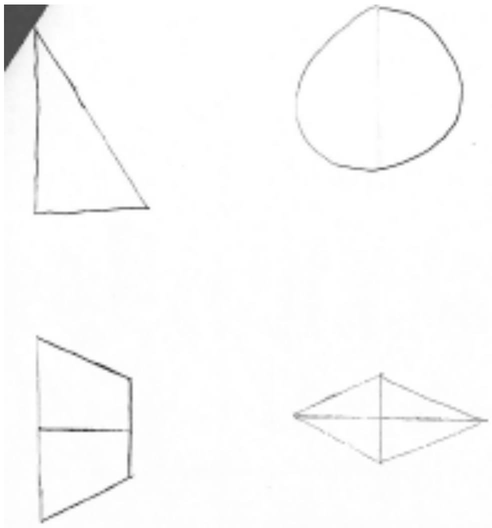
Afin de bien comprendre le processus d'évaluation des productions des sujets A et B, nous présentons un exemple (figure 2) de ces productions et les notes accordées en fonction de nos différents critères.


3. FIGURE 1 emplacement: en haut à gauche
a) C'est un triangle-rectangle
b) Il a la forme d'un rectangle à la verticale, coupé du coin en haut à droite au coin en bas à gauche
c) La base mesure environs 4 cm et la hauteur, environs 8 cm
4. FIGURE 2 emplacement: en haut à droite
a) C'est un cercle
b) Il est à environs 2 cm de distance du triangle-rectangle
c) Son diamètre est d'environs 8 cm

5. FIGURE 3 emplacement: en bas à dr
a) C'est un losange placé à l'horizontal
b) Il est placé à environs 4,5 cm en ba du cercle. Les 2 figures sont allignées à la verticale
c) La hauteur est d'environs 4 cm et la longueur, d'environs 3 cm.

6. FIGURE 4 emplacement: en bas à gauch
a) C'est un trapèze auquel on a fait faire un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre
b) La grande base mesure environs 9 cm, la petite base, environs 5 cm et la hauteur est d'environs 4 cm
c) La grande base est allignée avec la pointe gauche du triangle-rectangle.

Description de l'étudiant A



Production l'étudiant B
(à partir de la description de l'étudiant A)

L'ÉVALUATION DES DESCRIPTIONS DES FIGURES

Analyse de la déconstruction dimensionnelle

• Le triangle rectangle :

L'étudiant utilise les termes base et hauteur pour décrire la figure et ses mesures. Il utilise aussi le concept de verticale pour décrire l'orientation de la figure. Même s'il fait référence de façon inadéquate à l'idée de rectangle à la « verticale », les composantes nécessaires à la construction de la figure sont présentes. Toutefois, il ne précise pas laquelle des cathètes[5] est à la verticale. La référence inappropriée au rectangle sera jugée dans le critère précision du vocabulaire. Note : 1 point sur 2.

• Le cercle :

Pour cette figure le sujet utilise le concept de diamètre pour en donner sa mesure. Par contre, pour établir son positionnement exact, il ne fait pas référence au centre et n'utilise pas de procédé se référant à la déconstruction dimensionnelle. Il établit plutôt une relation avec le triangle en utilisant une relation imprécise de *« à droite »*. Il mentionne la distance avec le triangle (2 *cm*) sans préciser quels sont les objets qui sont à cette distance. Dans le cas présent, l'étudiant aurait dû utiliser le concept de médiatrice horizontale du triangle dont le prolongement à droite du triangle rencontre le diamètre horizontal du cercle : Note : 1 point sur 2.

• Le losange :

Pour décrire l'orientation de la figure, il n'utilise pas les diagonales, il parle de losange horizontal en considérant qu'un losange puisse avoir une position de base. Il utilise hauteur et longueur pour donner les mesures de la figure. Pour décrire la position du losange par rapport au cercle, il emploie les termes *« en bas »* et *« les deux figures sont alignées à la verticale »*. Ici, on peut deviner l'idée du recours de façon vague aux tangentes verticales du cercle dont les prolongements rencontrent deux sommets du losange. Toutefois, cette formulation est trop vague et imprécise pour qu'on puisse la considérer comme une déconstruction dimensionnelle. Également, le concept de tangente au cercle n'est pas abordé avec les élèves en mathématiques

---

[5] Dans un triangle rectangle, une *cathète* est un des côtés adjacents à l'angle droit.

au primaire. Ainsi, pour cette figure une note de 0 point sur 2 est attribuée pour la déconstruction dimensionnelle.

• Le trapèze :

Pour l'orientation du trapèze, l'étudiant présuppose une position de base d'un trapèze (bases horizontales). Donc, pour décrire la position du trapèze, il utilise le concept de rotation pour positionner la figure *« C'est un trapèze auquel on a fait faire un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre »*. Dans cette description, il ne fait pas référence au fait que les bases sont verticales. Toutefois, il mentionne ces bases pour donner les dimensions de la figure (grande base et petite base) ainsi que la hauteur. Pour décrire la position de cette figure par rapport aux autres, il fait référence à un alignement de la grande base avec la pointe gauche du triangle rectangle. Il fait donc référence partiellement à la déconstruction dimensionnelle : grande base, pointe gauche et le terme *« alignée »* qui présuppose le prolongement de la grande base même si les termes et les concepts sont imprécis ou erronés. Note de la déconstruction dimensionnelle : 1 sur 2.

• Évaluation globale de la déconstruction dimensionnelle : 3 sur 8.

Analyse de la précision du vocabulaire

Pour l'évaluation de ce critère, nous identifions dans le programme de construction chacun des termes erronés ou mots imprécis et ajoutons un point par apparition. Il s'agit donc de critères négatifs d'évaluation, plus l'élève a obtenu de points, plus il a commis d'erreurs.

Triangle	**Cercle**	**Losange**	**Trapèze**
• un rectangle à la verticale • coin	• 2 *cm* à droite du triangle	• losange placé à l'horizontal • figures alignées • hauteur et longueur au lieu de diagonale • en bas du cercle • alignées	• à gauche • alignée • pointe

Donc, pour ce critère, l'étudiant a cumulé 11 points (erreurs). Dans ces erreurs, une seule appartient à la catégorie *« usage inapproprié d'un mot »* (*« hauteur »* et « longueur » au lieu de « diagonale » pour le losange). Les autres erreurs appartiennent plutôt à la catégorie « utilisation du langage courant ».

L'ÉVALUATION DE LA PRODUCTION DU DESSIN

A. Nature de la figure : 4 points,

B. Orientation de la figure dans le plan : 2 points,

C. Distance des figures l'une par rapport à l'autre : 1 point,

D. Taille des figures : 4 points,

E. Position relative l'une par rapport à l'autre : 4 points.

Total pour la production de la figure : 15 points sur 19.

Discussion relative à cet exemple

D'abord, ce que nous observons dans ces deux productions est la faiblesse des résultats pour la description des figures (3 sur 8 pour la déconstruction dimensionnelle et 11 erreurs au niveau du vocabulaire). Les moyennes pour ces deux critères pour l'ensemble des 61 sujets sont respectivement de 3,45 sur 8 avec en moyenne 7,6 erreurs de vocabulaire par sujet. Quant à la production de la figure, elle est somme toute relativement bonne avec comme résultat 15 points sur 19. À l'exception de la distance entre les figures et de l'orientation du triangle rectangle, la production est relativement fidèle au dessin original et cette moyenne est supérieure à celle du groupe (13,8 sur 19).

Ces résultats donnent comme première indication que la faible présence de déconstruction dimensionnelle dans les descriptions relatives au positionnement ou à la comparaison entre les figures est sans doute à l'origine des erreurs dans la production, principalement celles associées aux distances entre les figures. À l'opposé, le grand nombre d'erreurs dans le vocabulaire ne semble pas avoir été à l'origine d'imprécision dans la production du dessin.

Il est toutefois difficile ici de tirer des conclusions fiables à partir d'un seul exemple sur les impacts de la description sur la production de la figure par l'autre étudiant. Comme deux sujets sont impliqués dans ce protocole, l'interprétation par le sujet B des descriptions du sujet A joue un rôle important. Afin de titrer des conclusions, il est fondamental ici d'effectuer une analyse globale de l'ensemble des binômes (description-production du dessin).

Analyse quantitative de l'ensemble des sujets

Dans notre analyse quantitative, nous cherchons à identifier s'il existe un lien entre la qualité de la description du dessin par l'étudiant A et la production du dessin par l'étudiant B, et ce pour l'ensemble des sujets. Plus précisément, nous cherchons à évaluer si l'utilisation d'un vocabulaire spécifique ou non à la géométrie peut avoir une incidence sur la production du dessin. Ainsi, nous tentons d'évaluer le lien entre ces deux critères et la production du dessin. Cette analyse viendra également apporter des précisions pour répondre à notre question 4.

ANALYSE DESCRIPTIVE DES CRITÈRES

La production du dessin

Pour les 61 sujets ayant participé à la recherche, la moyenne des productions est de 13,8 sur 19 (72,8 %). Les notes à ces productions varient de 6 à 19 avec un écart type de 4,1 (21,6 %).

La déconstruction dimensionnelle

La moyenne pour l'ensemble des sujets à ce critère est de 3,5 sur 8 (43,75 %) avec un écart type de 2,1 (26,3 %) et des données variant de 0,5 à 7,5.

La précision du vocabulaire

Le nombre moyen d'erreurs de vocabulaire pour l'ensemble des sujets est de 7,6 avec un écart type de 4,5 et des valeurs comprises entre 2 et 24. Dans ce critère, nous avions identifié deux catégories : « usage inapproprié d'un mot ou d'une expression » et « usage courant du vocabulaire ». Pour la première catégorie, la moyenne est 1,5 et pour la seconde, 6,1. On note ainsi beaucoup plus d'erreurs liées au langage courant qu'à des utilisations inappropriées de termes.

Analyse des relations entre les critères

Pour évaluer les relations, nous avons croisé les critères suivants et avons eu recours au calcul de corrélation :

a) Déconstruction dimensionnelle (Dd) avec la production du dessin (Pd).

   Objectif : évaluer l'impact de la présence de déconstruction dimensionnelle dans la description sur la qualité de la production du dessin (question de recherche 4).

b) Précision du vocabulaire (Pv) avec la production du dessin (Pd).

   Objectif : évaluer l'impact de la précision du vocabulaire dans la description sur la qualité de la production du dessin (question de recherche 1).

c) Précision du vocabulaire (Pv) avec la déconstruction dimensionnelle (Dd).

   Objectif : Vérifier si la qualité et la précision du vocabulaire influence le recours à la déconstruction dimensionnelle (question de recherche 3).

Afin d'évaluer les relations entre les critères, nous avons eu recours au calcul du coefficient de corrélation linéaire de Pearson (r) complété par le calcul du coefficient de détermination (R^2) pour évaluer le pourcentage d'adéquation de la relation avec une prédiction (régression linéaire).

	Dd et Pd	Pv et Pd	Pv et Dd
r	0,57	0,07	0,28
R^2	0,33	0,004	0,078

Tableau 1 : Récapitulatif des coefficients de corrélation (r) et des coefficients de détermination (R^2)

Interprétation des résultats

D'abord, au niveau de la production écrite, bien que la moyenne soit relativement élevée (72,8 %), nous notons des écarts importants entre les moyennes associées à ces productions (écart type de 21,6 %). Nous avons en effet observé une grande variabilité dans la qualité des productions des dessins ; pourtant les figures étaient relativement simples et leur positionnement les unes par rapport aux autres assez réguliers (côtés parallèles, côtés de figures appuyées sur un même axe, ...). Cette variabilité importante dans la qualité des productions s'explique sans doute par plusieurs facteurs, mais est forcément influencée par la qualité des descriptions écrites et du vocabulaire employé.

Pour la déconstruction dimensionnelle, nous avons constaté plusieurs lacunes et faiblesses chez nos sujets, comme le démontre la moyenne de 43,75 % (3,5 sur 8). Comme les sujets en étaient à leur premier cours de didactique de la géométrie, il est possible que plusieurs termes aient été oubliés ou bien qu'ils n'aient pas pensé à recourir aux propriétés de façon spontanée pour décrire les figures. Aussi, les lacunes recensées au niveau de la déconstruction dimensionnelle s'observent plus particulièrement dans l'emploi des termes de relation entre des tracés selon la classification de Duval (2005).

Quant au vocabulaire, les sujets ont commis en moyenne 7,6 erreurs par copie, dont la plupart ont trait à l'utilisation d'un langage courant plutôt qu'à une utilisation inappropriée de termes mathématiques. La présence du langage courant est plus importante dans les contextes de description des relations entre les figures que dans l'identification et la description des figures géométriques individuellement ; en effet, les termes « côté », « sommet », « droite », « hauteur », « diagonale »... sont sans doute plus ancrés chez ces sujets adultes que des termes de relations (« perpendiculaire », « parallèle », « vertical », « horizontal », « prolongement de diagonale », « prolongement du diamètre », « axe de symétrie »...).

Au niveau des relations entre les facteurs pris en considération dans notre étude, nous observons d'abord une corrélation linéaire positive forte (0,57) entre la déconstruction dimensionnelle et la production du dessin. Ainsi, il semble y avoir une relation de causalité relativement élevée entre ces deux facteurs.

Aussi, le coefficient de détermination R^2 de 0,33 nous indique que 33 % de la variance dans les notes associées à la production du dessin (Pd) s'expliquerait par la qualité de la déconstruction dimensionnelle (Dd). Dans le contexte actuel, 33 % constitue une valeur assez élevée. En effet, compte tenu du fait que la production d'un dessin faite par une personne dépend notamment de son interprétation personnelle de la description, de ses connaissances personnelles de la géométrie, de sa capacité à visualiser une description écrite en un dessin précis, et de bien d'autres facteurs, que 33 % de cette variance s'explique par la déconstruction dimensionnelle employée par l'autre étudiant dans sa description nous porte à croire que ce facteur joue un rôle important dans la réussite de l'activité.

En ce qui a trait à la relation entre la précision du vocabulaire et la production du dessin, nous n'en observons aucune. Le coefficient de corrélation pratiquement nul (0,07) indique en effet une absence presque totale de corrélation. Ce résultat nous laisse penser que dans notre activité, le vocabulaire utilisé par les sujets n'a eu aucune incidence notable sur la qualité de la production du dessin. La grande majorité des erreurs commises pour ce critère étant des emplois de langage courant, il est alors possible que ce langage ait été bien interprété par le sujet produisant le dessin dans la plupart des cas.

Finalement, nous n'observons qu'une faible relation entre la présence de déconstruction dimensionnelle et la qualité du vocabulaire employé dans les descriptions ($r=0{,}28$) avec un coefficient de détermination pratiquement nul (0,078). Cette absence presque totale de lien entre ces deux facteurs peut s'expliquer par le fait que même si un vocabulaire courant relevant du langage familier et non géométrique est employé dans une description, il n'empêche par le recours à la déconstruction dimensionnelle, bien que réduisant sa précision et son efficacité sans doute.

DISCUSSION

Pour réaliser une interprétation adéquate des résultats obtenus, il convient de rappeler la particularité des sujets ayant participé à l'étude : de futurs maîtres en mathématique au primaire suivant un premier cours universitaire en didactique de la géométrie et qui, pour la plupart, n'ont pas un parcours antérieur en mathématiques particulièrement riche. Aussi, il convient de distinguer ces sujets d'élèves du primaire. Les futurs maîtres, même s'ils n'ont pas des compétences très développées en mathématiques, possèdent une expérience de vie dans laquelle ils ont développé et appliqué une foule de connaissances spatiales au sens de Berthelot et Salin (1999). À travers leurs expériences quotidiennes, ils ont en effet vécu des situations d'orientation spatiale, ont été confrontés à des objets géométriques et ont de ce fait, développé un vocabulaire issu du langage courant suffisamment fonctionnel pour réaliser les tâches quotidiennes. Ce vocabulaire pragmatique de la géométrie, bien que teinté du langage courant, est pour eux, plus souvent qu'autrement, suffisamment précis et fonctionnel, corroborant ainsi notre hypothèse.

Aussi, il est pertinent ici de poser un regard critique sur les tâches proposées aux sujets. D'abord le choix et les positions des figures : nous avons choisi des figures dont les descriptions et caractéristiques étaient accessibles à des élèves du primaire. Nous voulions en effet positionner nos sujets dans le contexte d'une tâche accessible par des élèves de 10-12 ans. Il en est de même pour les positions des figures l’une par rapport à l’autre. Cette description des positions faisait intervenir des concepts accessibles à des jeunes de cet âge tels que parallèle, perpendiculaire, centre, rayon, axe de symétrie. Aussi, le recours au bord de la feuille comme référent de position haut, bas, vertical et horizontal se justifie par la même raison. Une description sans référents initiaux aurait été une tâche beaucoup trop difficile pour des élèves du primaire, et probablement aussi pour de nombreux étudiants ayant ce niveau mathématique. En même temps, il est possible que ces tâches, compte tenu de leur relative trivialité, n’aient pas fait émerger l’ensemble des problèmes de vocabulaire géométrique chez nos sujets. Par exemple, le recours aux termes *« à droite »* et *« à gauche »*, bien que très imprécis dans un contexte de description de position de figures, a, dans plusieurs cas, conduit à un dessin relativement adéquat. Des tâches plus complexes auraient pu permettre d’exposer davantage les limites de ces termes imprécis pour la géométrie. Toutefois, comme nous voulons, dans une étude ultérieure, comparer le vocabulaire employé spontanément par des futurs enseignants à celui d’élèves du primaire, nous devons employer la même tâche pour ces deux types de sujets.

Ainsi, nos résultats révèlent d’abord que le recours à la déconstruction dimensionnelle dans la description de la figure contribue à la qualité de la production du dessin chez l’autre sujet. Ce mécanisme de déconstruction dimensionnelle facilite la compréhension de la description du dessin en apportant des précisions principalement au niveau de la mise en relation de deux figures géométriques (position, orientation, distance). En effet, sans cette déconstruction, il est presque impossible de situer un objet par rapport à un autre dans un plan non orthonormé. La position relative d’une figure par rapport à une autre s’obtient à partir d’un référent commun aux deux figures. Pour obtenir ce référent, il faut mettre en relation au moins une unité figurale d’une figure avec une autre de la seconde figure ou bien ajouter des unités figurales (centre du cercle et prolongement d’un côté du carré, prolongement d’une diagonale qui coïncide avec l’axe de symétrie d’une autre figure, côtés parallèles de deux figures, prolongement de la hauteur qui rejoint le côté vertical...). Aussi, une analyse plus précise des descriptions révèle que c’est cette mise en relation de figures qui a posé problème chez plusieurs sujets. Les termes analytico-descriptifs étant employés spontanément plus régulièrement que les termes de relation entre les tracés au sens de Duval (2005), il en résulte que la position et l’orientation des figures n’étaient pas toujours adéquates dans la production du dessin, alors que la taille et la forme des figures n’ont pas posé problème. En outre, si les mesures n’ont pas posé problème (longueur des segments, distance entre des points), ce sont les relations entre les figures qui ont provoqué des erreurs au niveau des distances entre celles-ci.

En ce qui concerne le vocabulaire, celui-ci est très varié d’un sujet à l’autre, avec une prédominance du vocabulaire courant chez plusieurs. Toutefois, dans bien des cas, ce vocabulaire courant n’a pas trop affecté la qualité de la production du dessin chez l’autre sujet. Les termes vagues comme *« à droite »*, *« à gauche »*, *« en haut »*, *« en bas »*, *« au-dessus »*, *« en dessous »* n’ont pas provoqué les variations attendues dans les productions des dessins. Les sujets ont sans doute utilisé le sens commun de ces termes et interprété ceux-ci comme des synonymes de verticalement vers le haut, horizontalement vers la droite... De même, afin de caractériser la position relative des figures dans le plan, plusieurs sujets ont eu recours à des formulations courantes telles que *« carré oblique »*, *« trapèze debout »*, *« trapèze vertical »*, *« trapèze inversé »*, *« losange couché »*... Ainsi, l’imprécision dans le langage courant n’a généré que très peu d’erreurs. C’est davantage le manque d’information qui a conduit à des productions de dessins plus variables.

CONCLUSION

La grande variété de termes dans le langage employé par nos futurs maîtres n'est pas en soi quelque chose de surprenant, il en est de même pour la présence importante du langage courant dans les descriptions des figures. Comme la tâche ne précisait pas la nature du vocabulaire à employer et que les futurs enseignants étaient en début de formation à la didactique de la géométrie, ceux-ci se sont rabattus sur un vocabulaire personnel utilisé dans la vie quotidienne. Pour la plupart, ils n'ont pas spontanément utilisé un vocabulaire spécifique à la géométrie précis et rigoureux. Aussi, ils ont utilisé ce langage courant de façon relativement efficace car, dans la majorité des cas, il n'a pas été source de confusion pour l'autre sujet devant interpréter ces descriptions. Encore une fois ici, une tâche plus complexe aurait pu permettre de faire émerger les limites de ce langage courant. Également, contrairement à ce qui est observé chez des élèves du primaire (Fénichel, 2003 ; Mathé, 2004), nous n'avons observé que très peu d'utilisation polysémique erronée de termes géométriques et ce, malgré une forte utilisation du langage courant. Toutefois, ce qui est plus préoccupant est l'utilisation de ce langage courant lors de la description des positions relatives de figures l'une par rapport à l'autre. Dans ce cas bien particulier, le recours à un vocabulaire non géométrique s'avère peu efficace et provoque plus de confusion dans l'interprétation des descriptions. Il est possible que le recours à ce vocabulaire, tels que *« à droite »* ou *« en haut »* ait été induit par la consigne d'utiliser le rebord des feuilles comme orientation initiale. Toutefois, ce qui est préoccupant est l'association de ces termes à un lieu géométrique bien spécifique et le manque d'indication géométrique complémentaire à ces termes.

Comme évoqué précédemment, la mise en relation d'objets géométriques ou d'unités figurales implique l'utilisation de termes de catégorie 1 et 4 au sens de Duval (2005) et, par conséquent, le recours à la déconstruction dimensionnelle. Dans le cas de notre tâche, cette déconstruction dimensionnelle nécessitait l'utilisation d'unités figurales abordées à l'école primaire telles que hauteur, diagonale, axe de symétrie, centre, côté ainsi que le recours à un vocabulaire plus spécifique dont notamment des précisions sur l'orientation des figures (horizontale et verticale). Comme Duval, nous pensons que l'utilisation limitée de la déconstruction dimensionnelle s'explique par le fait que l'acte de description dans un contexte hors mathématique n'est pas aussi spécifique et ne nécessite pas une aussi grande précision que dans un contexte de description de figures géométriques. Pourtant, dans le cadre de notre tâche, le vocabulaire géométrique et la déconstruction dimensionnelle favorisent une description plus concise et précise, assurant sans doute une meilleure compréhension de la part du sujet qui réalise le dessin du fait de l'absence d'ambiguïté dans le sens des termes employés.

Aussi, à l'instar de Duval (2005), nous avions comme hypothèse que la déconstruction dimensionnelle n'est pas un acte caractéristique d'une pratique dans le langage courant. Selon ce dernier, le langage courant est principalement lié à des situations de la vie courante, lesquelles correspondent à des pratiques graphiques, à des déplacements sur des espaces de jeu ou des plans dessinés, des traçages, des repères physiques ou des relations qualitatives entre des objets. Notre tâche étant plutôt caractérisée par un contexte théorique abstrait et géométrique, il nous apparaissait raisonnable de croire qu'un lien étroit pouvait exister entre l'utilisation d'un vocabulaire géométrique et le recours à la déconstruction dimensionnelle. Or, nos résultats ne font pas état d'un tel lien. Ils révèlent plutôt une absence de relation entre la nature du vocabulaire (courant ou géométrique) et le recours à la déconstruction dimensionnelle. Bien que le vocabulaire du langage courant soit sans doute source d'imprécision dans la description du processus de déconstruction dimensionnelle, ce type de vocabulaire ne limite pas son emploi.

Par ailleurs, pour ce qui a trait à notre tâche, celle-ci s'est avérée intéressante afin de faire émerger la déconstruction dimensionnelle dans un processus d'analyse et de description de figures géométriques. En effet, l'analyse des productions a démontré que les sujets ayant recours à la déconstruction dimensionnelle produisaient une description à la fois plus précise et plus concise. L'utilisation de la déconstruction dimensionnelle s'avère également un facteur déterminant pour une interprétation adéquate de la part de l'autre sujet qui doit produire les figures. De plus, elle met à profit l'ensemble des propriétés géométriques des figures planes étudiées au primaire (axe de symétrie, diagonale, médiane, centre, sommet, côté, ...). Ainsi, pour la formation des futurs maîtres, une telle activité permet à la fois d'aborder ces propriétés et de voir leur importance dans la production d'un discours concis et précis. Toutefois, dans notre tâche, le recours à un vocabulaire courant n'a pas été un facteur déterminant qui a influencé la qualité de la production. Cela s'explique sans doute par le fait que les sujets possèdent un bagage d'expérience géométrique et linguistique leur permettant d'interpréter adéquatement des directives imprécises. Il est aussi possible que notre tâche, de par la position des figures, ait fait en sorte que des indications imprécises étaient suffisantes pour permettre une reproduction fidèle de la description. Or, dans un cas comme dans l'autre, cette situation nous révèle que le langage courant peut parfois être suffisant et adéquat pour des adultes lors de la réalisation de tâches impliquant une verbalisation d'objets géométriques. Ce constat met en lumière un problème : celui d'une prise de conscience chez les futurs enseignants de l'importance du vocabulaire en géométrie. D'ailleurs, comme le stipule Fénichel (2003), les futurs enseignants ne sont pas nécessairement conscients de l'importance et des particularités des termes géométriques utilisés dans des contextes de la vie quotidienne. Un enseignement explicite des particularités des termes au primaire passe d'abord par une conscientisation chez les futurs enseignants de cet aspect et de son importance pour les élèves, pour qui un vocabulaire adéquat est nécessaire à la compréhension des objets géométriques auxquels ils sont initiés. Aussi, cette précision dans le vocabulaire peut être nécessaire lors de tâches plus formelles telles que la production d'une preuve ou d'une démonstration ou bien lors de l'analyse de propriétés géométriques. Il apparaît alors nécessaire de développer des tâches dans lesquelles l'imprécision du langage courant serait mise en défaut afin de rendre plus explicite cette nécessité d'une utilisation adéquate et rigoureuse du vocabulaire géométrique.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Barrier, T. & Mathé, A.-C. (2007). Jeux et enjeux de langage dans la construction d'un vocabulaire spécifique et de références partagées en géométrie en cycle 3. Dans *XIVe école d'été de didactique des mathématiques*, 1-24. La Pensée Sauvage, éditions.

Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire (Doctoral dissertation, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I).

Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1994). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N, 53*, 39-56.

Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1999). L'enseignement de l'espace à l'école primaire. *Grand N, 65*, 37-59.

Bulf, C., Mathé, A. C. & Mithalal, J. (2014). Apprendre en géométrie, entre adaptation et acculturation. Langage et activité géométrique. *Spirale - Revue de Recherches en*

Éducation, 54, 29-48.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. Dans *Annales de didactique et de sciences cognitives, 10*, 5-53.

Fénichel, M. (2003). Le rôle des pratiques langagières dans les apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Dans *Actes du XXXe Colloque national des Professeurs et Formateurs de Mathématiqueschargés de la formation des maîtres*, 449-466. IREM de Marseille, France.

Gobert, S. (2005). Quelles formulations pour les savoirs de géométrie à l'école élémentaire. *Grand N, 76*.

Laborde, C. & Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques, 14 (1.2)*, 165-210.

Mathé, A.-C. (2004). Analyse d'une situation d'argumentation en géométrie des solides en classe de CM1 CM2. *Grand N, 74*, 33-51.

Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactiques des Mathématiques, 32, 2*, 195-228.

Parzysz, B. (1988). "Knowing" vs "seeing". Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational studies in mathematics, 19(1)*, 79-92.

Venant, F. & Venant, P. (2014). La technologie au service d'une situation-problème : exemple de la rosace à huit branches. *Grand N, 93*, 59-91.