

COMPÉTITIONS MATHÉMATIQUES*

Jean-Pierre KAHANE
Université de Paris-Sud
Orsay

Introduction

Il y a déjà beaucoup de documents et d'études sur les compétitions mathématiques. Les documents sont souvent publiés par les organisateurs, sous forme de brochures ou de livres, et ils donnent les caractéristiques de la compétition, les sujets, les résultats et des informations statistiques. La Fédération mondiale des compétitions mathématiques nationales (*World Federation of National Mathematics Competitions : WFNMC*) regroupe, analyse et édite régulièrement des informations sur ce qui se passe dans le monde entier. La Commission internationale de l'enseignement mathématique (*CIEM en français, ICMI en anglais, International Commission on Mathematical Instruction*) a d'autre part considéré les jeux, les examens, les concours et les compétitions dans leurs relations mutuelles et en relation avec la vulgarisation et l'enseignement, dans les études sur la vulgarisation (*The Popularization of Mathematics*) et sur les examens (*Assessments in Mathematics*).

La matière existe donc pour une synthèse, et je crois que le temps serait venu de la faire. Mais ce ne sera pas mon propos dans cet exposé. J'évoquerai seulement quelques cas typiques, au sujet desquels se posent des *questions essentielles*, et je donnerai là-dessus mon opinion. Je ne serai donc ni exhaustif, ni *même objectif*. J'exprimerai un sentiment personnel, fondé sur mes souvenirs, mes lectures et mon expérience. Mon expérience est celle d'un mathématicien français intéressé à l'enseignement et longtemps impliqué dans les activités de la CIEM, et aussi celle d'un citoyen concerné par tous les aspects des activités humaines.

Je débiterai par un cadrage général, sur compétition et société, en prenant comme exemples la compétition sportive et la compétition économique ; cela suffit à mettre en évidence la notion de règle du jeu, son importance et ses limites. Je m'attarderai un peu sur certaines formes de la compétition scientifique en mathématiques, depuis les défis que se lançaient les mathématiciens du 17^{ème} siècle jusqu'aux prix contemporains, en passant par les controverses, les concours et les problèmes ; il s'agit donc des aspects de

* Ce texte reprend le contenu de la conférence que Jean-Pierre Kahane avait préparé pour le 7^{ème} congrès du Sud-Est Asiatique sur l'enseignement des Mathématiques qui a eu lieu à Hanoï, du 3 au 7 juin 1996.

la compétition scientifique qui se retrouvent, plus ou moins, dans les compétitions mathématiques destinées aux jeunes. Parmi celles-ci, je ferai un choix tout personnel : les concours français, les Olympiades internationales, la compétition australienne, la compétition de Leeds, et les championnats télévisés hongrois. Il s'agit de compétitions extrêmement différentes, par les buts, les formes, les types de sujets, les procédés d'évaluation. Mais il se pose à leur sujet des questions générales qui feront l'objet de la dernière partie de l'article : quelle est leur relation aux examens et à l'enseignement ? quel est leur impact social ? quel est leur rapport à la science vivante ? Mon but est bien plus de cerner ces questions que d'y apporter réponse. Mais c'est aussi de stimuler une réflexion critique et collective en vue, peut-être, de nouvelles initiatives.

Compétitions et sociétés : compétition sportive, compétition économique

Les concours et les compétitions, dans tous les domaines, qu'il s'agisse de sport, d'économie, de science, ont toujours eu et ont toujours une forte résonance affective et sociale. Pour les individus et les équipes qui y participent, il s'agit souvent d'un engagement total, au moins pendant la durée de l'épreuve. Autour d'eux, il y a une attente, et des supporters. C'est un grand moment de tension individuelle et collective.

Cette tension peut aboutir, selon les sujets et les époques, à l'exaltation des concours et des compétitions ou à leur rejet, et, parfois, simultanément, à l'exaltation et au rejet. Dans l'histoire du sport, la grande référence en Occident se trouve dans la Grèce antique, avec les Jeux Olympiques, objets d'un enthousiasme universel. Mais les jeux du cirque, à Rome, même s'ils ont joui d'une grande faveur populaire, sont vite apparus odieux. Les immenses compétitions sportives d'aujourd'hui ont souvent ces deux caractères à la fois : enthousiasmantes et odieuses.

En matière d'économie, la compétition est de règle, et personne ne devrait s'en plaindre s'il s'agissait principalement d'obtenir de meilleurs produits et de meilleurs services, à un moindre coût et pour un plus grand nombre de gens. Mais, depuis quelques années, on assiste à une curieuse dérive en Europe, en Amérique, et un peu partout dans le monde : l'identification entre l'économie et la compétitivité économique. La compétitivité économique est fonction des règles du jeu et, en fonction de ces règles, elle peut produire le meilleur et le pire ; elle ne peut pas, par elle-même, remettre ces règles en cause. L'économie comme science, devrait au contraire avoir ces règles du jeu pour objet d'étude, de critique et de remise en cause. A la mesure de l'engouement pour la compétitivité économique, il y a maintenant déception, inquiétude, et risque d'une attitude de rejet à l'égard de l'économie, qui serait très grave.

Les traits communs à tous les concours et compétitions, c'est qu'il y a des règles du jeu et qu'il faut s'y tenir. Qui fixe les règles, comment et pourquoi ? Quelles sont les conséquences et les dérives possibles ? Comment faire évoluer les choses et dans quelles directions ? Ces questions se posent autour de tous les types de compétitions et de

concours. Au surplus, l'aspect sportif et l'aspect économique y sont généralement très présents. C'est pourquoi je m'y suis un peu attardé dans ce cadrage général.

Compétition scientifique : défis, controverses, concours, problèmes, prix

La science est également un terrain de compétition, sous des formes diverses. Aujourd'hui, on pense d'abord à la course aux publications, à la course aux crédits, à la course aux honneurs. Mais il vaut la peine de réfléchir à d'autres formes, qui sont apparues tout au cours de l'histoire de la science, et particulièrement de l'histoire des mathématiques : les défis, les controverses, les concours, les problèmes, les prix.

Le défi est une forme primitive de communication scientifique. "Voici ce que je sais faire. Qui peut en faire autant ?" Au début du 17^{ème} siècle, en France, le Père Mersenne entretenait un abondant courrier avec tous les savants de l'époque, Galilée, Hobbes, Fermat, Descartes, et transmettait les défis des uns aux autres. Quelquefois, l'affrontement était direct, comme ce fut le cas entre Fermat et Descartes sur la détermination des tangentes à une courbe.

Les controverses, parfois courtoises, parfois polémiques, ont joué un grand rôle dans la vie mathématique des 17^{ème} et 18^{ème} siècles. La plus célèbre est sans doute celle qui opposa au milieu du 18^{ème} siècle d'Alembert, Euler, Daniel Bernoulli et Lagrange sur la question des cordes vibrantes ; c'est à partir de cette controverse que se dégagèrent les notions de solutions d'une équation aux dérivées partielles soumises à des conditions aux limites, de fonctions plus générales que les fonctions usuelles, et de représentation des fonctions par des séries trigonométriques. La controverse cristallisait l'attention du monde scientifique, et désignait son objet comme un sujet d'actualité. Même les querelles apparemment les plus stériles, comme celle de Newton et Leibniz sur la naissance du calcul infinitésimal à la fin du 17^{ème} siècle, ont joué un rôle pour populariser les grandes avancées scientifiques.

Les concours, comme formes structurées de la compétition scientifique, apparaissent au 18^{ème} siècle. Les sujets mis au concours par l'Académie des sciences de Paris attirent des contributions venant de toute l'Europe et leur effet est double : le lauréat est désigné comme un savant éminent, ce qui lui ouvre quelquefois le chemin des Académies et des carrières, et le sujet est pointé comme digne de l'attention des meilleurs esprits. Sous ce double aspect, les concours participent de ce que nous appellerions aujourd'hui la politique scientifique. Parmi les lauréats et les sujets, je me bornerai à deux exemples : Joseph Fourier en 1811, sur la propagation de la chaleur, et Sophie Germain en 1816, sur les vibrations des lames élastiques. Joseph Fourier devint ensuite académicien. Sophie Germain dut se contenter de sa notoriété.

Les concours ouverts par les Académies des sciences ont perdu de leur importance au cours du 19^{ème} siècle et ont complètement disparu au 20^{ème}. La programmation de la

recherche se fait d'autre manière. Mais rien ne dit que la forme du concours, sur des grands sujets d'intérêt général, soit une forme périmée.

En mathématiques, les problèmes ont pour une part pris le relais des concours. Je pense naturellement aux grands problèmes de Hilbert en 1900, qui ont inspiré une partie de l'activité mathématique de ce siècle. Mais je pense plus encore au "Livre écossais" de Banach et de ses amis, où, dans les années 1930, ils notaient au fur et à mesure les problèmes intéressants qu'ils ne savaient pas résoudre. Au cours des années 1950, beaucoup de journaux mathématiques contenaient des sections de problèmes. Aujourd'hui encore, certains mathématiciens, comme Paul Erdos, constituent et renouvellent en permanence la mine des problèmes ouverts auxquels de jeunes énergies peuvent s'atteler. Il suffit de consulter la littérature mathématique pour constater l'influence des problèmes et des conjectures dans les recherches contemporaines.

Cependant le statut même des problèmes est en train de changer. Les problèmes historiques (disons, l'hypothèse de Riemann) conservent leur valeur et assurent une certaine permanence dans les intérêts des mathématiciens, mais les problèmes qui affleurent aujourd'hui sont très différents de ceux des années 1950. Ils sont beaucoup plus inspirés par l'extérieur des mathématiques, les autres sciences, les techniques, l'industrie, et de ce fait souvent beaucoup moins formalisés. D'une certaine façon, l'esprit du 18^{ième} siècle est de retour.

Lorsqu'il y a concours ou compétition, il y a généralement un ou plusieurs prix. D'ailleurs, lorsqu'il y a prix (à commencer par les prix Nobel ou les médailles Fields), on peut supposer qu'il y a compétition sous-jacente. Il y aurait toute une étude à faire sur les prix et leur influence dans la vie scientifique. En France, un prix me semble avoir conservé sa valeur tout au cours du siècle : c'est le prix Peccot, qui ouvre à un jeune docteur la possibilité de donner un cours sur ses travaux au Collège de France. René Baire et Henri Lebesgue furent parmi les premiers bénéficiaires, et c'est ainsi que leurs travaux furent connus des étudiants de l'époque (Denjoy, Fatou). Quoiqu'il y ait aujourd'hui, avec les séminaires et les colloques, beaucoup plus de moyens d'expression, le prix Peccot nous rappelle que la plus précieuse récompense pour un jeune chercheur, c'est d'être en mesure de faire largement connaître ses travaux.

Il y a encore beaucoup à dire sur science, concours et compétitions. J'y reviendrai. Mais il est temps de passer maintenant à ce qui vous intéresse en priorité, les concours et compétitions chez les jeunes élèves et étudiants, et leur relation à l'enseignement des mathématiques.

Sports et mathématiques. Exemples typiques de compétitions mathématiques

Pour une part, les mathématiques s'apparentent au sport. Les épreuves mathématiques ressemblent à des épreuves sportives, les compétitions mathématiques à des compétitions

sportives. Et de même qu'on parle des sports et du sport, de sport professionnel et de sport amateur, de sport de masse et de compétitions de haut niveau, et de l'universalité du sport, on parle des mathématiques et de la mathématique, des mathématiciens professionnels et des amateurs, des mathématiques pour tous et de l'élitisme en mathématiques, et de la mathématique comme langue universelle. Il y a, en matière sportive, un très grand nombre de concours et de compétitions. Et c'est le cas aussi en mathématiques. Je n'en tenterai pas un dénombrement, et je me bornerai à quelques exemples très différents.

École Polytechnique, agrégation, concours général

Je partirai de ma propre expérience, à savoir, des concours français traditionnels à dominante mathématique. Le plus ancien de ces concours est le concours d'entrée à l'École Polytechnique, celui auquel échoua Evariste Galois. Il servit de modèle au concours d'entrée à l'École normale supérieure et à toutes les grandes écoles scientifiques. Il exige, en principe, deux ans de préparation après le baccalauréat, et la préparation s'effectue, au sein de certains Lycées, dans des classes préparatoires au concours appelées "mathématiques supérieures" et "mathématiques spéciales". Actuellement, ces classes fonctionnent en parallèle avec le premier cycle de l'enseignement universitaire. Les élèves y sont sélectionnés, et les professeurs recrutés parmi les meilleurs agrégés de l'enseignement secondaire. Les concours comprennent un écrit et un oral, et portent sur plusieurs matières, la dominante étant mathématique.

L'agrégation de mathématiques est un concours destiné au recrutement de professeurs de lycée. L'agrégation exige aussi une préparation, au delà de la licence et de la maîtrise, et elle comporte aussi un écrit et un oral. A mon époque, il y avait des agrégations séparées pour les hommes et pour les femmes. L'écrit comprenait, au cours d'une semaine, quatre épreuves de sept heures chacune, portant sur les mathématiques élémentaires, les mathématiques spéciales, le calcul différentiel et intégral et la mécanique rationnelle ; il y fallait une bonne résistance physique ! L'oral consistait en deux leçons, de mathématiques élémentaires et de mathématiques spéciales. L'agrégation est devenue mixte, elle s'est modernisée et humanisée. Elle reste un concours difficile.

Le concours général de mathématiques se situe à la fin des études secondaires, au niveau du baccalauréat, et il n'apporte aux lauréats aucun avantage particulier. Il est difficile et s'adresse à des élèves déjà sélectionnés dans leurs Lycées. Il ne comporte qu'un écrit, une épreuve de six heures.

Olympiades internationales

Je passe à la mieux connue des compétitions internationales : les Olympiades mathématiques internationales. Elles rassemblent, chaque année, en un lieu différent, des

équipes restreintes et sélectionnées venant d'un grand nombre de pays. L'initiative en vient de la Roumanie. Les Olympiades se sont successivement élargies aux pays de l'Est de l'Europe et à l'Union soviétique, puis au reste du monde. Les Vietnamiens les connaissent bien, ils y ont obtenu des succès remarquables. L'organisation générale est très souple et, dans l'ensemble, fonctionne très bien. Les organisateurs ont des rôles multiples : au plan national, sélectionner les candidats et assurer la logistique ; au plan international, constitués en jury, choisir les sujets et assurer les corrections. Un contrôle discret, efficace à l'occasion, est effectué par la CIEM (ou ICMI) par l'intermédiaire d'un comité de choix du site et du planning (IMOSC). Le principe est le suivant : des sujets difficiles à traiter chacun en deux heures.

Je reviendrai sur la question générale du choix des sujets. Mais il est bon de remarquer dès maintenant une très grande différence entre les sujets d'Olympiades, sujets à énoncés courts, à traiter rapidement et sans indication de méthode, et les sujets des concours français, dont les énoncés sont longs et articulés, à traiter en temps assez long.

Le nom même des Olympiades évoque l'aspect sportif. Les candidats sont des individus, de même que les lauréats. Mais, comme en matière sportive, il est naturel et légitime que les nations auxquelles appartiennent les lauréats s'en fassent gloire. De ce fait, la compétition internationale est, pour une part, une compétition entre les nations. Il faut être conscient des dangers que cela comporte, et veiller soigneusement à l'éthique de la compétition. Cela dit, la règle du jeu des Olympiades mathématiques est saine et claire, elle valorise une activité de l'esprit et un champ de la connaissance. Elles se distinguent par là des grandes compétitions sportives, et, plus encore, des formes actuelles de la compétition économique.

Compétition nationale australienne ; Kangourou

La plus importante et la plus célèbre des compétitions nationales ne date que de la fin des années 70 : c'est la compétition australienne dont le créateur est le regretté Peter O'Halloran. La conception en est très originale : concours ouvert à tous les élèves, sur une série de questions à choix multiples auxquelles on ne répond que par une croix dans une case, en un temps très court, avec un programme d'évaluation automatique. Je me souviens d'avoir été choqué au départ par cette conception d'épreuves mathématiques en QCM, habitué que j'étais aux concours français et aux Olympiades. Mais je me suis aperçu très vite, à l'occasion d'une visite en Australie en 1983, que ces QCM pouvaient déceler des aptitudes que les concours français auraient ignorées, justement parce qu'elles n'exigent pas de mettre en forme les raisonnements et qu'elles éliminent ainsi tout ce qui tient à la maîtrise de l'expression écrite et de la langue. La compétition mathématique australienne est extrêmement populaire. Un demi-million d'élèves y participent et la compétition apparaît chaque année, dans la presse et dans les médias, comme un grand événement.

Depuis quelques années s'est développée en France, à l'imitation de la compétition mathématique australienne, un concours pour les élèves des Lycées et des collèges qui s'appelle Kangourou. Il connaît également un très grand succès, et il mérite une très grande attention. J'y reviendrai à propos du choix des sujets. J'insiste encore sur le rôle de contrepoids que joue ce type de compétition, très populaire dans tous les sens du terme, par rapport à la compétition de type élitiste. Les candidats les plus enthousiastes ne sont pas forcément les meilleurs élèves, et l'avantage donné à la rapidité, à l'intuition, au flair, par rapport à la pensée discursive, peut amener des surprises dans le classement. Ainsi la compétition de type populaire peut dégager de nouvelles élites, tandis que d'autre part la compétition de type élitiste peut très bien provoquer l'intérêt et même l'enthousiasme populaire.

Compétition de Leeds

J'évoquerai pour finir deux compétitions très intéressantes, très différentes, et peu connues : la compétition de Leeds en Angleterre, qui a lieu chaque année, et la compétition télévisée en Hongrie, qui n'a eu que quelques années d'existence, au cours des années 60.

La compétition de Leeds a pour concurrents non des individus, mais des établissements d'enseignement. Trois sujets de recherche sont proposés au début de l'année scolaire, par des professeurs de l'Université de Leeds. L'étude de ces sujets s'opère en équipe, nécessite plusieurs mois, et aboutit à la création de documents variés : explications rédigées sur papier, posters pour dire l'essentiel, films, programmes informatiques. Elle se conclut parfois par la solution complète du problème posé, mais, le plus souvent, le problème posé n'a pas de solution complète ; j'ai vu les deux cas se présenter lorsque j'ai participé au jury, à l'occasion du colloque de Leeds organisé par la CIEM sur la vulgarisation : un décryptage difficile, nécessitant un peu d'algèbre, pouvait être mené jusqu'à son terme ; une question sur des pavages du plan permettait beaucoup de variations autour du thème ; et un problème d'évolution de population amenait naturellement aux mystérieuses fractales de la dynamique non linéaire. La durée qu'elle implique et la nature des sujets font de cette compétition le modèle le plus proche de la recherche mathématique professionnelle. J'ai été personnellement fasciné par la qualité des travaux réalisés par les jeunes anglais. Je crois que la compétition de Leeds mérite d'être étudiée et imitée. Un défaut est qu'elle couronne toujours les établissements les plus réputés et les plus riches. Peut-on, tout en en conservant l'esprit, introduire là des germes de variabilité ?

Championnats télévisés hongrois

Les championnats télévisés hongrois se sont développés dans les années 1960, sous le titre général "*Ki miben kudos ?*" (qui est savant en quoi ?). Ils concernaient toutes les sciences, et les mathématiciens n'y ont pris part qu'en 1964 et 1966. L'organisation était

assez complexe. Le niveau était celui des études secondaires, mais les candidats pouvaient être des étudiants des universités. Une épreuve éliminatoire, écrite, avait lieu dans toute la Hongrie, pour sélectionner 8 candidats ; puis venait la compétition proprement dite, en trois étapes, préparatoire, demi-finales (4 candidats), et finales (2 candidats), comprenant chacune un écrit de 45 minutes et une série de questions très courtes, à traiter en 2 ou 3 minutes. Les téléspectateurs étaient témoins : ils assistaient au début de l'épreuve écrite (et pouvaient s'atteler aux questions si l'envie leur en venait), puis aux conclusions du jury après une heure et demie de délibération, puis aux épreuves orales. Le jury, en charge des sujets et de l'évaluation, était très professionnel ; j'ai relevé les noms de mathématiciens tels que Georges Alexits, Paul Turan, Georges Hajos et Alfred Rényi. Il est remarquable que la plupart des 16 candidats sélectionnés en 1964 et 1966 soient devenus des mathématiciens connus. Les sujets étaient à la fois élémentaires, intéressants, et variés. Dans plusieurs cas, il s'agissait de démonstrations à donner, et le jury appréciait alors non seulement la correction mais l'élégance de la démonstration. Voici un exemple. Dans la finale de 1966, la seconde question à résoudre devant les téléspectateurs en moins de 3 minutes était celle-ci : démontrer que le plus grand commun diviseur de $a + b$ et du plus petit commun multiple de a et de b est égal au plus grand commun diviseur de a et de b . Vu le niveau des candidats et malgré le stress, ils devaient pouvoir répondre correctement, ce qui devait à la fois impressionner les téléspectateurs et les mettre en situation de partager avec le jury le souci d'apprécier la meilleure réponse. De fait, ces championnats ont été un grand succès de la télévision.

Questions générales

Peut-on tirer quelques leçons de la comparaison des concours français, des Olympiades, de la compétition australienne, de celle de Leeds, et de l'émission télévisée hongroise ?

Je me bornerai à trois aspects : 1) le rapport aux examens et à l'enseignement ; 2) l'impact social ; 3) le rapport à la science vivante.

Enseignement et examens versus concours et compétitions

En général, l'enseignement a pour but le développement de l'esprit, l'acquisition de méthodes, de concepts et de connaissances. Les examens sont inséparables de l'enseignement : ils indiquent dans quelle mesure cet objectif a été atteint. Par là même, les examens pondèrent l'objectif et réagissent sur l'enseignement. Testent-ils uniquement des connaissances ? L'enseignement s'orientera vers les connaissances testées ou testables. Donnent-ils une grande place aux problèmes ? L'enseignement ira dans ce sens. Négligent-ils la démonstration, le raisonnement hypothético-déductif ? L'enseignement négligera aussi cet aspect essentiel des mathématiques.

Les examens ont aussi une fonction autonome : ils valident un certain niveau de formation pour sa reconnaissance sociale. En cela, particulièrement en mathématiques, ils sanctionnent des performances, telles que l'aptitude à résoudre un problème en temps

limité, plus que le travail et le développement de l'esprit. Or le travail d'un élève et le développement de son esprit n'ont pas nécessairement un effet immédiat sur ses performances. Il s'ensuit que, même sous forme de contrôle continu, les examens ne constituent pas toujours un stimulant pour le travail des élèves. Comment apprécier et évaluer le travail en tant que tel ? Tous les enseignants savent l'importance et la difficulté de cette question.

Même s'ils retentissent fortement sur l'enseignement, les examens n'ont pas pour rôle d'en définir les formes et le contenu.

C'est le contraire dans le cas des concours et de leur préparation. Dans ce cas, le but premier de l'enseignement est la réussite au concours. Le rôle de formation de l'individu, qui est très réel, lui est subordonné et vient en second. Ce sont les programmes de concours qui déterminent les programmes d'enseignement et non l'inverse. C'est ainsi qu'en France, pendant une longue période, le programme du concours d'entrée à l'École Polytechnique a joué un rôle déterminant dans l'enseignement scientifique dispensé aux meilleurs élèves. L'évaluation même des enseignants obéit alors au critère simple qu'est la réussite au concours ; toutes choses égales d'ailleurs, le meilleur enseignant est celui qui obtient les meilleurs résultats au concours.

Les concours d'accès aux grandes écoles, aux universités, aux emplois publics ont ainsi, dans le monde entier, un rôle très structurant pour l'enseignement des mathématiques. Il faut en avoir conscience pour éviter les scléroses et les dérives.

L'effet des autres concours, plus ludiques, sans préparation spéciale, est bien plus indirect, mais il n'est pas insignifiant. Voici un exemple de dérive possible, par l'intermédiaire paradoxal des questions innovantes. Au dernier concours Kangourou, l'épreuve destinée aux enfants de 13 ou 14 ans comportait parmi les dernières questions, considérées comme astucieuses ou difficiles, la suivante, dont je traduis librement l'énoncé : un champ ayant la forme d'un quadrilatère est partagé en quatre triangles au moyen des diagonales ; les aires de trois de ces triangles, dans l'ordre de parcours, sont $3\ 000\ \text{m}^2$, $4\ 000\ \text{m}^2$, $5\ 000\ \text{m}^2$. L'aire du quatrième triangle est-elle inférieure à $3\ 000\ \text{m}^2$, comprise entre $3\ 000$ et $4\ 000\ \text{m}^2$, comprise entre $4\ 000$ et $5\ 000\ \text{m}^2$, supérieure à $5\ 000\ \text{m}^2$? L'énoncé fournit une figure très approximative. Il est difficile pour l'élève de faire une figure exacte ; par contre, il a depuis longtemps les connaissances suffisantes pour conclure. Supposons qu'une question analogue soit posée l'an prochain. On enseignera alors dans toutes les classes que, lorsqu'on divise un quadrilatère convexe au moyen des diagonales, les aires des triangles obtenues, soit A , B , C , D , vérifient $AC = BD$. La question astucieuse sera devenue un exercice standard, incorporé au cours.

La préparation aux concours conduit naturellement à ce que nous appelons en France le bachotage, c'est-à-dire l'enseignement et l'effort des élèves uniquement orientés vers les sujets susceptibles d'être proposés au concours. Il en est de même pour la préparation à certains examens : bachotage vient de bachot, qui désigne familièrement le baccalauréat. A cet égard, plus la règle du jeu du concours est claire, simple, normalisée, plus le concours peut avoir sur l'enseignement un effet direct et pervers.

D'un autre côté le concours, comme aussi l'examen terminal, peut être un levier puissant pour l'introduction dans l'enseignement de nouvelles matières et d'un nouvel esprit. Toute inflexion donnée aux sujets de concours a un effet sur l'enseignement ; c'est évident pour les concours finalisés, objets d'une préparation spéciale ; c'est intéressant à étudier pour les grands concours populaires ; c'est vrai sans doute, mais moins direct, pour les compétitions de très haut niveau à caractère gratuit.

Impact sur la société et les individus. Compétitions et sélection. Effet sur le public

L'impact social des concours et compétitions mathématiques ne se borne pas à leur effet sur l'enseignement. Quel est l'effet sur l'opinion publique ? sur les candidats eux mêmes ? Cela dépend de bien des facteurs, et les réponses sont fonction, non seulement du type de concours, mais des traditions nationales et du type de société. J'examinerai ces questions, une fois de plus, d'après mon expérience personnelle.

Pour une bonne partie de l'opinion publique, l'image des mathématiques est associée à la sélection, et cela, en France et actuellement, a une connotation négative. Il est vrai que les performances mathématiques se prêtent bien à la mesure chiffrée, donc à la sélection sur la base de notes à des épreuves, examens ou concours. Et l'on conteste à juste titre le rôle abusif que jouent des épreuves de mathématiques dans la sélection des médecins ou des architectes. D'autre part, on observe que la sélection opérée par des concours tels que ceux de l'École normale supérieure ou de l'École polytechnique recouvre pour une grande part une sélection sociale ; les jeunes gens issus de classes populaires sont absents des promotions actuelles, et les enfants de normaliens et de polytechniciens y sont surreprésentés. Mais il n'en a pas toujours été ainsi. Au 19 ième siècle et au début du 20 ième, la sélection opérée par ces concours a contrebalancé pour une part l'inertie sociale ; elle a été une voie de promotion pour des enfants pauvres, et un moyen de renouvellement pour la bourgeoisie française. Le rôle sélectif des mathématiques et leur usage dans les concours est comme la langue d'Esopé : ce peut être le meilleur et le pire.

Il est bon de souligner que la sélection au cours des études s'effectue en premier lieu à partir de la maîtrise de la langue, qui dépend beaucoup du contexte familial. A cet égard, j'ai déjà indiqué le rôle de contreponds que peuvent jouer des grands concours populaires tels que la compétition mathématique australienne et Kangourou. Ces grands concours contribuent d'ailleurs à changer les vues des parents : quand les mathématiques apparaissent comme un jeu et que, massivement, les élèves apprécient ce jeu, il n'est plus possible de les considérer uniquement comme tyranniques et inhumaines.

Beaucoup plus que les examens, les concours et compétitions se prêtent à une grande variété de règles du jeu et de contenus. Ils peuvent ainsi intéresser des secteurs variés de l'opinion publique. Ils peuvent, par exemple, donner un "aliment" à des adultes amateurs ; c'est certainement l'une des voies par lesquelles les adultes amateurs peuvent se lier aux mathématiques vivantes, pour peu que les mathématiques vivantes aient leur place dans les sujets de concours (j'ai dit que c'était le cas pour la compétition de Leeds). Ils peuvent

passionner un public : c'est le cas des championnats télévisés de Budapest en 1964 et 1966. Ils peuvent être un sujet de fierté nationale ; c'est le cas pour les Olympiades internationales.

Ainsi, les concours et compétitions jouent un rôle positif dans la popularisation des mathématiques. Ils contribuent à donner aux mathématiques une image ludique et humaine. Une image d'autant plus attrayante que ce sont des jeunes qui se trouvent au premier plan. A cet égard, et sans chercher à faire de nos jeunes champions des vedettes de télévision, ne serait-il pas utile de les présenter, de les montrer en action, de les faire parler devant le très large public de la télévision ? L'expérience hongroise montre que c'est possible, et on pourrait inventer des formes différentes.

Je ne dirai qu'un mot de l'effet des concours sur les candidats eux-mêmes. Quand le concours est dur, il n'est pas toujours bon. Lorsque le concours est passé avec plaisir, il est excellent. Dans certains cas, il éveille ou confirme des vocations. Les lauréats des Olympiades mathématiques internationales sont souvent devenus des mathématiciens importants. Les championnats hongrois ont révélés le talent de Laszlo Lovasz, qui est devenu un combinatoriste éminent. La compétition mathématique australienne de 1983 a couronné un mauvais élève, qui est devenu un brillant informaticien.

Rapport à la science vivante. Rôle des chercheurs. Sélection des sujets. Du bon usage de la liberté

J'ai déjà évoqué une question qui ne va pas de soi : le rapport des concours et compétitions à la science vivante. Bien entendu, il ne s'agit pas de transformer en sujets de concours tout ce qui progresse en mathématiques ; c'est impossible, et d'ailleurs sans intérêt. Mais il y a toujours danger de sclérose et nécessité de renouvellement. Il est bon que ce renouvellement se fasse au contact de la science vivante. Par conséquent, il est bon que des chercheurs actifs contribuent au choix des sujets de concours.

Il arrive que des chercheurs aient la totale responsabilité des sujets. C'est le cas dans la compétition de Leeds, et cela absorbe d'ailleurs une partie de l'activité du département de mathématiques de l'Université. C'était le cas dans les championnats télévisés de Budapest. C'est le cas en France dans les concours les plus difficiles, qui ont les épreuves les plus longues : agrégation, concours d'entrée à l'École normale supérieure, qui permettent en effet, en 6 ou 7 heures, de découvrir toute une théorie ; je me souviens, préparant l'agrégation, d'avoir ainsi reconstitué dans un devoir de mécanique la théorie de l'équilibre de la bicyclette, et, plus tard, d'avoir donné comme sujet du concours d'entrée à l'École normale la démonstration alors toute nouvelle, par Thøger Bang, des inégalités de Kolmogoroff sur les dérivées successives des fonctions d'une variable réelle. Il est alors indispensable que les auteurs des sujets aient également en charge la correction des devoirs et l'évaluation des candidats ; c'est la seule garantie à l'égard de sujets trop ambitieux.

Les sujets des Olympiades mathématiques s'inspirent parfois de travaux contemporains. Il existe au moins un exemple d'un problème de recherche fameux qui, immédiatement après sa résolution, a été proposé aux Olympiades : démontrer que, si un

ensemble fini dans le plan a la propriété que toute droite joignant deux de ses points en contient un troisième, tous les points de l'ensemble sont alignés. La solution en est en effet élémentaire. Mais on peut vérifier sur un tel sujet, comme sur d'autres, l'avantage considérable qu'a un mathématicien expérimenté sur un jeune étudiant, même très brillant. Cela montre bien que la mathématique est une science, et pas seulement un sport. Je suis a priori convaincu que l'on peut trouver dans la production mathématique contemporaine, et retrouver dans la production mathématique des temps passés, de quoi renouveler constamment le contenu des problèmes d'Olympiades.

Pour les Olympiades comme pour les compétitions nationales, il y a sans doute avantage à associer dans l'organisation et le choix des sujets des chercheurs et des enseignants connaissant bien le niveau des élèves. Ainsi l'organisation du concours peut être un lieu de rencontre entre la science vivante et son enseignement.

De même que la vulgarisation déborde de l'enseignement et peut servir de banc d'essai pour son renouvellement, les concours et compétitions jouissent de beaucoup plus de liberté que les examens et permettent d'en amorcer l'évolution. Je prendrai un seul exemple. Dans l'enseignement secondaire et dans des examens tels que le baccalauréat, la notion de démonstration a pratiquement disparu, comme celle d'ailleurs de contre-exemple (qui est la démonstration de la négation d'une proposition). Or c'est non seulement une spécificité des mathématiques, mais une conquête majeure de l'esprit humain, dont la valeur est inestimable. On devra y revenir. Mais le mieux est d'y revenir en douceur. Proposer des démonstrations comme sujets de concours (j'en ai donné un exemple avec le championnat télévisé de Hongrie), juger de l'élégance des démonstrations (rôle du jury dans le dit championnat), et intéresser à cela un large public, ce peut être la meilleure voie pour que la notion de démonstration reprenne sa place dans l'enseignement.

Un mouvement à poursuivre ¹

Au cours des trente dernières années, les concours et compétitions mathématiques se sont multipliés. Les règles du jeu, les formes, les contenus sont extrêmement variés. Il me semble qu'il y a là un mouvement profond, qui répond aux besoins des individus comme de la société. Ce mouvement devra se poursuivre, et la collaboration de mathématiciens actifs en recherche me paraît indispensable. D'autre part il nécessite déjà, comme je l'ai dit dès l'introduction, un examen critique et un bilan. Ce que j'ai indiqué de l'économie trouve ici son exacte contrepartie. A l'intérieur d'une compétition, il faut obéir aux règles du jeu. Mais il faut également regarder les règles du jeu de l'extérieur, en créer de nouvelles, tenter de stimuler de nouvelles activités et de répondre à des besoins nouveaux. Les mathématiques sont assez riches pour fournir aux concours et aux compétitions un aliment illimité. Puissent les concours et compétitions servir de relais entre ces mathématiques foisonnantes et tous les hommes, auxquels, en dernière instance, elles sont destinées.

1. Il serait intéressant à l'occasion de cet article d'ouvrir un dossier en élargissant les exemples. Miguel de Guzman me signale une forme de compétition très intéressante qu'ils ont en Argentine, sur une base très large et des sélections successives. En France même nous avons beaucoup de formules à comparer.